

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

КОНЬКОВ АНАТОЛИЙ СЕРГЕЕВИЧ

**ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ И МАГНИТНЫХ МОМЕНТОВ**

Специальность 01.04.16 —
«Физика атомного ядра и элементарных частиц»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор
Потылицын А.П.

Томск – 2015

Оглавление

	Стр.
Введение	4
Глава 1 Метод токов в теории излучений	13
1.1 К вопросу учёта пространственной дисперсии	14
1.2 Метод поляризационных токов для сред с пространственной и частотной дисперсией	16
1.3 Определение поляризационных характеристик излучения в методе токов	21
1.3.1 Качественная оценка поляризации	21
1.3.2 Параметры Стокса	22
1.4 Пределы применимости метода поляризационных токов	24
1.5 Обсуждение результатов главы	26
Глава 2 О влиянии внешних полей на поляризационное излучение	27
2.1 Поляризационное излучение во внешнем поле	27
2.2 Влияние внешнего поля на интенсивность излучения	36
2.3 Спектральная зависимость излучения	37
2.4 Оценка степени влияния поля	38
2.5 Обсуждение результатов главы	39
Глава 3 Особенности генерации излучения Вавилова-Черенкова при пролёте заряженной частицы вблизи диэлектрической мишени	41
3.1 Излучение Вавилова-Черенкова от диэлектрического клина	42
3.2 Пределы применимости теоретической модели	47
3.3 О модификации классического условия Вавилова-Черенкова	48
3.4 Обсуждение результатов главы	57
Глава 4 Излучение Вавилова-Черенкова в рентгеновском диапазоне частот	60
4.1 Оптические свойства вещества в рентгеновской области спектра	63
4.2 Рентгеновское излучение Вавилова-Черенкова как излучение поляризационного тока	66
4.2.1 Черенковский эффект в геометрии переходного излучения	66
4.2.2 Черенковский эффект в геометрии дифракционного излучения	69
4.2.3 Верификация полученных результатов	72

4.3	Свойства рентгеновского черенковского излучения	80
4.3.1	Спектрально-угловое распределение поляризационного излучения . . .	80
4.3.2	Влияние геометрических размеров мишени на характеристики излу- чения	81
4.3.3	Зависимость интенсивности излучения от энергии заряженной частицы	88
4.3.4	Спектральная дисперсия рентгеновского черенковского излучения . . .	89
4.3.5	Поляризационные характеристики излучения	92
4.4	Обсуждение результатов главы	96
Глава 5 О влиянии магнитного момента на характеристики поляризацион-		
ного излучения		
5.1	Переходное излучение заряженной частицы, обладающей собственным магнитным моментом	98
5.1.1	Интерференция полей переходного излучения электрического заряда и магнитного момента	99
5.1.2	Влияние ориентации магнитного момента на условия интерференции .	101
5.1.3	Относительный вклад магнитного момента в угловое распределение переходного излучения	103
5.2	Переходное излучение закрученных частиц	104
5.2.1	Поля переходного излучения	106
5.2.2	Циркулярная поляризация переходного излучения от идеально про- водящей мишени	107
5.2.3	Влияние орбитального углового момента на степень циркулярной по- ляризации излучения	109
5.3	Обсуждение результатов главы	111
Заключение		113
Литература		117
Приложение А К определению поляризационных характеристик излучения		134

Введение

Решающие и наиболее поразительные периоды развития физики – это периоды великих обобщений, когда явления, казавшиеся разобщёнными, неожиданно становятся всего лишь разными аспектами одного и того же процесса. История физики – это история таких обобщений, и в основе успеха науки лежит главным образом наша способность к синтезу.

— Ричард Филлипс Фейнман

В настоящее время в мире разрабатываются новые источники электромагнитного излучения в различных спектральных диапазонах, которое используется для детального изучения структуры и свойств различных веществ и материалов в химии, материаловедении, биологии, медицине, физике ускорителей и т.д. Особый интерес представляют источники в субмиллиметровом и миллиметровом (терагерцовом), а также в мягком рентгеновском диапазонах длин волн. Источники первого диапазона представляют особый интерес для биологии и медицины при разработке новых систем диагностики и лечения, в том числе и сердечно-сосудистых заболеваний. Источники второго диапазона представляют интерес в биохимических исследованиях, медицине, при исследованиях характеристик новых материалов с заданными свойствами и особенно наноразмерных объектов и материалов. Например, свойства метаматериалов и фотонных кристаллов, представляющих собой искусственно созданные периодические структуры, изучаются с использованием электромагнитного излучения, генерируемого заряженными частицами.

Для генерации излучения от гамма до терагерцового диапазона используют различные механизмы излучения ускоренных зараженных частиц, в основном электронов, физика которых достаточно хорошо изучена, а техника отработана. Следует отметить, что движущаяся заряженная частица может излучать либо при наличии внешних полей (механизм, связанный с ускорением заряда), либо при наличии оптических неоднородностей вблизи или непосредственно вдоль траектории (поляризационный механизм). Примером первого может быть синхротронное или ондуляторное излучения, где частица приобретает ускорение во внешнем магнитном поле и, соответственно, излучает. Данные типы излучения хорошо изучены как с точки зрения теории, так и в плане практической реализации и широко применяются в различных спектральных диапазонах.

В последние годы, главным образом, благодаря бурному развитию ускорительной техники, проявился значительный интерес к поляризационному излучению. Поляризационный

механизм излучения реализуется в результате динамической поляризации атомных оболочек среды полем равномерно и прямолинейно движущейся релятивистской заряженной частицы и/или магнитного момента. В этом случае кулоновское поле частицы наводит в среде поляризационный ток, который и является источником излучения. Если при этом частица пролетает в вакууме вблизи оптической неоднородности, то потери её энергии малы из-за отсутствия близких взаимодействий. Эта особенность излучения широко используется, например, для разработки маловозмущающих и невозмущающих диагностических станций характеристик пучков заряженных частиц современных ускорителей. Также данный механизм излучения используется для разработки компактных источников излучения в указанных выше диапазонах, для создания детекторов заряженных частиц и для определения свойств новых материалов.

Поляризационное излучение по историческим причинам редко рассматривается в целом, оно разбивается на различные частные случаи. Так, при движении заряженной частицы в среде со скоростью выше скорости света в данной среде возникает черенковское излучение, экспериментально обнаруженное С.И. Вавиловым и П.А. Черенковым в 1934 году при исследовании эффектов люминесценции раствора солей урана под воздействием γ -лучей [1–3]. В 1937 году вышла статья И.Е. Тамма и И.М. Франка [4], в которой кратко была изложена полная теория черенковского излучения. Следует отметить, что излучение Вавилова-Черенкова было теоретически предсказано задолго до его обнаружения независимо друг от друга в работах О. Хевисайда [5, 6] и А. Зоммерфельда [7–9] на основании господствовавших тогда представлений об эфире. Однако, дальнейшему исследованию этого явления помешали как специальная теория относительности А. Эйнштейна [10], постулирующая конечность скорости света, так и результаты экспериментов А.А. Майкельсона и Э.В. Морли [11], которые опровергли существование эфира. На сегодняшний день по исследованию свойств черенковского излучения опубликовано большое число статей и несколько авторитетных монографий [12–15], последняя из которых вышла в 2004 году, что свидетельствует об актуальности исследований рассматриваемого эффекта. В случае, когда заряженная частица пересекает границу раздела двух сред с различными диэлектрическими и/или магнитными характеристиками возникает переходное излучение, предсказанное В.Л. Гинзбургом и И.М. Франком в 1945 году [16]. Экспериментальное подтверждение представленной теории было получено вначале для протонных пучков [17] в 1959 году, а затем, спустя два года, и для электронных [18]. Данный тип излучения, по всей видимости, наиболее исследован, а диагностические методы на его основе нашли широкое применение в физике и технике пучков заряженных частиц и физике высоких энергий. При пролёте частицы вблизи (на расстояниях менее чем характерный радиус затухания поля электрона $\sim \gamma\beta\lambda$, где γ – Лоренц-фактор частицы, $\beta = v/c$ – относительная скорость частицы в единицах скорости света c , λ – длина волны испущенного излучения) оптической неоднородности, например мишени, возникает дифракционное излучение. В этом случае, из-за отсутствия близких взаимодействий, исходный пучок практически не возмущается, что открывает широкие возможности для диагностики

его характеристик. При наличии периодической дифракционной неоднородности возникает излучение Смита-Парселла, которое характеризуется квазимонохроматическим спектром излучения под различными полярными углами. Это свойство можно использовать для создания компактных и дешёвых источников терагерцового излучения и лазеров на свободных электронах.

Хотя считалось, что все перечисленные виды излучения возникали при равномерном и прямолинейном движении заряженной частицы, каждое из них рассматривалось независимо друг от друга как явления, имеющие различную физическую природу, что также объясняется историческими причинами и теоретическими подходами, используемыми для интерпретации наблюдаемых эффектов. Так, в теории переходного излучения часто используется метод изображений как в формализме У.Р. Гамильтона [16, 19], так и в формализме В.Е. Пафомова [20]. Принципиальная разница упомянутых формализмов заключается, в первую очередь, в физической интерпретации переходного излучения. Согласно гамильтонову формализму, наиболее часто встречающемуся в работах В.Л. Гинзбурга, переходное излучение можно рассматривать либо как процесс аннигиляции равномерно и прямолинейно движущихся навстречу друг другу заряда и его изображения (заряда с противоположным знаком), либо как процесс тормозного излучения. В последнем случае предполагается, что излучение возникает при резкой остановке заряда на границе раздела двух сред и таком же резком старте от границы раздела изображения. Формализм В.Е. Пафомова интерпретирует переходное излучение как излучение совокупности бесконечного числа элементарных электрических диполей, на которые можно разложить поле взаимодействующей с веществом заряженной частицы.

Поскольку дифракционное излучение по своей природе очень близко к известному из оптики явлению дифракции, то для описания свойств излучения очень часто применяют методы из теории дифракции, основанные как на подходах Х. Гюйгенса, О.Ж. Френеля и Г. Кирхгофа [21–23], так и представлениях Э. Ферми о виртуальных фотонах [22, 24]. Метод виртуальных фотонов применим исключительно в ультрарелятивистском случае, когда продольная Фурье-компонента поля заряда $\mathbf{E}^0(\mathbf{r}, \omega)$ (т.е. в направлении скорости частицы) подавлена в γ раз по сравнению с поперечной. Следовательно, поле заряда является практически поперечным и может быть представлено как набор плоских волн или виртуальных фотонов, рассеяние которых, в свою очередь, описывается методами классической оптики [25]. Отдельно следует выделить метод В.А. Фока с применением подхода Винера-Хопфа [26–29], который основан на представлении дифракционного излучения как излучения поверхностного тока, наведённого полем заряженной частицы на поверхности идеально проводящей мишени, т.к. он послужил некоторой основой при создании формализма метода поляризационных токов.

Для излучения Смита-Парселла в работах П.М. ван ден Берга [30–32] и А.С. Кезара [33–35] была развита строгая, но несколько громоздкая теория, в которой излучение рассматривалось как процесс рассеяния собственного поля заряда на периодической структуре. Следует отметить, что методы из теории дифракционного излучения могут также успешно

применяться и в теории излучения Смита-Парселла, поскольку последнее можно представить как процесс резонансного дифракционного излучения [36].

Рассмотренные методы хорошо себя зарекомендовали применительно к конкретному виду излучения в выделенном диапазоне частот и энергии заряженной частицы, однако не давали возможности учесть вклад других типов излучений в исследуемых условиях. Другим не менее важным недостатком используемых моделей является большое число приближений, которые, с одной стороны, упрощают исследование процессов излучения, а с другой – приводят к существенному усложнению при учёте конкретных экспериментальных условий, что зачастую не позволяет провести корректное моделирование экспериментальной ситуации.

Тенденция к объединению вышеперечисленных видов излучения в единый формализм стала проявляться только в начале XXI века. Лишь сравнительно недавно появились теоретические и экспериментальные работы [36–45], в которых авторы продемонстрировали единую природу данных видов излучений и заложили основы теоретического описания всех видов поляризационного излучения. Особая заслуга в разработке единого формализма принадлежит двум научным школам: Томской, возглавляемой профессором А.П. Потылицыным и Московской – под руководством профессора М.И. Рязанова.

Благодаря совместным исследованиям томской и московской теоретических школ был развит новый метод решения задачи генерации поляризационного излучения равномерно движущейся заряженной частицей при наличии среды произвольной формы и произвольной проводимости. Данный метод известен в современной литературе под названием «метод поляризационных токов». В основе метода лежит гипотеза о том, что причиной возникновения поляризационного излучения является поле тока, индуцированного во всём объёме мишени полем равномерно и прямолинейно движущегося точечного заряда в результате динамической поляризации атомов среды.

Появление новых методов в классической электродинамике не только позволяет пролить свет на ещё не изученные эффекты, но и даёт возможность с иной стороны взглянуть на природу хорошо известных процессов. В этой связи, **целью** данной работы является теоретическое исследование влияния различных аспектов, таких как: внешнее электромагнитное поле, диэлектрические и макроскопические свойства мишени, наличие магнитного момента (спина) у частицы, на характеристики поляризационного излучения заряженных частиц в рамках классической электродинамики.

В соответствии с общей целью работы в диссертации рассматриваются следующие основные задачи:

1. Провести полную систематизацию и обобщение метода поляризационных токов для выявления фундаментальных ограничений разрабатываемых на её основе теоретических моделей и выполнения исследований по влиянию рассматриваемых факторов на характеристики поляризационного излучения.

2. На примере классической задачи Гинзбурга-Франка рассмотреть влияние внешнего электромагнитного поля на характеристики поляризационного излучения.
3. Провести исследования особенностей поляризационного излучения, возникающего при наклонном пролёте заряженной частицы вблизи диэлектрической призмы.
4. На примере простой геометрии диэлектрической пластинки проанализировать влияние макроскопических и диэлектрических параметров мишени на характеристики поляризационного излучения в рентгеновском диапазоне частот.
5. На основе теоретического подхода В.Е. Пафомова рассмотреть влияние магнитного момента частицы на характеристики создаваемого ею поляризационного излучения.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Наличие внешних электромагнитных полей приводит к перераспределению интенсивностей поляризационного излучения между направлениями его распространения, возникновению нормального и аномального эффекта Доплера, а также к изменениям в спектре наблюдаемого излучения.
2. Поляризационный ток, являющийся источником излучения, возникает под воздействием кулоновского поля заряженной частицы в приповерхностных слоях диэлектрических мишеней при пролёте частицы вблизи мишени, а также в слоях вещества, расположенных в непосредственной близости к траектории частицы при её движении сквозь вещество. Например, при нормальном пролёте заряженной частицы вблизи диэлектрического экрана размеры поляризационного слоя вдоль направления движения частицы для дифракционного и черенковского излучения определяются, соответственно, длиной формирования излучения $d_{DR} = 0.5\beta\lambda / \left| 1 - \beta \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \right|$ и длиной его поглощения $d_{ChR} = \beta\lambda \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon(\omega)} / \left(4\pi \operatorname{Im} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \right)$, где β – относительная скорость частицы в единицах скорости света, λ – длина волны наблюдаемого излучения, $\varepsilon(\omega)$ – диэлектрическая проницаемость материала мишени. Поперечные размеры поляризационного слоя дифракционного излучения ограничиваются эффективным радиусом затухания кулоновского поля частицы $a_{DR} = \gamma\beta\lambda / (4\pi)$, в то время как для черенковского излучения – глубиной когерентности излучения $a_{ChR} = 0.5\beta\lambda / \left(\beta \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \sin \Theta_{Ch} \cos \phi + \gamma^{-1} \operatorname{Im} \sqrt{1 + (\gamma\beta \sin \Theta_{Ch} \sin \phi)^2 \varepsilon(\omega)} \right)$, где γ – Лоренц-фактор частицы, Θ_{Ch} и ϕ – соответственно, полярный и азимутальный углы распространения черенковского излучения в среде.
3. Классическое условие распространения излучения Вавилова-Черенкова в общем случае наклонного пролёта заряженной частицы вблизи диэлектрических мишеней будет зависеть как от ориентации излучающего слоя относительно траектории частицы, так и от геометрических характеристик мишени. Например,

в случае пролёта заряженной частицы под углом α вблизи диэлектрического экрана направление распространения черенковского излучения в вакууме (характеризуется полярным углом излучения θ) будет определяться из условия $\left| \cos \alpha - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} + i\gamma^{-1} \sqrt{1 + (\gamma\beta \sin \theta \sin \phi)^2} \varepsilon(\omega) \sin \alpha \right| \rightarrow 0$, которое в случае нормального пролёта частицы ($\alpha = 0$) переходит в известное условие Вавилова-Черенкова, записанное в вакуумных переменных.

4. Излучение Вавилова-Черенкова в рентгеновском диапазоне частот может возникать и за пределами края поглощения вещества, что приводит к наличию спектральной дисперсии излучения. Основным условием возникновения черенковского излучения в рассматриваемой области спектра является выполнение критерия П.А. Черенкова.
5. Наличие у заряженных частиц собственного магнитного момента μ приводит, в зависимости от ориентации последнего, к возникновению гибридного излучения ($e\mu$ -излучение) при взаимодействии частицы с поглощающими средами, а также приводит к изменению поляризационных характеристик возникающего излучения.

Научная новизна представленных в диссертации результатов:

1. Разработана модель генерации поляризационного излучения, позволяющая определять характеристики излучения в присутствии внешних электромагнитных полей.
2. Впервые получены аналитические модели для расчёта спектрально-угловых характеристик поляризационного излучения, генерируемого заряженными частицами при их наклонном пролёте вблизи диэлектрических мишеней призматической формы, которые учитывают влияние конечных размеров мишени и диэлектрических свойств вещества (дисперсионные и поглощающие) на характеристики возникающего излучения.
3. В рамках макроскопического и микроскопического подходов теоретически показано, что за генерацию поляризационного излучения ответственны токи, возникающие в приповерхностных слоях диэлектрических мишеней (если частица пролетает вблизи мишени), а также в слоях вещества, наиболее близко расположенных к траектории заряженной частицы (при движении частицы в веществе). Размеры области поляризации вещества мишени определяются длиной d_{DR} и глубиной a_{ChR} когерентности, а также длиной поглощения d_{ChR} и эффективным радиусом затухания кулоновского поля частицы a_{DR} .
4. Детальный анализ свойств поляризационного излучения, возникающего в рентгеновском диапазоне частот, позволил установить, что излучение Вавилова-Черенкова может возникать за пределами краёв поглощения вещества, и как следствие, будет обладать спектральной дисперсией.

5. Впервые определены поляризационные характеристики черенковского излучения, возникающего при наклонном пролёте заряженной частицы вблизи диэлектрического экрана конечных размеров.
6. На основании обобщённого метода изображений в формализме В.Е. Пафомова установлено, что наличие собственного магнитного момента у заряженной частицы приводит к возникновению гибридного $e\mu$ -излучения в случае взаимодействия последней с непрозрачной средой при условии поперечной относительно импульса частицы ориентации магнитного момента.
7. Впервые показано, что при наклонном пролёте заряженных частиц, обладающих орбитальным угловым моментом, через идеально проводящую мишень возникает циркулярно поляризованная компонента переходного излучения.

Научная и практическая значимость представленных результатов определяется несколькими аспектами. Во-первых, полное систематическое изложение метода поляризационных токов, а также детальное исследование свойств поляризационного излучения от мишеней различной конфигурации, будут весьма полезны с академической точки зрения для широкого круга исследователей, в том числе студентов и аспирантов, при рассмотрении задач, связанных с генерацией, распространением и взаимодействием излучения с веществом. Во-вторых, представленные в работе результаты описывают новые закономерности генерации поляризационного излучения и позволяют обобщить результаты существующих теорий. Полученные закономерности послужат основой для дальнейшего развития метода поляризационных токов. Например, изложенный в первой главе метод, может быть использован для описания свойств поляризационного излучения, возникающего в средах с пространственной и частотной дисперсией, таких как метаматериалы и фотонные кристаллы. Более того, метод токов может быть обобщён для описания свойств параметрического рентгеновского и поляризационно-тормозного излучений. Результаты исследования воздействия внешних полей на характеристики поляризационного излучения будут способствовать не только созданию нестационарной теории излучений, но и позволят в полной мере понять природу эффектов внешней стимуляции излучения. В-третьих, выявленные особенности поляризационного излучения наиболее актуальны в сферах разработки и создания невозмущающих методов диагностики пучков современных ускорителей и новых источников электромагнитного излучения. Так, например, представленная во второй главе модель генерации поляризационного излучения во внешнем электромагнитном поле позволяет привлечь внимание к эффектам, возникающим за счёт наводки и накопления электрического заряда в диэлектрических мишенях, используемых для диагностики характеристик пучков ускорителей. Полученные в третьей главе результаты могут быть использованы для создания источников когерентного терагерцового излучения. Кроме того, выявленные особенности черенковского излучения, возникающего при наклонном пролёте заряженной частицы вблизи диэлектрической призмы, позволяют регулировать направление распространения излучения Вавилова-Черенкова

в вакууме без использования дополнительных оптических систем, что, в совокупности с бесконтактной (невозмущающей) природой данного эффекта, делает его весьма привлекательным для использования в диагностике параметров пучков современных ускорителей. Представленные в четвёртой главе результаты будут полезны при разработке источников излучения в мягком рентгеновском и ультрафиолетовом диапазонах частот, поскольку полученные результаты демонстрируют возможности увеличения выхода рентгеновского черенковского излучения и регулировки контраста между одновременно возникающими различными видами поляризационного излучения. Более того, развитые в данной главе модели позволяют определять все возможные характеристики поляризационного излучения, в том числе, и в других спектральных диапазонах. Разработанные в пятой главе модели генерации поляризационного излучения частицами, обладающими собственным магнитным моментом, могут быть использованы для создания поляриметров нового типа, которые основаны на обратном переходном излучении, а также для разработки схем диагностики пучков закрученных частиц. Отдельно заметим, что представленные в данной работе теоретические модели также позволяют определять по уже известным характеристикам излучения диэлектрические свойства веществ и материалов.

Степень достоверности полученных результатов обеспечивается, прежде всего, их аналитической формой, что позволило совершить предельные переходы к результатам, полученным авторами известных и авторитетных работ. Следующим, не менее важным, критерием достоверности полученных в диссертации результатов является разумное согласие большинства представленных выводов и положений работы с результатами экспериментальных исследований. Обнаруженные расхождения были в пределах применяемых допущений и не несли искажения физического смысла исследуемых процессов.

Апробация работы. Основные результаты работы обсуждались на семинарах Инновационной международной научно-образовательной лаборатории «Фотон» кафедры прикладной физики ТПУ (2011 – 2015 года), рабочем совещании в ЦЕРНе (CERN, Женева, Швейцария, 2013 год) и семинарах LUCX-группы японской Национальной лаборатории физики высоких энергий (High Energy Accelerator Research Organization, KEK, Tsukuba, Japan, 2014 год), а также докладывались на международных конференциях и симпозиумах:

- Международная конференция с элементами научной школы для молодёжи «Электромагнитное излучение в науке, промышленности, медицине», Звенигород, 2009 год;
- XVI Международная научно-практическая конференция студентов и молодых учёных «Современные техника и технологии», Томск, 2010 год;
- VII и X Международная конференция студентов и молодых учёных «Перспективы развития фундаментальных наук», Томск, 2010 и 2013 года;

- IX, X и XI International Symposium of «Radiation from Relativistic Electrons in Periodic Structures» («RREPS»), Egham, UK – 2011 год, Erevan, Armenia – 2013 год и Saint Petersburg, Russian Federation – 2015 год;
- XLV Школа ПИЯФ «Физика Конденсированного Состояния – 2011», Рощино, РАН, 2011 год;
- Круглый стол с элементами научной школы по итогам «Всероссийского конкурса научно-исследовательских работ студентов и аспирантов в области физических наук в рамках Всероссийского фестиваля науки», Томск, 2011 год;
- V и VI International Conference «Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena» («Channeling»), Alghero, Italy – 2012 год и Capri, Italy – 2014 год;
- 2^d «International Beam Instrumentation Conference» («IBIC 2013»), Oxford, UK, 2013 год;
- III Mini-workshop for Advanced Generation of THz and Compton X-ray beams «AGTaX» using compact electron accelerator, Moscow, Russian Federation – 2014 год.

Личный вклад. Автор принимал активное участие во всех этапах работы, начиная от постановки задач, создания математических моделей, проведения аналитических расчётов и компьютерного моделирования разработанных математических моделей, и, заканчивая анализом полученных результатов и их представлением научной общественности в виде докладов и публикаций. Все представленные в работе аналитические модели процессов генерации поляризованного излучения были получены лично соискателем, включая их компьютерную реализацию. Также автор внёс основной вклад в систематизацию и обобщение метода поляризованных токов. В частности, соискателем были описаны основные пределы применимости развиваемого в работе подхода, разрешены проблемы учёта поляризованных свойств излучения и влияния внешних полей.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 7 печатных изданиях [43, 46–51], 6 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК [43, 46, 48–51].

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и одного приложения. Полный объем диссертации составляет 134 страницы, включая 33 рисунка, 3 таблицы и список литературы, содержащий 184 наименования.

Глава 1

Метод токов в теории излучений

Ваша идея, конечно, безумна. Весь вопрос в том, достаточно ли она безумна, чтобы оказаться верной.

— Нильс Хенрик Давид Бор

Метод поляризационных токов берёт своё начало с работы М.И. Рязанова и И.С. Тилинина [52], в которой авторы рассматривали фокусировку переходного излучения искривлёнными мишенями. При этом в качестве источника излучения принимался ток, наводимый на поверхности мишени полем заряженной частицы. Однако стоит заметить, что наглядное физическое обоснование возникновения поляризационного излучения, собственно, как и сам термин были даны в работах М.Я. Амусья (см., например, [53] и ссылки в ней). Не обойдём вниманием работу Дж.Х. Браунелла и коллег [54], в которой авторы успешно применили метод токов для аналитического описания характеристик излучения Смита-Парселла, возникающего при пролёте электронного пучка вблизи металлической дифракционной решётки. Дальнейшее своё развитие метод получил в работах А.П. Потылицына и Д.В. Карловца [37, 38]. Так в работе [37] авторы обобщили подход Рязанова на диэлектрические структуры и показали возможность одновременной генерации дифракционного и черенковского излучений при пролёте заряженной частицы вблизи экрана конечной проводимости и конечных размеров. Впоследствии данное явление было экспериментально зарегистрировано при исследовании свойств когерентного поляризационного излучения, генерируемого пучком электронов, пролетающих вблизи диэлектрической призмы, в миллиметровом диапазоне длин волн [42]. Кроме того, метод поляризационных токов был успешно применён для описания свойств резонансного дифракционного излучения [38], также известного как излучение Смита-Парселла. Последующие исследования позволили обобщить метод для случая наклонного пролёта частицы вблизи диэлектрических мишеней конечных размеров [40, 43]. Отдельно следует отметить работы [55, 56], в которых авторы использовали метод поляризационных токов для квазиклассического описания характеристик переходного излучения закрученных электронов.

В данной главе, опираясь на базовые работы [36–40, 43, 45, 51, 52, 57], будут рассмотрены основные положения метода поляризационных токов, включая его обобщение на среды с частотной и пространственной дисперсией. Таким образом, представленный материал даёт возможность не только продемонстрировать простоту и эффективность метода, но и выявить его фундаментальные ограничения, а также слабые стороны. Последнее наиболее важно, по-

скольку, с одной стороны, знание пределов применимости теории позволяет избегать целого ряда ошибок при использовании моделей, полученных на её базе, а с другой – слабые стороны теории определяют путь для её дальнейшего совершенствования.

1.1 К вопросу учёта пространственной дисперсии

Прежде чем приступить к рассмотрению основных положений метода поляризационных токов, разберём два ключевых вопроса: что из себя представляет пространственная дисперсия и при каких условиях её необходимо учитывать. На сегодняшний день теория поляризационного излучения хорошо описывает явления, в которых важен учёт лишь частотной дисперсии диэлектрической проницаемости. Однако, в ряде задач, связанных главным образом с физикой плазмы, весьма важным становится учёт, наряду с частотной, также и пространственной дисперсии. Сегодня этот интерес в первую очередь обусловлен развитием теории плазменных ускорителей [58–63], в которых электроны ускоряются, двигаясь «на гребне» быстро распространяющихся возмущений плотности плазменных зарядов, т.н. кильватерных волн. Кильватерные волны в плазме возбуждаются с помощью импульсов лазерного излучения.

Наличие пространственной дисперсии приводит к появлению нелокальности связи между векторами индукции $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ и напряженности поля $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$. Математически это обстоятельство описывается интегральной зависимостью между полем и индукцией [64]:

$$D_i(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int d\mathbf{r}' \hat{\varepsilon}_{ij}(t, t', \mathbf{r}, \mathbf{r}') E_j(\mathbf{r}', t'). \quad (1.1)$$

Здесь и далее по повторяющимся индексам подразумевается суммирование.

Физический смысл выражения (1.1) состоит в том, что реакция среды на внешнее поле \mathbf{E} в точке \mathbf{r} в момент времени t может зависеть от значения поля в другие моменты времени и не только в данной точке, что приводит к появлению ряда новых эффектов, в частности, к возникновению дополнительных волн.

Для процессов, однородных в пространстве и времени, оператор $\hat{\varepsilon}$ зависит только от разностей $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$, $t - t'$. В этом случае нелокальную связь между полем и индукцией можно заменить локальной между их Фурье-компонентами, т.е.

$$D_i(\mathbf{k}, \omega) = \varepsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega) E_j(\mathbf{k}, \omega). \quad (1.2)$$

Зависимость тензора диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$ от волнового вектора \mathbf{k} и частоты ω называется соответственно пространственной и частотной дисперсией.

Если среда не только изотропна, но и обладает центром инверсии (т.е. инвариантна относительно инверсии пространственных осей), то тензор $\varepsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$ может быть составлен из компонент вектора \mathbf{k} и единичного тензора δ_{ij} . В самом общем случае такой тензор записывается в виде [65]:

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{k_i k_j}{k^2} \varepsilon_l(\mathbf{k}, \omega) + \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \varepsilon_t(\mathbf{k}, \omega), \quad (1.3)$$

где $\varepsilon_l(\mathbf{k}, \omega)$ и $\varepsilon_t(\mathbf{k}, \omega)$ – некоторые функции абсолютного значения волнового вектора k и частоты ω , называемые продольной и поперечной диэлектрической проницаемостью соответственно.

Существенно заметить, что наличие пространственной дисперсии обусловлено не только магнитными, но и диэлектрическими свойствами среды. Это является следствием связи компонент диэлектрической ε_l , ε_t и магнитной проницаемости среды μ (см., например, [66]):

$$\mu^{-1}(\mathbf{k}, \omega) = 1 + \left(\frac{\omega}{ck}\right)^2 (\varepsilon_l(\mathbf{k}, \omega) - \varepsilon_t(\mathbf{k}, \omega)). \quad (1.4)$$

Из уравнения (1.4) следует, что при равенстве продольной и поперечной диэлектрической проницаемости среда является немагнитной (магнитная проницаемость равна единице). Однако, при этом пространственная дисперсия не исчезает. В последнем несложно убедиться, если воспользоваться симметричным представлением [67]:

$$\varepsilon_t(\mathbf{k}, \omega) = \varepsilon(\omega) + [a(\omega) + b(\omega)] k^2, \quad (1.5)$$

$$\varepsilon_l(\mathbf{k}, \omega) = \varepsilon(\omega) + a(\omega) k^2. \quad (1.6)$$

Здесь $a(\omega)$ и $b(\omega)$ – параметры отклика. Параметр $b(\omega)$ определяет пространственную дисперсию, обусловленную магнитным откликом вещества, и связан с магнитной проницаемостью посредством выражений (1.4) – (1.6):

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 b(\omega) = 1 - \mu^{-1}(\mathbf{k}, \omega). \quad (1.7)$$

В свою очередь параметр $a(\omega)$ характеризует пространственную дисперсию, вызванную электрическим откликом вещества. Оба указанных отклика одинаково влияют на пространственную дисперсию поперечных волн, в то время как дисперсия продольных волн зависит только от электрического отклика вещества.

В большинстве случаев пространственная дисперсия играет меньшую роль, чем частотная. Это связано с тем, что для диэлектрических сред ядро интегрального оператора $\hat{\varepsilon}$ довольно быстро убывает уже на расстояниях порядка $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, больших только по сравнению с атомными размерами a_0 . Между тем макроскопические поля, усредненные по физически бесконечно малым объемам должны слабо меняться на расстояниях порядка a_0 . Тогда в первом приближении можно вынести $\mathbf{E}(\mathbf{r}') \approx \mathbf{E}(\mathbf{r})$ из под знака интеграла, что приводит к случаю частотной дисперсии. Таким образом, пространственная дисперсия может проявиться лишь как малая поправка, но эта поправка приводит к качественно новым явлениям.

Другая ситуация возникает в неоднородных проводящих средах (кристаллы, растворы электролитов, плазма), в которых движение свободных носителей тока приводит к нелокальности на расстояниях, превосходящих характерные атомные размеры. В таких случаях существенная пространственная дисперсия имеет место уже в рамках макроскопической теории.

К настоящему времени опубликовано небольшое количество работ, посвященное влиянию пространственной дисперсии на характеристики различных видов излучения. В частности

в обзоре [68] рассматривается черенковское излучение, а в работах [19, 64] – переходное излучение для сред с пространственной дисперсией. Таким образом, исследования в данной области являются весьма актуальными и многообещающими.

1.2 Метод поляризационных токов для сред с пространственной и частотной дисперсией

Рассмотрим основные положения метода поляризационных токов на примере задачи о нахождении поля поляризационного излучения в среде, обладающей пространственной и частотной дисперсией диэлектрической проницаемости. Для этого запишем систему уравнений Максвелла с поляризационным током в правой части:

$$i \left[\mathbf{k} \times \mathbf{H}^{pol}(\mathbf{k}, \omega) \right] = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}^{pol}(\mathbf{k}, \omega) - i \frac{\omega}{c} \mathbf{E}^{pol}(\mathbf{k}, \omega), \quad (1.8)$$

$$\left[\mathbf{k} \times \mathbf{E}^{pol}(\mathbf{k}, \omega) \right] = \frac{\omega}{c} \mathbf{H}^{pol}(\mathbf{k}, \omega), \quad (1.9)$$

$$i \left(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}^{pol}(\mathbf{k}, \omega) \right) = 4\pi \rho^{pol}(\mathbf{k}, \omega), \quad (1.10)$$

$$\left(\mathbf{k} \cdot \mathbf{H}^{pol}(\mathbf{k}, \omega) \right) = 0. \quad (1.11)$$

Для определения напряжённости магнитного поля поляризационного излучения $\mathbf{H}^{pol}(\mathbf{k}, \omega)$ необходимо обе части уравнения (1.8) векторно домножить слева на \mathbf{k} и, используя связь полей (1.9), выразить интересующее нас магнитное поле. Впоследствии полученное выражение можно упростить, расписав двойное векторное произведение с учётом формулы (1.11). Применяя аналогичный подход к соотношению (1.9) и используя в качестве уравнения связи (1.8), несложно получить выражение для напряжённости электрического поля поляризационного излучения $\mathbf{E}^{pol}(\mathbf{k}, \omega)$. Таким образом, разрешая данную систему относительно $\mathbf{E}^{pol}(\mathbf{k}, \omega)$ и $\mathbf{H}^{pol}(\mathbf{k}, \omega)$, получим следующие уравнения:

$$\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \mathbf{H}^{pol}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{4\pi i}{c} \left[\mathbf{k} \times \mathbf{j}^{pol}(\mathbf{k}, \omega) \right], \quad (1.12)$$

$$\left(\delta_{ij} \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) - k_i k_j \right) E_j^{pol}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{4\pi i \omega}{c^2} j_i^{pol}(\mathbf{k}, \omega). \quad (1.13)$$

При движении частицы в среде или вблизи неё собственное поле рассматриваемой частицы поляризует атомы и молекулы вещества среды, в результате возникает поле поляризационного излучения, которое, распространяясь в материале мишени, так же приводит к вторичной поляризации [39]. По этой причине плотность поляризационного тока будет линейно зависеть как от внешнего поля (вызвавшего первичную поляризацию), так и от поля поляризационного излучения (являющегося источником вторичной поляризации):

$$j_i^{pol}(\mathbf{k}, \omega) = \sigma_{ij}(\mathbf{k}, \omega) \left(E_j^0(\mathbf{k}, \omega) + E_j^{pol}(\mathbf{k}, \omega) \right), \quad (1.14)$$

где $E_j^0(\mathbf{k}, \omega)$, $E_j^{pol}(\mathbf{k}, \omega)$ – соответственно Фурье-образ поля внешнего источника (например, равномерно и прямолинейно движущегося заряда) и поля токов, индуцированное в веществе.

Обозначая $j_i^0(\mathbf{k}, \omega) = \sigma_{ij}(\mathbf{k}, \omega)E_j^0(\mathbf{k}, \omega)$ плотность тока внешних источников и учитывая связь проводимости и диэлектрической проницаемости среды:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{i\omega}{4\pi} \left(\varepsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega) - \delta_{ij} \right), \quad (1.15)$$

перепишем выражения для плотности поляризованного тока (1.14) в следующем виде:

$$j_i^{pol}(\mathbf{k}, \omega) = j_i^0(\mathbf{k}, \omega) - \frac{i\omega}{4\pi} \left(\varepsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega) - \delta_{ij} \right) E_j^{pol}(\mathbf{k}, \omega). \quad (1.16)$$

Заметим, что диэлектрическая проницаемость в самом общем случае является комплексной величиной [69]:

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = \varepsilon'_{ij}(\mathbf{k}, \omega) \pm i\varepsilon''_{ij}(\mathbf{k}, \omega), \quad (1.17)$$

где реальная часть диэлектрической проницаемости $\varepsilon'_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$ описывает дисперсионные свойства среды, в то время как мнимая $\varepsilon''_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$ – абсорбционные (поглощающие). При этом выбор знака в формуле (1.17) будет обусловлен используемой формой представления плоско волнового решения уравнений Максвелла $\propto \exp[i(\pm \mathbf{k}\mathbf{r} \mp \omega t)]$. Более подробное рассмотрение вопроса о неоднозначности в выборе знака между компонентами диэлектрической проницаемости приведено в разделе 4.1 на примере модели Хэнке.

Далее, разложим Фурье-образ поля $\mathbf{E}^{pol}(\mathbf{k}, \omega)$ на компоненты относительно волнового вектора:

$$\mathbf{E}^{pol}(\mathbf{k}, \omega) = \mathbf{E}_{\parallel}^{pol}(\mathbf{k}, \omega) + \mathbf{E}_{\perp}^{pol}(\mathbf{k}, \omega). \quad (1.18)$$

Используя формулу (1.3) с учётом представления (1.18), преобразуем выражение (1.16) к виду:

$$\mathbf{j}^{pol}(\mathbf{k}, \omega) = \mathbf{j}^0(\mathbf{k}, \omega) - \frac{i\omega}{4\pi} \left[\left(\varepsilon_{\parallel}(\mathbf{k}, \omega) - 1 \right) \mathbf{E}_{\parallel}^{pol}(\mathbf{k}, \omega) + \left(\varepsilon_{\perp}(\mathbf{k}, \omega) - 1 \right) \mathbf{E}_{\perp}^{pol}(\mathbf{k}, \omega) \right]. \quad (1.19)$$

Подставляя выражение (1.19) в (1.12) и используя связь полей (1.9), получим уравнение для определения Фурье-образа поля поляризованного излучения в среде:

$$\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_t(\mathbf{k}, \omega) \right) \mathbf{H}^{pol}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{4\pi i}{c} \left[\mathbf{k} \times \mathbf{j}^0(\mathbf{k}, \omega) \right]. \quad (1.20)$$

Уравнение (1.20) совпадает с выражением для поля излучения в среде, полученным в [37] с той лишь разницей, что вместо $\varepsilon(\omega)$ используется $\varepsilon_t(\mathbf{k}, \omega)$. Следует заметить, что полученное уравнение содержит только плотность тока внешнего источника $\mathbf{j}^0(\mathbf{k}, \omega)$ и явно не зависит от второго слагаемого формулы (1.16). Однако, детальное сравнение уравнений (1.12) и (1.20) позволяет сделать вывод, что появление поляризованного тока в среде за счёт поля внешнего источника (заряженной частицы) приводит к перенормировке поля, действующего на каждый атом и молекулу вещества [39]. Математический процесс такой перенормировки будет формально выражаться в соответствующей замене вакуумного волнового числа ω/c и плотности поляризованного тока $\mathbf{j}^{pol}(\mathbf{k}, \omega)$ на волновое число для рассматриваемой среды $\omega/c\sqrt{\varepsilon_t(\mathbf{k}, \omega)}$ и плотности тока внешнего источника $\mathbf{j}^0(\mathbf{k}, \omega)$. Таким образом, используемый

подход избавляет от необходимости решения уравнения (1.16), которое можно найти методом последовательных итераций (приближений), разлагая указанное уравнение по малому параметру. Последнее возможно только в высокочастотном пределе, когда диэлектрическая проницаемость среды слабо отличается от единицы и может выступать в качестве малого параметра [52, 70–72].

Переходя в (1.20) к координатному представлению, получим следующее уравнение, определяющее поле поляризационного излучения поперечных волн в среде:

$$\Delta \mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \int \varepsilon_t(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{H}^{pol}(\mathbf{k}, \omega) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d^3k = -\frac{4\pi}{c} \text{rot } \mathbf{j}^0(\mathbf{r}, \omega). \quad (1.21)$$

Решение данного уравнения в волновой зоне (зона Фраунгофера) даёт поле поляризационного излучения, испущенного атомами и молекулами вещества под воздействием поля частицы, в результате, так называемых, далёких столкновений, когда потери энергии частицей пренебрежимо малы по сравнению с её полной энергией.

Так как для поперечных волн в рассматриваемых средах дисперсионное уравнение имеет аналогичный вид, что и для обычных сред, то волновой вектор выражается следующим образом:

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_t(\mathbf{k}, \omega)} \mathbf{e}, \quad (1.22)$$

где $\mathbf{e} = \mathbf{r}/r$ – единичный вектор в направлении наблюдения.

Это обстоятельство позволяет использовать известную схему расчёта спектрально-угловой плотности поляризационного излучения [38].

Для нахождения поля излучения в вакууме нельзя напрямую использовать законы преломления Френеля, поскольку, для хороших проводников излучающие диполи сосредоточены вблизи поверхности раздела, а поле вблизи поверхности не соответствует волновой зоне. Для данных целей можно использовать теорему взаимности [65] и рассматривать задачу о нахождении поля поляризационного излучения в вакууме от мишени заданного профиля как процесс преломления сферической волны на границе мишени:

$$\left| \mathbf{E}^{pol(vac)}(\mathbf{r}, \omega) \right| = \left| \frac{\sin \Theta}{\sin \theta} \mathbf{E}^{pol(m)}(\mathbf{r}, \omega) \right| = \left| \frac{\mathbf{E}^{pol(m)}(\mathbf{r}, \omega)}{\sqrt{\varepsilon_t(\mathbf{r}, \omega)}} \right| = \frac{1}{|\varepsilon_t(\mathbf{r}, \omega)|^2} \left| \mathbf{H}^{pol(m)}(\mathbf{r}, \omega) \right|, \quad (1.23)$$

где $\mathbf{E}^{pol(vac)}(\mathbf{r}, \omega)$ – искомое поле излучения в вакууме, создаваемое диполем, расположенным в среде, $\mathbf{E}^{pol(m)}(\mathbf{r}, \omega)$ – поле излучения в среде, создаваемое таким же диполем, но расположенным в вакууме на значительном отдалении от границы раздела. Для связи «вакуумного» угла Θ и угла в среде θ в выражении (1.23) использован закон Снеллиуса. Также при формулировке теоремы взаимности (1.23) учтена связь напряженности электрического и магнитного полей в вакууме для сферической волны:

$$\left| \mathbf{E}^{pol(m)}(\mathbf{r}, \omega) \right| = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_t(\mathbf{r}, \omega)}} \left| \mathbf{H}^{pol(m)}(\mathbf{r}, \omega) \right|. \quad (1.24)$$

Следует заметить, что применение теоремы взаимности (1.23) даёт лишь абсолютное значение напряжённости поля поляризационного излучения в вакууме $\left| \mathbf{E}^{pol(vac)}(\mathbf{r}, \omega) \right|$, таким образом, решая поставленную задачу. Однако, найденное решение накладывает существенное

ограничение на его применение, а именно возможность определения только спектрально-угловой плотности излученной энергии. При этом полученное решение не содержит информацию о поляризационных характеристиках излучения. Кроме того, абсолютное значение поля не даёт возможности учесть в расчётах часто используемые в реальных экспериментальных установках элементы для фокусировки и сбора излучения (системы линз, телескопы, зонные пластинки) и, как следствие, вычислить свёртку поля поляризационного излучения с аппаратной функцией оптической системы (point spread function). Последняя процедура нашла широкое применение в диагностике пучков заряженных частиц, т.к. она позволяет с хорошей точностью восстановить профиль и поперечные размеры пучка по полученным изображениям на детекторе [73–76]. Однако, отмеченный недостаток метода поляризационных токов может быть легко устранён в высокочастотном пределе, когда справедливо эйкональное приближение [36, 70–72], также известное в литературе как приближение геометрической оптики или приближение Венцеля-Крамерса-Бриллюэна (ВКБ-приближение) [77]. В пределе высоких частот, в силу малого отличия коэффициентов Френеля от единицы, можно пренебречь отражением и преломлением излучения на поверхности мишени, при этом сделав допущение, что выход излучения из мишени сложной формы, т.е. через поверхности, чья конфигурация и, возможно, оптические свойства, далеки от оптических свойств плоскости, аппроксимируется формулами Френеля. Поэтому в эйкональном приближении предполагается прямолинейное распространение излучения от точек генерации внутри мишени с действительным волновым вектором $\omega/c\sqrt{\varepsilon_t(\mathbf{k}, \omega)}\mathbf{e}$ и далее прямолинейное распространение от поверхности до точки наблюдения в виде плоской волны с волновым вектором $\omega\mathbf{e}/c$. В этом случае отпадает необходимость использовать теорему взаимности (1.23), а поле поляризационного излучения в вакууме будет определяться решением уравнения (1.20). Справедливость такого подхода для метода поляризационных токов впервые была показана в работе [45] при исследовании свойств дифракционного излучения в предельном переходе к высоким частотам.

Для нахождения электрического поля в вакууме в случае, когда поле падающей на границу раздела волны определяется формулой (1.23), необходимо напряжённость магнитного поля в среде разложить на компоненты относительно плоскости падения волны:

$$\left| \mathbf{H}^{pol(m)}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 = \left| H_{\parallel}^{pol(m)}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 + \left| H_{\perp}^{pol(m)}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2. \quad (1.25)$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{aligned} \left| H_{\parallel}^{pol(m)}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 &= \left| \sqrt{\varepsilon_t(\mathbf{r}, \omega)} f_E \right|^2 \left| H_{\parallel}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2, & \left| H_{\perp}^{pol(m)}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 &= \left| f_H \right|^2 \left| H_{\perp}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2, \\ H_{\parallel}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) &= \sqrt{\left(H_z^{pol} \right)^2 + \left(H_x^{pol} \sin \phi + H_y^{pol} \cos \phi \right)^2}, & & \\ H_{\perp}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) &= H_x^{pol} \cos \phi - H_y^{pol} \sin \phi \end{aligned} \quad (1.26)$$

– описывающие компоненты магнитного поля (1.21), перпендикулярную и параллельную плоскости падения волны на границу раздела. Явный вид коэффициентов f_E и f_H , входящих

в уравнения (1.26), будет определяться по формулам Френеля согласно выбранной геометрии мишени и условиям вывода излучения.

Следовательно, выражение для напряженности электрического поля поляризационного излучения в вакууме примет вид:

$$\left| \mathbf{E}^{pol(vac)}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 = \frac{1}{|\varepsilon_t(\mathbf{r}, \omega)|^2} \left(\left| \sqrt{\varepsilon_t(\mathbf{r}, \omega)} f_E \right|^2 \left| H_{\parallel}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 + \left| f_H \right|^2 \left| H_{\perp}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 \right). \quad (1.27)$$

Используя выражение (1.27), несложно определить спектрально-угловую плотность поляризационного излучения в вакууме:

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = cr^2 \left| \mathbf{E}^{pol(vac)}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2. \quad (1.28)$$

Для проведения конкретных расчётов по формуле (1.28) необходимо выбрать модель вещества рассматриваемой мишени и задать её геометрические характеристики. Затем с помощью законов Снеллиуса выразить углы излучения в среде (Θ, ϕ) через углы в вакууме (θ, ϕ) . Заметим, что в процессе преломления излучения азимутальный угол ϕ для исследуемых в данной работе конфигураций мишени не будет менять своего значения.

Перейдём к рассмотрению продольных волн, возникающих в среде вследствие пространственной дисперсии. Подстановка (1.19) в (1.13) даёт следующее уравнение:

$$\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_t(\mathbf{k}, \omega) \right) \mathbf{E}_{\perp}^{pol}(\mathbf{k}, \omega) - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_l(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{E}_{\parallel}^{pol}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{4\pi i \omega}{c^2} \mathbf{j}^0(\mathbf{k}, \omega). \quad (1.29)$$

Однако, в этом случае уравнение (1.29) не совсем удобно для использования, так как в него входят как поперечная, так и продольная составляющая электрического поля. Вместо этого рассмотрим уравнение (1.10), которое определяет продольное поле поляризационного излучения в среде. Для того чтобы найти связь плотности заряда $\rho^{pol}(\mathbf{r}, \omega)$ с плотностью тока $\mathbf{j}^{pol}(\mathbf{r}, \omega)$ воспользуемся уравнением непрерывности:

$$\operatorname{div} \mathbf{j}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) + \frac{\partial \rho^{pol}(\mathbf{r}, \omega)}{\partial t} = 0. \quad (1.30)$$

Переходя в (1.30) от координатного представления к импульсному и используя формулу (1.19), получим из (1.10) следующее уравнение для определения поля излучения продольных волн в среде:

$$\int \varepsilon_l(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{E}^{pol}(\mathbf{k}, \omega) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d^3 k = \frac{4\pi}{i\omega} \mathbf{j}^0(\mathbf{r}, \omega). \quad (1.31)$$

В случае продольных волн, закон дисперсии имеет вид [68]:

$$\varepsilon_l(\mathbf{k}, \omega) = 0, \quad (1.32)$$

что не позволяет использовать известные алгоритмы расчёта излученной энергии. Для проведения дальнейших расчётов необходимо конкретизировать модель среды.

Полученные выражения решают формальную сторону задачи. Для определения спектрально-угловой плотности излученной энергии поляризационного излучения необходимо решить уравнения (1.21) и (1.31) для конкретной модели среды (т.е. необходимо выписать

явный вид функций $\varepsilon_l(\mathbf{k}, \omega)$ и $\varepsilon_t(\mathbf{k}, \omega)$), а дальше воспользоваться схемой расчёта для поперечных волн, описанной ранее. Для большинства сред явный вид функций диэлектрической проницаемости весьма нетривиален. Очевидно, что в таком случае не удаётся выписать точных аналитических решений для уравнений поля, поэтому, для конкретных расчётов необходимо использовать любой стандартный пакет символьных вычислений.

1.3 Определение поляризационных характеристик излучения в методе токов

Для полного и корректного описания свойств любого электромагнитного излучения необходимо знать три его основные характеристики: спектр, интенсивность и поляризация. Как было показано в разделе 1.2 при заданной длине волны определение интенсивности поляризационного излучения в методе токов не составляет особого труда, но применение теоремы взаимности (1.23) затрудняет получение информации о поляризационных характеристиках излучения. Причиной этому является потеря информации о разности фаз между компонентами волн, поляризованных в плоскости падения и ортогонально ей. В ряде случаев (см. комментарий к формуле (1.23)) данный недостаток может быть легко устранён, что позволяет определить недостающую характеристику одним из известных методов [78]: сфера Пуанкаре, параметры Стокса, методы вектора Джонса и матриц Мюллера. Однако, информацию о поляризации излучения можно получить и в самом общем случае. Для этих целей в данном разделе предложены два простых подхода к определению поляризационных характеристик излучения. Первый метод подходит только для качественной оценки поляризации и базируется на анализе соотношения компонент спектрально-углового распределения плотности излученной энергии. Второй метод основан на базовых оптических принципах и подходе Стокса, который позволяет с помощью четырёх параметров наиболее точно описать все поляризационные характеристики излучения. Поскольку в современной литературе принято приводить описание поляризации излучения в конвенции векторов напряжённости электрического поля, то здесь и далее, во избежании путаницы, изложение указанных подходов будет проводиться согласно общепринятой концепции.

1.3.1 Качественная оценка поляризации

Одним из самых простых и быстрых способов качественной оценки поляризации является применение интерпретации векторов Джонса [78] к спектрально-угловой плотности излученной энергии (1.28). Суть данного подхода заключается в том, что у большинства известных форм поляризации существует прямая связь с соотношением компонент напряжённости полей, поляризованных в плоскости падения E_{\parallel} и перпендикулярно ей E_{\perp} . Поэтому, оценив соотношение амплитуд напряжённости поля, можно определить из теории Джонса какая

форма поляризации будет преобладать в излучении. Для удобства читателя, основные следствия метода Джонса о зависимости формы поляризации от соотношения амплитуд напряжённости полей излучения, приведены в таблице 1 приложения 5.3.

Явный вид искомых компонент поля несложно установить из формулы (1.27) и свойства поперечности электромагнитной волны:

$$\left| \mathbf{E}^{pol(vac)}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 = \left| E_{\parallel}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 + \left| E_{\perp}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2. \quad (1.33)$$

Здесь компоненты напряжённости электрического поля, с точностью до общего множителя, определяются из уравнений:

$$E_{\parallel}(\mathbf{r}, \omega) \propto \frac{f_H}{\varepsilon_t(\mathbf{r}, \omega)} H_{\perp}^{pol}(\mathbf{r}, \omega), \quad E_{\perp}(\mathbf{r}, \omega) \propto -\frac{f_E}{\sqrt{\varepsilon_t(\mathbf{r}, \omega)}} H_{\parallel}^{pol}(\mathbf{r}, \omega). \quad (1.34)$$

Таким образом, задача об определении формы поляризации излучения, сводится к вычислению отношения компонент напряжённости электрического поля (1.34) и сравнению полученного результата со значениями, полученными в рамках теории Джонса.

1.3.2 Параметры Стокса

Наиболее эффективным и информативным способом определения поляризационных характеристик излучения является расчёт параметров Стокса [78], которые представляют собой совокупность четырёх вещественных величин, полностью характеризующих интенсивность и поляризацию излучения. Преимущество данного подхода заключается в том, что он позволяет не только определить форму поляризации излучения, но и степень её вклада в совокупное излучение (степень поляризации). По этой причине, рассматриваемый подход применим для описания полностью поляризованного, частично поляризованного или неполяризованного излучения. Кроме того метод Стокса работает вне зависимости от степени монохроматичности излучения.

Согласно подходу Стокса, для исчерпывающего описания поляризационных характеристик излучения необходимо определить четыре параметра, имеющие размерность интенсивности. Запишем их в наиболее удобном для практического использования виде [79]:

$$S_0 = E_1^* E_1 + E_2 E_2^*, \quad (1.35)$$

$$S_1 = E_1^* E_1 - E_2 E_2^*, \quad (1.36)$$

$$S_2 = E_1^* E_2 + E_1 E_2^*, \quad (1.37)$$

$$S_3 = i(E_1^* E_2 - E_1 E_2^*). \quad (1.38)$$

Здесь E_1 и E_2 – компоненты напряжённости электрического поля, ортогональные направлению распространения излучения. Символ астериска означает комплексное сопряжение.

Параметр S_0 описывает интенсивность излучения, в то время как оставшиеся три параметра характеризуют его степень поляризации. Так параметр S_1 соответствует линейной

поляризации вдоль оси, определяемой орт-вектором \mathbf{e}_1 , S_2 – параметр линейной поляризации под углом $\pm 45^\circ$ к указанной оси, S_3 – параметр циркулярной поляризации. Следует заметить, что в современной литературе принято использование нормированных или приведённых параметров Стокса:

$$\xi_i = \frac{S_i}{S_0}, \quad (1.39)$$

где индекс принимает значения $i = 1, 2, 3$.

Для определения компонент поля E_1 и E_2 , входящих в уравнения (1.35) – (1.38), введём систему поляризационных ортов [80]:

$$\mathbf{e}_1 = \frac{[\mathbf{e} \times \mathbf{n}]}{||[\mathbf{e} \times \mathbf{n}]||}, \quad \mathbf{e}_2 = [\mathbf{e} \times \mathbf{e}_1]. \quad (1.40)$$

Здесь \mathbf{e} – единичный вектор вдоль направления распространения излучения, \mathbf{n} – единичный вектор нормали к поверхности мишени.

В таком случае, компоненты вектора напряжённости поля поляризационного излучения в системе координат, характеризуемой орт-векторами (1.40), будут определяться согласно следующим уравнениям:

$$E_1 = (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{E}^{pol}(\mathbf{r}, \omega)), \quad E_2 = (\mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{E}^{pol}(\mathbf{r}, \omega)), \quad E_3 = (\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}^{pol}(\mathbf{r}, \omega)) = 0. \quad (1.41)$$

При этом, входящая в выражения (1.41), напряжённость электрического поля поляризационного излучения $\mathbf{E}^{pol}(\mathbf{r}, \omega)$ связана с магнитной напряжённостью поля $\mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega)$ известным соотношением [25]:

$$\mathbf{E}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_t(\mathbf{r}, \omega)}} [\mathbf{e} \times \mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega)], \quad \mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = \sqrt{\varepsilon_t(\mathbf{r}, \omega)} [\mathbf{e} \times \mathbf{E}^{pol}(\mathbf{r}, \omega)]. \quad (1.42)$$

Таким образом, для вычисления поляризационных характеристик излучения в среде с помощью формул (1.35) – (1.38), необходимо определить из уравнения (1.20) напряжённость магнитного поля $\mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega)$, а затем, используя соотношения (1.41) и (1.42), представить напряжённость поля $\mathbf{E}^{pol}(\mathbf{r}, \omega)$ в виде двух ортогональных компонент. Следует отметить, что полученный результат будет также описывать поляризационные характеристики излучения, вышедшего в вакуум, в пределе высоких частот, когда справедливо эйкональное приближение, и влиянием отражения и преломления излучения на границах мишени можно пренебречь. В остальных случаях следует принять во внимание эффекты отражения и преломления излучения при его выходе из материала мишени в вакуум. Для этого необходимо полученные компоненты поля $E_1 \equiv E_\perp(\mathbf{r}, \omega)$ и $E_2 \equiv E_\parallel(\mathbf{r}, \omega)$ домножить на соответствующие коэффициенты Френеля f_E и f_H , с помощью закона Снеллиуса выразить углы излучения в среде (Θ, ϕ) через углы в вакууме (θ, ϕ) , а также учесть связь напряжённости полей (1.23). Итоговый результат будет соответствовать формуле (1.34), полученной в предыдущем подразделе из общих соображений.

Параметры Стокса позволяют определить разность фаз, возникающих между компонентами полей E_1 и E_2 . С этой целью представим параметры S_2 и S_3 в следующем виде [78]:

$$S_2 = 2E_1E_2 \cos \delta, \quad (1.43)$$

$$S_3 = 2E_1E_2 \sin \delta, \quad (1.44)$$

где δ – искомая разность фаз между компонентами поля, поляризованного в плоскости падения E_2 и перпендикулярно ей E_1 .

Следовательно, разность фаз δ можно вычислить, поделив выражение (1.44) на (1.43) и подставив явный вид параметров S_2 , S_3 из формул (1.37) и (1.38). В таком случае, разность фаз будет определяться следующим соотношением:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{S_3}{S_2} = i \frac{E_1^* E_2 - E_1 E_2^*}{E_1^* E_2 + E_1 E_2^*}. \quad (1.45)$$

Следует заметить, что разность фаз δ не меняется в процессе преломления излучения на границе раздела мишень – вакуум [25]. Поэтому степень поляризации излучения также можно вычислить, определив разность фаз δ для излучения внутри материала мишени и абсолютные значения компонент напряжённости электрического поля в вакууме.

Таким образом, применение подхода Стокса позволяет полностью описать интенсивность, поляризационные характеристики и фазовые соотношения полей рассматриваемого излучения. Для удобства читателя, все необходимые следствия из теории Стокса приведены в таблице 1 приложения 5.3.

1.4 Пределы применимости метода поляризационных токов

Как и любой другой инструмент, теория имеет свои условия применимости, и метод поляризационных токов не является исключением из данного правила. Метод поляризационных токов основывается на макроскопических уравнениях Максвелла. По этой причине данный метод должен удовлетворять пределам применимости макроскопического подхода классической электродинамики. Наиболее полно пределы применимости макроскопического подхода в теории излучений были сформулированы в работе [81]. Рассматривая переходное излучение как процесс отражения и преломления собственного поля заряда, движущегося от поверхности раздела двух сред, перпендикулярной оси z , со скоростью $\mathbf{v} = \{v_x; v_y; v_z\}$, автор работы [81] показал, что из условий сохранения частоты поля и тангенциальных к плоскости раздела компонент волнового вектора следуют два критерия применимости макроскопического подхода:

$$ka_0 \ll 1, \quad (1.46)$$

$$\left(\omega - k_x v_x - k_y v_y \right) \frac{a_0}{v_z} \ll 1. \quad (1.47)$$

Условие малости волнового вектора \mathbf{k} излученной волны по сравнению с обратным межатомным расстоянием a_0^{-1} (1.46) является основным. Однако, нарушение условия (1.47) даже при соблюдении (1.46) делает макроскопическое рассмотрение некорректным. Последнее возможно в случаях, когда компонента скорости v_z в направлении движения частицы мала,

т.е. при нерелятивистских энергиях или при условии скользящего пролёта (вектор скорости частицы практически параллелен плоскости мишени).

Следующее ограничение является прямым следствием использования уравнения (1.14), которое, по своей сути, отражает закон Ома в дифференциальной форме. Несмотря на то, что закон Ома может быть получен из уравнений Максвелла для среды, характеризуемой диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega)$, он является эмпирическим [82], а не фундаментальным физическим законом. По этой причине, он в ряде случаев может нарушаться [83, 84]:

- Для веществ, обладающих свойством сверхпроводимости, при низких температурах.
- В проводниках и диэлектриках при приложении к ним высоких температур.
- В сильных электрических и магнитных полях и полях высокой частоты.
- Для плазменных, газообразных и неоднородных сред, где $\varepsilon(\mathbf{k}, \omega)$ является тензором.

В указанных выше случаях внешнее воздействие (изменение температуры, давления, приложение полей) на мишень может привести к изменению макроскопических свойств вещества за счёт различного рода процессов (изменение числа носителей тока, появление эффектов инертности, пробой и разряды), и, как следствие, к нарушению линейной зависимости плотности поляризованного тока \mathbf{j}^{pol} от напряжённости электрического поля $\mathbf{E} = \mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^{pol}$.

Не менее важным ограничением развиваемого в данной работе метода является использование формул Френеля при определении плотности излученной энергии в вакуум. Поскольку последние были получены в предположении идеальной, ровной поверхности без шероховатостей, то полученные в рамках метода результаты справедливы, естественно, лишь для сред, обладающих резкими границами. На практике реальные поверхности мишени всегда оказываются размытыми на некоторую величину t_d , поэтому для применения метода токов к таким мишеням необходимо, чтобы толщина границы поверхности мишени была значительно меньше длины волны рассматриваемого излучения [85]:

$$t_d \ll \lambda. \quad (1.48)$$

Если условие (1.48) выполняется, то границы поверхности мишени можно считать идеально резкими.

Таким образом, пределы применимости метода поляризованных токов определяются выполнением неравенств (1.46) и (1.47), а также областью применения уравнения (1.14). Кроме того, для корректного использования метода необходимо, чтобы мишень обладала резкими границами. В заключение отметим, что помимо указанных общих условий применимости метода поляризованных токов, при рассмотрении конкретных задач будут возникать дополнительные ограничения, имеющие, исключительно частный, модельный характер, поскольку они определяются только исходными условиями задачи (геометрия мишени, условия пролёта заряженной частицы и др.). Поэтому модельные ограничения в данном разделе не приводятся, но будут обсуждаться в последующих главах для каждой конкретной задачи.

1.5 Обсуждение результатов главы

Развиваемый в данной главе метод поляризационных токов является уникальным инструментом, позволяющим определять характеристики различных типов поляризационного излучения в условиях реального эксперимента, т.е. с учётом макроскопических и геометрических особенностей мишеней, условий пролёта пучка и воздействий внешних электромагнитных полей. При этом метод токов основан на принципах классической электродинамики и уравнениях Максвелла, что обеспечивает простоту в его использовании и освоении, а также открывает широкие возможности для дальнейшего развития метода и его применений. Кроме того, существенным преимуществом предлагаемого подхода является малое число ограничений по его применению. Ограничения определяются только пределами применимости классической электродинамики и закона Ома, а также выполнением условия на резкость границ поверхности мишени (см. раздел 1.4). Одним из недостатков метода токов является использование теоремы взаимности (1.23), которое приводит к потере информации о поляризационных характеристиках излучения. Однако, как было продемонстрировано в разделе 1.3 данный недостаток может быть легко устранён, и поляризация излучения будет определяться одним из двух способов:

- Качественный анализ спектрально-углового распределения поляризационного излучения в рамках подхода Джонса.
- Подход Стокса.

Проведённые в главе исследования вопросов учёта влияния пространственной дисперсии на характеристики поляризационного излучения позволяют сделать вывод о том, что данный эффект может быть рассмотрен как малое возмущение. Наличие пространственной дисперсии обусловлено не только магнитными, но и диэлектрическими свойствами среды и приводит к генерации дополнительно к поперечным так же и продольных волн излучения. Существование последних особенно характерно для электролитических, плазменных и кристаллических сред. Пространственная дисперсия поперечных волн будет зависеть в равной степени от электрического и магнитного отклика вещества мишени, в то время как дисперсия продольных волн – только от электрического отклика. Однако, для большинства немагнитных сред основную роль будет играть частотная дисперсия.

Глава 2

О влиянии внешних полей на поляризационное излучение

*Всё должно быть изложено так просто,
как только возможно, но не проще.*

— Альберт Эйнштейн

Немаловажное значение в современной ускорительной физике отводится ещё одному актуальному вопросу о влиянии внешних электромагнитных полей на характеристики поляризационного излучения. Информация о последнем играет весьма важную роль, поскольку в элементах ускорительных систем, так или иначе, будут присутствовать внешние по отношению к пучку ускоряемых частиц электромагнитные поля не только создаваемые аппаратно, но и наводимые полем пучка. При этом влияние внешних полей может вносить как «паразитные» эффекты, деструктивно влияющие на параметры пучка и, как следствие, на характеристики создаваемого им излучения [36, 86], так и конструктивные – усиливающие выход поляризационного излучения за счёт процессов стимуляции [87–92] и возбуждения вещества мишени [93, 94]. Кроме того, следует принять во внимание тот факт, что внешние поля могут возникать за счёт эффектов наводки и накопления электрического заряда в диэлектрических мишенях, используемых для диагностики характеристик пучков ускорителей.

Анализ указанной проблемы будем проводить в рамках макроскопической теории метода поляризационных токов, таким образом, обобщая уже существующий формализм на случай воздействия внешних полей. При использовании такого подхода мы пренебрегаем эффектами возбуждения атомов и молекул среды под воздействием внешнего поля. Следовательно, можно считать, что условие резонанса между частотой внешнего поля и собственной частотой колебания атомов и молекул вещества не выполняется. Отметим, что учёт эффектов возбуждения среды с последующей передачей энергии от вещества частице необходимо проводить в рамках микроскопического подхода [93]. Для упрощения процесса изложения материала, здесь и далее, ограничимся рассмотрением однородных немагнитных сред ($\mu = 1$). В таком случае, эффекты, связанные с пространственной дисперсией, не будут играть существенной роли (см. раздел 1.1), а полученные аналитические выражения будут иметь наглядный физический смысл.

2.1 Поляризационное излучение во внешнем поле

Для иллюстрации эффективности метода рассмотрим задачу о генерации поляризационного излучения при пересечении частицей границы раздела вакуум-среда при наличии

внешнего поля $\mathbf{E}_{ex} = \mathcal{E}_0 \sin \omega_0 t$ (см. рисунок 2.1). Для простоты будем рассматривать случай нормального пролёта частицы и продольной ориентации внешнего поля относительно направления движения частицы, т.е. когда вектор скорости частицы и вектор напряжённости внешнего поля сонаправлены с осью z ($\mathbf{v}_0 \uparrow\uparrow \mathbf{E}_{ex} \uparrow\uparrow \mathbf{e}_z$, где \mathbf{e}_z – орт-вектор оси z). Взаимодействие происходит в момент времени $t = 0$, когда частица, двигающаяся равномерно и прямолинейно со скоростью $\beta_0 = \mathbf{v}_0/c$, пересекает границу раздела двух сред и попадает во внешнее поле \mathbf{E}_{ex} . В этом случае стандартное условие для переходного излучения не выполняется ($\mathbf{v}_0 \neq const$). Следовательно под воздействием поля \mathbf{E}_{ex} скорость частицы изменится с \mathbf{v}_0 на $\mathbf{u}(t)$. В таком случае, из преобразований Лоренца для скорости получим:

$$u_x(t) = u_y(t) = 0, \quad u_z(t) = \frac{v_0 - v \cos \omega_0 t}{1 - (v_0 v/c^2) \cos \omega_0 t} = \frac{v_0(1 - \alpha \cos \omega_0 t)}{1 - \alpha \beta^2 \cos \omega_0 t}, \quad (2.1)$$

где $v = e\mathcal{E}_0/(\gamma m_0 \omega_0)$ – максимальное изменение скорости частицы; e и m_0 – соответственно, заряд и масса покоя частицы; $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta_0^2}$ – Лоренц-фактор частицы; \mathcal{E}_0 и ω_0 – соответственно, амплитудное значение и собственная частота внешнего поля; $\alpha = v/v_0$ – относительное изменение скорости частицы.

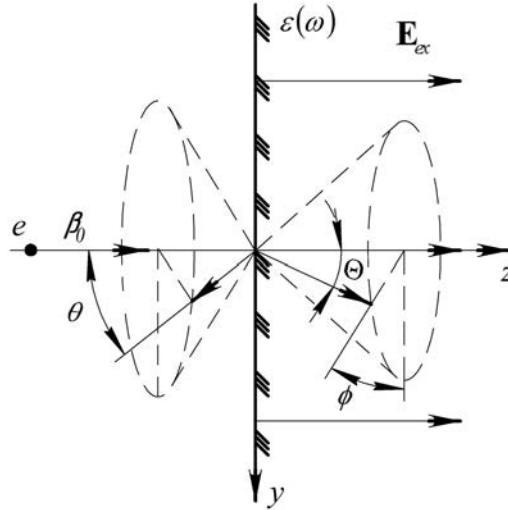


Рисунок 2.1 – Схема генерации поляризационного излучения во внешнем поле при пересечении заряженной частицей границы раздела вакуум-среда.

Предположим, что изменение энергии частицы в результате воздействия поля намного меньше по сравнению с её первоначальной энергией, т.е. выполняется условие $v_0 \gg v$. В таком случае, можно использовать линейное приближение [88, 89] и представить продольную компоненту скорости из уравнения (2.1) в виде:

$$u_z(t) \approx v_0 - \gamma^{-2} v \cos \omega_0 t. \quad (2.2)$$

Следовательно, уравнение движения частицы в приближении (2.2) можно записать в виде:

$$z(t) = \int u_z(t') dt' = v_0 t - a \sin \omega_0 t, \quad (2.3)$$

где $a = v/(\gamma^2\omega_0)$.

Определим Фурье-образ плотности тока, создаваемого частицей, которая движется по закону (2.3):

$$\mathbf{j}^0(\mathbf{k}, \omega) = \frac{e}{(2\pi)^4} \int \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ 0; 0; u_z(t) \right\} \delta(x_0)\delta(y_0)\delta(z_0 - z(t)) \exp[-i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)] d^3r dt. \quad (2.4)$$

Несложно заметить, что Фурье-образ плотности тока (2.4) в рассматриваемом случае будет иметь только одну единственную компоненту:

$$j_z^0(\mathbf{k}, \omega) = \frac{e}{(2\pi)^4} \int \int_{-\infty}^{+\infty} u_z(t)\delta(z_0 - z(t)) \exp[-i(k_z z_0 - \omega t)] dz_0 dt. \quad (2.5)$$

Для определения последней необходимо в выражение (2.5) подставить уравнения (2.2) и (2.3), после чего полученный результат расписать на разность двух кратных интегралов. Далее, используя известное интегральное свойство дельта-функции [95]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(z_0)\delta(z_0 - z(t))dz_0 = f(z(t)), \quad (2.6)$$

можно редуцировать кратные интегралы до обычных:

$$j_z^0(\mathbf{k}, \omega) = \frac{e}{(2\pi)^4} \left[v_0 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-iAt} e^{iB \sin \omega_0 t} dt - v\gamma^{-2} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \omega_0 t \cdot e^{-iAt} e^{iB \sin \omega_0 t} dt \right], \quad (2.7)$$

где обозначения $A = (v_0 k_z - \omega)$ и $B = ak_z$ введены для упрощения записи.

Второй интеграл в уравнении (2.7) можно упростить, приведя его к виду, аналогичному первому интегралу. Для этого в подынтегральном выражении необходимо представить произведение косинуса от переменной интегрирования на экспоненту с соответствующим синусом в показателе через производную от последней:

$$\cos \omega_0 t \cdot e^{iB \sin \omega_0 t} = -\frac{i}{B} \frac{d}{d(\omega_0 t)} e^{iB \sin \omega_0 t}. \quad (2.8)$$

Таким образом, оба интеграла можно вычислить в рамках единого подхода. Для этого в уравнении (2.7) используем свойство функций Бесселя первого рода [95]:

$$e^{\pm iB \sin \omega_0 t} = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l(B) e^{\pm il\omega_0 t}. \quad (2.9)$$

Так как операции интегрирования и суммирования в данном случае будут равнозначными, то их можно поменять местами, что даёт возможность объединить экспоненты и, используя интегральное представление дельта-функции [95]:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[it(l\omega_0 - A)] dt = \delta(l\omega_0 - A), \quad (2.10)$$

вычислить интересующий нас Фурье-образ плотности тока:

$$\mathbf{j}^0(\mathbf{k}, \omega) = \frac{e}{(2\pi)^3} \left\{ 0; 0; \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \left[J_l \left(\frac{vk_z}{\gamma^2\omega_0} \right) \left(v_0 - \frac{\omega_0}{k_z} l \right) \delta(l\omega_0 + \omega - v_0 k_z) \right] \right\}. \quad (2.11)$$

В выражении (2.11) использовано правило аддитивности сумм для компоновки полученного результата и явный вид функций A , B и a . Появление индекса суммирования l во втором слагаемом в круглых скобках обусловлено применением операции дифференцирования по переменной $\omega_0 t$ к представлению (2.9) при вычислении второго интеграла в уравнении (2.7).

Плотность тока (2.11) является источником поля поляризационного излучения, описываемого уравнением (1.21), которое в случае немагнитной среды примет вид:

$$\left(\Delta + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega)\right)\mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{4\pi}{c}\text{rot}\mathbf{j}^0(\mathbf{r}, \omega). \quad (2.12)$$

Записывая далее решение уравнения (2.12) стандартным образом (путём введения функции Грина оператора Гельмгольца), замечаем, что поляризационные токи возникают в ограниченном объёме, т.е. среда имеет границы, поэтому интегрирование при решении уравнения (2.12) будет выполняться лишь по области V_T , занимаемой токами:

$$\mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = \text{rot} \frac{1}{c} \int_{V_T} \mathbf{j}^0(\mathbf{r}', \omega) \frac{\exp\left(i\sqrt{\varepsilon(\omega)}|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|\omega/c\right)}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|} d^3r'. \quad (2.13)$$

Следует отметить, что данное выражение, несмотря на сравнительно простую форму, описывает все виды поляризационного излучения, генерируемые в среде произвольной проводимости и произвольной неоднородности (т.е. в мишени любой формы).

Полагаем, что размеры области занятой частицами много меньше длины волны испущенного излучения: $r_{eff} \ll \lambda$. Тогда на расстояниях $r \gg \lambda$ (в волновой зоне) [23] формула (2.13) принимает следующий вид:

$$\mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{i}{c} \frac{\exp(ikr)}{r} \mathbf{k} \times \int_{V_T} \mathbf{j}^0(\mathbf{r}', \omega) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}') d^3r'. \quad (2.14)$$

Здесь, как и ранее, плотность тока линейно связана с напряжённостью поля частицы:

$$\mathbf{j}^0(\mathbf{r}', \omega) = \sigma(\omega)\mathbf{E}^0(\mathbf{r}', \omega), \quad (2.15)$$

а проводимость среды будет определяться из формулы (1.15), редуцированной до случая частотной дисперсии:

$$\sigma(\omega) = -\frac{i\omega}{4\pi}(\varepsilon(\omega) - 1), \quad (2.16)$$

Волновой вектор \mathbf{k} , входящий в уравнение (2.14), определяется выражением (1.22) с той лишь разницей, что вместо поперечной составляющей $\varepsilon_t(\mathbf{k}, \omega)$ диэлектрической проницаемости среды с частотной и пространственной дисперсией необходимо использовать $\varepsilon(\omega)$:

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \mathbf{e} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \{\sin \Theta \sin \phi; \sin \Theta \cos \phi; -\cos \Theta\}, \quad (2.17)$$

где $\mathbf{e} = \mathbf{r}/r$ – единичный вектор в направлении наблюдения; Θ , ϕ – соответственно, полярный и азимутальный углы излучения в среде.

Поскольку мишень на рисунке 2.1 предполагается бесконечной вдоль осей x , y и полубесконечной по оси z , то для нахождения напряженности магнитного поля излучения в волновой зоне выражение (2.14) необходимо переписать в следующем виде:

$$\mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{(2\pi)^2 i \exp(ikr)}{c r} \mathbf{k} \times \int_0^{+\infty} \sigma(\omega) \mathbf{E}^0(k_x, k_y, z', \omega) \exp(-ik_z z') dz'. \quad (2.18)$$

Следует заметить, что приближение бесконечных размеров мишени по выбранным направлениям справедливо в том случае, если указанные размеры мишени многократно превосходят характерный радиус затухания кулоновского поля частицы $\propto \gamma\beta\lambda$.

Для определения поля поляризационного излучения в среде по формуле (2.18) необходимо вначале вычислить Фурье-компоненту собственного поля частицы $\mathbf{E}^0(k_x, k_y, z', \omega)$. В этом случае проще всего использовать выражение для полного Фурье-образа поля частицы:

$$\mathbf{E}^0(\mathbf{k}, \omega) = \frac{4\pi i}{\omega} \cdot \frac{\mathbf{j}^0(\mathbf{k}, \omega) \cdot \omega^2/c^2 - \mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{j}^0(\mathbf{k}, \omega))}{\mathbf{k}^2 - \omega^2/c^2}. \quad (2.19)$$

Следовательно, Фурье-компонента поля частицы может быть найдена путём неполного обратного преобразования Фурье выражения (2.19):

$$\mathbf{E}^0(k_x, k_y, z', \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}^0(\mathbf{k}, \omega) \exp(ik_z z') dk_z. \quad (2.20)$$

Подставляя в уравнение (2.20) Фурье-образы плотности тока (2.11) и напряжённости собственного поля частицы (2.19), а также, применяя свойство дельта-функции (2.6) для снятия интеграла, получим:

$$\mathbf{E}^0(k_x, k_y, z', \omega) = -\frac{ie}{2\pi^2} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\{k_x v_0 \Omega_l; k_y v_0 \Omega_l; \Omega_l^2 - v_0^2 \omega^2/c^2\}}{(k_{\perp}^2 - \omega^2/c^2) v_0^2 + \Omega_l^2} J_l \left(\frac{\alpha \Omega_l}{\gamma^2 \omega_0} \right) \frac{1}{\Omega_l} \exp \left(\frac{iz' \Omega_l}{v_0} \right) \right]. \quad (2.21)$$

Здесь для краткости записи введены обозначения: $\Omega_l = l\omega_0 + \omega$ и $k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2$.

Уравнение (2.21) позволяет определить напряжённость поля поляризационного излучения в среде. Для этого необходимо подставить выражения (2.16) и (2.21) в уравнение (2.18) и проинтегрировать полученное выражение по всему объёму мишени (в полупространстве $z > 0$). Последняя процедура не вызывает сложности, поскольку интеграл приводится к табличному виду путём внесения постоянной под знак дифференциала. В результате получим:

$$\mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{e}{2\pi c} \frac{e^{ikr}}{r} (\varepsilon(\omega) - 1) \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\omega}{\Omega_l} J_l \left(\frac{\alpha \Omega_l}{\gamma^2 \omega_0} \right) \frac{v_0}{v_0 k_z - \Omega_l} \frac{\mathbf{F}_l}{(k_{\perp}^2 - \omega^2/c^2) v_0^2 + \Omega_l^2} \right], \quad (2.22)$$

где векторная часть уравнения имеет вид:

$$\mathbf{F}_l = \left\{ k_y \left(\Omega_l^2 - \frac{\omega^2}{c^2} v_0^2 - k_z v_0 \Omega_l \right); -k_x \left(\Omega_l^2 - \frac{\omega^2}{c^2} v_0^2 - k_z v_0 \Omega_l \right); 0 \right\}. \quad (2.23)$$

Формула (2.22) может быть преобразована к более удобному для дальнейших расчётов виду. Для этого в качестве одной из переменных введём относительную частоту $f = \omega_0/\omega$,

которая будет определять во сколько раз частота внешнего (приложенного) поля превосходит частоту испущенного излучения. С учётом новой переменной, а также явного вида волнового вектора \mathbf{k} (2.17), формулы (2.22) и (2.23) после несложных математических преобразований примут вид:

$$\mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{e}{2\pi c} \frac{e^{ikr}}{r} (\varepsilon(\omega) - 1) \sqrt{\varepsilon(\omega)} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{lf+1} J_l \left(\frac{\alpha(lf+1)}{\gamma^2 f} \right) \frac{\beta_0}{\beta_0 \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_z - lf - 1} \times \right. \\ \left. \times \frac{\left\{ e_y \left((lf+1)^2 - \beta_0^2 - \beta_0 \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_z (lf+1) \right); -e_x \left((lf+1)^2 - \beta_0^2 - \beta_0 \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_z (lf+1) \right); 0 \right\}}{\left(\varepsilon(\omega) (e_x^2 + e_y^2) - 1 \right) \beta_0^2 + (lf+1)^2} \right]. \quad (2.24)$$

Для определения напряжённости поля поляризованного излучения в вакууме используем теорему взаимности (1.23) и разложение поля излучения (2.24) на компоненты относительно плоскости падения (1.25), (1.26). В рассматриваемом случае в выражении (1.26) следует использовать коэффициенты f_E и f_H , определяемые по формулам Френеля для одной бесконечной границы раздела:

$$f_E = \frac{2 \cos \theta}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}}, \quad f_H = \frac{2\varepsilon(\omega) \cos \theta}{\varepsilon(\omega) \cos \theta + \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}}. \quad (2.25)$$

Так же необходимо учесть связь углов излучения в среде (Θ, ϕ) с углами излучения в вакууме (θ, ϕ) , которую можно определить из закона Снеллиуса:

$$\mathbf{e} = \{ \sin \Theta \sin \phi; \sin \Theta \cos \phi; -\cos \Theta \} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon(\omega)}} \left\{ \sin \theta \sin \phi; \sin \theta \cos \phi; -\sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right\}. \quad (2.26)$$

Ввиду азимутальной симметрии рассматриваемой задачи продольные компоненты полей зануляются, т.е. имеет место равенство $H_{\parallel}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = H_z^{pol} = 0$. Следует отдельно заметить, что в таком случае рассматриваемое излучение будет иметь только горизонтальную компоненту поляризации (см. раздел 1.3), также известную как p - или π -поляризация. Поскольку при прочих равных условиях в отсутствие внешнего поля излучение имеет аналогичную степень поляризации (см., например, [20]), то отсюда следует вывод, что внешнее поле не будет влиять на поляризацию излучения, если вектор скорости частицы \mathbf{v}_0 будет параллелен вектору напряжённости внешнего поля \mathbf{E}_{ex} . В противном случае, поляризация излучения будет меняться в зависимости от взаимной ориентации векторов скорости и напряжённости приложенного поля [86].

Так как напряжённость магнитного поля не имеет продольной компоненты, то выражение для напряжённости поля поляризованного излучения в вакууме (1.27) значительно упрощается:

$$\left| \mathbf{E}^{pol(vac)}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 = \left| \frac{f_H}{\varepsilon(\omega)} \right|^2 \left| H_{\perp}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2. \quad (2.27)$$

Следовательно, спектрально-угловая плотность поляризованного излучения, испущенного во внешнем поле в направлении «назад» (отрицательное направление оси z) будет определяться по формуле (1.28). Для этого необходимо с помощью представлений (1.25), (1.26) выделить поперечную компоненту поля (2.24) и, вместе с соответствующим коэффициентом Френеля (2.25) и связью углов излучения (2.26), подставить в выражение для поля излучения (2.25). Используя полученный таким образом результат в формуле (1.28), после несложных математических преобразований получим:

$$\frac{d^2W_{BTR}}{d\omega d\Omega} = cr^2 \left| \mathbf{E}^{pol(vac)}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 = \frac{e^2}{\pi^2 c} |\varepsilon(\omega) - 1|^2 \frac{\beta_0^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\left| \varepsilon(\omega) \cos \theta + \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right|^2} \times \quad (2.28)$$

$$\times \left| \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \left[J_l \left(\frac{\alpha(lf+1)}{\gamma^2 f} \right) \frac{1}{lf+1 + \beta_0 \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}} \frac{(lf+1)^2 - \beta_0^2 + \beta_0(lf+1) \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}}{\left((lf+1)^2 - \beta_0^2 \cos^2 \theta \right) (lf+1)} \right] \right|^2.$$

В последнем выражении суммирование проводится по всему набору гармоник приложенного поля.

Формула (2.28) представляет собой полное решение задачи о поляризованном излучении от бесконечной границы раздела 2-х сред (вакуум-среда) для случая нормального падения частицы на поверхность мишени во внешнем электрическом поле. В рассматриваемом выражении предполагается, что внешнее поле $\mathbf{E}_{ex} = \mathcal{E}_0 \sin \omega_0 t$ параллельно скорости частицы β_0 и совпадает с осью z . Так же в расчёте использовано линейное по скорости приближение (2.2). В таком случае, приобретаемое частицей изменение скорости \mathbf{v} за счёт взаимодействия с внешним полем \mathbf{E}_{ex} много меньше её первоначальной скорости \mathbf{v}_0 , т.е. должно выполняться условие малости параметра α , которое можно представить в следующем виде:

$$\alpha = \frac{v}{v_0} = \frac{e\mathcal{E}_0}{\gamma m_0 \omega_0 v_0} \cdot \frac{\hbar \omega c^2}{\hbar \omega c^2} = \frac{e\mathcal{E}_0 \hbar c}{\gamma m_0 c^2 f \hbar \omega \beta_0} \ll 1, \quad (2.29)$$

где $\hbar c = 0.2$ эВ·мкм – конверсионная константа; $m_0 c^2$ – энергия покоя частицы; $\hbar \omega$ – энергия испущенного излучения. Для удобства вычислений в формулах (2.28) и (2.29) используется безразмерная величина $f = \omega_0/\omega$, определяющая соотношение частот внешнего поля и поля излучения.

Формула (2.28) так же позволяет описывать поляризованное излучение в направлении «вперёд» (положительное направление оси z), для этого в указанном выражении и формуле (2.29) необходимо выполнить операцию инверсии знака у слагаемых, содержащих относительную скорость частицы, что будет соответствовать формальной замене $\beta_0 \rightarrow -\beta_0$:

$$\frac{d^2W_{FTR}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2 c} |\varepsilon(\omega) - 1|^2 \frac{\beta_0^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\left| \varepsilon(\omega) \cos \theta + \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right|^2} \times \quad (2.30)$$

$$\times \left| \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \left[J_l \left(\frac{\alpha(lf+1)}{\gamma^2 f} \right) \frac{1}{lf+1 - \beta_0 \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}} \frac{(lf+1)^2 - \beta_0^2 - \beta_0(lf+1) \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}}{\left((lf+1)^2 - \beta_0^2 \cos^2 \theta \right) (lf+1)} \right] \right|^2.$$

Отдельно следует отметить, что полученное выражение содержит два простых полюса в знаменателе. Полюс вида:

$$\left| lf + 1 - \beta_0 \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right| \rightarrow 0, \quad (2.31)$$

отвечает за генерацию излучения Вавилова-Черенкова и, при рассмотрении основной гармоники $l = 0$, переходит в известное условие Вавилова-Черенкова, записанное в вакуумных переменных. Наличие внешнего поля приводит к тому, что условие Вавилова-Черенкова для высших гармоник $l \neq 0$ будет видоизменяться вследствие эффекта Доплера, в результате которого возникает, так называемое, «доплеровское излучение» [87, 88]. В таком случае, положительные значения индекса суммирования ($l > 0$) соответствуют аномальному излучению Доплера, испускаемому внутри конуса черенковского излучения, а отрицательные ($l < 0$) – нормальному излучению Доплера, которое распространяется снаружи конуса Вавилова-Черенкова. Заметим, что в отечественной литературе обычно используются термины – «нормальный» и «аномальный» эффекты Доплера [96]. Второй полюс:

$$\left| lf + 1 \right| \rightarrow 0, \quad (2.32)$$

возникает только для $l < 0$ при выполнении условия частотного резонанса полей, когда частота внешнего поля и частота испущенного излучения связаны соотношением: $\omega_0 = |l|^{-1}\omega$. Однако, ввиду наличия в уравнении (2.30) функции Бесселя первого рода, последний полюс является устранимым:

$$\lim_{lf \rightarrow -1} J_l \left(\frac{\alpha(lf + 1)}{\gamma^2 f} \right) \frac{1}{lf + 1} = \begin{cases} -1/2, & \text{при } l = -1, \\ 0, & \text{при } l < -1. \end{cases} \quad (2.33)$$

Следовательно, вклад, вносимый резонансными частотами $\omega_0 = l^{-1}\omega$ в полную интенсивность поляризационного излучения, будет существенен только для первой гармоники $l = -1$.

Рассмотрим основную гармонику ($l = 0$), для которой выражения (2.28) и (2.30) примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2}{\pi^2 c} |\varepsilon(\omega) - 1|^2 \frac{\beta_0^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\left| \varepsilon(\omega) \cos \theta + \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right|^2} \times \\ &\times \left| J_0 \left(\frac{\alpha}{\gamma^2 f} \right) \frac{1}{1 \pm \beta_0 \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}} \frac{1 - \beta_0^2 \pm \beta_0 \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}}{1 - \beta_0^2 \cos^2 \theta} \right|^2. \end{aligned} \quad (2.34)$$

В левой части формулы (2.34) отсутствуют нижние индексы, поскольку данное равенство описывает как переходное излучение «назад» (BTR), которому соответствует верхний знак, так и переходное излучение в направлении «вперёд» (FTR), для которого необходимо использовать нижний знак. Так же не следует забывать, что знак у параметра α для излучения «назад» будет положительным, а при рассмотрении излучения «вперёд» – отрицательным.

Знаменатель $|1 - \beta_0^2 \cos^2 \theta|$ полученного выражения принимает минимальные значения при условии $\theta \approx \gamma^{-1}$, что приводит к появлению максимумов интенсивности поляризованного излучения в данной области углов. Наличие квадрата синуса с углом наблюдения в аргументе способствует исчезновению излучения по направлению движения частицы. В случае, когда внешнее поле отсутствует, т.е. относительное приращение скорости $\alpha = 0$, выражение (2.34), переходит в известное решение Гинзбурга-Франка для переходного излучения от бесконечной границы раздела двух сред (вакуум-среда) [16]. Последнее возможно ввиду асимптотического свойства функций Бесселя первого рода [95]: $J_0(0) = 1$.

Таким образом, выражение (2.30) описывает не только переходное излучение, но и излучение Вавилова-Черенкова с учётом аномального и нормального доплеровского излучений, возникающих под воздействием внешнего поля.

Отдельно следует заметить, что ввиду асимптотических особенностей функций Бесселя малого аргумента [95]:

$$J_l \left(\frac{\alpha(lf + 1)}{\gamma^2 f} \rightarrow 0 \right) \approx \left(\frac{\alpha(lf + 1)}{2\gamma^2 f} \right)^l \frac{1}{l!}, \quad (2.35)$$

при выполнении условия малости параметра $\alpha \ll 1$ в формулах (2.28) и (2.30) имеет смысл рассматривать только несколько начальных мод $l = 0; \pm 1; \pm 2$, поскольку исследование более высоких гармоник ($|l| > 2$) приведёт к параметрам 3-го и более порядков малости, которые не внесут существенного вклада. В случае ультрарелятивистских энергий частиц ($\gamma \gg 1$) аргумент функций Бесселя убывает гораздо быстрее, как величина 3-го порядка малости $\alpha\gamma^{-2}$, что ограничивает рассмотрение лишь случаем $l = 0$. Увеличение частоты испущенного излучения ω , также способствует более быстрому уменьшению аргумента функций Бесселя, и, как следствие, к уменьшению индекса l . Представление (2.35) будет справедливо до тех пор, пока выполняется следующее соотношение на параметр α :

$$0 < \frac{\alpha(lf + 1)}{\gamma^2 f} \ll \sqrt{l + 1} \quad \implies \quad 0 < \alpha \ll \frac{\gamma^2 f \sqrt{l + 1}}{lf + 1}, \quad \text{при } l \geq 0. \quad (2.36)$$

Для учёта влияния отрицательных значений $l < 0$ в представлении (2.35) необходимо использовать свойство линейности связи функций Бесселя для отрицательных и положительных значений целочисленного индекса l [95]:

$$J_{-l} \left(\frac{\alpha(1 - lf)}{\gamma^2 f} \right) = (-1)^l J_l \left(\frac{\alpha(1 - lf)}{\gamma^2 f} \right) \approx \left(-\frac{\alpha(1 - lf)}{2\gamma^2 f} \right)^l \frac{1}{l!}, \quad (2.37)$$

где $l > 0$.

Исходя из малости параметра α и представлений (2.35), (2.37), выражения (2.28) и (2.30) могут быть преобразованы к виду:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2}{\pi^2 c} |\varepsilon(\omega) - 1|^2 \frac{\beta_0^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\left| \varepsilon(\omega) \cos \theta + \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right|^2} \times \\ &\times \left| \mathcal{F}_{l=0} + \sum_{l=1}^{+\infty} \left[\left(\frac{\alpha}{2\gamma^2 f} \right)^l \frac{1}{l!} \left((lf + 1)^{l-1} \mathcal{F}_l - (lf - 1)^{l-1} \mathcal{F}_{-l} \right) \right] \right|^2, \end{aligned} \quad (2.38)$$

где для компактности записи введено обозначение:

$$\mathcal{F}_l = \frac{1}{lf + 1 \pm \beta_0 \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}} \frac{(lf + 1)^2 - \beta_0^2 \pm \beta_0 (lf + 1) \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}}{(lf + 1)^2 - \beta_0^2 \cos^2 \theta}. \quad (2.39)$$

Второе слагаемое под знаком суммы \mathcal{F}_{-l} следует понимать как операцию инверсии знака у всех членов, содержащих множитель l в выражении (2.39).

Таким образом, выражение (2.38) автоматически устраняет все расходимости формулы (2.30) за счёт резонансных частот, что делает её более предпочтительной для проведения численных расчётов на ЭВМ. Однако, как было отмечено ранее, ввиду малости параметра α , ряд в формуле (2.38) может быть оборван уже на первой гармонике ($l = 1$). В таком случае, формула (2.38) упрощается до решения Гинзбурга-Франка с малой поправкой, учитывающей воздействие внешнего поля:

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = I_0 \left| 1 \pm \frac{\alpha}{2\gamma^2 f} \frac{\mathcal{F}_{l=1} - \mathcal{F}_{l=-1}}{\mathcal{F}_{l=0}} \right|^2. \quad (2.40)$$

Здесь для удобства введено обозначение:

$$I_0 = \frac{e^2}{\pi^2 c} \frac{\beta_0^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\left| \varepsilon(\omega) \cos \theta + \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right|^2} \left| \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{1 \pm \beta_0 \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}} \frac{1 - \beta_0^2 \pm \beta_0 \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}}{1 - \beta_0^2 \cos^2 \theta} \right|^2 \quad (2.41)$$

– спектрально-угловая плотность поляризованного излучения в отсутствии внешнего поля. Как и ранее, верхний знак описывает излучение «назад», в то время как, нижний знак соответствует излучению «вперёд». Однако, в формуле (2.40) уже учтено различие в знаке при параметре α , поэтому последний будет определяться согласно выражению (2.29) без каких-либо дополнительных условий.

2.2 Влияние внешнего поля на интенсивность излучения

Из формулы (2.40) следует, что в результате действия внешнего поля интенсивность переходного излучения в направлениях «назад» и «вперёд» даже в случае идеально проводящей мишени (мнимая часть диэлектрической проницаемости $\text{Im}\varepsilon(\omega) \rightarrow \infty$) будут различаться. Под действием внешнего поля начальная скорость частицы v_0 уменьшается (см. формулу (2.2)), что приводит к увеличению интенсивности переходного излучения в направлении «назад» на малую величину $\propto \alpha\gamma^{-2}$, которая пропорциональна максимальному значению убыли скорости. В то же время интенсивность излучения «вперёд» будет убывать на указанную величину. Здесь следует отметить два важных момента. Во-первых, такое перераспределение интенсивностей излучения носит, исключительно, относительный характер, так как интенсивность излучения в рассматриваемом направлении будет увеличиваться или уменьшаться только по сравнению с интенсивностью в противоположном направлении. Во-вторых,

перераспределение интенсивностей между направлениями излучения может быть и обратным, поскольку оно будет зависеть от фазы внешнего поля. В последнем легко убедиться, переписав выражение для напряжённости внешнего поля с учётом фазового члена:

$$\mathbf{E}_{ex} = \mathcal{E}_0 \sin(\omega_0 t \pm \varphi_0). \quad (2.42)$$

Полагая в формуле (2.42) фазу внешнего поля $\varphi_0 = 0$, приходим к результатам, полученным выше, а именно к замедлению частицы во внешнем поле. Однако изменение фазы поля на $\varphi_0 = \pi$ приводит к инверсии знака в выражениях (2.1) и (2.2) у слагаемых, содержащих максимальное изменение скорости v , что соответствует ускорению частицы внешним полем. В таком случае, интенсивность излучения в направлении «вперёд» будет превышать интенсивность в направлении «назад» на малую величину, пропорциональную приращению скорости частицы.

Впервые, отмеченная особенность переходного излучения во внешнем поле была продемонстрирована в работе [89] для этой же геометрии с помощью метода преобразований Фурье. Кроме того, автор работы [89] установил, что изменение интенсивности будет прямо пропорционально амплитудному значению напряжённости приложенного поля \mathcal{E}_0 и обратно его частоте ω_0 (см. формулы (20) и (20') в работе [89]):

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} \approx I_0 \left(1 \pm 2 \frac{\alpha}{\gamma^2} \right). \quad (2.43)$$

Последнее утверждение имеет место и в нашем случае (см. формулу (2.29)). Однако, ввиду большого числа упрощений при получении формулы (2.43), в работе [89] были рассмотрены только основные слагаемые, что привело к приближённому учёту влияния частоты внешнего поля на конечную интенсивность излучения. Как следует из формул (2.39) и (2.40) данная зависимость будет иметь более сложный вид. В остальном полученный результат хорошо согласуется с выводами цитируемой работы. Отдельно следует заметить, что благодаря используемому здесь методу поляризационных токов, удалось получить более точное решение задачи о генерации поляризационного излучения во внешнем поле, не прибегая при этом к специальным методам интегрирования, в отличие от работы [89].

2.3 Спектральная зависимость излучения

Для анализа зависимости спектрально-угловой плотности излученной энергии от частоты вычислим спектр поляризационного излучения в пределе идеальной проводимости. Такое рассмотрение позволит избежать громоздких вычислений и даст наглядное представление о частотной зависимости интенсивности поляризационного излучения. Следует заметить, что приближение идеальной проводимости справедливо для большинства металлов в области частот от оптических и выше.

Переходя в формулах (2.39) – (2.41) к пределу идеальной проводимости ($\varepsilon(\omega) \rightarrow \infty$) и раскрывая квадрат модуля с учётом малости величины $\alpha\gamma^{-2}$, после несложных математических преобразований получим:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2 c} \frac{\beta_0^2 \sin^2 \theta}{(1 - \beta_0^2 \cos^2 \theta)^2} \left(1 \pm 2 \frac{\alpha}{\gamma^2} \frac{(f^2 - 1 - \beta_0^2 \cos^2 \theta)(1 - \beta_0^2 \cos^2 \theta)}{[(1 + f)^2 - \beta_0^2 \cos^2 \theta][(1 - f)^2 - \beta_0^2 \cos^2 \theta]} \right). \quad (2.44)$$

Для вычисления спектра поляризационного излучения необходимо формулу (2.44) проинтегрировать по всем углам излучения. В таком случае, элемент телесного угла можно представить в виде:

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi = -2\pi d(\cos \theta). \quad (2.45)$$

Множитель 2π в формуле (2.45) возникает ввиду азимутальной симметрии задачи при интегрировании выражения по азимутальному углу ϕ в пределах от 0 до 2π .

Следовательно, спектр излучения будет определяться из следующего выражения:

$$\frac{dW}{d\omega} = 2\pi \int_{-1}^1 \frac{d^2W}{d\omega d\Omega} d(\cos \theta). \quad (2.46)$$

В последней формуле знак минус уходит в следствии перестановки пределов интегрирования.

Подставляя в выражение (2.46) формулу (2.44), переходим к новой переменной интегрирования ($\cos \theta \rightarrow \kappa = \beta_0 \cos \theta$):

$$\frac{dW}{d\omega} = 2\pi \frac{e^2}{\pi^2 \beta_0 c} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} \frac{\beta_0^2 - \kappa^2}{(1 - \kappa^2)^2} \left(1 \pm 2 \frac{\alpha}{\gamma^2} \frac{(f^2 - 1 - \kappa^2)(1 - \kappa^2)}{[(1 + f)^2 - \kappa^2][(1 - f)^2 - \kappa^2]} \right) d\kappa. \quad (2.47)$$

Вычисляя определённый интеграл (2.47), можно получить спектр поляризационного излучения, испущенного в присутствии внешнего поля идеально проводящей мишенью:

$$\begin{aligned} \frac{dW}{d\omega} = 2\pi \frac{e^2}{\pi^2 \beta_0 c} \left[2 \ln |\gamma(1 + \beta_0)| - \beta_0 \pm \frac{\alpha}{\gamma^2 f^2} \left(4f^2 \gamma^{-2} \frac{f^2 - 2}{4 - f^2} \ln |\gamma(1 + \beta_0)| + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\gamma^{-2} + f(2 + f)}{2 + f} \ln \left| \frac{1 + f + \beta_0}{1 + f - \beta_0} \right| - \frac{\gamma^{-2} - f(2 - f)}{2 - f} \ln \left| \frac{1 - f + \beta_0}{1 - f - \beta_0} \right| \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Из формулы (2.48) следует, что в результате действия внешнего поля спектр поляризационного излучения становится зависимым как от частоты приложенного поля, так и от частоты поля излучения ($f = \omega_0/\omega$). При этом, указанная зависимость будут иметь явно нелинейный характер. Следует заметить, что полученное выражение даёт известный в теории переходного излучения результат в случае отключения внешнего поля ($\alpha = 0$). Кроме того, рассмотрение полей высокой частоты ($f \rightarrow \infty$) так же приводит к аналогичному результату.

2.4 Оценка степени влияния поля

Для оценки величины вклада, вносимого в интенсивность поляризационного излучения внешними полями, проанализируем параметр α . Выражение (2.29) можно представить через

известный в квантовой электродинамике параметр критического поля:

$$\mathcal{E}_c = \frac{m_0^2 c^4}{e \hbar c} \approx 1.3 \cdot 10^{16} \text{ В/см.} \quad (2.49)$$

Следовательно, параметр α примет вид:

$$\alpha = \frac{m_0 c^2}{\gamma f \beta_0 \hbar \omega} \frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}_c} \ll 1. \quad (2.50)$$

При рассмотрении излучения от рентгеновского до миллиметрового диапазонов частот, имеем:

$$\frac{m_0 c^2}{\hbar \omega} \propto 10^2 \div 10^{10}. \quad (2.51)$$

Поэтому в пределах малости параметра $\alpha \ll 1$ должно выполняться условие на соотношение полей:

$$\mathcal{E}_0 \ll \frac{\gamma f \beta_0 \hbar \omega}{m_0 c^2} \mathcal{E}_c \approx 1.3 \gamma f \beta_0 (10^6 \div 10^{14}) \text{ В/см.} \quad (2.52)$$

Реально достижимые лабораторные поля не превышают величины $\mathcal{E}_0 \leq 100$ ГВ/см, что соответствует напряженности в фокусе мощных лазеров. Постоянные же поля не достигают и этих значений. Потому с практической точки зрения (не говоря уже о том, что здесь рассматривается классическая, а не квантовая теория) отношение полей (2.52) можно считать сколь угодно малым.

Таким образом, рассмотренная в данном разделе задача позволяет сделать вывод о том, что метод поляризационных токов также применим для описания нестационарных процессов излучения при взаимодействии элементарных частиц с веществом, когда скорость частиц $\mathbf{v} \neq const$.

2.5 Обсуждение результатов главы

Несомненным достоинством развиваемого в данной главе метода поляризационных токов является его применимость для описания нестационарных процессов излучения, когда скорость частицы изменяется со временем под воздействием внешних факторов, например, электромагнитных полей. Присутствие внешних полей приводит к возникновению эффекта Доплера и, как следствие, к генерации нормального и аномального доплеровского излучений [87–90]. Кроме того внешние поля способствуют перераспределению интенсивности поляризационного излучения между направлениями «назад» и «вперёд» (задняя и передняя полусферы излучения). Если частица замедляется под действием поля, то это приводит к возрастанию излучения в направлении против приложенного поля и убыванию в обратной геометрии. В случае ускорения частицы полем, указанная зависимость меняется на противоположную, т.е. интенсивность излучения в направлении по полю будет превышать интенсивность в направлении против приложенного поля на малую величину, пропорциональную приращению скорости частицы.

Следует отметить, что эффект перераспределения будет так же наблюдаться при рассмотрении взаимодействия черенковского и доплеровского излучений [88]. Аналогичное поведение будет характерно и для спектра излучения. При этом спектр излучения будет зависеть как от частоты испущенного излучения, так и от частоты приложенного поля даже в случае идеально проводящей мишени.

Поляризация излучения не будет изменяться под действием приложенного поля только в том случае, если направление вектора скорости частицы будет параллельно вектору напряжённости внешнего поля. В противном случае, поляризация излучения будет меняться в зависимости от взаимной ориентации векторов скорости и напряжённости приложенного поля [86].

Поправка на внешние поля линейно зависит от амплитудного значения напряжённости приложенного поля и, как правило, является малой величиной. Представленная модель справедлива для амплитудных значений напряжённости внешних полей, определяемых условием (2.52), и дополнительных ограничений, помимо указанных в разделе 1.4, не имеет.

Как было показано в работах [87–90] излучение испытывает наибольшее влияние со стороны внешних полей при продольной ориентации вектора напряжённости приложенного поля относительно направления движения частицы, поэтому рассмотренный выше случай, хоть и является частным, носит наиболее информативный характер.

Глава 3

Особенности генерации излучения Вавилова-Черенкова при пролёте заряженной частицы вблизи диэлектрической мишени

*Вы думаете, всё так просто? Да, всё просто.
Но совсем не так.*

— Альберт Эйнштейн

Эффект Вавилова-Черенкова, как известно, состоит в том, что электрический заряд, движущийся в среде с постоянной скоростью, излучает электромагнитные волны с непрерывным спектром и со специфическим угловым распределением. При этом излучение имеет место только в том случае, если скорость заряда превышает фазовую скорость света в рассматриваемой прозрачной среде. Упомянутая специфичность углового распределения заключается в следующем: волновой вектор \mathbf{k} испускаемых волн образует со скоростью $\mathbf{v} = \beta c$ угол Θ , причем $n\beta \cos \Theta = 1$, где n – показатель преломления прозрачной среды. В 1947 году в работе И.М. Франка и В.Л. Гинзбурга [97], было рассмотрено излучение, генерируемое равномерно движущимся зарядом по оси цилиндрического канала, сделанного в среде с диэлектрической постоянной ε_1 и заполненного веществом с диэлектрической постоянной ε_2 . Рассмотренная задача является важной в связи с тем, что при движении заряда в среде потери его энергии на излучение Вавилова-Черенкова сравнительно невелики, тогда как основными являются ионизационные потери, локализованные в непосредственной близости от траектории. Поэтому при движении в каналах, щелях или вблизи среды ионизационные потери исключаются, а излучение Вавилова-Черенкова сохраняется. В последние несколько лет ведутся интенсивные исследования в области неразрушающей диагностики релятивистских пучков [98–103] и создания новых методов ускорения заряженных частиц [104, 105] на основе черенковского излучения, генерируемого при пролёте коротких сгустков заряженных частиц вблизи мишеней конечных размеров.

Стоит отметить, что точных решений задачи об излучении Вавилова-Черенкова для сред с резкими границами известно немного. Важнейшими из точно решаемых задач являются: упомянутая выше задача об излучении равномерно движущегося заряда по оси цилиндрического канала [97, 106], задача об излучении, возникающем при пролёте заряженной частицы через сферу [107] и вблизи периодической структуры, состоящей из сферических мишеней, обладающих конечной проводимостью [108]. Решение подобных задач в более сложных геометриях затруднено в связи со сложностью постановки граничных условий, и поэтому тре-

бует особых подходов в их решении. Так, например, для исследования характеристик поляризованного излучения от диэлектрических мишеней сложной конфигурации авторами работ [109–112] был предложен подход, основанный на идеях В.А. Фока [113] и законах лучевой оптики. Применение отмеченного метода позволило рассмотреть основные свойства поляризованного излучения в зоне Френеля, возникающего при пролёте заряженной частицы как вблизи диэлектрической призмы, так и сквозь вакуумный канал в призматическом коллиматоре.

В работе [52] авторы рассматривали характеристики переходного излучения от идеально проводящих фокусирующих мишеней, при этом используя метод, в котором поляризованное излучение представлено как поле тока, индуцированного на поверхности мишени полем равномерно и прямолинейно движущегося точечного заряда. В дальнейшем этот метод был обобщён в работах [37, 38, 40] для сред, обладающих конечной проводимостью и конечными размерами. С помощью метода поляризационных токов в работе [38] была решена задача об излучении, возникающем при движении заряда по оси вакуумного цилиндрического канала в экране конечного радиуса. В зависимости от параметров полученное решение описывает различные типы излучения: переходное, Вавилова-Черенкова, дифракционное. В случае прозрачной среды решение полностью совпадает с аналитическим выражением, полученным в теории черенковского излучения в слое конечной толщины [114], для слоя большей толщины решение даёт известную формулу Тамма-Франка для излучения Вавилова-Черенкова в безграничной прозрачной среде. Как было показано ранее, преимущества данного метода заключаются в возможности находить характеристики различных видов поляризованного излучения для мишеней со сложным профилем поверхностей с учётом реальных диэлектрических свойств вещества.

Данная глава посвящена применению метода поляризационных токов к решению задачи об излучении Вавилова-Черенкова, возникающем при равномерном движении точечного заряда в вакууме вблизи призматической мишени конечных размеров, обладающей произвольной диэлектрической проницаемостью и разбору тех особенностей, которыми обладает поле излучения. Заметим, что изложенный здесь материал основывается на результатах исследования, представленных в работе [43].

3.1 Излучение Вавилова-Черенкова от диэлектрического клина

Рассмотрим задачу об излучении, возникающем при равномерном пролёте точечной заряженной частицы в вакууме вблизи призматической мишени конечных размеров, обладающей произвольной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega)$ (см. рисунок 3.1). Как было замечено ранее под воздействием внешнего поля $\mathbf{E}^0(\mathbf{r}, t)$ частицы с энергией $\gamma = E/mc^2 = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$, движущейся с постоянной скоростью $\mathbf{v} = \beta c$ в веществе (или вблизи), атомы среды испускают поляризованное излучение. Причиной данного эффекта является тот факт, что

воздействие поля частицы, Фурье-образ которого описывается выражением (2.19), приводит к динамической поляризации среды. Как следствие, изменение плотности наведённого заряда во времени порождает поляризационный ток (1.14). Плотность поляризационного тока $\mathbf{j}^{pol}(\mathbf{r}, \omega)$ в результате перенормировки поля переходит в плотность тока внешнего источника $\mathbf{j}^0(\mathbf{r}, \omega)$ (2.15) (см. раздел 1.2). Последняя, в свою очередь, приводит к возникновению поля поляризационного излучения, которое будет определяться согласно уравнению (2.14). Поскольку мишень на рисунке 3.1. предполагается бесконечной лишь вдоль оси x , что справедливо при размерах мишени, многократно превышающих характерный радиус затухания кулоновского поля частицы $\propto \gamma\beta\lambda$, то для нахождения напряженности магнитного поля излучения, выражение (2.14) необходимо переписать в следующем виде:

$$\mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{2\pi i \exp(ikr)}{c} \frac{\mathbf{k} \times}{r} \int_{-a}^0 dz' \int_{-z' \cdot \text{ctg}\varphi}^{a \cdot \text{ctg}\varphi} \sigma(\omega) \mathbf{E}^0(k_x, y', z', \omega) \exp\left[-i(k_y y' + k_z z')\right] dy'. \quad (3.1)$$

Здесь волновой вектор \mathbf{k} будет выражаться формулой (2.17) с той лишь разницей, что компонента вдоль оси z имеет обратный знак:

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \mathbf{e} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \{\sin \Theta \sin \phi; \sin \Theta \cos \phi; \cos \Theta\}. \quad (3.2)$$

Входящая в уравнение (3.1) Фурье-компонента собственного поля частицы $\mathbf{E}^0(k_x, y', z', \omega)$ может быть найдена из полного Фурье-образа поля (2.19). Для этого определим вначале Фурье-образ плотности тока, создаваемого зарядом при наклонном пролёте. Для геометрии, представленной на рисунке 3.1, плотность тока в \mathbf{r}, t представлении имеет вид:

$$\mathbf{j}^0(\mathbf{r}, t) = e\mathbf{v}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t), \quad (3.3)$$

где e – заряд частицы, $\mathbf{v} = \{0; -v \sin \alpha; v \cos \alpha\}$ – вектор скорости, $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)$ – дельта-функция Дирака.

Применяя к уравнению (3.3) полное преобразование Фурье, получим:

$$\mathbf{j}^0(\mathbf{k}, \omega) = \frac{e\mathbf{v}}{(2\pi)^3} \delta(\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega) \exp(ik_y h). \quad (3.4)$$

Здесь прицельный параметр h связан с импакт-параметром b (характеризует кратчайшее расстояние от траектории частицы до ребра мишени) простым соотношением, которое определяется из условия отсутствия пересечений траектории частицы с поверхностью мишени:

$$h = \frac{b}{\cos \alpha}. \quad (3.5)$$

Следовательно, Фурье-компонента собственного поля заряженной частицы будет вычисляться из полного Фурье-образа поля (2.19) и плотности тока (3.4):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^0(k_x, y', z', \omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} dk_y \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}^0(\mathbf{k}, \omega) \exp\left[i(k_y y' + k_z z')\right] dk_z = \\ &= -\frac{ie}{2\pi v s(y', z') K} \exp\left[i\frac{\omega}{v} z \cos \alpha\right] \exp\left[-i\frac{\omega}{v} (y + h) \sin \alpha\right] \times \\ &\times \left\{ \gamma\beta e_x \sqrt{\varepsilon(\omega)}; -\gamma^{-1} \sin \alpha + i s(y', z') K \cos \alpha; \gamma^{-1} \cos \alpha + i s(y', z') K \sin \alpha \right\} \times \\ &\times \exp\left[-\frac{\omega}{v\gamma} z s(y', z') K \sin \alpha\right] \exp\left[-\frac{\omega}{v\gamma} (y + h) s(y', z') K \cos \alpha\right]. \end{aligned} \quad (3.6)$$

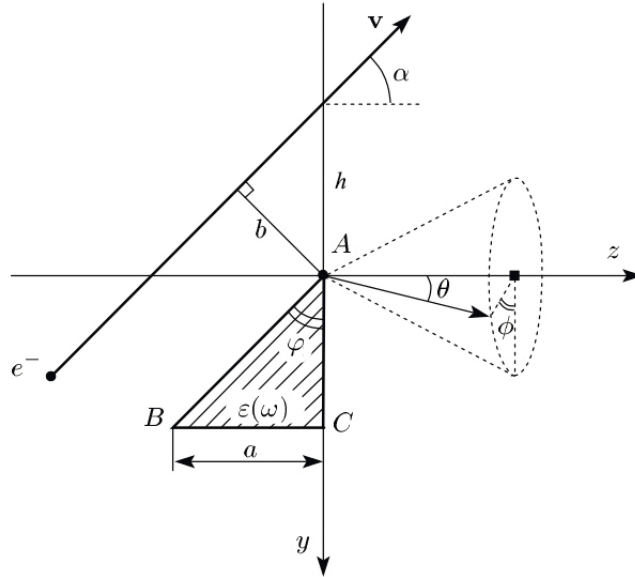


Рисунок 3.1 – Схема генерации поляризационного излучения заряженной частицей, движущейся равномерно вблизи призматического клина.

Здесь, с целью упрощения записи, введено обозначение $K = \sqrt{1 + (\gamma\beta e_x)^2 \varepsilon(\omega)}$, а также использован явный вид компонент вектора скорости \mathbf{v} . Для снятия внутреннего интеграла в выражении (3.6) было использовано известное свойство дельта-функции (2.6). Оставшийся интеграл может быть вычислен с помощью теоремы о вычетах Коши и леммы Жордана [115]. Результатом применения последних является присутствие в итоговом выражении знаковой функции, которая характеризует положение мишени относительно траектории заряженной частицы:

$$s(y', z') \equiv \text{sing} [y' - z' \text{tg}\alpha + h] = \begin{cases} +1, & \text{мишень ниже траектории частицы } (y' + h > z' \text{tg}\alpha), \\ -1, & \text{мишень выше траектории частицы } (y' + h < z' \text{tg}\alpha). \end{cases} \quad (3.7)$$

Подставляя в формулу (3.1) Фурье-компоненту поля (3.6) и выражение для проводимости среды (2.16) с учётом явного вида волнового вектора (3.2) и проводя интегрирование по всему объёму мишени, несложно получить уравнение для напряжённости магнитного поля поляризационного излучения в среде:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = & \frac{e}{4\pi c} \frac{\beta\sqrt{\varepsilon(\omega)}(\varepsilon(\omega) - 1) \exp(ikr)}{K r} \mathbf{F} \times \\ & \times \left(\frac{1 - \exp \left[-ia \frac{\omega}{\beta c} \left(\cos \alpha - \beta\sqrt{\varepsilon(\omega)} e_z + i\gamma^{-1} K \sin \alpha \right) \right]}{\cos \alpha - \beta\sqrt{\varepsilon(\omega)} e_z + i\gamma^{-1} K \sin \alpha} \right) + \\ & + \frac{\exp \left[-ia \frac{\omega}{\beta c} \left(\cos \alpha - \beta\sqrt{\varepsilon(\omega)} e_z + i\gamma^{-1} K \sin \alpha \right) \right] -}{\text{ctg}\varphi \left(\sin \alpha + \beta\sqrt{\varepsilon(\omega)} e_y - i\gamma^{-1} K \cos \alpha \right) +} \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned}
& \left. \frac{-\exp\left[ia\frac{\omega}{\beta c}\text{ctg}\varphi\left(\sin\alpha + \beta\sqrt{\varepsilon(\omega)}e_y - i\gamma^{-1}K\cos\alpha\right)\right]}{+\cos\alpha - \beta\sqrt{\varepsilon(\omega)}e_z + i\gamma^{-1}K\sin\alpha}\right) \times \\
& \times \frac{\exp\left[-\frac{\omega}{\gamma\beta c}(h + a \cdot \text{ctg}\varphi)K\cos\alpha\right]}{\gamma^{-1}K\cos\alpha + i\sin\alpha + i\beta\sqrt{\varepsilon(\omega)}e_y} \exp\left[-ih\frac{\omega}{\beta c}\sin\alpha\right] \times \\
& \times \exp\left[-ia\frac{\omega}{\beta c}\text{ctg}\varphi\left(\sin\alpha + \beta\sqrt{\varepsilon(\omega)}e_y\right)\right],
\end{aligned}$$

где для краткости записи введено обозначение векторной части полученного выражения:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} (\gamma^{-1}\cos\alpha + iK\sin\alpha)e_y + (\gamma^{-1}\sin\alpha - iK\cos\alpha)e_z \\ \left(\gamma\beta\sqrt{\varepsilon(\omega)}e_z - \gamma^{-1}\cos\alpha - iK\sin\alpha\right)e_x \\ \left(iK\cos\alpha - \gamma\beta\sqrt{\varepsilon(\omega)}e_y - \gamma^{-1}\sin\alpha\right)e_x \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

а также учтено, что в рассматриваемом случае мишень располагается ниже траектории заряженной частицы.

Для нахождения поля излучения в вакууме используем уже известную схему, основанную на принципе взаимности (1.23) и компонентном представлении поля (1.25) и (1.26). Подставляя компоненты поля излучения (3.8) в формулу (1.28) с учётом выражений (1.27), (2.25), (3.5) и преобразования углов:

$$\mathbf{e} = \{\sin\Theta\sin\phi; \sin\Theta\cos\phi; \cos\Theta\} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon(\omega)}} \left\{ \sin\theta\sin\phi; \sin\theta\cos\phi; \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2\theta} \right\}, \quad (3.10)$$

окончательно получим спектрально-угловую плотность поляризованного излучения. Однако выражение для спектрально-углового распределения поляризованного излучения будет получено с привязкой углов наблюдения к декартовой системе координат, связанной с мишенью (см. рисунок 3.1), что является необычным для подобных задач, поскольку при рассмотрении черенковского излучения принято откладывать углы излучения от импульса частицы. Поэтому перейдём к системе наблюдения от траектории заряженной частицы, тогда соотношение между углами θ и θ' можно записать в виде: $\theta = \theta' - \alpha$, обратим внимание, что для случая $\theta' > \alpha$ азимутальный угол $\phi = 0$, а при $\theta' < \alpha$ азимутальный угол $\phi = \pi$ (см. рисунок 3.1).

Также в эксперименте зачастую проще поворачивать мишень относительно траектории пучка заряженных частиц, нежели изменять направление движения последнего, поэтому связь между углом пролёта частицы, углом раствора клина и углом поворота мишени можно представить в следующем виде (см. рисунок 3.2):

$$\alpha = \pi/2 - \varphi - \psi. \quad (3.11)$$

Следовательно, спектрально-угловое распределение поляризованного излучения по направлению «вперёд» (в положительном направлении оси z) примет следующий вид:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{cr^2}{|\varepsilon(\omega)|^2} \left(\left| \sqrt{\varepsilon(\omega)}f_E \right|^2 \left| H_{\parallel}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 + \left| f_H \right|^2 \left| H_{\perp}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{e^2}{4\pi^2 c} \frac{\beta^2 \cos^2(\theta' - \alpha)}{K^2 |P|^2} \left| \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\varepsilon(\omega)} \right|^2 \left| 1 - \frac{P \exp \left[i \frac{\omega}{\beta c} \Sigma \cdot a \cdot \text{ctg} \varphi \right] + \Sigma \cdot \text{ctg} \varphi \exp \left[-i a \frac{\omega}{\beta c} P \right]}{P + \Sigma \cdot \text{ctg} \varphi} \right|^2 \times \\
&\times \frac{\exp \left[-2 \frac{\omega}{\gamma \beta c} (h + a \cdot \text{ctg} \varphi) K \cos \alpha \right]}{1 - \beta^2 \cos^2(\theta' - \alpha) + \beta^2 \sin^2 \alpha \left(1 - \sin^2(\theta' - \alpha) \sin^2 \phi \right) + 2\beta \sin \alpha \sin(\theta' - \alpha) \cos \phi} \times \\
&\times \left[\left| \frac{\varepsilon(\omega)}{\varepsilon(\omega) \cos(\theta' - \alpha) + U} \right|^2 \left| \cos \alpha \left(\gamma^{-1} \sin(\theta' - \alpha) - i K U \cos \phi \right) + \right. \right. \quad (3.12) \\
&+ \sin \alpha \left(i K \sin(\theta' - \alpha) + \gamma^{-1} U \cos \phi \right) - \gamma \beta U \sin(\theta' - \alpha) \sin^2 \phi \left. \right|^2 + \\
&+ \gamma^2 \sin^2 \phi \left| \frac{\sqrt{\varepsilon(\omega)}}{\cos(\theta' - \alpha) + U} \right|^2 \left(\sin^2(\theta' - \alpha) + |U|^2 \right) \times \\
&\times \left[1 - \beta^2 \cos^2(\theta' - \alpha) + 2\beta \gamma^{-2} \sin \alpha \sin(\theta' - \alpha) \cos \phi - \gamma^{-2} \sin^2 \alpha (K^2 - \gamma^{-2}) \right].
\end{aligned}$$

Здесь для упрощения записи введены обозначения:

$$\begin{aligned}
U &= \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2(\theta' - \alpha)}, \\
P &= \cos \alpha - \beta U + i \gamma^{-1} K \sin \alpha, \\
\Sigma &= \sin \alpha + \beta \sin(\theta' - \alpha) \cos \phi - i \gamma^{-1} K \cos \alpha, \\
K &= \sqrt{1 + (\gamma \beta \sin(\theta' - \alpha) \sin \phi)^2}.
\end{aligned} \quad (3.13)$$

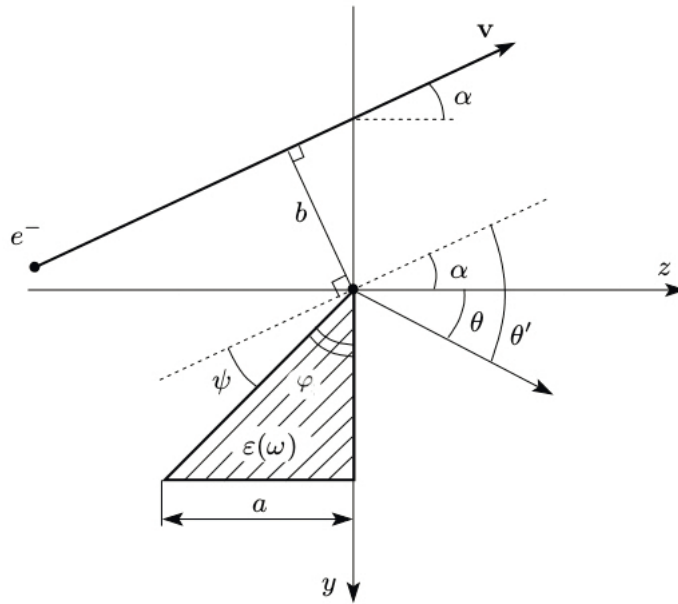


Рисунок 3.2 – Схема, иллюстрирующая переход к новым углам наблюдения и поворота мишени относительно траектории движения заряженной частицы.

Полученное выражение спектрально-угловой плотности поляризационного излучения содержит в себе как дифракционное излучение, так и черенковское, которому отвечает полюс в знаменателе:

$$\left| \cos \alpha - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2(\theta' - \alpha)} + i\gamma^{-1} K \sin \alpha \right| \rightarrow 0. \quad (3.14)$$

Данное выражение при $\alpha \rightarrow 0$ переходит в известное условие Вавилова-Черенкова, записанное в вакуумных переменных. Однако при $\alpha \neq 0$ будет наблюдаться смещение пика черенковского излучения в угловом распределении. Следует заметить, что в выражении (3.12) присутствует также дополнительный полюс излучения Вавилова-Черенкова, который обеспечивает смещение пиков поляризационного излучения в зависимости от геометрии выбранной мишени, характеризующейся, в данном случае, углом раствора призмы φ . Поэтому даже при рассмотрении случая пролёта заряженной частицы под углом α равным нулю (см. рисунок 3.1), пик черенковского излучения будет смещён относительно углов излучения, удовлетворяющих известному условию генерации данного излучения в среде.

3.2 Пределы применимости теоретической модели

Необходимо отметить, что полученное выражение (3.12) будет справедливо только для углов пролёта частицы, значения которых меньше критического угла α_{cr} , дальнейшее увеличение угла приведёт к случаю, когда траектория частицы будет пересекать мишень (см. рисунок 3.3), и, как следствие, к генерации дополнительно к дифракционному и черенковско-

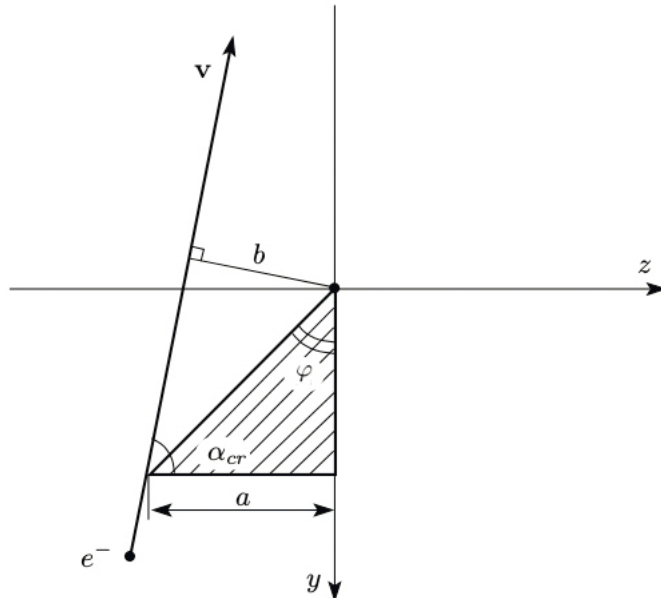


Рисунок 3.3 – Схема генерации поляризационного излучения заряженной частицей, движущейся под критическим углом к призматическому клину.

му так же и переходного излучения. Величина критического угла определяется геометрией

пролёта заряженной частицы и размерами мишени из простого соотношения:

$$\alpha_{cr} = \arcsin\left(\frac{b}{a/\sin\varphi}\right) + \frac{\pi}{2} - \varphi. \quad (3.15)$$

Геометрия мишени так же накладывает естественные ограничения на полученный результат. Для сохранения треугольного профиля призмы необходимо, чтобы угол раствора призмы удовлетворял следующему условию:

$$0 < \varphi < \pi/2. \quad (3.16)$$

Следующее ограничение является следствием применения в модели формул Френеля (2.25) для плоской бесконечной границы раздела. Данное приближение будет справедливо, если параметр мишени $a/\text{tg}\varphi$ значительно превосходит длину волны испущенного излучения, т.е. когда выполняется условие:

$$a/\text{tg}\varphi \gg \lambda. \quad (3.17)$$

В этом случае грань призмы AC (см. рисунок 3.1), через которую происходит выход излучения в вакуум, можно считать бесконечной по отношению к длине волны и не учитывать вклада, вносимого рёбрами.

3.3 О модификации классического условия Вавилова-Черенкова

Рассмотрим некоторые особенности поляризационного излучения, возникающего при наклонном пролёте заряженной частицы вблизи диэлектрического клина. Для прозрачного вещества при выполнении условия Вавилова-Черенкова интенсивность дифракционного излучения мала, и основной вклад вносит черенковское излучение (см. рисунок 3.4). Интенсивность дифракционного излучения остаётся практически постоянной, и его распространение соответствует направлению движения заряженной частицы. По мере увеличения угла пролёта α интенсивность в пике черенковского излучения увеличивается, т.к. эффективный прицельный параметр уменьшается. Случай, при котором угол поворота ψ равен нулю, соответствует параллельному пролёту заряженной частицы вдоль грани AB , при этом направление распространения излучения Вавилова-Черенкова удовлетворяет известному соотношению $n\beta \cos\Theta = 1$ с учётом преломления излучения на выходной грани AC . Следует ещё раз заметить, что при изменении угла поворота мишени ψ в большую или меньшую сторону направление распространения излучения Вавилова-Черенкова не подчиняется требованиям известного черенковского соотношения.

Отмеченные особенности излучения Вавилова-Черенкова, генерируемого электронным пучком при его наклонном пролёте вблизи диэлектрического клина, в миллиметровом диапазоне длин волн нашли экспериментальное подтверждение в серии работ [41, 44, 102, 116]. Так, например, на рисунке 3.5а представлены угловые распределения когерентного поляризационного излучения, измеренного на микротроне ФТИ ТПУ (параметры экспериментальной

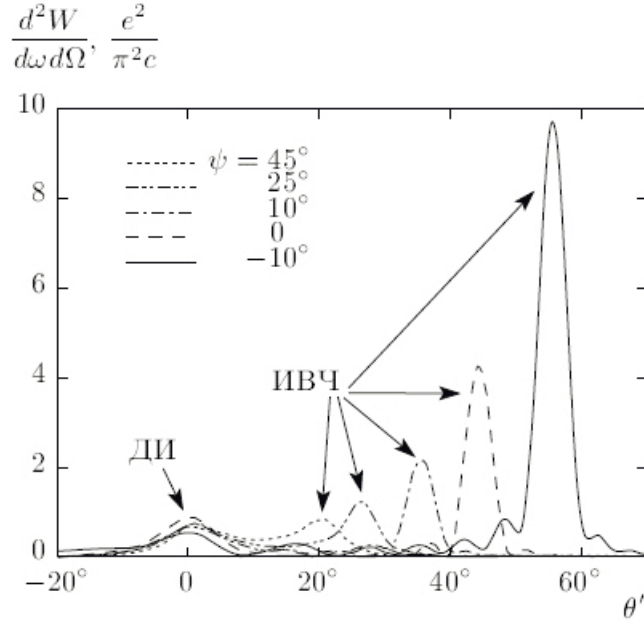


Рисунок 3.4 – Угловое распределение поляризационного излучения, генерируемого заряженной частицей с энергией $\gamma = 12$ при пролёте вблизи диэлектрического клина. Для удобства пики, соответствующие дифракционному излучению, обозначены как ДИ, а пики черенковского излучения – ИВЧ. Параметры расчёта: $\sqrt{\varepsilon(\omega)} = 1.41$ (тефлон), $b = 15$ мм, $\varphi = \pi/4$, $a = 45$ мм, $\lambda = 4$ мм.

установки представлены в таблице 3.1) и вычисленного в рамках метода поляризационных токов с учётом когерентных эффектов:

$$\frac{d^2W_{bunch}}{d\omega d\Omega} = \frac{d^2W}{d\omega d\Omega} [N + N(N-1)|F_z|^2]. \quad (3.18)$$

Здесь $\frac{d^2W}{d\omega d\Omega}$ – спектрально-угловая плотность энергии поляризационного излучения, испу-

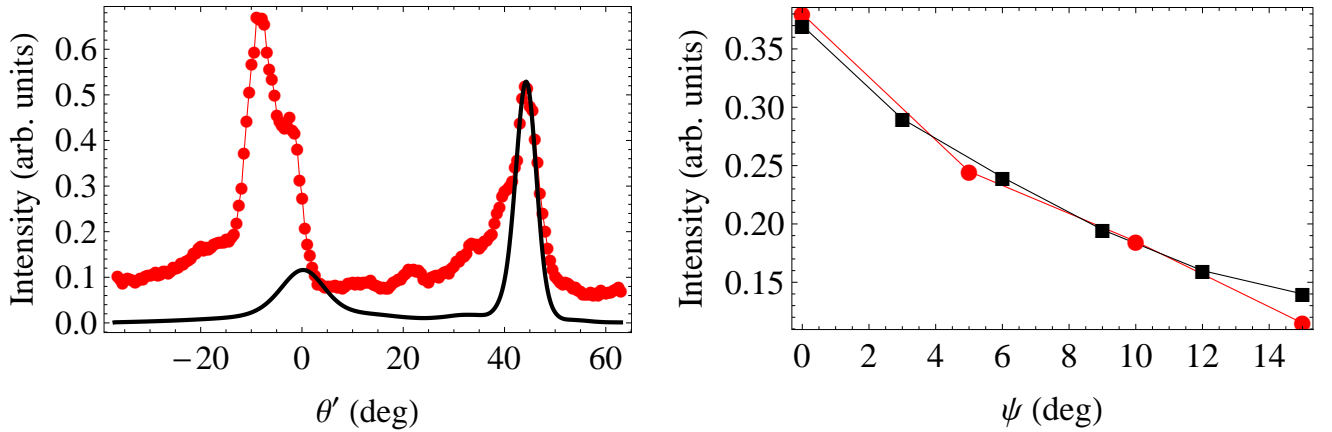
Таблица 3.1 – Основные параметры выведенного пучка микротрона

Энергия ускоренных электронов (МэВ)	6.1
Длительность макроимпульса (мкс)	4
Длина сгустка (мм)	2.4
Населённость сгустка	$6 \cdot 10^8$

щенного диэлектрической мишенью под действием кулоновского поля одного электрона (в рассматриваемом случае определяется по формуле (3.12)), N – населённость сгустка, F_z – форм-фактор для когерентного черенковского излучения, который определяется согласно предложенному в работе [117] подходу:

$$F_z = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega \sigma_z}{\beta c} \right)^2 \right]. \quad (3.19)$$

В последнем выражении σ_z – среднее квадратическое отклонение, которое характеризует продольный размер электронного сгустка в гауссовом приближении.



- а) Угловые распределения поляризационного излучения от тефлоновой призмы для случая $\psi = 0$. Экспериментальные данные взяты из работы [41]
- б) Зависимости интенсивности в максимуме пика черенковского излучения от угла поворота призмы. Экспериментальные данные взяты из работы [44]

Рисунок 3.5 – Сравнительный анализ теоретических и экспериментальных зависимостей поляризационного излучения, генерируемого электронным пучком с энергией $\gamma = 12$ при пролёте вблизи диэлектрического клина. Экспериментальные результаты обозначены кривой с кружками. Теоретическим расчётам соответствуют для рисунка а) сплошная кривая, а для рисунка б) кривая с квадратами. Величина ошибок измерения на рисунке не приведена, поскольку она не превышает размера точек, отражающих экспериментальные данные. Параметры расчёта: $\sqrt{\varepsilon(\omega)} = 1.41$ (тефлон), $b = 20$ мм, $\varphi = \pi/4$, $a = 175$ мм, $\lambda = 10 - 30$ мм, $N = 6 \cdot 10^8$, $\sigma_z = 2.4$ мм.

Как следует из рисунка 3.5а теоретическая кривая хорошо описывает результаты экспериментального измерения угловых зависимостей черенковского излучения ($\theta_{Ch} \approx 45^\circ$). В случае дифракционного излучения ($\theta = 0$) наблюдаются существенные различия теоретического расчёта с экспериментом, которые обусловлены значительным вкладом кулоновского поля пучка в распределение дифракционного излучения, поскольку направление распространения последнего совпадает с направлением пучка, что в конечном итоге приводит к их совместной регистрации. Кроме того имеющееся расхождение эксперимента с представленной теорией в малых углах излучения может быть обусловлено дополнительным вкладом переходного излучения от параболического зеркала, которое авторы работ [41, 44, 102, 116] использовали как элемент детектирующей системы для устранения эффектов «ближней» зоны (зона Френеля) [118].

На рисунке 3.5б представлен сравнительный анализ зависимостей интенсивности излучения Вавилова-Черенкова, измеренного (кривая с кружками) и рассчитанного по модели поляризационных токов (кривая с квадратами) для максимального значения выхода излучения

(соответствует углу θ_{Ch}), от угла поворота тефлоновой призмы ψ . Как следует из рисунка с увеличением угла поворота мишени ψ (или же уменьшением угла пролёта частицы α) интенсивность черенковского излучения убывает, поскольку эффективный прицельный параметр увеличивается, а область поляризации уменьшается. Данная зависимость прослеживается не только в теоретической модели, но и в результатах экспериментальных измерений [44]. Необходимо заметить, что в цитируемой работе авторы использовали поглотитель, который закрывал грань призмы BC (см. рисунок 3.1). Использование последнего необходимо для предотвращения генерации дифракционного излучения и, как следствие, его влияния на характеристики черенковского излучения. По этой причине в области больших углов поворота мишени наблюдается небольшое расхождение теоретического расчёта с экспериментальными измерениями. Такое расхождение обусловлено влиянием дифракционного излучения, т.к. с увеличением угла поворота мишени максимум черенковского излучения смещается в область малых углов θ (см. рисунок 3.4), что приводит к увеличению влияния дифракционного излучения, которое в эксперименте не рассматривалось.

Для объяснения эффекта смещения пика в распределении черенковского излучения рассмотрим зависимость интенсивности поляризационного излучения от объёма призматической мишени.

Выражение (3.12) позволяет определить спектрально-угловую плотность поляризационного излучения от призматических мишеней различного объёма: варьируя угол раствора φ в вершине призматической мишени (см. рисунок 3.6), тем самым, возможно изменить объём

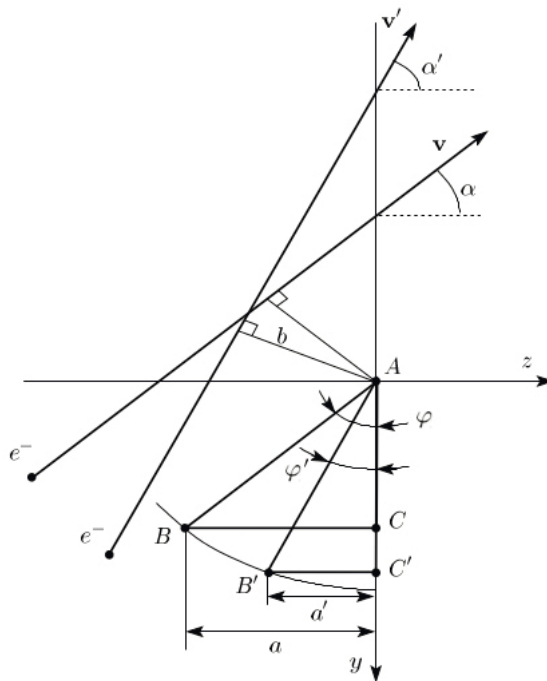


Рисунок 3.6 – Схема генерации поляризационного излучения, иллюстрирующая изменение объёма мишени при вариации угла раствора в вершине призматического клина.

мишени, подверженный процессу поляризации полем заряженной частицы. Для всех после-

дующих расчётов будем рассматривать только случай параллельного пролёта заряженной частицы относительно грани AB призматической мишени, таким образом, связь между углом пролёта α и углом раствора φ в вершине клина примет следующий вид:

$$\varphi + \alpha = \pi/2. \quad (3.20)$$

В традиционном представлении интенсивность черенковского излучения в максимуме углового распределения пропорциональна квадрату длины пробега заряженной частицы в среде, поэтому размер грани призматической мишени AB (со стороны движения заряженной частицы) остаётся постоянным, следовательно, в выражении (3.12) параметр a можно записать в следующем виде:

$$a = AB \cdot \sin \varphi. \quad (3.21)$$

Спектрально-угловое распределение поляризационного излучения при параллельном пролёте заряженной частицы вблизи мишени ($\varphi = \pi/4$) с привязкой углов к системе координат приведено на рисунке 3.7. Пик излучения под углом $\theta_{ChR} = -0.73^\circ$ указывает на то, что излучение Вавилова-Черенкова распространяется под прямым углом к грани AC , тем самым коэффициенты Френеля вносят наименьший вклад в процессы рассеяния и преломления излучения при выходе его из материала мишени.

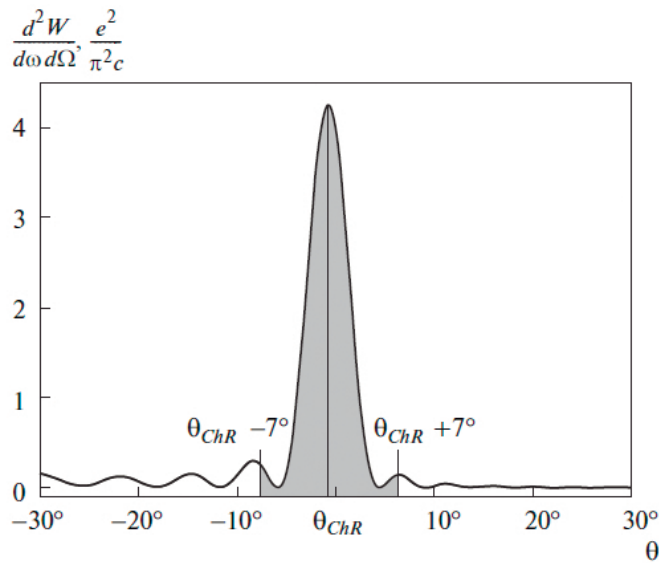


Рисунок 3.7 – Угловое распределение поляризационного излучения, генерируемого заряженной частицей с энергией $\gamma = 12$ при наклонном пролёте вблизи диэлектрического клина. Параметры расчёта: $\sqrt{\varepsilon(\omega)} = 1.41$ (тефлон), $b = 15$ мм, $\varphi = \pi/4$, $l = 45\sqrt{2}$ мм, $\lambda = 4$ мм.

Проведём исследование зависимости интенсивности в максимуме углового распределения излучения от угла раствора клина φ , и, следовательно, от толщины клина a (см. рисунок 3.8).

Как видно из рисунка 3.8 при изменении угла раствора клина φ интенсивность черенковского излучения в максимуме углового распределения уменьшается. Заметим, что и поляризованный угол распространения черенковского излучения в вакууме θ также изменяется от нуля

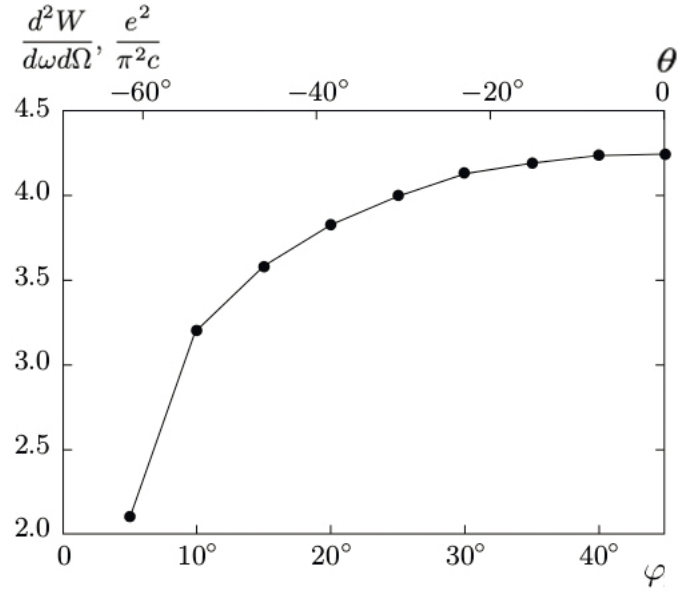


Рисунок 3.8 – Зависимость интенсивности черенковского излучения в максимуме углового распределения от угла раствора клина φ . Параметры расчёта: $\gamma = 12$, $\sqrt{\varepsilon(\omega)} = 1.41$ (тефлон), $b = 15$ мм, $l = 45\sqrt{2}$ мм, $\lambda = 4$ мм.

до $\sim \pi/3$ (см. рисунок 3.8). Таким образом, коэффициенты Френеля вносят заметный вклад в рассеяние излучения при его переходе из материала мишени в вакуум. Следовательно, для учёта полного вклада, вносимого черенковским излучением в спектрально-угловое распределение поляризационного излучения, необходимо вычислить интеграл по всей площади, занимаемой пиком черенковского излучения (см. рисунок 3.9):

$$S(\varphi) = \int_{\theta_{ChR}-7^\circ}^{\theta_{ChR}+7^\circ} \frac{d^2W}{d\omega d\Omega} d\theta. \quad (3.22)$$

Сравнение зависимостей, представленных на рисунках 3.8 и 3.9, показывает, что полная интенсивность излучения не зависит от длины основания диэлектрической призмы. Рассматриваемый эффект, в первую очередь, можно объяснить ослаблением поля заряженной частицы с увеличением расстояния от её траектории, во-вторых, излучение Вавилова-Черенкова является когерентным, следовательно, конструктивная интерференция излучения возможна только в достаточно тонком слое вещества. Отметим, что эффект генерации черенковского излучения в поверхностном слое мишени впервые был экспериментально показан в работе [41], в которой авторы при исследовании эффекта одновременной генерации дифракционного и черенковского излучений в диэлектрической мишени наблюдали исчезновение последнего при установке металлической фольги перед гранью мишени со стороны пучка электронов.

Рассмотрим качественно физическую природу излучения Вавилова-Черенкова при наклонном пролёте заряженной частицы вблизи диэлектрической экрана. Если релятивистская заряженная частица движется в вакууме ($n_1 = 1$) рядом с диэлектрической средой ($n_2 \neq 1$) с постоянной скоростью, то связанное с ней электромагнитное поле временно поляризует

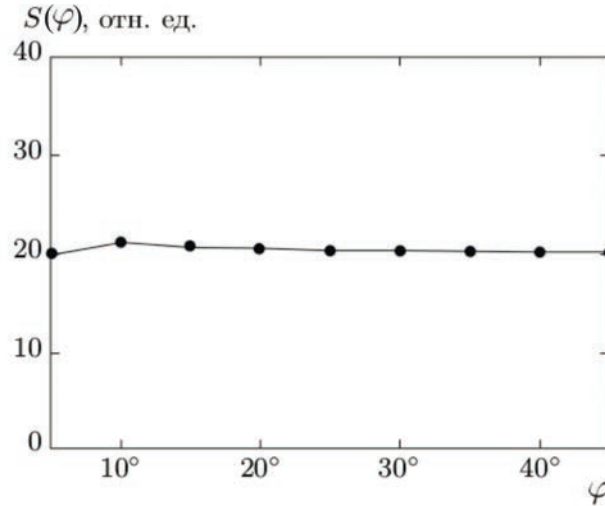


Рисунок 3.9 – Зависимость полной интенсивности излучения Вавилова-Черенкова S от угла раствора κ. Параметры расчёта: $\gamma = 12$, $\sqrt{\varepsilon(\omega)} = 1.41$ (тефлон), $b = 15$ мм, $l = 45\sqrt{2}$ мм, $\lambda = 4$ мм.

среду вблизи траектории частицы. В нашем случае наибольшая поляризация атомов среды будет наблюдаться на границе раздела двух сред. Таким образом, колебания молекул среды, возбуждаемых электромагнитным полем заряженной частицы, становятся излучателями электромагнитной волны. В общем случае, испускаемые ими волны, идущие от всех частей границы раздела двух сред, интерферируют так, что в точке, находящейся на некотором расстоянии от границы раздела, интенсивность результирующего поля оказывается равной нулю.

Если скорость движения заряженной частицы превышает фазовую скорость света в среде, то элементарные волны, испущенные от всех частей границы раздела, могут совпасть по фазе в некоторой точке наблюдения, что приводит к конструктивной интерференции. Из построений Гюйгенса, приведённых на рисунке 3.10, видно, что излучение может наблюдаться лишь под некоторым углом $\psi + \Theta$ по отношению к пути распространения возмущения на границе раздела двух сред; это угол, при котором элементарные волны из точек P_1 , P_2 и P_3 , находящихся на траектории распространения возмущения $A'B'$, когерентны и образуют плоский фронт волны $B'C$. Эта когерентность имеет место, когда частица проходит путь AB за то же время, за которое свет проходит путь от A' до C .

Условия когерентности, таким образом, заключается в том, чтобы за интервал времени Δt частица проходила бы путь от A до B , в то время как фронт волны излучения проходит отрезок от A' до C . Если скорость частицы равна βc , где c – скорость света, и если n – показатель преломления диэлектрической среды, то

$$A'B' = \frac{\beta c}{\cos \psi} \Delta t, \quad A'C = \frac{c}{n} \Delta t. \quad (3.23)$$

Отсюда следует, что излучение будет распространяться под углом, определяемым из условия:

$$\cos(\psi + \Theta) = \frac{\cos \psi}{\beta n}. \quad (3.24)$$

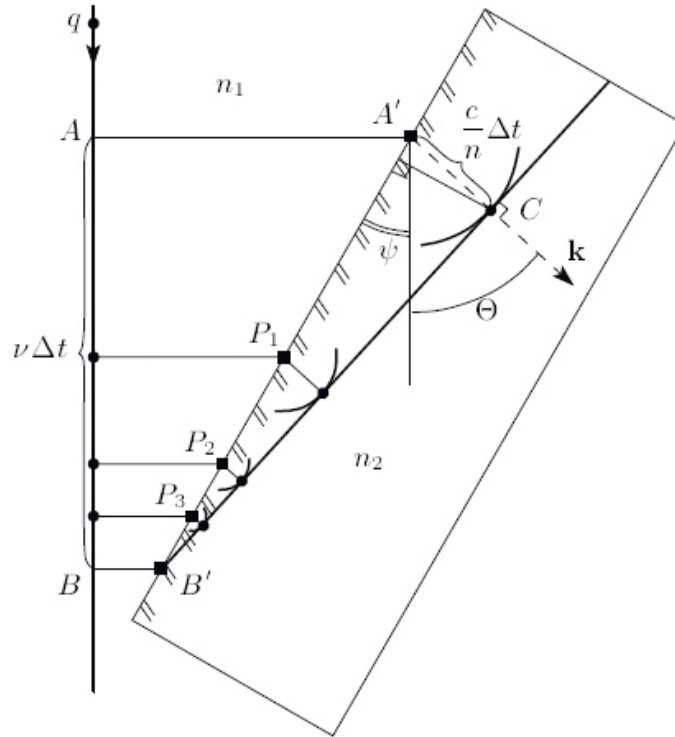


Рисунок 3.10 – Построение Гюйгенса, иллюстрирующее образование когерентного излучения.

Это соотношение является основным, и, как несложно заметить, при ψ равным нулю, оно переходит в хорошо известное условие Вавилова-Черенкова.

В качестве подтверждения представленных рассуждений проведём сравнение зависимостей угла распространения излучения Вавилова-Черенкова от угла поворота мишени (см. рисунок 3.11). Кривая 1 на рисунке 3.11 получена при помощи метода поляризационных токов (схема генерации излучения приведена на рисунке 3.1), кривая 2 – формулы (3.24) и закона Снеллиуса. Заметим, что кривые, представленные на рисунке 3.11, полностью совпадают в области отрицательных значений угла поворота мишени ψ , для положительных углов наблюдается небольшое различие в поведении кривых, которое может быть объяснено влиянием дифракционного излучения, т.к. при больших значениях ψ направление распространения черенковского излучения характеризуется малыми углами θ' (см. рисунок 3.4) и его интенсивность становится соизмеримой с интенсивностью дифракционного излучения, что приводит к интерференционным эффектам.

Дополнительным доказательством рассматриваемого эффекта будет сравнение спектрально-угловых распределений излучения Вавилова-Черенкова, генерируемых клинообразными мишенями разного объёма. На рисунке 3.12 приведена схема генерации поляризационного излучения от удвоенной мишени.

Проводя вычисления, аналогичные выполненным ранее, для поляризационного излучения от диэлектрического клина, приходим к следующему выражению для интенсивности

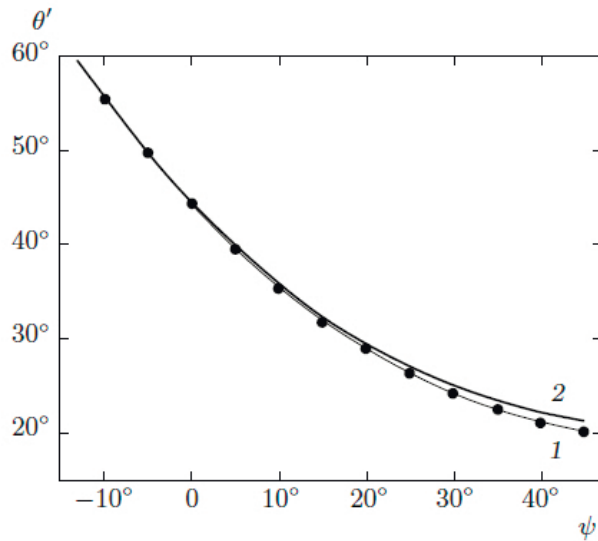


Рисунок 3.11 – Зависимости угла распространения черенковского излучения от угла поворота мишени относительно траектории движения заряженной частицы: 1 – согласно методу поляризационных токов (схема генерации излучения приведена на рисунке 3.1), 2 – по формуле (3.24) и закону Снеллиуса. Параметры расчёта: $\gamma = 12$, $\sqrt{\varepsilon(\omega)} = 1.41$ (тефлон), $b = 15$ мм, $\varphi = \pi/4$, $a = 45$ мм, $\lambda = 4$ мм.

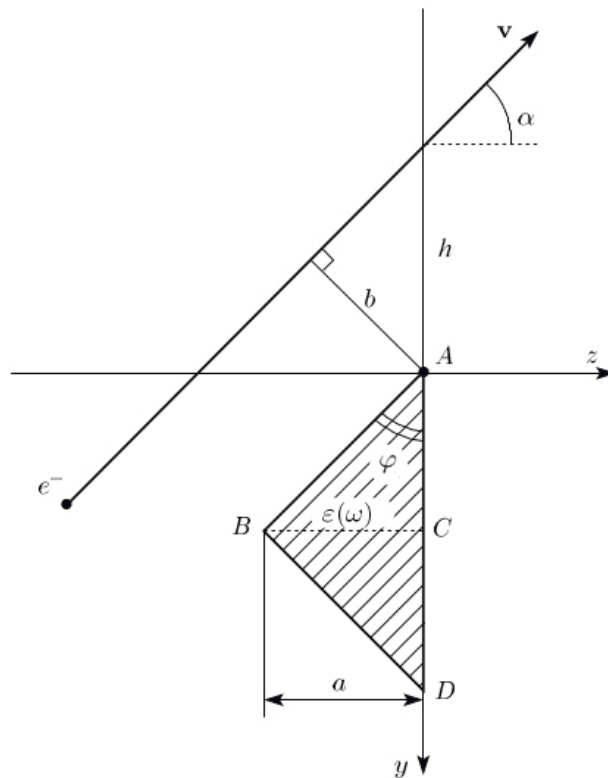


Рисунок 3.12 – Схема генерации поляризационного излучения заряженной частицей, равномерно движущейся вблизи удвоенного призматического клина.

поляризационного излучения в направлении «вперёд»:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{cr^2}{|\varepsilon(\omega)|^2} \left(\left| \sqrt{\varepsilon(\omega)} f_E \right|^2 \left| H_{\parallel}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 + \left| f_H \right|^2 \left| H_{\perp}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{e^2}{4\pi^2 c} \frac{\beta^2 \cos^2(\theta' - \alpha)}{K^2 |P|^2} \left| \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\varepsilon(\omega)} \right|^2 \left| 1 - \exp \left[-ia \frac{\omega}{\beta c} (P + \Sigma \cdot \text{ctg}\varphi) \right] - \frac{P \exp \left[i \frac{\omega}{\beta c} \Sigma \cdot a \cdot \text{ctg}\varphi \right]}{P + \Sigma \cdot \text{ctg}\varphi} \right| + \\
&+ \frac{P^2 + \Sigma^2 \cdot \text{ctg}^2\varphi}{P^2 - \Sigma^2 \cdot \text{ctg}^2\varphi} \exp \left[-ia \frac{\omega}{\beta c} P \right] - \frac{\Sigma \cdot \text{ctg}\varphi \exp \left[-i \frac{\omega}{\beta c} \Sigma \cdot a \cdot \text{ctg}\varphi \right]}{P - \Sigma \cdot \text{ctg}\varphi} \Bigg|^2 \times \\
&\times \frac{\exp \left[-2 \frac{\omega}{\gamma \beta c} (h + a \cdot \text{ctg}\varphi) K \cos \alpha \right]}{1 - \beta^2 \cos^2(\theta' - \alpha) + \beta^2 \sin^2 \alpha (1 - \sin^2(\theta' - \alpha) \sin^2 \phi) + 2\beta \sin \alpha \sin(\theta' - \alpha) \cos \phi} \times \\
&\times \left[\left| \frac{\varepsilon(\omega)}{\varepsilon(\omega) \cos(\theta' - \alpha) + U} \right|^2 \left| \cos \alpha (\gamma^{-1} \sin(\theta' - \alpha) - iKU \cos \phi) + \right. \right. \\
&+ \left. \sin \alpha (iK \sin(\theta' - \alpha) + \gamma^{-1}U \cos \phi) - \gamma\beta U \sin(\theta' - \alpha) \sin^2 \phi \right|^2 + \\
&+ \left. \gamma^2 \sin^2 \phi \left| \frac{\sqrt{\varepsilon(\omega)}}{\cos(\theta' - \alpha) + U} \right|^2 (\sin^2(\theta' - \alpha) + |U|^2) \times \right. \\
&\left. \times \left[1 - \beta^2 \cos^2(\theta' - \alpha) + 2\beta\gamma^{-2} \sin \alpha \sin(\theta' - \alpha) \cos \phi - \gamma^{-2} \sin^2 \alpha (K^2 - \gamma^{-2}) \right] \right].
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Данное выражение описывает как дифракционное, так и черенковское излучение. Последнему, так же как, и для предыдущего случая, отвечает основной полюс в формуле (3.14) и полюс смещения, определяемый геометрией рассматриваемой мишени.

Результаты теоретического исследования представлены на рисунках 3.13 и 3.14. Сравнение спектрально-угловых распределений поляризованного излучения, генерируемого призматическими мишенями различного объёма, позволяют сделать вывод, что в процессе генерации черенковского излучения участвует только грань мишени (AB), обращенная к траектории заряженной частицы, в то время как за генерацию дифракционного излучения отвечают остальные грани мишени (AC и BC).

3.4 Обсуждение результатов главы

В настоящей главе представлены результаты теоретического исследования особенностей излучения Вавилова-Черенкова, которое возникает при пролёте заряженной частицы вблизи призматических мишеней, обладающих произвольной диэлектрической проницаемостью. Полученные результаты позволяют сделать основной вывод о природе исследуемого эффекта: излучение Вавилова-Черенкова генерируется в поверхностном слое близлежащей к траектории частицы границы раздела двух сред (грань AB , см. рисунок 3.1) и его интенсивность будет определяться длиной рассматриваемого грани. Второй вывод становится логическим продолжением первого: угловое распределение черенковского излучения при пролёте заряженной частицы вблизи диэлектрической мишени не подчиняется известному условию

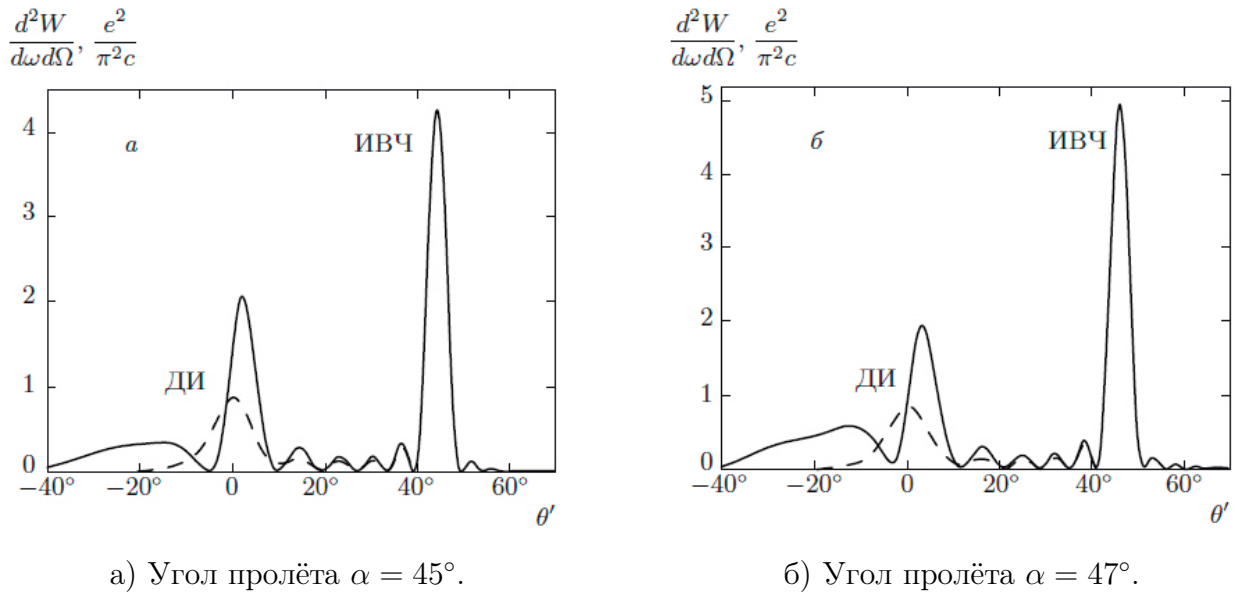


Рисунок 3.13 – Угловые распределения поляризационного излучения, генерируемого заряженной частицей с энергией $\gamma = 12$ при пролёте вблизи диэлектрического клина. Сплошная кривая отражает распределение от удвоенной мишени, в то время как штрихованная кривая – от исходной мишени. Для удобства пики, соответствующие дифракционному излучению, обозначены как ДИ, а пики черенковского излучения – ИВЧ. Параметры расчёта: $\sqrt{\varepsilon(\omega)} = 1.41$ (тефлон), $b = 15$ мм, $\varphi = \pi/4$, $a = 45$ мм, $\lambda = 4$ мм.

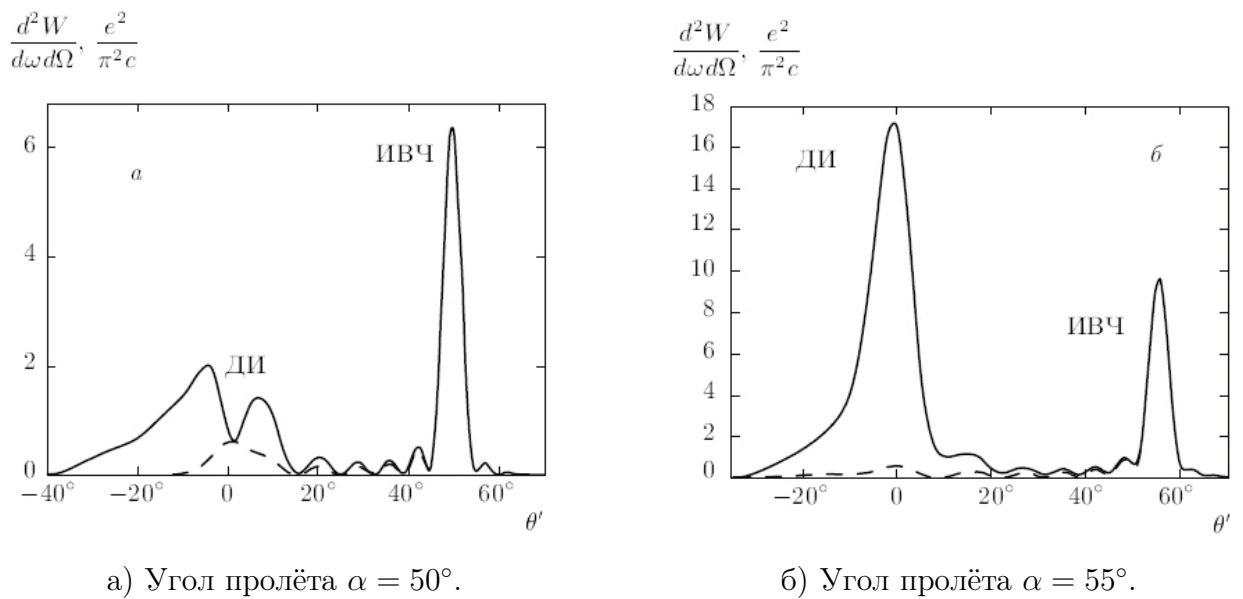


Рисунок 3.14 – Угловые распределения поляризационного излучения, генерируемого заряженной частицей с энергией $\gamma = 12$ при пролёте вблизи диэлектрического клина. Сплошная кривая отражает распределение от удвоенной мишени, в то время как штрихованная кривая – от исходной мишени. Для удобства пики, соответствующие дифракционному излучению, обозначены как ДИ, а пики черенковского излучения – ИВЧ. Параметры расчёта: $\sqrt{\varepsilon(\omega)} = 1.41$ (тефлон), $b = 15$ мм, $\varphi = \pi/4$, $a = 45$ мм, $\lambda = 4$ мм.

Вавилова-Черенкова, а определяется, главным образом, ориентацией излучающего слоя относительно траектории заряженной частицы. Таким образом, поляризационное излучение можно представить в виде излучения, возникающего в поверхностном слое мишени из-за динамических поляризационных токов, возбужденных полем пролетающих заряженных частиц.

Следует заметить, что полученные результаты имеют ряд ограничений, вызванных как геометрическими условиями, так и используемым подходом к расчёту характеристик поляризационного излучения (см. раздел 1.4). Применение формул Френеля (2.25) требует, чтобы грань клина $AC = a/\operatorname{tg}\varphi$ значительно превосходила длину волны испущенного излучения. При выполнении условия (3.17) выходную грань призмы можно считать бесконечной и не учитывать влияние рёбер на характеристики излучения. Так же коэффициенты Френеля (2.25) не позволяют учесть возможные многократные переотражения поляризационного излучения внутри призмы. Другим не менее важным ограничением является условие, налагаемое геометрией мишени, которое можно представить в очень простой форме (3.16). Однако, указанное условие не будет нарушаться при увеличении объёма призмы за счёт добавления к исходной призме аналогичного сегмента (см., например, рисунок 3.12).

Представленные в данной главе результаты хорошо согласуются с результатами ряда экспериментальных работ [41, 44, 102, 116] и могут быть использованы для создания как новых источников излучения в терагерцовом диапазоне длин волн, так и схем для невозмущающей диагностики пучков современных ускорителей. Так, например, теоретические расчёты, выполненные на основе разработанной модели, для протонного пучка SPS (Super Proton Synchrotron), который является инжектором ЛHC (Large Hardron Collider), показали, что схема, представленная на рисунке 3.1, может быть использована как в режиме призматического коллиматора, так и в качестве монитора положения пучка в диапазоне длин волн от оптического до радио.

Глава 4

Излучение Вавилова-Черенкова в рентгеновском диапазоне частот

Наука не является и никогда не будет являться законченной книгой. Каждый важный успех приносит новые вопросы. Всякое развитие обнаруживает со временем всё новые и более глубокие трудности.

— Альберт Эйнштейн

Значительный прогресс в области рентгеновской микроскопии в первую очередь стал возможен благодаря развитию и применению новых оптических элементов [119, 120], детектирующих устройств, методов получения и обработки изображений [121, 122], а также развитию источников электромагнитного излучения. Источники мягкого рентгеновского излучения в спектральных областях «окон прозрачности» воды и углерода (длина волны 2 – 5 нм) идеально подходят для получения изображения биологических объектов [123]. Энергетические уровни большинства атомов, входящих в состав органических образцов, лежат в рассматриваемой спектральной области, что обуславливает резонансный характер взаимодействия излучения с веществом [124, 125], обеспечивая, тем самым, исследователей уникальной и достоверной информацией о внутреннем строении объектов исследования. Незначительное поглощение излучения с энергией меньше потенциала ионизации и резкий скачок поглощения при превышении энергии связи в ряде случаев обеспечивают столь высокий контраст абсорбционных изображений, что для получения качественного изображения объекта требуется доза облучения на несколько порядков меньше, чем при использовании «нерезонансного» рентгеновского излучения или быстрых электронов. Слабое рассеяние и достаточно большая глубина проникновения излучения в вещество позволяют изучать живые биологические образцы с разрешением в десятки нанометров или органические объекты с размерами единицы-десятки нанометров, находящиеся в «толстой» матрице, например, в водной суспензии.

Необходимо отметить, что сегодня существуют несколько различных типов источников мягкого рентгеновского излучения, которые отличаются друг от друга по ряду критериев: начиная от физических процессов возникновения излучения и заканчивая выходными параметрами рентгеновского пучка. Накопительные кольца и лазеры на свободных электронах являются наиболее привлекательными источниками, которые нашли широкое применение у исследователей благодаря их очевидным преимуществам по сравнению с существующими

аналогами. С другой стороны, зависимость данных установок от крупногабаритных и дорогостоящих ускорителей заряженных частиц означает, что только несколько комплексов существуют в мире и, как следствие, исследователи до сих пор ограничены небольшим числом лабораторий, расположенных в крупных ускорительных центрах. В то время как перспективные альтернативные источники, например, источники мягкого рентгеновского излучения на основе генерации высоких гармоник фемтосекундного лазерного излучения [126, 127] и лазерно-плазменные источники [128, 129], часто не соответствуют требуемому качеству монохроматичности рентгеновского пучка фотонов. Серьезным ограничением, до последнего времени сдерживающим возможное выигрышное использование лазерно-плазменных источников излучения, является образование при взаимодействии высокоэнергетического лазерного импульса с материалом мишени целого ряда продуктов, среди которых присутствуют не только электроны, ионы и нейтральные частицы, но и твердые микрочастицы материала мишени, отрывающиеся при взрывообразном испарении материала. Таким образом, в последние десятилетия особое место в России и за рубежом стали занимать исследования направленные на разработку новых альтернативных источников рентгеновского излучения. В поисках нового монохроматического источника большой яркости в области мягкого рентгена и ультрафиолета здесь предлагается известный механизм излучения: эффект Вавилова-Черенкова.

Как известно, эффект Вавилова-Черенкова состоит в том, что электрический заряд, движущийся в среде с постоянной скоростью, излучает электромагнитные волны, если скорость заряда превосходит фазовую скорость распространения электромагнитного излучения в рассматриваемой среде. Данное условие выполняется для большинства веществ в широком спектральном диапазоне, начиная от оптического спектра и заканчивая излучением в ультрафиолетовой области. В 1970-х М.А. Пиеструп занимался развитием источника ультрафиолетового излучения на основе эффекта Вавилова-Черенкова и показал, что измеренная спектральная плотность излучения Вавилова-Черенкова в расчёте на один электрон на три порядка превосходит аналогичную величину для синхротронного излучения при той же энергии [130, 131]. Первые экспериментальные исследования были выполнены в 1973 году в г. Стэнфорд (США) используя 330 МэВ электронный пучок, который пересекал тонкие твердотельные мишени, выполненные из кремния и сапфира.

Согласно классической теории [132, 133] возможность рентгеновского излучения Вавилова-Черенкова следует из существования в веществах областей аномальной дисперсии вблизи краев фотопоглощения электронами внутренних оболочек атомов, например: K , L , M . Впервые черенковское излучение в спектральном диапазоне вблизи края поглощения углерода (284 эВ) было экспериментально обнаружено В.А. Базылевым и соавторами при исследовании излучения от углеродной фольги в эксперименте на пучке электронов с энергией 1.2 ГэВ в г. Харькове (СССР) [134]. В 1990 году исследователи из США подтвердили генерацию рентгеновского излучения Вавилова-Черенкова для электронов с энергией 75 МэВ [135]. Более того, они смогли увеличить выход черенковского излучения более чем в

10 раз по сравнению с нормальным падением электронных сгустков на мишень, предложив схему с небольшим углом скольжения электронного пучка. Последние экспериментальные и теоретические исследования, выполненные В. Нульстом [136] и А.Е. Капланом [137], соответственно, имеют большой практический интерес для рентгеновской микроскопии. Они показали необходимость развивать и совершенствовать источники мягкого рентгеновского излучения на основе электронных ускорителей малых энергий. Для реализации этих амбициозных целей была выполнена серия экспериментальных работ и показано, что яркость рентгеновского излучения Вавилова-Черенкова, которое генерировалось при прохождении электронов с энергией 5-10 МэВ через тонкие фольги различных материалов, достаточна для практического применения в рентгеновской микроскопии [138–142]. В этой связи необходимо отметить, что авторы цитируемых работ провели измерение излучения вблизи черенковских углов и показали приемлемое согласие с расчетом, основанным на классической теории переходного излучения [16, 19].

С нашей точки зрения главная особенность рентгеновского излучения, генерируемого низкоэнергетическими электронами, состоит в эффекте суперпозиции полей переходного и черенковского излучений. Данный вывод становится очевидным, если принять во внимание тот факт, что рассматриваемые виды излучения имеют один механизм генерации – поляризационный. Впервые на эффект суперпозиции полей переходного и черенковского излучений в видимой области спектра обратили внимание В.П. Зрелов и Я. Ружичка и показали, что данный вид излучения будет обладать свойствами как переходного, так и черенковского, то есть является гибридным [143]. Поэтому удивительно, что, несмотря на большой практический интерес, теоретические исследования этого явления в области мягкого рентгена являются очень скромными.

Для устранения влияния переходного излучения на черенковское, эффект Вавилова-Черенкова может быть реализован без прямого взаимодействия заряженной частицы со средой [97]. Дело в том, что при использовании коротких релятивистских электронных сгустков с Лоренц-фактором более 10 область взаимодействия существенно увеличивается по сравнению с нерелятивистскими и умеренно релятивистскими пучками, и реализуется случай, при котором излучение будет генерироваться без прямого взаимодействия электронов со средой. Заметим, что первая теоретическая работа, посвящённая процессу генерации рентгеновского дифракционного излучения в условиях черенковского эффекта, то есть одновременной генерации излучения Вавилова-Черенкова и дифракционного излучения при нормальном пролёте ультрарелятивистской заряженной частицы вблизи поглощающего экрана, была опубликована более 8 лет назад [72]! Можно надеяться, что возможности метода расчёта, представленного в цитируемой работе, ещё до конца не исчерпаны, но нужно признать, что сегодня наблюдается некоторый застой в получении новых результатов.

В данной главе на основе метода поляризационных токов будут рассмотрены основные свойства рентгеновского черенковского излучения, возникающего в двух различных геометриях пролёта заряженной частицы. Для упрощения исследования и верификации получен-

ных результатов были выбраны геометрия переходного излучения, когда заряженная частица пересекает под некоторым углом диэлектрическую пластинку конечной толщины, и геометрия дифракционного излучения, возникающего при наклонном пролёте заряженной частицы вблизи диэлектрического экрана конечных размеров. Кроме этого в представленной главе особое внимание уделяется вопросам корректного описания диэлектрических свойств вещества в рентгеновском диапазоне частот в условиях аномальной дисперсии и знаковой неоднозначности, возникающей между реальной и мнимой компонентами диэлектрической проницаемости. Последний вопрос независимо от частотного диапазона особенно актуален при исследовании процессов взаимодействия излучения с веществом в поглощающих средах. Неправильный выбор знака приводит к расходимости в теоретической модели, и, как следствие, к ошибочной интерпретации полученных на её основе результатов.

4.1 Оптические свойства вещества в рентгеновской области спектра

В высокочастотном диапазоне спектра диэлектрические свойства вещества обычно описываются в рамках моделей свободных электронов Друде, Зоммерфельда и Томсона согласно, так называемой, «плазменной» формуле [144, 145]:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \left(\frac{\hbar\omega_p}{\hbar\omega} \right)^2. \quad (4.1)$$

При этом, должно выполняться условие малости энергии связи электронов в атоме по сравнению с энергией излучения $\hbar\omega \gg \hbar\omega_p$, т.е. когда энергия фотонов испущенного излучения $\hbar\omega$ многократно превосходит энергию плазмона материала мишени:

$$\hbar\omega_p = \sqrt{4\pi n_e r_0 (\hbar c)^2} = \sqrt{4\pi \frac{Z}{A} N_0 \rho r_0 (\hbar c)^2}, \quad (4.2)$$

где n_e – концентрация электронов в материале мишени; $r_0 = e^2/m_0c^2$ – классический радиус электрона; Z, A – заряд и атомная масса атомов мишени; N_0 – число Авогадро; ρ – плотность вещества.

Однако, в области энергий фотонов $\hbar\omega > 30$ эВ использование приближения свободных электронов не правомерно, поскольку энергия излучения сравнима с энергией связи электронов на внешней оболочке атома ($\hbar\omega_p \sim 10 \div 20$ эВ). В таком случае, прохождение электромагнитных волн в среде будет сопровождаться процессами рассеяния излучения на атомных диполях, возникающих под воздействием излучения в следствии смещения электронной оболочки относительно атомного ядра [136]. Стремление образовавшегося диполя вернуться в равновесное состояние приводит к испусканию электромагнитных волн с энергией $\hbar\omega_s$ (где ω_s – собственная частота колебаний атомного диполя). Дипольное излучение в свою очередь интерферирует с волнами рассеянного излучения. При условии совпадения частоты падающего излучения с частотой собственных колебаний диполей ($\omega = \omega_s$) происходит резонансное

изменение диэлектрических свойств вещества (аномальная дисперсия) и резкое увеличение выхода излучения [146]. Отмеченное условие резонанса выполняется лишь при частотах ω_q соответствующих краям поглощения атомов вещества.

Таким образом, для описания оптических свойств вещества в рассматриваемом диапазоне частот необходимо использовать более общую модель диэлектрической проницаемости по сравнению с «плазменной» формулой (4.1). Кроме того, «плазменная» модель не учитывает вклада аномальной дисперсии вещества, вносимого краями поглощения. Для учёта аномальной дисперсии и поглощения излучения в материале мишени может быть использована модель, основанная на комплексных атомных факторах рассеяния $f(\omega)$ [124, 125]:

$$f(\omega) = f_1(\omega) \pm if_2(\omega), \quad (4.3)$$

где компоненты фактора $f_1(\omega)$, $f_2(\omega)$ вещественны и определяются из соотношений Крамерса-Кронига [146]:

$$\begin{aligned} f_1(\omega) &= Z + \frac{1}{2\pi^2 r_0 c} \sum_q \int_{\omega_q}^{\infty} \frac{\omega_s^2 (\omega^2 - \omega_s^2) Z_q \mu_q(\omega_s) d\omega_s}{(\omega^2 - \omega_s^2)^2 + \Gamma_q^2 \omega^4}, \\ f_2(\omega) &= \frac{1}{2\pi^2 r_0 c} \sum_q \int_{\omega_q}^{\infty} \frac{\omega_s^2 \Gamma_q \omega^2 Z_q \mu_q(\omega_s) d\omega_s}{(\omega^2 - \omega_s^2)^2 + \Gamma_q^2 \omega^4}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Здесь Z_q – число электронов на q -оболочке; $\mu_q(\omega_s)$ – сечение фотоионизации электронов q -оболочки фотонами с частотой ω_s ; Γ_q – фактор подавления. Значение последнего определяются экспериментально.

Следовательно, взаимодействие рентгеновского излучения с веществом будет характеризоваться диэлектрической проницаемостью, описываемой в рамках модели Хенке [124, 125]:

$$\varepsilon(\omega) = \left[1 - \frac{1}{2Z} \left(\frac{\hbar\omega_p}{\hbar\omega} \right)^2 f(\omega) \right]^2. \quad (4.5)$$

В пределе высоких частот ($\hbar\omega \gg \hbar\omega_p$) вдали от краёв поглощения выражение (4.5) переходит в известную «плазменную» формулу, поскольку величина интегральных слагаемых уравнений (4.4) пренебрежимо мала по сравнению с первым членом фактора $f_1(\omega)$. Кроме того при переходе в выражении (4.5) к высокочастотному пределу необходимо принять во внимание тот факт, что вклад слагаемых выше второго порядка будет пренебрежимо мал.

Стоит отметить, что в формуле (4.3) присутствует неоднозначность в выборе знака между компонентами $f_1(\omega)$ и $f_2(\omega)$ атомного фактора рассеяния, которые, фактически, определяют реальную и мнимую части диэлектрической проницаемости вещества. В зависимости от выбора знака уравнение (4.5) будет описывать в одном случае пассивную (поглощающую излучение) среду, а в другом – активную (усиливающую излучение). При этом проявление тех или иных свойств среды напрямую связано с выбором знака у компонент фазового множителя (коэффициента распространения) плоско-волнового решения уравнений Максвелла [147]. В справедливости последнего утверждения можно убедиться, рассмотрев распространение

плоской волны:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \{E_0 \cdot \exp[\pm i\omega t \pm \kappa z]; 0; 0\}, \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \{0; H_0 \cdot \exp[\pm i\omega t \pm \kappa z]; 0\},\end{aligned}\tag{4.6}$$

в направлении $\pm z$. Фаза плоской волны $\exp[\pm i\omega t \pm \kappa z]$ содержит в себе два независимых знака. Знак при $i\omega$ выбирается согласно принятой конвенции, но при этом остаётся знаковая неоднозначность при κz , поскольку уравнение допускает оба решения. Следует заметить, что знаковая конвенция $+i\omega$ наиболее характерна для зарубежной литературы (см., на пример, цикл знаменитых лекций по физике Р.Ф. Феймана [148]), в то время как конвенция с обратным знаком получила распространение в отечественных работах (см., на пример, курс теоретической физики Л.Д. Ландау [65]). Для доказательства сказанного подставим принятое решение (4.6) в систему уравнений Максвелла, описывающих закон Фарадея и Ампера-Максвелла:

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= -\mu \cdot \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \sigma \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \varepsilon \cdot \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}.\end{aligned}\tag{4.7}$$

Здесь σ , μ , ε – проводимость, магнитная и диэлектрическая проницаемости среды, соответственно. Разрешая систему (4.7) относительно κ , получим:

$$\kappa^2 = \pm i\omega\mu(\sigma \pm i\omega\varepsilon).\tag{4.8}$$

Далее выбираем знак при $i\omega$ согласно принятой конвенции, например $+i\omega$. Следовательно, после незначительных преобразований уравнение (4.8) будет иметь два независимых решения:

$$\kappa = \pm i\omega\sqrt{\varepsilon\mu}\sqrt{1 - i\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}} = \pm i\omega\sqrt{\varepsilon\mu}\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\omega^2\varepsilon^2}} \exp\left[-\frac{i}{2}\arctg\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)\right].\tag{4.9}$$

Заметим, что фазовый множитель в формуле (4.9) имеет такой же знак как и в выбранной конвенции. Это означает, что фаза волны, распространяющейся в положительном направлении z , уменьшается в любой момент времени t . В таком случае необходимо выбирать знак минус в выражении (4.9). Как следствие, фаза волны будет убывать пропорционально $k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$. При этом реальная часть коэффициента распространения имеет знак $\propto -i \cdot (-i)\arctg(\sigma/(\omega\varepsilon))$, т.е. отрицательный для положительной проводимости (поглощающая среда). Полученный результат верен, поскольку амплитуда волны, распространяющейся в направлении $+z$ в пассивной среде, убывает с ростом z . Аналогично, если в решении (4.9) выбран знак плюс, то фаза возрастает с увеличением z . Таким образом, волна распространяется в отрицательном направлении z . В этом случае знак реальной части коэффициента распространения положительный для поглощающих сред, а амплитуда волны возрастает с увеличением z . К аналогичным результатам приводит выбор другой конвенции ($-i\omega$). Однако, неправильный выбор знака между компонентами комплексной диэлектрической и/или магнитной проницаемости среды приводит к ошибочному знаку у реальной части коэффициента

распространения, и, как следствие, к рассмотрению не пассивных, а активных сред. Иными словами, для корректного описания диэлектрических свойств среды необходимо руководствоваться принципом причинности [67], согласно которому в среде, находящейся в термодинамическом равновесии, интенсивность волны, распространяющейся от границы раздела, должна убывать.

4.2 Рентгеновское излучение Вавилова-Черенкова как излучение поляризационного тока

Поскольку на черенковское излучение, возникающее при пересечении диэлектрической пластинки конечной толщины, оказывает влияние сопутствующее переходное излучение, то для исследования свойств «чистого» черенковского излучения имеет смысл также рассмотреть более привлекательную с точки зрения невозмущающей диагностики пучков задачу, когда заряженная частица пролетает вблизи диэлектрического экрана конечных размеров. В таком случае в качестве сопутствующего излучения будет выступать уже дифракционное излучение, и сравнительный анализ результатов, полученных для двух различающихся геометрий, позволит выявить как некоторые особенности излучения Вавилова-Черенкова в поглощающих средах с резкими границами в целом, так и его свойства в рентгеновском диапазоне частот в условиях существования аномальной дисперсии диэлектрической проницаемости в частности.

4.2.1 Черенковский эффект в геометрии переходного излучения

Рассмотрим вначале задачу о генерации поляризационного излучения при падении заряженной частицы под углом α на бесконечную пластинку толщины d и диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$ (см. рисунок 4.1). Под действием поля частицы $\mathbf{E}^0(\mathbf{r}, t)$, Фурье-образ которого описывается выражением (2.19), происходит динамическая поляризация среды. Изменение плотности наведённого заряда во времени приводит к возникновению поляризационного тока (1.14). Как было показано в разделе 1.2 плотность поляризационного тока $\mathbf{j}^{pol}(\mathbf{r}, \omega)$ в результате перенормировки поля переходит в плотность тока внешнего источника $\mathbf{j}^0(\mathbf{r}, \omega)$ (2.15). Последняя, в свою очередь, приводит к возникновению поля поляризационного излучения, которое будет определяться согласно уравнению (2.14). Однако, в следствии конечной толщины мишени формулу (2.14) необходимо переписать в следующем виде:

$$\mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{(2\pi)^2 i \exp(ikr)}{c} \frac{\exp(ikr)}{r} \mathbf{k} \times \int_{-d}^0 \sigma(\omega) \mathbf{E}^0(k_x, k_y, z', \omega) \exp(-ik_z z') dz'. \quad (4.10)$$

Здесь волновой вектор \mathbf{k} будет выражаться формулой (3.2), а Фурье-компонента собственного поля частицы $\mathbf{E}^0(k_x, k_y, z', \omega)$ определяется из уравнения (2.20).

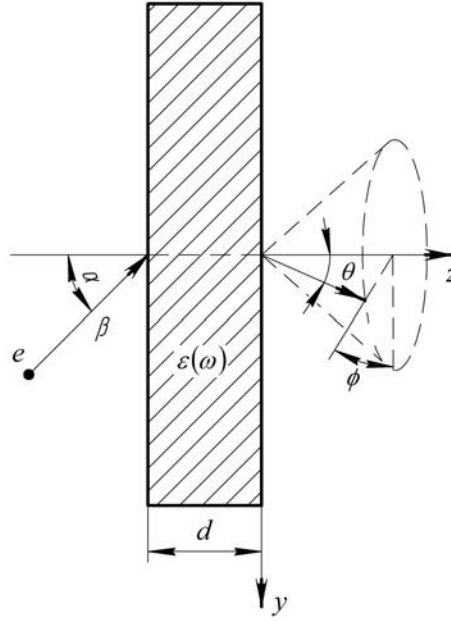


Рисунок 4.1 – Схема генерации поляризованного излучения при наклонном пересечении заряженной частицей безграничной пластинки толщины d и диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$.

Поскольку Фурье-образ плотности тока, создаваемого зарядом при наклонном пролёте для геометрии, представленной на рисунке 4.1, имеет вид:

$$\mathbf{j}^0(\mathbf{k}, \omega) = \frac{e\mathbf{v}}{(2\pi)^3} \delta(\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega), \quad (4.11)$$

то его подстановка совместно с Фурье-образом напряжённости собственного поля частицы (2.19) в уравнение (2.20) с учётом применения свойства дельта-функции (2.6) для снятия интеграла даёт следующее выражение для искомой Фурье-компонеты поля:

$$\mathbf{E}^0(k_x, k_y, z', \omega) = -\frac{ie}{2\pi^2} \frac{\{k_x v_z; k_y v_z - v_y v_z \omega / c^2; \omega - k_y v_y - v_z^2 \omega / c^2\}}{(k_x^2 + k_y^2 - \omega^2 / c^2) v_z^2 + (\omega - k_y v_y)^2} \exp\left(\frac{iz'(\omega - k_y v_y)}{v_z}\right), \quad (4.12)$$

где компоненты вектора скорости имеют вид: $\mathbf{v} = \{0; -v \sin \alpha; v \cos \alpha\}$.

Для определения поля излучения в среде необходимо подставить уравнения (3.2) и (4.12) в формулу (4.10) с учётом выражения для проводимости (2.16) и проинтегрировать по всему объёму мишени:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = & \frac{e}{2\pi c} \frac{\beta \cos \alpha \sqrt{\varepsilon(\omega)} (\varepsilon(\omega) - 1)}{1 - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_z \cos \alpha + \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_y \sin \alpha} \frac{\exp(ikr)}{r} \times \\ & \times \frac{\mathcal{T}}{\beta^2 \cos^2 \alpha (\varepsilon(\omega) [e_x^2 + e_y^2] - 1) + (1 + \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_y \sin \alpha)^2} \times \\ & \times \left(1 - \exp\left[-i \frac{d\omega}{\beta c \cos \alpha} \left(1 - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_z \cos \alpha + \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_y \sin \alpha \right) \right] \right), \end{aligned} \quad (4.13)$$

где векторная часть напряжённости поля имеет следующий вид:

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{aligned} &\beta e_z \cos \alpha \left(\beta \sin \alpha + \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_y \right) - e_y \left(1 - \beta^2 \cos^2 \alpha + \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_y \sin \alpha \right); \\ &e_x \left(1 - \beta^2 \cos^2 \alpha + \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_y \sin \alpha - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_z \cos \alpha \right); -\beta^2 e_x \cos \alpha \sin \alpha \end{aligned} \right\}. \quad (4.14)$$

Поскольку в высокочастотной области спектра справедливо эйкональное приближение (см. комментарий к формуле (1.23)), то эффектами отражения и преломления излучения на границах мишени можно пренебречь и рассматривать его прямолинейное распространение от точек генерации внутри материала мишени в вакуум. В таком случае отпадает необходимость в использовании теоремы взаимности (1.23), а поле излучения в вакууме будет соответствовать полю излучения в среде, т.е. имеет место равенство: $\mathbf{H}^{pol(vac)}(\mathbf{r}, \omega) \simeq \mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega)$. При этом в выражении (4.13) для поля излучения $\mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega)$ необходимо заменить углы излучения Θ в среде на соответствующие углы θ в вакууме, т.к. в отсутствии эффектов отражения и преломления углы излучения будут равны ($\theta = \Theta$). Следовательно, спектрально-угловая плотность поляризованного излучения в вакууме будет определяться согласно выражению:

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = cr^2 \left| \mathbf{H}^{pol(vac)}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2. \quad (4.15)$$

Однако, для проведения более наглядного сравнения полученных результатов с уже известными в литературе имеет смысл использовать полную схему расчёта (см. раздел 1.2) с применением теоремы взаимности (1.23) и формул Френеля (2.25). Следует заметить, что полученные при таком подходе выражения будут справедливы в широком диапазоне частот излучения (от рентгеновского до радио).

В таком случае, разлагая напряжённость поля излучения (4.13) на компоненты относительно плоскости падения (1.25) и (1.26) с учётом формул (1.27), (1.28) и (2.25), окончательно получим выражение для спектрально-угловой плотности излученной энергии в вакуум в положительном направлении оси z (излучение в направлении «вперёд»):

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} &= \frac{cr^2}{|\varepsilon(\omega)|^2} \left(\left| \sqrt{\varepsilon(\omega)} f_E \right|^2 \left| H_{\parallel}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 + \left| f_H \right|^2 \left| H_{\perp}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 \right) = \\ &= \frac{e^2}{\pi^2 c} \beta^2 \cos^2 \alpha \left| \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\varepsilon(\omega)} \right|^2 \frac{\cos^2 \theta}{\left[(1 + \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi)^2 - \beta^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \theta \right]^2} \times \\ &\times \left| \frac{1 - \exp \left[-id \frac{\omega}{\beta c \cos \alpha} \left(1 - \beta \cos \alpha \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} + \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi \right) \right]}{1 - \beta \cos \alpha \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} + \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi} \right|^2 \times \\ &\times \left[\beta^4 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha \sin^2 \phi \left| \frac{\sqrt{\varepsilon(\omega)}}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}} \right|^2 \left(\sin^2 \theta + \left| \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right|^2 \right) + \right. \\ &+ \left. \left| \frac{\varepsilon(\omega)}{\varepsilon(\omega) \cos \theta + \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}} \right|^2 \left| (\beta^2 \cos^2 \alpha - 1 - \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi) \sin \theta + \right. \right. \\ &\left. \left. + \beta \cos \alpha \sin \theta \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} + \beta^2 \cos \alpha \sin \alpha \cos \phi \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right|^2 \right]. \end{aligned} \quad (4.16)$$

В последнем выражении учтена связь углов излучения в среде (Θ, ϕ) с углами излучения в вакууме (θ, ϕ) , определяемая согласно закону Снеллиуса (3.10). Полученное уравнение описывает как переходное излучение, так и излучение Вавилова-Черенкова, направление распространения которого в вакууме будет определяться из условия обращения в ноль полюса вида:

$$\left| 1 - \beta \cos \alpha \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} + \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi \right| \rightarrow 0. \quad (4.17)$$

Сумма слагаемых в квадратных скобках соответственно характеризует компоненты излучения, поляризованного в плоскости падения частицы на поверхность мишени и перпендикулярно ей.

Необходимо отметить, что выражение (4.16) справедливо в широком диапазоне частот излучения. Разработанная в данном разделе модель генерации поляризационного излучения не имеет дополнительных ограничений к применению, кроме оговоренных ранее в разделе 1.4. Однако, при использовании формулы (4.16) в ином по сравнению с рассматриваемым спектральном диапазоне необходимо учитывать явный вид зависимости функции диэлектрической проницаемости от частоты.

4.2.2 Черенковский эффект в геометрии дифракционного излучения

Перейдём к рассмотрению задачи о поляризационном излучении, возникающем при наклонном пролёте заряженной частицы вблизи диэлектрического экрана конечных размеров (см. рисунок 4.2). В этом случае Фурье-образ плотности тока, наводимого полем заряженной частицы (2.19), вычисляется согласно формуле (3.4) и будет зависеть от расстояния между траекторией частицы и поверхностью мишени. Для рассматриваемой задачи прицельный параметр h будет связан с импакт-параметром b следующим соотношением, определяемым из условия отсутствия пересечений траектории частицы с поверхностью мишени:

$$h = \frac{b}{\cos \alpha} + d \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad (4.18)$$

Принимая во внимание тот факт, что поляризационные токи будут возникать в ограниченном объёме мишени, определяемом её размерами, выражение для напряжённости поля излучения в среде (2.14) можно представить в виде:

$$\mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{2\pi i}{c} \frac{e^{ikr}}{r} \mathbf{k} \times \int_{-d}^0 dz' \int_0^a \sigma(\omega) \mathbf{E}^0(k_x, y', z', \omega) \exp[-i(k_y y' + k_z z')] dy', \quad (4.19)$$

где волновой вектор \mathbf{k} описывается формулой (3.2). Входящая в уравнение (4.19) Фурье-компонента собственного поля заряженной частицы будет вычисляться согласно выражению (3.6).

Следовательно, подставляя в формулу (4.19) Фурье-компоненту поля (3.6) и выражение для проводимости среды (2.16) с учётом явного вида волнового вектора (3.2) и проводя

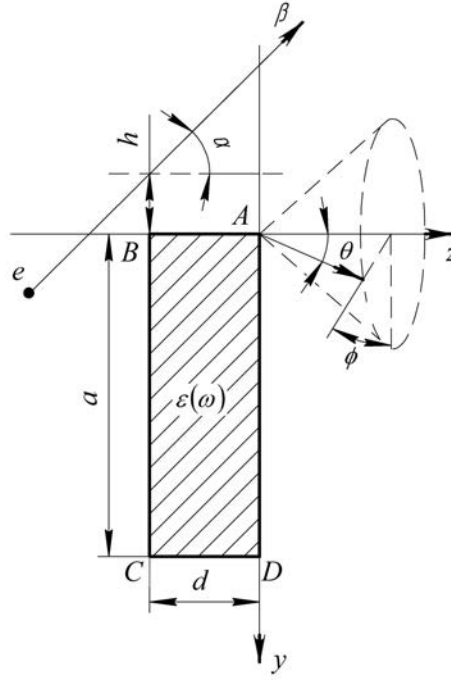


Рисунок 4.2 – Схема генерации поляризационного излучения при наклонном пролёте заряженной частицей вблизи экрана с размерами $\infty \times a \times d$ и диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$.

интегрирование по всему объёму мишени, несложно получить уравнение для напряжённости магнитного поля поляризационного излучения в среде:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = & \frac{e}{4\pi c} \frac{\beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} (\varepsilon(\omega) - 1) \exp(ikr)}{K r} \mathbf{F} \times \\
 & \times \frac{1 - \exp \left[-id \frac{\omega}{\beta c} \left(\cos \alpha - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_z + i\gamma^{-1} K \sin \alpha \right) \right]}{\cos \alpha - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_z + i\gamma^{-1} K \sin \alpha} \times \\
 & \times \frac{\exp \left[-a \frac{\omega}{\beta c} \left(\gamma^{-1} K \cos \alpha + i \sin \alpha + i\beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_y \right) \right] - 1}{\gamma^{-1} K \cos \alpha + i \sin \alpha + i\beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_y} \times \\
 & \times \exp \left[-h \frac{\omega}{\beta c} \left(\gamma^{-1} K \cos \alpha + i \sin \alpha \right) \right],
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

где для краткости записи введено обозначение векторной части полученного выражения:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} (\gamma^{-1} \cos \alpha + iK \sin \alpha) e_y + (\gamma^{-1} \sin \alpha - iK \cos \alpha) e_z \\ \left(\gamma\beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_z - \gamma^{-1} \cos \alpha - iK \sin \alpha \right) e_x \\ \left(iK \cos \alpha - \gamma\beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_y - \gamma^{-1} \sin \alpha \right) e_x \end{bmatrix}, \tag{4.21}$$

а также учтено, что в рассматриваемом случае мишень располагается ниже траектории заряженной частицы.

Для нахождения поля поляризационного излучения за пределами мишени также используем принцип взаимности (1.23) и представление (1.25) и (1.26). Однако, применение формул Френеля (2.25) для плоской бесконечной границы раздела накладывает ограничение на со-

отношение геометрических размеров мишени [38]:

$$d \ll \begin{cases} \gamma\lambda, & \text{при } a > \gamma\lambda, \\ a, & \text{при } a \leq \gamma\lambda. \end{cases} \quad (4.22)$$

Условие (4.22), также известно как приближение «тонкого экрана», означает, что выход излучения через торцы экрана будет пренебрежимо мал. В случае выполнения верхнего соотношения влиянием поперечного размера мишени a на характеристики излучения можно пренебречь и полагать экран бесконечно длинным, как, например, это было сделано в работе [72]. В обратном случае необходимо учитывать воздействие поперечного размера экрана. Заметим, что для хороших проводников и при рассмотрении рентгеновского диапазона частот условие (4.22) становится несущественным [37, 38].

Подставляя компоненты поля излучения (4.20) в формулу (1.28) с учётом выражений (1.27), (2.25), (4.18) и преобразования углов (3.10), окончательно получим спектрально-угловую плотность поляризованного излучения, испущенного в направлении «вперёд» (в положительном направлении оси z):

$$\begin{aligned} \frac{d^2W}{d\omega d\Omega} &= \frac{cr^2}{|\varepsilon(\omega)|^2} \left(\left| \sqrt{\varepsilon(\omega)} f_E \right|^2 \left| H_{\parallel}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 + \left| f_H \right|^2 \left| H_{\perp}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 \right) = \\ &= \frac{e^2}{4\pi^2 c} \frac{\beta^2 \cos^2 \theta}{K^2} \left| \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\varepsilon(\omega)} \right|^2 \left| \frac{1 - \exp \left[-id \frac{\omega}{\beta c} \left(\cos \alpha - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} + i\gamma^{-1} K \sin \alpha \right) \right]}{\cos \alpha - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} + i\gamma^{-1} K \sin \alpha} \right|^2 \times \\ &\times \frac{\left| \exp \left[-ia \frac{\omega}{\beta c} \left(\sin \alpha + \beta \sin \theta \cos \phi - i\gamma^{-1} K \cos \alpha \right) \right] - 1 \right|^2}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta + \beta^2 \sin^2 \alpha \left(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi \right) + 2\beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi} \times \\ &\times \left[\left| \frac{\varepsilon(\omega)}{\varepsilon(\omega) \cos \theta + \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}} \right|^2 \left| \cos \alpha \left(\gamma^{-1} \sin \theta - iK \cos \phi \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right) + \right. \right. \\ &+ \left. \sin \alpha \left(iK \sin \theta + \gamma^{-1} \cos \phi \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right) - \gamma \beta \sin \theta \sin^2 \phi \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right|^2 + \\ &+ \left. \gamma^2 \sin^2 \phi \left| \frac{\sqrt{\varepsilon(\omega)}}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}} \right|^2 \left(\sin^2 \theta + \left| \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right|^2 \right) \right] \times \\ &\times \left[1 - \beta^2 \cos^2 \theta + 2\beta \gamma^{-2} \sin \alpha \sin \theta \cos \phi - \gamma^{-2} \sin^2 \alpha \left(K^2 - \gamma^{-2} \right) \right] \exp \left[-2 \frac{\omega}{\gamma \beta c} (b + d \sin \alpha) K \right]. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Здесь для упрощения записи введено обозначение $K = \sqrt{1 + (\gamma \beta \sin \theta \sin \phi)^2}$.

Выражение (4.23) описывает спектрально-угловое распределение плотности испущенной энергии как дифракционного, так и черенковского излучений. Последнему отвечает полюс вида:

$$\left| \cos \alpha - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} + i\gamma^{-1} K \sin \alpha \right| \rightarrow 0, \quad (4.24)$$

который соответствует хорошо известному условию Вавилова-Черенкова, записанному в вакуумных переменных, с учётом наклонного пролёта частицы вблизи диэлектрического экрана конечных размеров. Данное выражение, собственно, как и формула (4.23), впервые было получено в работе [40].

Необходимо заметить, что представленная в данном разделе модель генерации поляризованного излучения применима в широком диапазоне частот излучения. Однако, ввиду особенности геометрии мишени и исходных требований задачи, она имеет дополнительные к изложенным ранее в разделе 1.4 условия применимости. Поскольку при рассмотрении задачи о генерации поляризованного излучения, возникающего при наклонном пролёте заряженной частицы вблизи диэлектрического экрана конечных размеров, предполагалось, что заряженная частица не пересекает экран, то одним из наиболее важных ограничений представленной модели является условие на критический угол пролёта частицы [40]:

$$\alpha_{cr} = \arctg\left(\frac{h}{d}\right). \quad (4.25)$$

Второе ограничение является прямым следствием применения формул Френеля (2.25) для плоской бесконечной границы раздела, которые накладывают условие (4.22) на соотношение геометрических размеров мишени. Последнее особенно актуально в оптическом и инфракрасном диапазоне частот, но при рассмотрении рентгеновского диапазона и в случае идеально проводящей мишени указанное ограничение теряет силу.

4.2.3 Верификация полученных результатов

Для подтверждения состоятельности разработанных моделей необходимо провести сравнение полученных результатов с таковыми из хорошо зарекомендовавших себя работ как в теории переходного [16, 19, 20, 133], так и дифракционного излучений [36, 72].

Как было отмечено ранее теоретическому исследованию свойств рентгеновского излучения Вавилова-Черенкова, возникающего в условиях генерации переходного излучения, посвящено большое число работ. Однако для интерпретации полученных в работах [134, 136] экспериментальных результатов, в основном, использовались две теоретические модели. Так в работе [136] автор для теоретической оценки спектрально-угловых характеристик рентгеновского черенковского излучения, генерируемого тонкими плёнками при сквозном пролёте по нормали к поверхности мишени электронного пучка МэВ-х энергий, использовал результаты классического подхода И.Е. Тамма, В.Л. Гинзбурга и И.М. Франка [4, 16, 19] с учётом абсорбционных свойств материала и показал хорошее согласие с результатами эксперимента (см. рисунок 4.3а). Теоретический анализ спектрально-угловых распределений наблюдаемого излучения был выполнен автором цитируемой работы на основании формулы Гинзбурга-Франка (см. выражение (2.79) в работе [136]), которая в рассматриваемых условиях ($\varepsilon_1 = \varepsilon(\omega)$, $\varepsilon_2 = 1$), принятых обозначениях ($\theta_2 = \theta$) и используемой в данной работе

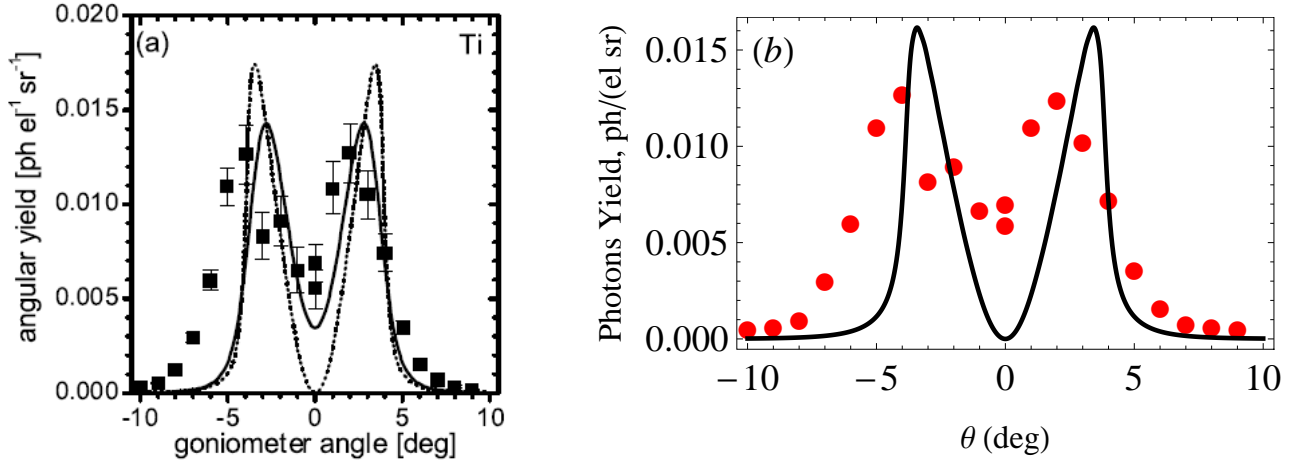


Рисунок 4.3 – Угловые распределения выхода фотонов поляризационного излучения, усреднённого в области L -края поглощения титана ($\hbar\omega = 450 - 460$ эВ): а) взятые из работы В. Нульста [136], б) вычисленные на основе метода поляризационных токов. На левом рисунке экспериментальные данные отображены квадратами, сплошная и пунктирная кривые соответствуют теоретическому расчёту на основе формулы Гинзбурга-Франка без учёта рассеяния электронов внутри материала мишени и с его учётом согласно распределению Мольера. Правая часть рисунка демонстрирует сравнительный анализ угловых распределений, полученных с использованием выражения (4.16) (сплошная кривая), и экспериментальных данных голландской группы (представлены точками). Параметры расчёта: $\gamma = 20$, $\alpha = 0$, $d = 10$ мкм, $\phi = 0$, средняя квантовая эффективность регистрации фотонов ССD-камеры с алюминиевым фильтром в рассматриваемой области $QE = 45\%$.

системе СГС ($q^2/4\pi\epsilon_0 = e^2$) примет вид:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2 c} \beta^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \left| \frac{\epsilon(\omega) - 1}{\epsilon(\omega) \cos \theta + \sqrt{\epsilon(\omega) - \sin^2 \theta}} \right|^2 \times \left| \frac{1 - \beta^2 - \beta \sqrt{\epsilon(\omega) - \sin^2 \theta}}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta) (1 - \beta \sqrt{\epsilon(\omega) - \sin^2 \theta})} \right|^2. \quad (4.26)$$

Несложно заметить, что полученное ранее выражение (4.16) в рамках метода поляризационных токов полностью совпадает с формулой Гинзбурга-Франка (4.26) в предельном случае нормального пролёта частицы через границу раздела двух сред, т.е. когда выполняются условия: $\alpha = 0$ и $d \rightarrow \infty$. Более того, рассчитанные на основе формулы (4.16) угловые распределения выхода фотонов поляризационного излучения для параметров экспериментального исследования голландской группы [136, 141] демонстрируют хорошее согласие с результатами, полученными В. Нульстом (см. рисунок 4.3б). Так, на рисунке 4.3 для сравнения представлены угловые распределения усреднённого по диапазону энергий фотонов от 450 эВ до 460 эВ (область существования рентгеновского черенковского излучения) выхода поляризационно-

го излучения, возникающего при сквозном пролёте по нормали к поверхности титановой плёнки толщиной $d = 10$ мкм электронов с энергией 10 МэВ, с учётом средней квантовой эффективности $QE = 45\%$ CCD-камеры, снабжённой алюминиевым фильтром. Рисунок 4.3а заимствован из работы [136] и отображает результаты сравнительного анализа полученных экспериментальных данных (показаны квадратами) с теоретическими расчётами, выполненными на основе формулы Гинзбурга-Франка в отсутствие рассеяния электронов в материале мишени (пунктирная кривая) и с учётом последнего (сплошная кривая). В тоже время, на рисунке 4.3b показаны результаты расчёта, полученные на основе метода поляризационных токов (сплошная кривая), в сравнении с экспериментальными данными В. Нульста (показаны точками). Из представленных зависимостей следует вывод, что полученные в данной работе результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными. Уширение экспериментальных распределений, которое приводит к снижению интенсивности в максимумах и ненулевому центральному положению в отличии от представленного теоретического расчёта, обусловлено наличием углового разброса электронов в следствии их рассеяния внутри материала мишени. Отдельно следует отметить, что представленные на рисунках 4.3 угловые распределения характеризуют скорее не черенковское излучение, как полагали авторы работ [136, 141], а гибридное [143], вызванное суперпозицией переходного и черенковского излучений. Последний факт становится очевидным, если вспомнить, что переходное излучение будет распространяться в конусе углов $\theta \approx \gamma^{-1} \approx 2.87^\circ$, наиболее близко расположенных к области углов существования черенковского излучения.

В работе [134] авторы применили подход, который предложил В.В. Якимец [149] и Н.К. Жеваго [150] для расчёта энергетических потерь заряженной частицы в поглощающем веществе. Следует заметить, что указанный подход основан на идеях Э. Ферми [151] и работах К. Вайцзеккера [152] и Э. Вильямса [153] о возможности представления поля релятивистской заряженной частицы при определённых условиях в виде потока виртуальных фотонов. Опираясь на цитируемые работы, авторы получили аналог формулы Г.М. Гарибяна в теории рентгеновского переходного излучения [154], возникающего при нормальном пролёте частицы через слой вещества толщиной T с учётом его поглощающей способности (см. выражение (1.4) в работе [134]):

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2 c} \theta^2 \left| \frac{1}{1 - \varepsilon(\omega) + \gamma^{-2} + \theta^2} - \frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2} \right|^2 \times \left| 1 - \exp \left[-iT \frac{\omega}{2c} (1 - \varepsilon(\omega) + \gamma^{-2} + \theta^2) \right] \right|^2. \quad (4.27)$$

Поскольку развитая в работах В.А. Базылева и Н.К. Жеваго теория в силу приближения Вайцзеккера-Вильямса справедлива только в области релятивистских энергий заряженных частиц, то для получения формулы (4.27) в выражении (4.16) необходимо, как и ранее, положить $\alpha = 0$, а также перейти к пределу ультрарелятивистских энергий частицы ($\gamma \gg 1$) и приближению малых углов излучения ($\theta \ll 1$). В таком случае, после разложения всех членов в ряды Тейлора по малым параметрам $\gamma^{-1} \ll 1$ и $\theta \ll 1$ с пренебрежением порядков

выше двух, тождественной замены d на T и некоторых математических упрощений выражение (4.16) полностью совпадает с результатом (4.27). Здесь необходимо отметить, что при толщинах слоя вещества, значительно превосходящих длину поглощения фотонов излучения в среде, т.е. при условии $T \gg l_{abs}$, экспонентой в выражении (4.27) можно пренебречь, и оно переходит в формулу Гинзбурга-Франка (4.26), записанную в ультрарелятивистском пределе в приближении малых углов излучения. Поскольку в экспериментальной работе В. Нульста [136] толщина исследуемых плёнок многократно превышала длину поглощения образцов, то применение классической теории переходного излучения от границы раздела двух бесконечных сред для анализа полученных результатов, в данном случае, вполне оправдано.

Несколько особняком в теории рентгеновского черенковского излучения стоит подход, основанный на методе изображений в формализме В.Е. Пафомова [20]. Причиной этому, судя по всему, является некоторая громоздкость результатов, полученных автором цитируемой работы. Однако, справедливости ради, стоит заметить, что данный недостаток обусловлен хорошей точностью представленных теоретических моделей и возможностью учёта различного рода эффектов, возникающих в процессе взаимодействия как заряженных частиц, так и излучения с веществом. Так, например, найденное В.Е. Пафомовым решение задачи о генерации переходного излучения, возникающего в результате наклонного пролёта заряженной частицы через диэлектрическую пластинку, которая характеризуется проницаемостью $\varepsilon(\omega)$ и толщиной d , учитывает эффекты многократного переотражения излучения внутри пластинки (см. выражения (18.25) и (18.26) в работе [20]):

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 W_{\parallel}}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2}{\pi^2 c} \beta^2 \cos^2 \alpha \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \left| \frac{1 - \varepsilon(\omega)}{P_1 \cdot P_2} \right|^2 \left| \mathcal{P}_1^2 \exp \left[-id \frac{\omega}{c} U \right] - \mathcal{R}_1^2 \exp \left[id \frac{\omega}{c} U \right] \right|^{-2} \times \\
&\times \left| \left[(1 - \beta U \cos \alpha - \beta^2 \cos^2 \alpha + \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi) \sin^2 \theta - \beta^2 U \cos \alpha \sin \alpha \sin \theta \cos \phi \right] \times \right. \\
&\times A \cdot \mathcal{P}_1 \exp \left[-id \frac{\omega}{c} U \right] + \left[(1 + \beta U \cos \alpha - \beta^2 \cos^2 \alpha + \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi) \sin^2 \theta + \right. \\
&+ \beta^2 U \cos \alpha \sin \alpha \sin \theta \cos \phi \left. \right] B \cdot \mathcal{R}_1 \exp \left[id \frac{\omega}{c} U \right] - 2U \left[(1 + \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi + \right. \\
&+ \beta \varepsilon(\omega) \cos \alpha \cos \theta) \sin^2 \theta (1 - \beta^2 \cos^2 \theta + \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi) - \beta \cos \alpha (\beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi + \\
&+ \sin^2 \theta) (\beta \varepsilon(\omega) \cos \alpha + \varepsilon(\omega) \cos \theta + \beta \varepsilon(\omega) \sin \alpha \cos \theta \sin \theta \cos \phi - \beta \cos \alpha \sin^2 \theta) \left. \right] \times \\
&\times \exp \left[-id \frac{\omega}{\beta c \cos \alpha} (1 + \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi) \right] \Big|^2, \tag{4.28}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 W_{\perp}}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2}{\pi^2 c} \beta^6 \cos^4 \alpha \sin^2 \alpha \cos^2 \theta \sin^2 \phi \left| \frac{1 - \varepsilon(\omega)}{P_1 \cdot P_2} \right|^2 \left| \mathcal{P}_2^2 \exp \left[-id \frac{\omega}{c} U \right] - \mathcal{R}_2^2 \exp \left[id \frac{\omega}{c} U \right] \right|^{-2} \times \\
&\times \left| A \cdot \mathcal{P}_2 \exp \left[-id \frac{\omega}{c} U \right] + B \cdot \mathcal{R}_2 \exp \left[-id \frac{\omega}{c} U \right] - 2U (1 + \beta \sin \alpha \cos \theta + \beta \cos \alpha \cos \theta) \times \right. \\
&\times \exp \left[-id \frac{\omega}{\beta c \cos \alpha} (1 + \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi) \right] \Big|^2. \tag{4.29}
\end{aligned}$$

Здесь для сокращения записи использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
U &= \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}, \\
P_1 &= (1 + \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi)^2 - \beta^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \theta, \\
P_2 &= (1 + \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi)^2 - \beta^2 U^2 \cos^2 \alpha, \\
\mathcal{P}_1 &= U + \varepsilon(\omega) \cos \theta, \\
\mathcal{R}_1 &= U - \varepsilon(\omega) \cos \theta, \\
\mathcal{P}_2 &= U + \cos \theta, \\
\mathcal{R}_2 &= U - \cos \theta, \\
A &= 1 + \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi + \beta U \cos \alpha, \\
B &= 1 + \beta \sin \alpha \sin \theta \cos \phi - \beta U \cos \alpha.
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Выражения (4.28) и (4.29) описывают компоненты плотности испущенной энергии переходного излучения, поляризованного, соответственно, в плоскости падения и ортогонально ей. Также следует отметить, что представленные формулы адаптированы для корректного сравнения с результатами теории поляризационных токов, поскольку исходные условия задачи несколько различались с таковыми для представленной выше. Однако приведение исходных условий к общему виду может быть выполнено путём формальной замены a на d , изменения компонент вектора скорости:

$$\boldsymbol{\beta} = \beta \{0; -\sin \alpha; \cos \alpha\}, \tag{4.31}$$

и направляющих косинусов волнового вектора:

$$\begin{aligned}
\cos \theta_x &= \sin \theta \sin \phi, \\
\cos \theta_y &= \sin \theta \cos \phi, \\
\cos \theta_z &= \cos \theta,
\end{aligned} \tag{4.32}$$

в конечных выражениях (18.25) и (18.26) цитируемой работы.

Несмотря на то, что для рассматриваемой в данном разделе области частот излучения и выбранном профиле мишени эффекты многократного переотражения не характерны, полученная В.Е. Пафомовым модель хорошо описывает свойства рентгеновского черенковского излучения и полностью согласуется с результатами (4.16) теории поляризационных токов. В последнем несложно убедиться, если провести численный расчёт с использованием обеих моделей. Результаты сравнительного расчёта спектрально-угловых распределений поляризационного излучения, выполненного на основании выражения (4.16) и алгебраической суммы формул (4.28) и (4.29), представлены на рисунке 4.4 сплошной кривой и ромбами, соответственно. Моделирование выполнено для электрона с Лоренц-фактором $\gamma = 150$, пересекающего по нормали к поверхности ($\alpha = 0$) углеродную плёнку толщиной $d = 20$ мкм и плотности $\rho = 2.2$ гр/см³. Значение для диэлектрической проницаемости

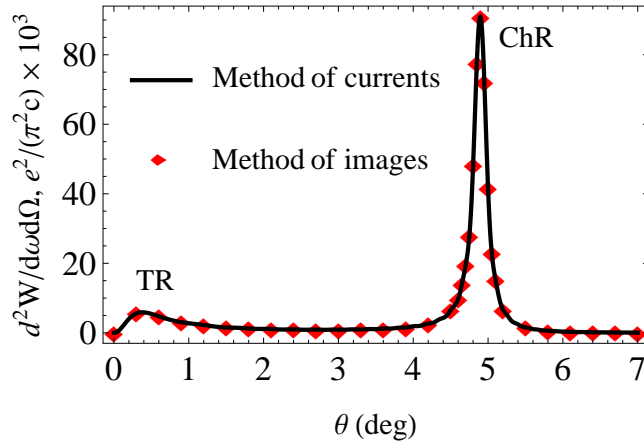


Рисунок 4.4 – Спектрально-угловые распределения поляризованного излучения, вычисленные на основании метода поляризационных токов (сплошная кривая) и метода изображений в формализме В.Е. Пафомова (представлено ромбами). Параметры расчёта: $\gamma = 150$, $\alpha = 0$, $d = 20$ мкм, $\hbar\omega = 284$ эВ (Углерод, K -край поглощения), $\varepsilon(\omega) = 1.00734 + 0.00027624i$, $\phi = 0$.

углерода $\varepsilon(\omega) = 1.00734 + 0.00027624i$ в области K -края поглощения ($\hbar\omega = 284$ эВ) определяется согласно формуле (4.5) и электронной базе рентгеновских свойств элементов [155]. Представленные на рисунке 4.4 распределения содержат два максимума: первый максимум, расположенный под углом $\theta \approx \gamma^{-1} \approx 0.38^\circ$, соответствует переходному излучению (TR), в то время как, максимум черенковского излучения (ChR) приходится на углы $\theta \approx 4.9^\circ$, определяемые из условия (4.17).

Как было отмечено ранее, исследованию свойств рентгеновского дифракционного излучения в условиях генерации черенковского излучения посвящено несколько работ [36, 72]. Для описания процесса одновременной генерации черенковского и дифракционного излучений в представленных работах был использован метод поляризационных токов. Однако, в отличие от одноимённого метода, развиваемого в данной работе, авторы при определении плотности излученной в вакуум энергии применили подход, предложенный Л. Дюрандом [70] и основанный на эйкональном приближении. Поскольку, результаты, полученные авторами справедливы только в случае ультрарелятивистских энергий и высоких частот излучения, то для корректного сравнения с приведёнными работами необходимо, во-первых, представить диэлектрическую проницаемость среды (4.5) в следующем виде:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \chi'(\omega) + i\chi''(\omega), \quad (4.33)$$

где реальная $\chi'(\omega) = -\omega_p^2/\omega^2 \ll 1$ и мнимая $\chi''(\omega) \ll 1$ части диэлектрической проницаемости являются малыми величинами. Во-вторых, формулу для спектрально-углового распределения плотности излученной энергии (4.23) разложить в ряд Тейлора по малым параметрам $\gamma^{-1} \ll 1$, $\theta \ll 1$ и $(\varepsilon(\omega) - 1) \ll 1$ в соответствии с приближением ультрарелятивистских энергий электрона, малых углов и высоких частот излучения.

Следовательно, разлагая формулы (4.23) по параметрам малости не выше второго порядка с учётом представления (4.33), а также переходя к пределу бесконечно длинного экрана

($a \rightarrow \infty$), после несложных математических преобразований получим:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2 c} \frac{\chi^2(\omega)}{\gamma^{-2} + \theta^2} \frac{\left| 1 - \exp \left[-id \frac{\omega}{2\beta c} (\gamma^{-2} + \theta^2 - \chi'(\omega)) \right] \exp \left[-d \frac{\omega}{2\beta c} \chi''(\omega) \right] \right|^2}{(\gamma^{-2} + \theta^2 - \chi'(\omega))^2 + (\chi''(\omega))^2} \times \\ \times \frac{1 + 2(\gamma\theta \sin \phi)^2}{1 + (\gamma\theta \sin \phi)^2} \exp \left[-2b \frac{\omega}{\gamma\beta c} \sqrt{1 + (\gamma\theta \sin \phi)^2} \right], \quad (4.34)$$

Здесь $\chi^2(\omega) = |\chi'(\omega) + i\chi''(\omega)|^2$.

Полученное выражение при $\beta = 1$, что справедливо в ультрарелятивистском случае, полностью совпадает с результатами ранних работ [36, 72].

Поскольку представленная в данной главе модель генерации дифракционного и черенковского излучений от диэлектрического экрана справедлива в широком диапазоне длин волн, то для проверки её состоятельности авторы работы [50] провели под руководством д.ф.-м.н. Г.А. Науменко экспериментальное исследование свойств когерентного черенковского излучения в миллиметровом диапазоне длин волн в указанной геометрии на выведенном пучке электронов с энергией 6.1 МэВ микротрона ФТИ ТПУ. В качестве мишени был использован тефлоновый экран с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega) = 1.9881$ и размерами в направлениях $x \times y \times z$ соответственно $260 \times 40 \times 260$ мм, отдалённый от центра пучка на расстояние $h = 20$ мм. Результаты измерений угловых распределений поляризационного излучения (заимствованы из работы [50]) в диапазоне длин волн $\lambda = 10 - 30$ мм для двух положений экрана относительно пучка $\alpha = 0$ и $\alpha = 20^\circ$ в сравнении с расчётом, выполненным на основании формулы (4.23) с учётом форм-факторов для когерентного излучения, определяемых согласно предложенному в работе [117] подходу (см. выражение (3.18)), представлены на рисунке 4.5. Интенсивность излучения Вавилова-Черенкова при нормальном пролёте электронного пучка вблизи экрана, измеренная в присутствии дифракционного излучения (кривая с закрашенными точками), существенно подавлена ввиду деструктивной интерференции полей излучения. Деструктивная интерференция между дифракционным и черенковским излучением возникает, по всей видимости, в результате воздействия кулоновского поля пучка, часть которого захватывается фокусирующим параболическим зеркалом, использованным авторами цитируемой работы как элемент детектирующей системы для подавления эффектов «ближней» зоны (зона Френеля) [118], и регистрируется совместно с полем излучения. Поэтому для подавления интерференционных эффектов в эксперименте входная грань мишени (BC на рисунке 4.2) полностью закрывалась поглотителем, что препятствовало генерации дифракционного излучения. Измеренные таким образом угловые распределения «чистого» черенковского излучения изображены на рисунке 4.5 кривой с не закрашенными точками. Заметим, что увеличение угла наклона мишени способствует нарушению условий интерференции, и, как следствие, приводит к согласованию экспериментальных результатов для черенковского излучения. Полученные результаты демонстрируют разумное согласие теоретической модели и экспериментальных данных, особенно в случае наклонного пролёта электронного пучка. Наличие некоторых расхождений теоретических

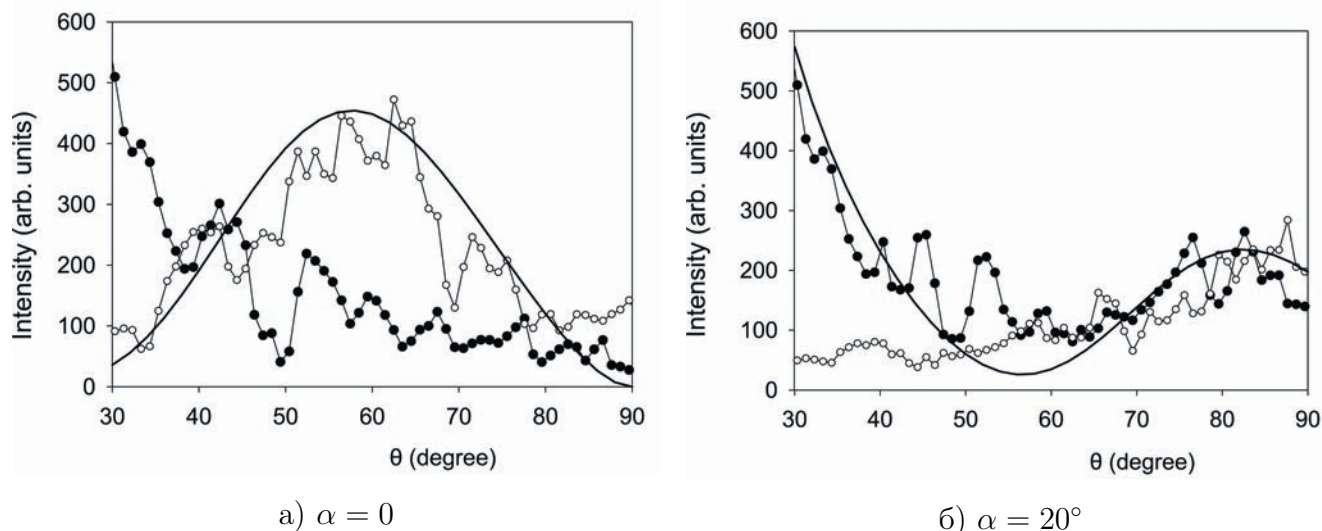


Рисунок 4.5 – Усреднённые в диапазоне длин волн $\lambda = 10 - 30$ мм угловые распределения когерентного поляризационного излучения (взяты из работы [50]), наведённого электронным пучком с населённостью сгустка $\sim 6 \cdot 10^8$ частиц и продольным размером $\sigma_z = 2.4$ мм в тефлоновой мишени для двух различных ориентаций экрана относительно пучка: а) пучок параллелен торцу экрана AB (см. рисунок 4.2), б) пучок пролетает под углом $\alpha = 20^\circ$. Экспериментальные данные по измерению дифракционного и черенковского излучений представлены кривой с закрашенными точками, в то время как измеренные угловые распределения «чистого» черенковского излучения обозначены кривой с не закрашенными точками. Величина ошибок измерения на рисунке не приведена, поскольку она не превышает размера точек, отражающих экспериментальные данные. Результатам теоретического расчёта соответствует сплошная кривая. Параметры расчёта: $\gamma = 12$, $a = 260$ мм, $d = 40$ мм, $h = 20$ мм, $\phi = 0$, $\varepsilon(\omega) = 1.9881$.

результатов с экспериментальными для случая одновременной генерации дифракционного и черенковского излучений при нормальном пролёте электронного пучка вызвано тем фактом, что при проведении теоретических расчётов отмеченный эффект деструктивной интерференции за счёт влияния кулоновского поля пучка не учитывался.

Таким образом, представленные теоретические модели поляризационного излучения являются более общим случаем результатов, полученных в работах [16, 19, 36, 72, 133], хорошо согласуются с результатами экспериментальных работ [50, 136, 141] и позволяют описывать свойства излучения в любом диапазоне энергий частиц и частот излучения. Кроме того, разработанная модель генерации переходного излучения в условиях излучения Вавилова-Черенкова полностью согласуется с таковой, полученной в рамках метода изображений В.Е. Пафомова [20], однако, в отличие от последней, является менее громоздкой.

4.3 Свойства рентгеновского черенковского излучения

Поскольку переходное и дифракционное излучение имеют единую физическую природу, и как было показано в работе [156] их свойства во многом схожи, то дальнейшее рассмотрение особенностей рентгеновского эффекта Вавилова-Черенкова будем проводить в геометрии дифракционного излучения (см. рисунок 4.2), отмечая, что представленные зависимости для сопутствующего излучения будут иметь аналогичных характер и для геометрии, показанной на рисунке 4.1.

4.3.1 Спектрально-угловое распределение поляризационного излучения

Свойства рентгеновского черенковского излучения сильно зависят от диэлектрической проницаемости материала мишени. Поэтому для упрощения проводимого в данном разделе исследования материал мишени должен удовлетворять нескольким критериям. Прежде всего, это должен быть материал с известным значением диэлектрической проницаемости вблизи края поглощения, что обеспечит возможность экспериментальной проверки полученных здесь результатов. Во-вторых, угловой раствор конуса черенковского излучения, определяемый действительной частью комплексной диэлектрической проницаемости, должен быть как можно больше. Последнее требование является наиболее важным особенно в области умеренно релятивистских энергий заряженной частицы, т.к. с увеличением углового раствора явление интерференции между черенковским и сопутствующим переходным/дифракционным излучением не будет играть существенной роли в спектрально-угловом распределении, что позволит заметно упростить объяснение полученных результатов.

В таблице 4.1 приведены основные параметры наиболее часто используемых материалов. Спектрально-угловые распределения поляризационного излучения, полученные по формуле (4.23) при условии нормального пролёта заряженной частицы ($\alpha = 0$), для кремния и алюминия показаны на рисунке 4.6 со следующим выбором параметров расчёта: размеры мишени $d = 0.1$ мм и $a = 10$ мм, импакт-параметр $b = 1$ мкм и энергия электронов $\gamma = 50$. Заметим, что угловые распределения для углерода и титана не отображены на рисунке 4.6, поскольку с увеличением энергии испускаемых фотонов интенсивность черенковского излучения падает для рассматриваемых параметров расчёта.

Как следует из рисунка 4.6 рентгеновское черенковское излучение распространяется под углом θ_{Ch} по отношению к траектории заряда, определяемым из условия (4.24), которое в рассматриваемом случае примет вид:

$$\sin \theta_{Ch} = \pm \frac{1}{\beta} \sqrt{\beta^2 \text{Re} \varepsilon(\omega) - 1}, \quad (4.35)$$

тогда как дифракционное излучение будет испускаться по направлению движения заряда. На основании представленных на рисунке 4.6 спектрально-угловых плотностей излученной

Таблица 4.1 – Основные параметры мишеней. Энергия испускаемых фотонов соответствует краю поглощения материала (K -края для C, и L -края для Al, Si и Ti).

Материал	$\hbar\omega$ (эВ)	$\varepsilon(\omega)$	θ_{Ch} (град)
Al	72.6	$1.07559 + 0.00437i$	15.31
Si	99.8	$1.03275 + 0.00851i$	10.02
C	284	$1.00734 + 0.00276i$	4.75
Ti	453.8	$1.00698 + 0.00197i$	4.53

энергии можно оценить среднее число испускаемых фотонов на один электрон. Несложно заметить, что алюминиевая мишень удовлетворяет всем указанным ранее критериям. Поэтому дальнейшее исследование свойств рентгеновского черенковского излучения будет проводиться на примере алюминиевой мишени.

Необходимо отметить, что на рисунке 4.6 приведены угловые распределения только для случая нормального пролёта частицы вблизи диэлектрического экрана. Наклонный пролёт не рассматривается, поскольку при выбранных параметрах расчёта в выделенной спектральной области величина критического угла α_{cr} не превышает нескольких градусов. Исследованию влияния угла пролёта частицы на характеристики рентгеновского черенковского эффекта в геометрии переходного излучения посвящено достаточное количество работ [135, 136, 157–159], авторы которых показали, что увеличение угла падения частицы на мишень приводит к росту выхода черенковского излучения.

4.3.2 Влияние геометрических размеров мишени на характеристики излучения

Исследованию свойств электромагнитного излучения, генерируемого заряженными частицами в поглощающей среде для различных частотных диапазонов, были посвящены многочисленные работы [20, 37, 134, 160, 161]. В этом разделе будут рассмотрено влияние эффекта поглощения среды и резких границ мишени на характеристики рентгеновского поляризационного излучения, генерируемого электроном при его нормальном пролёте ($\alpha = 0$) вблизи поглощающего экрана конечных размеров. Влияние конечных размеров экрана на интенсивность излучения будет проанализировано в рамках как микроскопической, так и макроскопической электродинамики. Для наглядности исследование будет проводиться с излучением, распространяющимся внутри материала мишени под углом Θ и выходящим в вакуум, где оно регистрируется под углом θ . При этом можно с точностью до градуса полагать, что в анализируемой области частот углы излучения в среде и в вакууме равны в силу эйконального приближения.

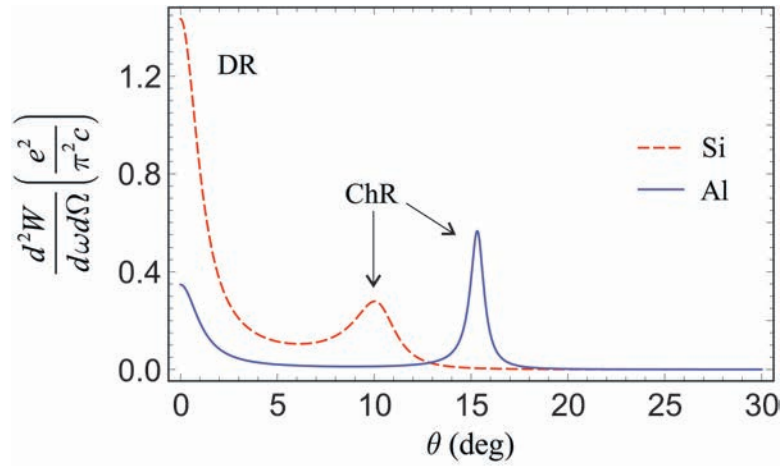


Рисунок 4.6 – Спектрально-угловые распределения поляризованного излучения, испущенного электронами с энергией $\gamma = 50$ от мишеней, выполненных из различного материала, и, как следствие, при различных энергиях фотонов: для кремния вблизи L -края поглощения при $\hbar\omega = 99.8$ эВ (пунктирная кривая), для алюминия вблизи L -края поглощения при $\hbar\omega = 72.6$ эВ (сплошная кривая). Следует заметить, что распределения имеют масштабные коэффициенты для удобства представления: 10^6 для кремния и 10^3 для алюминия. Параметры моделирования: $\alpha = 0$, $d = 0.1$ мм, $a = 10$ мм, $b = 1$ мкм, $\phi = 0$.

Рассмотрим зависимость интенсивности испущенного излучения в направлениях, соответствующих максимальному значению выхода дифракционного ($\theta = 0$) и черенковского ($\theta_{Ch} = 15.31^\circ$) излучений, от продольного размера экрана d (см. рисунок 4.7). Зависимость интенсивности дифракционного излучения от толщины мишени имеет быстро осциллирующий характер и подвергается ослаблению с увеличением продольного размера экрана. В то время как интенсивность излучения Вавилова-Черенкова возрастает с увеличением продольного размера фольги, а затем выходит на насыщение. Для объяснения полученных результатов необходимо проанализировать несколько аспектов. Первый аспект соответствует вопросу о длине когерентности излучения или, как его обычно называют, длине формирования. Вторым аспектом является влияние поглощающих свойств среды на радиационные процессы.

Рассмотрим вначале длину когерентности для дифракционного излучения. Чтобы избежать возможных недоразумений при использовании данного термина, полезно напомнить, что согласно классическому формализму в теории электромагнитного излучения длина когерентности может быть определена как длина участка траектории частицы, такого, что поля излучения, испущенные из всех его точек, достигнут точки наблюдения с одинаковыми фазами и когерентно про суммируются [20]. Качественное объяснение длины когерентности для дифракционного излучения было представлено в работе [36] с помощью микроскопической теории. Так, выражение для длины когерентности излучения в среде может быть записано

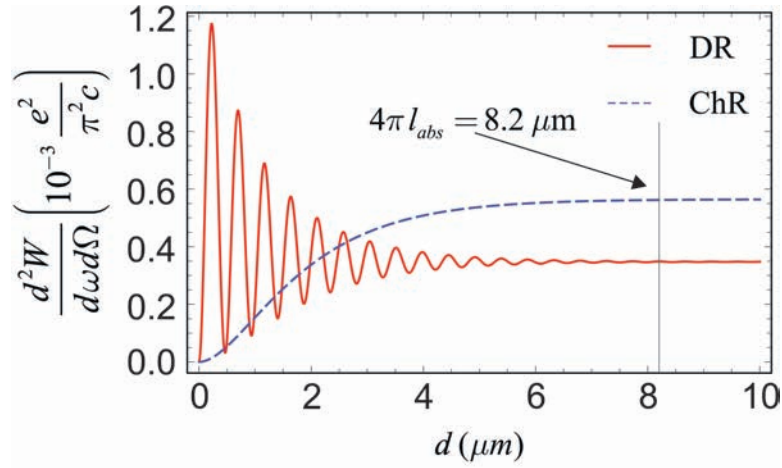


Рисунок 4.7 – Зависимость интенсивности поляризационного излучения, испущенного алюминиевой фольгой под действием поля электрона с энергией $\gamma = 50$, от продольного размера мишени d . Сплошная и пунктирная кривые соответствуют дифракционному ($\theta = 0$) и черенковскому излучению ($\theta_{Ch} = 15.31^\circ$). Параметры расчёта: поперечный размер мишени $a = 10$ мм, $b = 1$ мкм, $\phi = 0$, $\hbar\omega = 72.6$ эВ (L -край поглощения алюминия).

в следующем виде:

$$l_{coh} \sim \frac{\lambda}{\left| \beta^{-1} - \text{Re}\sqrt{\varepsilon(\omega)} \right|}. \quad (4.36)$$

После детального анализа авторы цитируемой работы показали, что два атома среды будут излучать когерентно, если расстояние L между ними равно целому числу длин когерентности l_{coh} .

Источником дифракционного излучения являются поляризационные токи, протекающие в приповерхностных слоях границы раздела двух сред [43] (границы BC и AD на рисунке 4.2). Тем не менее, все оценки длины когерентности, которые были получены из микроскопической теории, могут быть использованы для понимания результатов, полученных с помощью макроскопического подхода. Как видно из рисунка 4.7, зависимость интенсивности дифракционного излучения от продольного размера экрана является осциллирующей функцией с периодом $l_{coh} = 469$ нм. Максимумы колеблющейся функции соответствуют случаю, когда два поляризационных слоя излучают в одной фазе. Следовательно, данная зависимость может быть представлена как явление интерференции между двух когерентных источников излучения. Отметим, что излучение от первой поверхности (границы BC) в направлении распространения электронов проходит через экран и испытывает поглощение, которое можно охарактеризовать посредством длины поглощения l_{abs} . Согласно оценкам классической электродинамики [25] излучение будет полностью поглощаться в среде при условии:

$$d \gg l_{abs} = \frac{\lambda}{4\pi \text{Im}\sqrt{\varepsilon(\omega)}}. \quad (4.37)$$

Таким образом, когда продольный размер экрана d становится больше, чем длина поглощения l_{abs} , будет наблюдаться только дифракционное излучение от второй поверхности (границы

AD). По этой причине при толщинах экрана, превышающих величину $4\pi \cdot l_{abs}$, интерференционные эффекты исчезают (см. рисунок 4.7), поскольку излучение от грани BC полностью поглощается материалом мишени.

Следовательно, в случае дифракционного излучения толщина поляризационного слоя, который является источником излучения, может быть получена из рисунка 4.7, и соответствует половине периода осциллирующей функции или длины когерентности.

Как известно, для эффекта Вавилова-Черенкова, который может быть представлен, как процесс когерентного взаимодействия всех излучаемых волн, длина когерентности стремится к бесконечности [20]. По этой причине зависимость интенсивности черенковского излучения от толщины мишени является плавной функцией, не содержащей каких-либо колебаний. Явление насыщения определяется только воздействием поглощающих свойств среды в процессе излучения.

Приведённые выше зависимости естественным образом вытекают из макроскопического подхода при качественном анализе квадрата модуля выражения для поля излучения (4.20) при условии $\alpha = 0$. Зависимость от продольного размера мишени d описывается простым множителем, содержащем экспоненту с комплексным показателем в аргументе. Отмеченный множитель можно представить как произведение двух экспонент, зависящих в свою очередь от реальной и мнимой частей диэлектрической проницаемости. Далее экспоненту с комплексным показателем (зависит от реальной части $\varepsilon(\omega)$) необходимо расписать по формуле Эйлера. В результате, зависимость от продольного размера мишени примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \left| 1 - \exp \left[-id \frac{\omega}{\beta c} \left(1 - \beta \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \cos \Theta - i\beta \operatorname{Im} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \cos \Theta \right) \right] \right|^2 = \\ = e^{-2y} |e^y - \cos x - i \sin x|^2. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Здесь для краткости записи введены обозначения:

$$x = d \frac{\omega}{\beta c} \left(1 - \beta \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \cos \Theta \right), \quad (4.39)$$

$$y = d \frac{\omega}{c} \operatorname{Im} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \cos \Theta. \quad (4.40)$$

Рассмотрим условия, при которых выражение (4.38) будет давать максимальный вклад в полную интенсивность поляризационного излучения. Первым условием является малость параметра y , поскольку увеличение последнего приводит к экспоненциальной убыли интенсивности излучения. Следовательно, наибольший выход излучения будет в случае $y = 0$, тогда формула (4.38) может быть значительно упрощена:

$$|1 - \cos x - i \sin x|^2 = 2(1 - \cos x). \quad (4.41)$$

Из анализа равенства (4.41) можно заключить, что выход излучения будет максимален при выполнении условия $\cos x = -1$, т.е. излучение будет испускаться когерентно, если продольный размер мишени удовлетворяет критерию:

$$d_{coh} = (2n + 1) \frac{\pi c}{\omega} \frac{\beta}{\left| 1 - \beta \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \cos \Theta \right|} = \frac{2n + 1}{2} \frac{\lambda}{\left| \beta^{-1} - \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \cos \Theta \right|}. \quad (4.42)$$

Формула (4.42) с точностью до множителя совпадает с выражением (4.36), полученным в рамках микроскопического подхода. Как и следовало ожидать, зависимость длины когерентности (4.42) от угла наблюдения в случае черенковского излучения автоматический приводит к результатам работы В.Е. Пафомова [20].

При распространении излучения в поглощающих средах его интенсивность экспоненциально убывает, что характеризуется длиной поглощения. Выражение для последней также вытекает из уравнения (4.38) при условии $2y = 1$. В таком случае, интенсивность излучения уменьшается в e раз, если продольный размер мишени соответствует длине:

$$d_{abs} = \frac{c}{2\omega \operatorname{Im}\sqrt{\varepsilon(\omega)} \cos \Theta} = \frac{\lambda}{4\pi \operatorname{Im}\sqrt{\varepsilon(\omega)} \cos \Theta}. \quad (4.43)$$

Полученное выражение (4.43) полностью согласуется с уравнением (4.37). Следует отдельно заметить, что длина поглощения в самом общем случае (4.43) зависит от направления распространения излучения. По этой причине поглощение черенковского излучения $\left(\cos \Theta = 1/\left(\beta \operatorname{Re}\sqrt{\varepsilon(\omega)}\right)\right)$ будет пропорционально отношению компонент диэлектрической проницаемости:

$$d_{abs} = \frac{\beta\lambda \operatorname{Re}\sqrt{\varepsilon(\omega)}}{4\pi \operatorname{Im}\sqrt{\varepsilon(\omega)}}. \quad (4.44)$$

Существует еще один фактор, который может повлиять на интенсивность поляризационного излучения. В качестве примера, рисунке 4.8 показана зависимость интенсивности испущенного излучения в направлениях, соответствующих максимальному значению выхода дифракционного ($\theta = 0$) и черенковского ($\theta_{Ch} = 15.31^\circ$) излучений, от поперечного размера экрана a . Согласно работе [162] характерный поперечный размер области мишени, ответ-

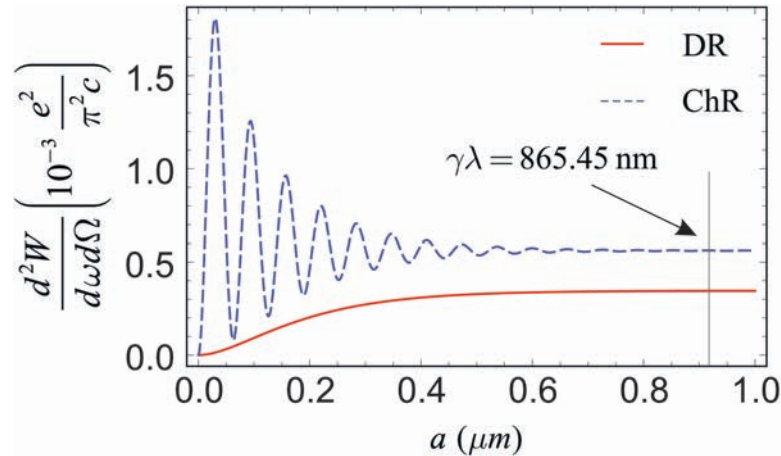


Рисунок 4.8 – Зависимость интенсивности поляризационного излучения, испущенного алюминиевой фольгой под действием поля электрона с энергией $\gamma = 50$, от поперечного размера мишени a . Сплошная и пунктирная кривые соответствуют дифракционному ($\theta = 0$) и черенковскому излучению ($\theta_{Ch} = 15.31^\circ$). Параметры расчёта: продольный размер мишени $d = 0.1$ мм, $b = 1$ мкм, $\phi = 0$, $\hbar\omega = 72.6$ эВ (L -край поглощения алюминия).

ственной за генерацию переходного или дифракционного излучения, пропорционален $\gamma\lambda$.

Как и следовало ожидать интенсивность дифракционного излучения растет с увеличением поперечного размера экрана, а затем выходит на насыщение, что объясняется ослаблением электромагнитного поля заряда.

С другой стороны, зависимость интенсивности черенковского излучения от поперечного размера мишени, характеризуется быстро осциллирующей функцией, которая затухает с увеличением параметра a . Для интерпретации полученного результата, необходимо принять к сведению, что за формирование черенковского излучения ответствен поляризационный ток, возникающий на границе раздела двух сред [43]. Для геометрии, показанной на рисунке 4.2, грани AB и CD являются потенциальными источниками излучения Вавилова-Черенкова. В таком случае, проанализировав эффект Вавилова-Черенкова с точки зрения микроскопического подхода как процесс интерференции от двух источников, можно получить дисперсионное соотношение для представленной осциллирующей функции.

Рассмотрим рассеяние одной Фурье-компоненты собственного поля заряда от двух одинаковых атомов, которые расположены в точках \mathbf{R}_1 и \mathbf{R}_2 на оси y , возникающее когда заряженная частица равномерно движется в вакууме в направлении, перпендикулярном к оси y . Согласно микроскопической теории, представленной в работе [36], спектрально-угловое распределение излучения, создаваемого Фурье-компонентой поля $\mathbf{E}^0(\mathbf{q}, \omega)$ быстрого заряда может быть найдено как:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{\omega^2}{c} |\alpha(\omega)|^2 |[\mathbf{kE}^0(\mathbf{q}, \omega)]|^2 2 \{1 - \cos[(\mathbf{q} - \mathbf{k})(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2)]\}, \quad (4.45)$$

где $\alpha(\omega)$ – поляризуемость атома, $\mathbf{q} = \frac{\omega}{v} \{0; 0; 1\}$ – волновой вектор прошедшей волны, $\mathbf{k} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \{0; \sin \Theta; \cos \Theta\}$ – волновой вектор рассеянной под углом Θ волны (см. выражение (7.3) в работе [36]).

Для рассматриваемого случая, вектор $\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2$ направлен вдоль оси y ; следовательно, $(\mathbf{q} - \mathbf{k})(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) = (q_y - k_y)(Y_1 - Y_2) = L(-k_y)$. Таким образом, фактор $2[1 + \cos(L \cdot k_y)]$ принимает значение от 0 до 4 в зависимости от аргумента косинуса $(\mathbf{q} - \mathbf{k})(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) = L \cdot k_y$. При условии $L \cdot k_y \ll 1$, этот фактор равен 4. По этой причине энергия, излучаемая двумя атомами в четыре раза превосходит энергию, испущенную одним атомом. Это означает, что волны, излучаемые двумя атомами когерентны, т.е. они достигают точки наблюдения с одинаковыми фазами, а их амплитуды суммируются. В результате амплитуда поля излучения удваивается, а его энергия увеличивается в четыре раза. Если $L \cdot k_y \gg 1$, то $\cos[L \cdot k_y]$ является быстро осциллирующей функцией.

Таким образом, условие когерентности излучения от двух атомов может быть записано в виде:

$$L \ll a_{coh}, \quad (4.46)$$

где величина:

$$a_{coh} \sim \frac{\lambda}{\sin \Theta \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon(\omega)}}, \quad (4.47)$$

может быть названа глубиной когерентности или глубиной формирования по аналогии с длиной когерентности.

Тем не менее, в соответствии с уравнением (4.45) излучение от двух атомов также может быть когерентным, при условии:

$$L = a_{coh}n. \quad (4.48)$$

Таким образом, два атома среды излучают когерентно, если расстояние между ними равно целому числу n глубины когерентности a_{coh} .

Как показано на рисунке 4.8, зависимость интенсивности черенковского излучения от поперечного размера алюминиевой фольги a является осциллирующей функцией с периодом колебаний $a_{coh} = 63.13$ нм. Когда поперечный размер экрана a превосходит характерный радиус затухания поля электрона $\sim \gamma\beta\lambda$, наблюдается только излучение от близлежащей к траектории частицы грани мишени (грань AB). Результаты расчётов также показывают, что толщина поляризационного слоя для излучения Вавилова-Черенкова может быть определена как половина глубины когерентности.

В рамках макроскопического подхода выражение для глубины когерентности (4.47) несложно получить из формулы (4.20) при анализе её квадрата модуля на максимальный выход излучения для случая нормального пролёта частицы ($\alpha = 0$). Для этого представим множитель, содержащий поперечный размер мишени a , в форме, аналогичной представлению (4.38):

$$\left| \exp \left[-ia \frac{\omega}{\beta c} \left(\beta \left(\operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon(\omega)} + i \operatorname{Im} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \right) \sin \Theta \cos \phi - i \gamma^{-1} (\operatorname{Re} K + i \operatorname{Im} K) \right) \right] \right|^2 = \quad (4.49)$$

$$= e^{-2y} |e^y - \cos x + i \sin x|^2.$$

Здесь для краткости записи введены обозначения:

$$x = a \frac{\omega}{\beta c} \left(\beta \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \sin \Theta \cos \phi + \gamma^{-1} \operatorname{Im} K \right), \quad (4.50)$$

$$y = a \frac{\omega}{\beta c} \left(\gamma^{-1} \operatorname{Re} K - \beta \operatorname{Im} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \sin \Theta \cos \phi \right). \quad (4.51)$$

Проводя выкладки, аналогичные приведённым ранее для длины когерентности (4.42), получим из условия $\cos x = -1$ выражение для глубины когерентности:

$$a_{coh} = \frac{(2m+1)\pi\beta c}{\omega \left(\beta \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \sin \Theta \cos \phi + \gamma^{-1} \operatorname{Im} K \right)} = \quad (4.52)$$

$$= \frac{2m+1}{2} \frac{\beta\lambda}{\beta \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \sin \Theta \cos \phi + \gamma^{-1} \operatorname{Im} K}.$$

В случае дифракционного излучения формула (4.52) полностью согласуется с результатом (4.47), полученным в рамках микроскопической теории.

Интенсивность излучения будет уменьшаться в e раз при условии $2y = 1$, что соответствует величине продольного размера мишени:

$$a_{abs} = \frac{\gamma\beta c}{2\omega \left(\operatorname{Re} K - \gamma\beta \operatorname{Im} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \sin \Theta \cos \phi \right)} = \frac{\gamma\beta\lambda}{4\pi \left(\operatorname{Re} K - \gamma\beta \operatorname{Im} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \sin \Theta \cos \phi \right)}. \quad (4.53)$$

Для дифракционного излучения глубина поглощения (4.47) вплоть до множителя согласуется с эффективным радиусом затухания электромагнитного поля $\propto \gamma\beta\lambda$.

Таким образом, исследования, проведенные в этом разделе хорошо согласуются с результатами, полученными в рамках микроскопической теории и открывают новые возможности для увеличения интенсивности рентгеновского излучения Вавилова-Черенкова от многослойных экранов. Примеры, приведенные выше, демонстрируют, что размеры мишени существенно влияют на интенсивность различных типов излучений и позволяют регулировать контраст между ними.

4.3.3 Зависимость интенсивности излучения от энергии заряженной частицы

Как было кратко упомянуто в начале главы, последние экспериментальные и теоретические исследования [137–142] показали, что яркость поляризационного излучения, которое возникает при пролёте электронного пучка низкой энергии (несколько МэВ) через тонкую фольгу, является достаточной для практического применения в рентгеновской микроскопии. Однако, весьма важным остаётся вопрос о зависимости интенсивности излучения Вавилова-Черенкова от энергии электронов, поляризующих мишень, и её контрасте с интенсивностью сопутствующего излучения (переходного или дифракционного).

Полученное в предыдущем разделе решение (4.23) позволяет вычислить спектрально-угловое распределение поляризационного излучения для различных энергий электронов. На рисунке 4.9 показаны результаты расчёта для интенсивностей в максимумах спектрально-углового распределение дифракционного ($\theta = 0$) и черенковского излучений ($\theta_{Ch} = 15.31^\circ$), возникающих при движении электрона на расстоянии $b = 1$ мкм от алюминиевой фольги с фиксированными размерами. Чтобы избежать каких-либо интерференционных эффектов, зависимости были получены при условии, когда размеры фольги, по крайней мере на несколько порядков превышают как длину, так и глубину когерентности. Подобные оценки, выполненные для различных материалов мишени, позволяют заключить, что полученные зависимости являются монотонно возрастающими функциями энергии электронов для обоих видов излучения. Для малых энергий электрона, когда выполняется известное пороговое условие Вавилова-Черенкова $v > c/\text{Re}\sqrt{\varepsilon(\omega)}$, интенсивность черенковского излучения преобладает над интенсивностью сопутствующего излучения (в рассматриваемом случае, дифракционного). Тем не менее, поток рентгеновских фотонов является очень слабым. Если энергия электронов увеличивается, интенсивность сопутствующего излучения начинает превышать интенсивность черенковского излучения, и контраст между ними резко возрастает. Следовательно, сложность в интерпретации полученных результатов, вызванная возможностью возникновения гибридного излучения, исчезает.

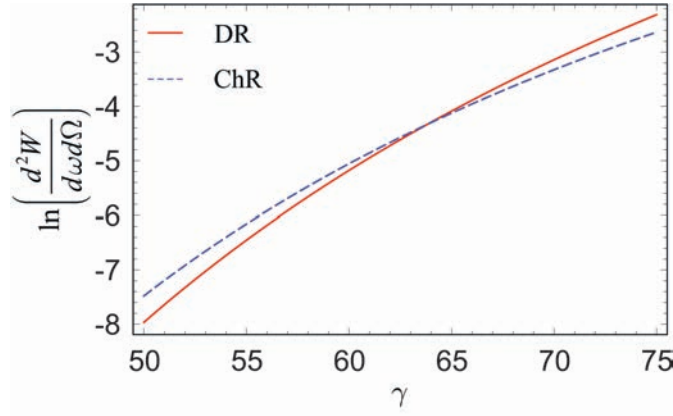


Рисунок 4.9 – Зависимость интенсивности поляризационного излучения от энергии электрона γ . Сплошная и пунктирная кривые соответствуют дифракционному ($\theta = 0$) и черенковскому излучению ($\theta_{Ch} = 15.31^\circ$). Заметим, что ось ординат имеет логарифмический масштаб. Параметры расчёта: $d = 0.1$ мм, $a = 10$ мм, $b = 1$ мкм, $\phi = 0$, $\hbar\omega = 72.6$ эВ (L -край поглощения алюминия).

4.3.4 Спектральная дисперсия рентгеновского черенковского излучения

При экспериментальном исследовании рентгеновского черенковского излучения огромное значение для интерпретации полученных данных имеют измерения энергии фотонов и угловых распределений. Спектр излучения в рентгеновском диапазоне, как правило, измеряется путем регистрации потока фотонов, прошедших через систему различных оптических элементов [121]. Таким образом, спектральное разрешение детектирующей системы и используемые оптические элементы определяют измеренный спектр. По этой причине, теоретические результаты, полученные для определенного значения энергии фотона, не подходят для оценок выхода фотонов, необходимых при проведении будущих экспериментов. Чтобы вычислить поток фотонов с энергией, усредненной в некотором спектральном диапазоне, необходимо представить комплексную диэлектрическую проницаемость как функцию, зависящую только от энергии фотона. С этой целью реальная и мнимая части фактора рассеяния, входящего в формулу (4.5), на основании экспериментальных данных для алюминия [155] были восстановлены в виде аналитических функций (см. рисунок 4.10), зависящих только от энергии испущенного излучения:

$$f_1(\hbar\omega) = -2.59 \cdot \exp \left[-\frac{(\hbar\omega - 72.7424)^2}{10.8045 \cdot 10^{-1}} \right] + 111.9440 - 3.0130 \cdot \hbar\omega + 19.8993 \cdot 10^{-3} \cdot (\hbar\omega)^2, \quad (4.54)$$

$$f_2(\hbar\omega) = \begin{cases} -25.4655 \cdot 10^{-2} + 72.0346 \cdot 10^{-4} \cdot \hbar\omega, & \text{при } \hbar\omega \leq 72.55 \text{ эВ,} \\ 31.6871 \cdot 10^{-1} \exp \left[-\frac{(\hbar\omega - 72.8539)^2}{35.5639 \cdot 10^{-3}} \right], & \text{при } 72.55 \text{ эВ} < \hbar\omega \leq 72.82 \text{ эВ,} \\ -89.2008 \cdot 10^{-1} + 16.4152 \cdot 10^{-2} \cdot \hbar\omega, & \text{при } 72.82 \text{ эВ} < \hbar\omega \leq 80 \text{ эВ.} \end{cases} \quad (4.55)$$

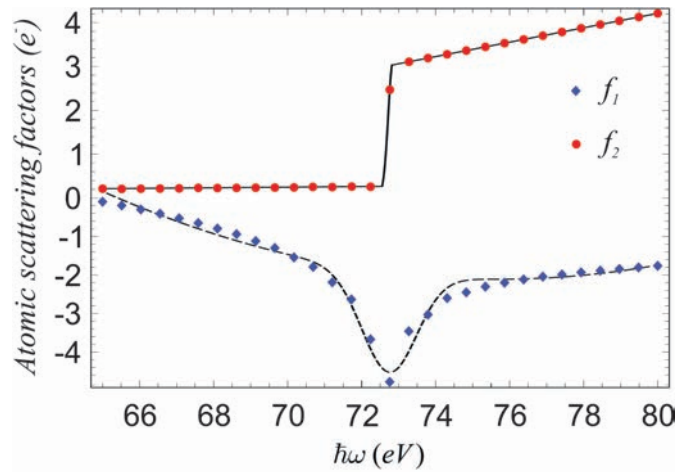


Рисунок 4.10 – Реальная и мнимая компоненты фактора рассеяния в зависимости от энергии фотона. Ромб и круг соответствуют экспериментальным значениям действительной и мнимой частей фактора рассеяния для алюминия. Пунктирная и сплошная кривые описывают аппроксимированные функций $f_1(\hbar\omega)$ и $f_2(\hbar\omega)$, соответственно.

Угловые распределения рентгеновского поляризованного излучения, изображенные на рисунке 4.11, получены с использованием представленных аппроксимированных функций для различных интервалов усреднения по энергии фотонов вблизи L -края поглощения алюминия. Как следует из рисунка, алюминий имеет достаточно большую спектральную дисперсию, а критерии Вавилова-Черенкова будет выполняться для широкого диапазона энергий вблизи края поглощения ($\hbar\omega = 72.6$ эВ). Таким образом, существование спектральной дисперсии может создать трудности в интерпретации экспериментальных данных. Так, например, в экспериментальных работах [136, 141], измеренная полуширина спектральной линии значительно превысила предсказанное классической теорией расчётное значение. Авторы цитируемых работ объяснили это присутствием аппаратной погрешности, поскольку при проведении теоретических оценок не была учтена спектральная дисперсия черенковского излучения.

С другой стороны, широкая спектральная дисперсия излучения Вавилова-Черенкова открывает новые возможности для многочисленных приложений рентгеновской микроскопии. Например, рентгеновское черенковское излучение может применяться в качестве широкополосного источника рентгеновского излучения, угловое распределение которого зависит от энергии испущенных фотонов. Другой не менее важной областью исследований может быть определение реальной части комплексной диэлектрической проницаемости для различных материалов по спектрально-угловым измерениям интенсивности черенковского излучения. По этим причинам вопрос о диапазоне энергий фотонов, где критерии Вавилова-Черенкова выполняется, становится весьма важным для многих приложений.

Чтобы дополнительно подтвердить справедливость предположения о существовании спектральной дисперсии у рентгеновского черенковского излучения, рассмотрим угловое распределение поляризованное излучение от алюминиевой фольги для энергии фотона

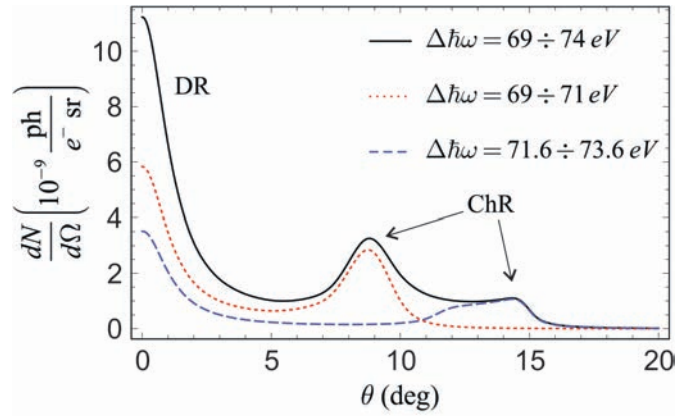


Рисунок 4.11 – Угловые распределения поляризационного излучения, испущенного электронами с энергией $\gamma = 48$ от алюминиевой мишени для различных значений интервала усреднения по энергий испущенных фотонов. Параметры моделирования: $\alpha = 0$, $d = 5$ мкм, $a = 10$ мм, $b = 1$ мкм, $\phi = 0$.

$\hbar\omega = 80$ эВ, которая лежит за пределами края поглощения алюминия (см. рисунок 4.12). Для упрощения объяснения полученного результата, используем специальные размеры экрана. Например, чтобы подавить дифракционное излучение, поперечный размер экрана был выбран равным $a = 8$ нм. Как следует из рисунка 4.12 максимальная интенсивность рассматриваемого распределения соответствует углу $\theta_{Ch} = 8.5^\circ$, который удовлетворяет известному условию Вавилова-Черенкова (4.35), записанному в вакуумных переменных.

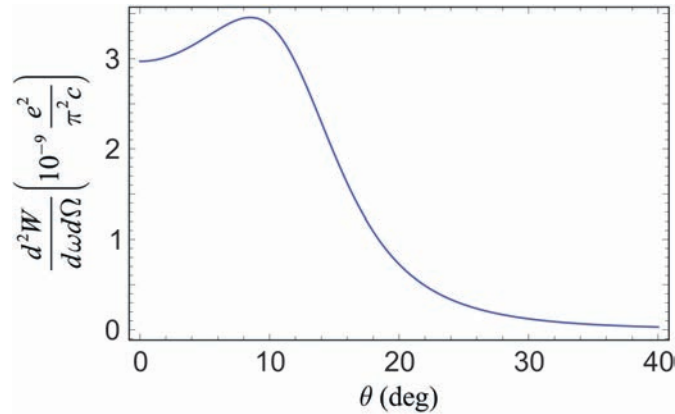


Рисунок 4.12 – Угловое распределение поляризационного излучения, испущенного электронами с энергией $\gamma = 50$ от алюминиевой мишени. Параметры моделирования: $\alpha = 0$, $d = 0.8$ мкм, $a = 8$ нм, $b = 1$ мкм, $\phi = 0$, $\hbar\omega = 80$ эВ.

В заключении данного подраздела можно сделать вывод, что наличие края поглощения не является основным условием для возникновения черенковского излучения в рентгеновском диапазоне частот. Основную роль в генерации излучения будет играть известный критерий Вавилова-Черенкова. Тем не менее, выход черенковского излучения будет намного больше вблизи края поглощения среды, который определяется двумя факторами. Во-первых, реаль-

ная часть диэлектрической проницаемости резонансно возрастает при приближении частот излучения к величинам, соответствующим краям поглощения. Во-вторых, мнимая часть диэлектрической проницаемости, характеризующая поглощающие свойства вещества, может иметь малое значение. Указанные факторы хорошо согласуются с критерием, предложенным В.А. Базылевым для рентгеновского излучения Вавилова-Черенкова [132–134]:

$$\operatorname{Re} \varepsilon(\omega) - 1 > \operatorname{Im} \varepsilon(\omega). \quad (4.56)$$

4.3.5 Поляризационные характеристики излучения

Исследованию поляризационных характеристик переходного, черенковского и дифракционного излучения к настоящему времени посвящено небольшое число работ. Наиболее известные из них это работы В.Е. Пафомова [20] и Н.А. Корхмазяна [163], в которых авторы, рассматривая наклонное падение электрического заряда на границу раздела двух сред, получили общее выражение для полей излучения. Полученные авторами цитируемых работ результаты позволяют проанализировать поляризационные характеристики переходного и черенковского излучения как в общем, так и в ряде частных случаев. В теории дифракционного излучения оценки степени поляризации сделаны только для некоторых частных случаев ввиду сложности расчёта. Так, например, в работах [36, 164] А.П. Потылицыным на основе метода Стокса были вычислены поляризационные характеристики дифракционного излучения для случая когда релятивистская заряженная частица наклонно пролетает вблизи идеально проводящей бесконечной полуплоскости и через щель в идеально проводящем экране. В данном разделе будут рассмотрены поляризационные характеристики излучения, возникающего при наклонном пролёте заряженной частицы как вблизи, так и через диэлектрический экран конечных размеров. Для наглядности исследование будет проводиться с излучением, распространяющимся внутри материала мишени под углом Θ и выходящим в вакуум, где оно регистрируется под углом θ . При этом можно с точностью до градуса полагать, что в рассматриваемой области частот углы излучения в среде и в вакууме равны в силу эйконального приближения. Однако, представленные здесь результаты могут быть легко обобщены для любого частотного диапазона (см. раздел 1.3.2).

Опираясь на метод Стокса, изложенный в разделе 1.3.2, рассмотрим вначале геометрию переходного излучения, которая представлена на рисунке 4.1. Для рассматриваемой геометрии, впрочем, как и для геометрии дифракционного излучения (см. рисунок 4.2), единичный вектор нормали к поверхности мишени имеет простой вид $\mathbf{n} = \{0; 0; 1\}$. В таком случае система единичных поляризационных ортов (1.40) может быть представлена в виде:

$$\mathbf{e}_1 = \frac{\{e_y; -e_x; 0\}}{\sqrt{e_x^2 + e_y^2}}, \quad \mathbf{e}_2 = \frac{\{e_x e_z; e_y e_z; -(1 - e_z^2)\}}{\sqrt{e_x^2 + e_y^2}}. \quad (4.57)$$

Затем, используя выражения (4.13), (1.41) и (1.42), несложно получить компоненты напряжённости электрического поля:

$$\begin{aligned}
E_1 &= -\frac{\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{H}^{pol(vac)}(\mathbf{r}, \omega)}{\sqrt{\varepsilon(\omega)}} = C \cdot \frac{\beta^2 e_x \cos \alpha \sin \alpha}{\sqrt{e_x^2 + e_y^2}}, \\
E_2 &= -\frac{\mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{H}^{pol(vac)}(\mathbf{r}, \omega)}{\sqrt{\varepsilon(\omega)}} = \\
&= C \cdot \frac{\left(1 - \beta^2 \cos^2 \alpha + \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_y \sin \alpha - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_z \cos \alpha\right) [1 - e_z^2] - \beta^2 e_z \cos \alpha \sin \alpha}{\sqrt{e_x^2 + e_y^2}}, \\
E_3 &= -\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{H}^{pol(vac)}(\mathbf{r}, \omega)}{\sqrt{\varepsilon(\omega)}} = 0.
\end{aligned} \tag{4.58}$$

Здесь для краткости записи введено обозначение скалярной части вектора напряжённости магнитного поля:

$$\begin{aligned}
C &= \frac{e}{2\pi c} \frac{\beta \cos \alpha (\varepsilon(\omega) - 1)}{1 - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_z \cos \alpha + \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_y \sin \alpha} \frac{\exp(ikr)}{r} \times \\
&\times \frac{1}{\beta^2 \cos^2 \alpha \left(\varepsilon(\omega) [e_x^2 + e_y^2] - 1\right) + \left(1 + \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_y \sin \alpha\right)^2} \times \\
&\times \left(1 - \exp\left[-i \frac{d\omega}{\beta c \cos \alpha} \left(1 - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_z \cos \alpha + \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} e_y \sin \alpha\right)\right]\right).
\end{aligned} \tag{4.59}$$

Из явного вида компонент поля (4.58) и основных следствий теории Джонса (см. раздел 1.3.1) можно заключить, что как переходное, так и черенковское излучение при наклонном пролёте заряженной частицы сквозь диэлектрическую пластинку будут иметь эллиптическую поляризацию (за исключением выделенных направлений вылета фотонов). Если же частица влетает в мишень под прямым углом к её поверхности ($\alpha = 0$), то излучение будет иметь линейную вертикальную поляризацию (или линейную радиальную поляризацию). Последняя также будет наблюдаться в случае нерелятивистских энергий заряженной частицы ($\beta \rightarrow 0$) или при рассмотрении идеально проводящей мишени ($\text{Im } \varepsilon(\omega) \rightarrow \infty$). Данные выводы полностью согласуются с результатами работ В.Е. Пафомова [20] и Н.А. Корхмазяна [163].

Однако представленные выводы становятся более очевидными, если записать в явном виде параметры Стокса. Для этого необходимо подставить полученные компоненты поля (4.58) в уравнения (1.35) – (1.38) и учесть явный вид единичного волнового вектора \mathbf{e} . Следовательно, параметры Стокса запишутся как:

$$\begin{aligned}
S_0 &= \frac{|C|^2}{\sin^2 \Theta} \left[\beta^4 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha \sin^2 \Theta \sin^2 \phi + \left| \left(1 - \beta^2 \cos^2 \alpha + \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} \sin \alpha \sin \Theta \cos \phi - \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} \cos \alpha \cos \Theta \right) \sin^2 \Theta - \beta^2 \cos \alpha \sin \alpha \cos \Theta \right|^2 \Big], \\
S_1 &= \frac{|C|^2}{\sin^2 \Theta} \left[\beta^4 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha \sin^2 \Theta \sin^2 \phi - \left| \left(1 - \beta^2 \cos^2 \alpha + \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} \sin \alpha \sin \Theta \cos \phi - \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} \cos \alpha \cos \Theta \right) \sin^2 \Theta - \beta^2 \cos \alpha \sin \alpha \cos \Theta \right|^2 \Big],
\end{aligned} \tag{4.60}$$

$$S_2 = 2 \frac{|C|^2}{\sin \Theta} \beta^2 \cos \alpha \sin \alpha \sin \phi \left[\left(1 - \beta^2 \cos^2 \alpha + \beta \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon(\omega)} (\sin \alpha \sin \Theta \cos \phi - \cos \alpha \cos \Theta) \right) \sin^2 \Theta - \beta^2 \cos \alpha \sin \alpha \cos \Theta \right],$$

$$S_3 = -2|C|^2 \beta^3 \cos \alpha \sin \alpha \sin \Theta \sin \phi \operatorname{Im} \sqrt{\varepsilon(\omega)} (\sin \alpha \sin \Theta \cos \phi - \cos \alpha \cos \Theta).$$

Из анализа параметров (4.60), кроме отмеченных ранее, также следуют два важных вывода. Во-первых, излучение в прозрачной среде ($\operatorname{Im} \sqrt{\varepsilon(\omega)} = 0$) будет иметь линейную поляризацию, а во-вторых, циркулярно поляризованная компонента излучения имеет место только в поглощающей среде, когда $\operatorname{Im} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \neq 0$. Отдельно следует заметить, что в ультрарелятивистском пределе ($\gamma \gg 1$) в приближении высоких частот поляризация излучения также будет линейной [80], в последнем несложно убедиться, выполнив соответствующее разложение уравнений (4.60).

При рассмотрении геометрии дифракционного излучения (см. рисунок 4.2) компоненты напряжённости поля (4.20) в системе поляризационных ортов (4.57) примут вид:

$$E_1 = D \cdot \frac{\gamma \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} \sin^2 \Theta \cos \phi \sin \phi - [\gamma^{-1} \sin \alpha - iK \cos \alpha] (\cos^2 \Theta - \sin^3 \Theta \sin \phi)}{\sin \Theta},$$

$$E_2 = D \cdot \sin^3 \Theta \left[\left(\gamma^{-1} \sin \alpha + \gamma \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} \sin \Theta \cos \phi - iK \cos \alpha \right) \sin \Theta \cos \phi \sin^2 \phi \times \right. \\ \left. \times (\cos \Theta - \sin \Theta \sin \phi) + \left(\gamma \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} \cos \Theta - \gamma^{-1} \cos \alpha - iK \sin \alpha \right) \sin^2 \phi - \right. \\ \left. - \gamma^{-1} \cos \alpha \sin \Theta \cos^2 \phi (\cos \Theta \sin \phi + \sin \Theta) - iK \sin \alpha \sin \Theta \cos^2 \phi (\cos \Theta \sin \phi - \sin \Theta) - \right. \\ \left. - (\gamma^{-1} \sin \alpha - iK \cos \alpha) (\cos \Theta \sin \phi + \sin \Theta) \cos \Theta \cos \phi \right], \quad (4.61)$$

$$E_3 = -\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{H}^{pol(vac)}(\mathbf{r}, \omega)}{\sqrt{\varepsilon(\omega)}} = 0,$$

где скалярная компонента поля обозначена как:

$$D = \frac{e}{4\pi c} \frac{\beta (\varepsilon(\omega) - 1) \exp(ikr)}{K r} \times \\ \times \frac{1 - \exp \left[-id \frac{\omega}{\beta c} \left(\cos \alpha - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} \cos \Theta + i\gamma^{-1} K \sin \alpha \right) \right]}{\cos \alpha - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} \cos \Theta + i\gamma^{-1} K \sin \alpha} \times \\ \times \frac{\exp \left[-a \frac{\omega}{\beta c} \left(\gamma^{-1} K \cos \alpha + i \sin \alpha + i\beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} \sin \Theta \cos \phi \right) \right] - 1}{\gamma^{-1} K \cos \alpha + i \sin \alpha + i\beta \sqrt{\varepsilon(\omega)} \sin \Theta \cos \phi} \times \\ \times \exp \left[-h \frac{\omega}{\beta c} \left(\gamma^{-1} K \cos \alpha + i \sin \alpha \right) \right]. \quad (4.62)$$

Поскольку в геометрии дифракционного излучения компоненты поля (4.61) имеют довольно громоздкий вид, то запись параметров Стокса для самого общего случая теряет смысл, т.к. это только усложнит анализ полученных выражений. Поэтому исследования поляризационных свойств излучения лучше проводить для конкретного направления вылета фотонов излучения или предельного частного случая. Однако, прежде чем перейти к рассмотрению частного случая, когда направление вылета фотонов характеризуется азимутальным углом $\phi = 0$, сделаем несколько важных замечаний. Как было отмечено в разделе 1.3 для

описания поляризационных свойств можно использовать качественный подход, основанный на анализе компонент поля излучения и следствиях метода Джонса. Так, согласно основным следствиям теории Джонса, явный вид компонент поля излучения (4.61) свидетельствует о том, что в самом общем случае излучение будет иметь эллиптическую поляризацию (аналогично излучению в геометрии, представленной на рисунке 4.1). При переходе к предельному случаю идеальной проводимости или рассмотрении нормального пролёта частицы ($\alpha = 0$) поляризация остаётся эллиптической в отличие от переходного излучения, для которого поляризация становится линейной вертикальной. Полученные выводы полностью согласуются с результатами работ А.П. Потылицына [36, 164].

В плоскости, характеризуемой углом $\phi = 0$, параметры Стокса будут иметь более компактный вид:

$$\begin{aligned}
 S_0 &= |D|^2 \left[\cos^4 \Theta (\gamma^{-2} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + \sin^6 \Theta (\gamma^{-2} (\sin \Theta \cos \alpha + \cos \Theta \sin \alpha)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + (\sin \Theta \sin \alpha + \cos \Theta \cos \alpha)^2) \right], \\
 S_1 &= |D|^2 \left[\cos^4 \Theta (\gamma^{-2} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) - \sin^6 \Theta (\gamma^{-2} (\sin \Theta \cos \alpha + \cos \Theta \sin \alpha)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + (\sin \Theta \sin \alpha + \cos \Theta \cos \alpha)^2) \right], \\
 S_2 &= 2|D|^2 \cos^2 \Theta \sin^3 \Theta \left[\gamma^{-2} \sin \alpha (\sin \Theta \cos \alpha + \cos \Theta \sin \alpha) + \cos \alpha (\sin \Theta \sin \alpha + \cos \Theta \cos \alpha) \right], \\
 S_3 &= 2|D|^2 \gamma^{-1} \cos^2 \Theta \sin^3 \Theta \left[\sin \alpha (\sin \Theta \sin \alpha + \cos \Theta \cos \alpha) - \cos \alpha (\sin \Theta \cos \alpha + \cos \Theta \sin \alpha) \right].
 \end{aligned} \tag{4.63}$$

Явный вид параметров Стокса (4.63) полностью подтверждает анализ поляризационных характеристик, проведённый на основании следствий теории Джонса. Однако, при рассмотрении выделенных направлений распространения излучения, соответствующих максимальному выходу дифракционного ($\Theta = 0$) и черенковского ($\Theta = \theta_{Ch}$) излучений, поляризация будет соответственно иметь линейную горизонтальную и эллиптическую форму.

В заключении заметим, что поскольку разность фаз между компонентами полей с различной поляризацией не меняется в процессе преломления излучения при его выходе из мишени в вакуум [25], то тип поляризации излучения будет также сохраняться, а степень поляризации изменяться в зависимости от коэффициентов Френеля. По этой причине представленный здесь анализ будет справедлив для любого частотного диапазона. Однако, для получения количественных оценок степени поляризации излучения в произвольном диапазоне частот необходимо принять во внимание эффекты отражения и преломления излучения при его выходе из материала мишени в вакуум. Для этого следует полученные компоненты поля E_1 и E_2 домножить на соответствующие коэффициенты Френеля f_E и f_H . Затем с помощью закона Снеллиуса выразить углы излучения в среде (Θ, ϕ) через углы в вакууме (θ, ϕ) , а также учесть связь напряжённости полей (1.23).

Таким образом, полученные в данном разделе результаты полностью согласуются с выводами известных работ [20, 36, 163, 164] и подтверждают правомерность использования подходов Стокса и Джонса в методе поляризационных токов для исследования поляризационных характеристик излучения.

4.4 Обсуждение результатов главы

В данной главе метод поляризационных токов был применен для детального изучения свойств рентгеновского излучения, испускаемого при пролёте заряженной частицы как сквозь, так и вблизи поглощающего экрана. Возникающее в таких условиях рентгеновское излучение Вавилова-Черенкова можно рассматривать как излучение поляризационного тока, наведенного в среде кулоновским полем заряженной частицы. Полученные в рамках метода поляризационных токов результаты хорошо согласуются с выводами известных работ [16, 19, 20, 36, 72, 80, 133, 163, 164] и подтверждаются экспериментально [50, 136, 141].

Использование простой геометрии излучения позволяет наглядно проанализировать все возможные характеристики испускаемого излучения (в том числе поляризационных свойств) для широкого диапазона энергии заряженной частицы. Исследование влияния конечных размеров мишени на интенсивность излучения, проведённое с точки зрения подходов макроскопической и микроскопической электродинамики, демонстрируют, что изменение размеров мишени может эффективно увеличить выход рентгеновского черенковского излучения и открывает возможности для регулирования контраста между одновременно возникающими поляризационными излучениями различных видов. Размеры области эффективной поляризации, ответственной за генерацию излучения, будут определяться длиной и глубиной когерентности.

В процессе исследования установлено, что эффект Вавилова-Черенкова в рентгеновском диапазоне частот может возникать не только вблизи атомных краев поглощения среды. По этой причине, основным условием возникновения черенковского эффекта в рентгеновском диапазоне частот является критерий Вавилова-Черенкова, и соотношение (4.56), предложенное В.А. Базылевым, определяющее возможность реального экспериментального наблюдения рассматриваемого эффекта.

Отметим, что полученные результаты позволяют по-новому взглянуть на уже хорошо изученное явление и будут полезны для развития нового источника излучения в мягком рентгеновском диапазоне на основе эффекта Вавилова-Черенкова.

Глава 5

О влиянии магнитного момента на характеристики поляризационного излучения

Ничто не существует, пока оно не измерено.

— Нильс Хенрик Давид Бор

Наличие у электрона собственного магнитного момента приводит к ряду интересных эффектов, особенно, если принять во внимание тот факт, что создаваемые магнитным моментом электромагнитные поля могут наводить в веществе поляризационные токи, которые, в свою очередь, будут являться источником электромагнитного излучения. Следовательно, компоненты поляризационного излучения, обусловленные электрическим зарядом частицы и её магнитным моментом, будут интерферировать между собой, что, в конечном итоге, приводит к возникновению гибридной компоненты излучения, которая будет оказывать некоторое влияние на характеристики излучения как электрического заряда, так и магнитного момента. Отмеченные эффекты хорошо известны в теории синхротронного и ондуляторного излучений. Так, например, в монографии В.А. Бордовицына и со-авторов [165] наиболее полно представлены последние результаты по исследованию свойств электромагнитного излучения собственного магнитного момента ускоренного электрона, также известного как спиновый свет, и гибридной составляющей ($e\mu$ -излучение), возникающих при движении электрона в электрических и магнитных полях. Заметим, что первые экспериментальные подтверждения существования спинового света и $e\mu$ -излучения были получены в работах новосибирской группы исследователей под руководством Г.Н. Кулипанова [166].

В теории поляризационного излучения рассматриваемым вопросам посвящено малое число работ (см., например, [19, 167, 168]), а экспериментальные исследования данных процессов вовсе не проводились. Так, в монографии В.Л. Гинзбурга и В.Н. Цытовича [19] приведены исследование лишь частных случаев переходного излучения, возникающего при нормальном падении продольно ориентированного магнитного момента на границу раздела двух сред, и излучения Вавилова-Черенкова для магнитного момента в безграничной прозрачной среде. В работах японских исследователей М. Сакуды и Ё. Курихары [167, 168] проводится теоретическое рассмотрение возможности использования характеристик переходного излучения магнитного момента для определения массы нейтрино.

Сравнительно недавно, появились работы [46, 49, 169], в которых авторы, опираясь на метод изображений в формализме В.Е. Пафомова [20], обобщили существующие на сегодняшний день результаты исследований характеристик переходного излучения, возникающего под действием поля заряженных частиц, обладающих собственным магнитным моментом, на слу-

чай произвольной геометрии задачи и ориентации магнитного момента. В данной главе на основе цитируемых работ [46, 49, 169] будут рассмотрены основные особенности переходного излучения заряженных частиц, обладающих собственным магнитным моментом.

5.1 Переходное излучение заряженной частицы, обладающей собственным магнитным моментом

Анализ спиновых состояний электронного пучка до сих пор представляет собой сложную экспериментальную задачу. В основном, для этих целей используется процесс рассеяния электронов в кулоновском поле ядра (поляриметры Мотта) [170, 171]. В результате спин-орбитального взаимодействия эффективное сечение рассеяния под заданным углом для электронов с противоположными спинами оказывается различным. Возникающая лево-правая асимметрия рассеяния A_{LR} используется для измерения поляризации пучка электронов в интервале энергий до ~ 1 МэВ.

Экспериментально поляризация пучка определяется из соотношения [170]:

$$P_0 = A_{LR}/S_{eff}, \quad (5.1)$$

где S_{eff} – анализирующая способность процесса моттовского рассеяния, которая вычисляется теоретически с достаточной точностью.

Следует отметить, что основным недостатком всех моттовских поляриметров является ограниченный диапазон энергий электронных пучков (10 эВ – 1 МэВ) [171]. На сегодняшний день во многих экспериментах в физике высоких энергий используются пучки умеренно релятивистских поляризованных электронов и позитронов с энергией до 10 МэВ, для анализа которых используется мёллеровский поляриметр [172], который также обладает невысокой эффективностью в указанном энергетическом диапазоне. Поэтому весьма перспективным является поиск новых физических механизмов для создания более эффективных поляриметров, основанных на регистрации асимметрии в электромагнитном излучении поляризованных частиц.

Представляется, что возможность создания поляриметров, основанных на детектировании электромагнитного излучения системы «заряд + спин» («заряд + магнитный момент» в классическом рассмотрении) расширит экспериментальные возможности и позволит рассчитывать анализирующую способность процесса, опираясь на хорошо разработанные методы квантовой (классической) электродинамики, с любой требуемой точностью.

5.1.1 Интерференция полей переходного излучения электрического заряда и магнитного момента

В квазиклассическом приближении будем рассматривать переходное излучение поляризованных электронов (позитронов) как излучение точечного заряда и спинового магнитного момента электрона.

Для определённости рассмотрим геометрию, показанную на рисунке 5.1, когда частица с зарядом e , обладающая собственным магнитным моментом μ , со скоростью $\mathbf{v} = \beta c$ выходит из среды с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega)$ в вакуум ($\varepsilon(\omega) = 1$) под углом ψ через границу раздела.

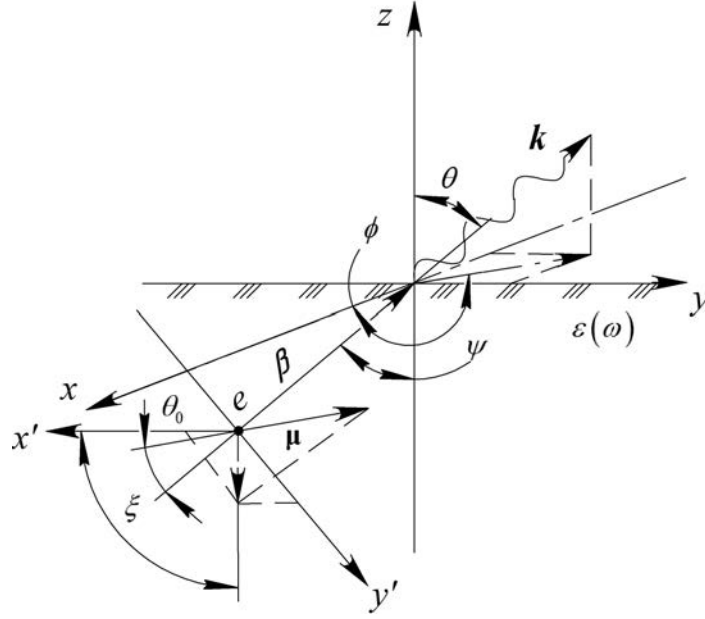


Рисунок 5.1 – Схема генерации переходного излучения заряженной частицей, обладающей собственным магнитным моментом.

В системе координат, в которой ось z направлена вдоль перпендикуляра к границе раздела, а ось y расположена в плоскости, проходящей через этот перпендикуляр и скорость частицы, компоненты вектора Герца, описывающие переходное излучение магнитного момента и электрического заряда, записываются в виде [46]:

$$\begin{aligned}
 \Pi_{\parallel,z}^{\mu}(\mathbf{r}, \omega) &= i \frac{\omega}{c} \mu A(\mathbf{r}, \omega) (e_z + U) (B_z (1 - e_z^2) [(1 - \beta_y e_y)^2 - \beta_z^2 - \beta_z U (1 - \beta_y e_y)] + \\
 &\quad + (B_x e_x + B_y e_y) [\beta_z^2 U e_z^2 + \beta_z (1 - \beta_y e_y) (1 - e_z^2)]), \\
 \Pi_{\perp}^{\mu}(\mathbf{r}, \omega) &= -i \frac{\omega}{c} \mu \beta_z^2 A(\mathbf{r}, \omega) (\varepsilon(\omega) e_z + U) \{B_x (1 - e_z^2); B_y (1 - e_z^2); (B_x e_x + B_y e_y) e_z\}, \quad (5.2) \\
 \Pi_{\parallel,z}^e(\mathbf{r}, \omega) &= e \beta_z A(\mathbf{r}, \omega) (e_z + U) (\beta_z \beta_y U e_y + (1 - e_z^2) [1 - \beta_y e_y - \beta_z^2 - \beta_z U]), \\
 \Pi_{\perp}^e(\mathbf{r}, \omega) &= e \beta_y \beta_z^2 A(\mathbf{r}, \omega) (\varepsilon(\omega) e_z + U) \{0; (1 - e_z^2); e_y e_z\},
 \end{aligned}$$

где e и μ – соответственно, заряд и магнитный момент частицы. Представленные уравнения получены с использованием метода изображений в формализме В.Е. Пафомова [20], который

позволяет определить характеристики переходного излучения от мишеней любой геометрии и полностью согласуется с результатами метода поляризационных токов (см. раздел 4.2.3). Потенциалы Герца (5.2) характеризуют переходное излучение, поляризованное как в плоскости падения (отмечены индексом \parallel), так и перпендикулярно ей (обозначены индексом \perp). Для упрощения записи в выражениях (5.2) использовано обозначение $U = \sqrt{\varepsilon(\omega) - (1 - e_z^2)}$ и выделен общий скалярный множитель, который включает в себя член, описывающий сферическую волну с частотой ω на расстоянии r от источника (мишени):

$$A(\mathbf{r}, \omega) = \frac{c \exp(i\omega r/c) (1 - \varepsilon(\omega)) e_z}{\pi \omega^2 r (\varepsilon(\omega) e_z + U) (e_z + U) (1 - e_z^2) [(1 - \beta_y e_y)^2 - \beta_z^2 e_z^2] (1 - \beta_y e_y - \beta_z U)}. \quad (5.3)$$

Проекций единичного волнового вектора \mathbf{e} и компоненты относительной скорости частицы $\boldsymbol{\beta}$, входящие в уравнения (5.2) и (5.3) имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{e} = \mathbf{k}c/\omega &= \{e_x; e_y; e_z\} = \{\sin \theta \cos \phi; \sin \theta \sin \phi; \cos \theta\}, \\ \boldsymbol{\beta} &= \{0; \beta_y; \beta_z\} = \beta \{0; \sin \psi; \cos \psi\}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Содержащиеся в формулах (5.2) слагаемые:

$$\begin{aligned} B_x &= \gamma^{-1} (e_y \cos \theta_0 - (\gamma\beta)^{-1} \sin \theta_0 \sin \xi), \\ B_y &= (e_x \sin \xi - e_y \cos \xi) \sin \theta_0 \sin \psi + \gamma^{-1} ((\gamma\beta)^{-1} \sin \theta_0 \cos \xi - e_x \cos \theta_0) \cos \psi, \\ B_z &= (e_x \sin \xi - e_y \cos \xi) \sin \theta_0 \cos \psi - \gamma^{-1} ((\gamma\beta)^{-1} \sin \theta_0 \cos \xi - e_x \cos \theta_0) \sin \psi, \end{aligned} \quad (5.5)$$

характеризуют угловые компоненты плотности тока, наводимого магнитным моментом частицы, и определяются полярным θ_0 и азимутальным ξ углами ориентации вектора магнитного момента $\boldsymbol{\mu}$ в собственной системе координат (см. рисунок 5.1).

Поскольку диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(\omega)$ является комплексной величиной, то полные векторы Герца будем искать в виде:

$$\boldsymbol{\Pi}(\mathbf{r}, \omega) = [\mathbf{e} \times (\boldsymbol{\Pi}_{\parallel}(\mathbf{r}, \omega) + \boldsymbol{\Pi}_{\perp}(\mathbf{r}, \omega))] = A(\mathbf{r}, \omega) (\mathbf{P}'(\mathbf{r}, \omega) + i\mathbf{P}''(\mathbf{r}, \omega)). \quad (5.6)$$

Выделяя действительную (с единичным штрихом) и мнимую (с двойным штрихом) части в полных векторах Герца, находим:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}'^e(\mathbf{r}, \omega) &= e\beta_z \left\{ \beta_z \beta_y n_z \tau_1' + e_y \tau_2'; -e_x \tau_2'; -\beta_z \beta_y e_x \tau_1' \right\}, \\ \mathbf{P}''^e(\mathbf{r}, \omega) &= e\beta_z \left\{ \beta_z \beta_y e_z \tau_1'' + e_y \tau_2''; -e_x \tau_2''; -\beta_z \beta_y e_x \tau_1'' \right\}, \\ \mathbf{P}'^\mu(\mathbf{r}, \omega) &= \mu \frac{\omega}{c} \left\{ \beta_z^2 e_z [e_y (B_x e_x + B_y e_y) - (1 - e_z^2) B_y] \tau_1'' - e_y \tau_3''; \right. \\ &\quad \left. \beta_z^2 e_z [(1 - e_z^2) B_x - e_x (B_x e_x + B_y e_y)] \tau_1'' + e_x \tau_3''; -\beta_z^2 (1 - e_z^2) (B_x e_y - B_y e_x) \tau_1'' \right\}, \\ \mathbf{P}''^\mu(\mathbf{r}, \omega) &= \mu \frac{\omega}{c} \left\{ e_y \tau_3' - \beta_z^2 e_z [e_y (B_x e_x + B_y e_y) - (1 - e_z^2) B_y] \tau_1'; \right. \\ &\quad \left. -\beta_z^2 e_z [(1 - e_z^2) B_x - e_x (B_x e_x + B_y e_y)] \tau_1' + e_x \tau_3'; \beta_z^2 (1 - e_z^2) (B_x e_y - B_y e_x) \tau_1' \right\}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Для упрощения записи в выражения (5.7) введены комплексные величины τ_i :

$$\begin{aligned}\tau_1 &= \varepsilon(\omega)e_z + U, & \tau_2 &= (e_z + U) [(1 - \beta_y e_y)(1 - \beta_z U) - \beta_z^2 - \beta_z \beta_y e_y e_z], \\ \tau_3 &= (e_z + U) [B_z(1 - e_z^2) [(1 - \beta_y e_y)^2 - \beta_z^2 - \beta_z U(1 - \beta_y e_y)] + \\ & \quad + (B_x e_x + B_y e_y) [\beta_z^2 U e_z^2 + \beta_z (1 - \beta_y e_y)(1 - e_z^2)]] .\end{aligned}\quad (5.8)$$

Из уравнений (5.3) – (5.8) несложно получить выражение для спектрально-углового распределение интенсивности переходного излучения системы «заряд + магнитный момент», используя известное соотношение [20]:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 W_{total}}{d\omega d\Omega} &= \frac{\omega^4 r^2}{c^3} |A(\mathbf{r}, \omega)|^2 \left| \mathbf{P}'^e(\mathbf{r}, \omega) + i\mathbf{P}''^e(\mathbf{r}, \omega) + \mathbf{P}'^\mu(\mathbf{r}, \omega) + i\mathbf{P}''^\mu(\mathbf{r}, \omega) \right|^2 = \\ &= \frac{d^2 W_{e+\mu}}{d\omega d\Omega} \left(1 + \sum_i \mu_i F_i \right).\end{aligned}\quad (5.9)$$

Первое слагаемое в правой части уравнения (5.9) содержит члены, пропорциональные e^2 и μ^2 , которые описывают, плотность испущенной энергии переходного излучения, возникающего под действием поля электрического заряда и магнитного момента, соответственно:

$$\frac{d^2 W_{e+\mu}}{d\omega d\Omega} = \frac{\omega^4 r^2}{c^3} |A(\mathbf{r}, \omega)|^2 [|\mathbf{P}^e(\mathbf{r}, \omega)|^2 + |\mathbf{P}^\mu(\mathbf{r}, \omega)|^2]. \quad (5.10)$$

Последнее слагаемое в формуле (5.9), линейное по компонентам магнитного момента μ_i , возникает благодаря интерференции полей переходного излучения, обусловленного электрическим зарядом и магнитным моментом:

$$\sum_i \mu_i F_i = 2 \frac{\mathbf{P}'^e(\mathbf{r}, \omega)\mathbf{P}'^\mu(\mathbf{r}, \omega) + \mathbf{P}''^e(\mathbf{r}, \omega)\mathbf{P}''^\mu(\mathbf{r}, \omega)}{|\mathbf{P}^e(\mathbf{r}, \omega)|^2 + |\mathbf{P}^\mu(\mathbf{r}, \omega)|^2}, \quad (5.11)$$

где суммирование ведётся по всем возможным компонентам магнитного момента (проекциям $\boldsymbol{\mu}$ на выделенное направление). Из формулы (5.11) следует, что интерференция полей излучения заряда и магнитного момента возможна лишь в том случае, когда векторы Герца для поля излучения заряда и магнитного момента имеют как действительную, так и мнимую части. Отмеченное условие выполняется только в поглощающих средах, когда диэлектрическая проницаемость рассматриваемой среды является комплексной величиной $\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) \pm \varepsilon''(\omega)$. При исследовании прозрачных сред ($\varepsilon''(\omega) = 0$) и идеальных проводников ($\varepsilon''(\omega) \rightarrow \infty$) векторы Герца для заряда являются действительными, а для магнитного момента – чисто мнимыми, что приводит к нарушению условия интерференции.

5.1.2 Влияние ориентации магнитного момента на условия интерференции

На существование интерференционного слагаемого оказывает существенное влияние ориентация магнитного момента. Для анализа зависимости спектрально-угловой плотности излученной энергии от ориентации магнитного момента рассмотрим простейший случай нормального падения заряженной частицы ($\psi = 0$), обладающей собственным магнитным моментом, на границу раздела двух сред. Такое упрощение позволит избежать громоздких

вычислений и даст наглядное представление о влиянии ориентации магнитного момента на характеристики переходного излучения.

При продольной ориентации магнитного момента относительно вектора скорости ($\theta_0 = 0$, $\mu_x = \mu_y = 0$) излучение, возникающее под действием поля электрического заряда и магнитного момента, поляризовано во взаимно ортогональных плоскостях, поэтому в рассматриваемых условиях интерференция не возникает ($\mu_z F_z = 0$) [25, 173]. Следовательно, полная интенсивность переходного излучения данной системы складывается из интенсивностей собственно заряда и магнитного момента:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W_{total}}{d\omega d\Omega} &= \frac{d^2 W_{e+\mu}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \beta^2 |1 - \varepsilon(\omega)|^2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{\pi^2 c (1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} \times \\ &\times \left| \frac{1 - \beta^2 - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}}{(\varepsilon(\omega) \cos \theta + \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}) (1 - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta})} \right|^2 + \\ &+ \mu^2 \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \frac{\gamma^{-2} \beta^4 |1 - \varepsilon(\omega)|^2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2 \left| (\cos \theta + \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}) (1 - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}) \right|^2}. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Заметим, что для нейтральной частицы ($e = 0$) в пределе ультрарелятивистских энергий ($\gamma \gg 1$, $\theta \ll 1$) и высоких частот излучения ($1 - \varepsilon(\omega) = \omega_p^2/\omega^2 \ll 1$), выражение (5.12) совпадает с результатами работ [19, 167, 168], описывающих спектрально-угловое распределение переходного излучения продольно ориентированного магнитного момента:

$$\frac{d^2 W_\mu}{d\omega d\Omega} = \mu^2 \frac{\omega_p^4}{\pi^2 c^3 \omega^2} \frac{\gamma^{-2} \theta^2}{(\theta^2 + \gamma^{-2} + \omega_p^2/\omega^2)^2 (\theta^2 + \gamma^{-2})^2}. \quad (5.13)$$

Для поперечной ориентации магнитного момента присутствуют интерференционные слагаемые. При этом вектор магнитного момента может быть расположен в плоскости падения ($\xi = \pi/2$), т.е. плоскости, проходящей через импульс электрона и нормаль к поверхности мишени, или же ортогонален ей ($\xi = 0$). Здесь ограничимся рассмотрением лишь поперечной ориентации магнитного момента относительно плоскости падения ($\theta_0 = \pi/2$, $\xi = 0$) в направлении распространения излучения, задаваемом уравнением $e_x = 0$ ($e_y = \sin \theta$, $e_z = \cos \theta$). В выделенной плоскости остаётся вклад только от компоненты $\mu_x F_x$ ($\mu_y = \mu_z = 0$).

Следовательно, спектрально-угловое распределение переходного излучения, возникающего под воздействием поля системы «заряд + магнитный момент» с учётом интерференционного слагаемого, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W_{e+\mu}}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2 \beta^2 |1 - \varepsilon(\omega)|^2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{\pi^2 c (1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} \times \\ &\times \left| \frac{1 - \beta^2 - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}}{(\varepsilon(\omega) \cos \theta + \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta}) (1 - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta})} \right|^2 + \mu^2 \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \frac{|1 - \varepsilon(\omega)|^2 \cos^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} \times \end{aligned}$$

$$\times \frac{\gamma^{-4} \beta^2 (\cos^2 \theta + \gamma^2 \sin^2 \theta)^2 \left| \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right|^2}{\left| \left(\varepsilon(\omega) \cos \theta + \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right) \left(1 - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right) \right|^2}, \quad (5.14)$$

$$\mu_x F_x = \frac{2\mu\omega e \sin \theta \left(\operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} - \operatorname{Im} \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right) / c}{e^2 \gamma^4 \sin^2 \theta \left| \gamma^{-2} - \beta \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right|^2 + (\mu\omega/c)^2 (\cos^2 \theta + \gamma^2 \sin^2 \theta)^2 \left| \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta} \right|^2}. \quad (5.15)$$

5.1.3 Относительный вклад магнитного момента в угловое распределение переходного излучения

Выражения (5.14) и (5.15) позволяют оценить относительный вклад, вносимый интерференционным слагаемым в полную интенсивность излучения системы «заряд + магнитный момент». Так, для частицы с элементарным зарядом e и магнитным моментом, равным одному магнетону Бора $\mu_B = e\hbar/2m_e c$ (где m_e – масса электрона), вклад интерференционного слагаемого будет пропорционален соотношению энергии испущенного излучения к энергии покоя электрона:

$$\mu_x F_x \propto 2 \cdot \frac{\mu_B \omega}{ec} = \frac{\hbar \omega}{m_e c^2}. \quad (5.16)$$

В то же время, вклад магнитного момента в полную интенсивность переходного излучения будет пренебрежимо мал по сравнению с электрическим зарядом, поскольку при рассмотрении излучения от рентгеновского до миллиметрового диапазонов частот его вклад не превысит величины

$$\frac{d^2 W_\mu}{d\omega d\Omega} / \frac{d^2 W_e}{d\omega d\Omega} \propto \left(\frac{\hbar \omega}{2\gamma^2 m_e c^2} \right)^2 \sim 10^{-5} \div 10^{-6}. \quad (5.17)$$

Заметим, что соотношение (5.17) впервые было получено в работе В.Н. Байера и В.М. Каткова [174] как поправка на спиновые эффекты в квантовой теории переходного излучения.

На рисунке 5.2 представлены угловые распределения рентгеновского переходного излучения с энергией $\hbar\omega = 453.8$ эВ (L -край поглощения титана), возникающего при нормальном пролёте электрона с магнитным моментом $\mu = \mu_B$ сквозь границу раздела титановая мишень-вакуум. Диэлектрическая проницаемость мишени в области L -края поглощения титана определяется согласно модели Хенке (4.5).

Как следует из рисунка 5.2а, интенсивность переходного излучения магнитного момента настолько мала, что не вносит заметного вклада в полную интенсивность рассматриваемой системы. Однако, наличие магнитного момента приводит к асимметрии в угловом распределении интенсивности переходного излучения, которая возникает по причине знакопеременного характера величины (5.15), меняющейся в узком угловом интервале (см. рисунок 5.2б). По абсолютной величине асимметрия процесса $|\mu_x F_x| \sim 10^{-2}$, что по порядку сопоставима

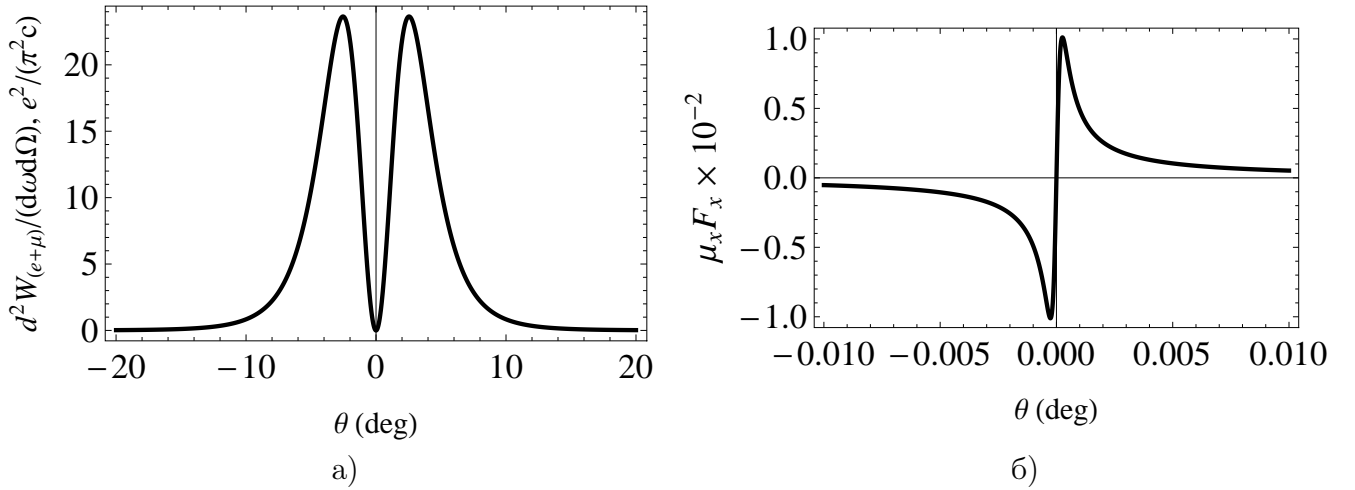


Рисунок 5.2 – Угловые распределения рентгеновского переходного излучения, которое возникает под действием поля электрона, обладающего собственным магнитным моментом $\mu = \mu_B$, при его выходе из титановой мишени в вакуум: а) суммарное угловое распределение переходного излучения от титановой мишени, полученное согласно формуле (5.14); б) Угловая зависимость относительного вклада интерференционного слагаемого, определяемого согласно выражению (5.15). Параметры расчёта: $\gamma = 10$, $\hbar\omega = 453.8$ эВ (Титан, L -край поглощения), $\varepsilon(\omega) = 1.00698 + 0.00197479i$.

с моттовским поляриметром, однако вероятность переходного излучения в мягком рентгеновском диапазоне на несколько порядков превышает вероятность моттовского рассеяния, что, в конечном счёте, может привести к увеличению значения эффективной анализирующей способности поляриметра, основанного на обратном переходном излучении.

5.2 Переходное излучение закрученных частиц

Пучки закрученных частиц представляют собой пучки с фазовой сингулярностью, которая проявляется в отсутствии интенсивности и неопределённости фазы волнового фронта в центре пучка [175]. Волновой фронт таких частиц имеет вид спирали, а фаза волны при движении по лепестку спирали изменяется от 0 до 2π кратно ℓ . В этом случае ℓ характеризует силу «закрутки» пучка и называется топологическим зарядом или орбитальным угловым моментом. Эффект «закрутки» достигается за счёт взаимного наложения волновых фронтов отдельных частиц таким образом, чтобы в каждой точке пространства локальные направления волны закручивались относительно выделенной оси (например, относительно среднего импульса волны).

Существование закрученных фотонных пучков было теоретически предсказано в работе [176] более 20 лет назад. Авторы рассмотрели трансформацию лазерных пучков с амплитудным распределением Лагерра-Гаусса в пучки с распределением Эрмита-Гаусса и показали, что в результате такой трансформации фотоны приобретают орбитальный угловой

момент, величину которого можно измерить механический. Исследование закрученных электронов началось несколько позднее с основополагающей работы [177]. Авторы продемонстрировали возникновение орбитального углового момента у пучков свободных электронов из решения уравнения Шрёдингера для параксиальных волновых пакетов с фазой закрутки и установили связь между орбитальным угловым моментом и магнитным моментом для таких частиц.

Авторы недавних экспериментов [178–180] получили пучки «закрученных» электронов, которые обладают орбитальным угловым моментом вплоть до $\ell \sim 100\hbar$. Прямое измерение величины орбитального углового момента, переносимого электронами пучка, может быть выполнено при механических измерениях момента, передаваемого мишени при полном поглощении в ней всех электронов пучка. Однако, в отличие от аналогичных измерений с фотонным пучком, обладающим орбитальным угловым моментом, остановка электронов в мишени сопровождается неравномерным энерговыделением, как по профилю пучка, так и по толщине мишени, что будет вносить заметные ошибки при измерениях величины орбитального углового момента.

Имея в виду, что точность оптических измерений на несколько порядков превышает точность механических измерений, представляет несомненный интерес исследовать возможность определения величины орбитального углового момента электронов по характеристикам их излучения. Основными механизмами излучения нерелятивистских электронов являются тормозное излучение и переходное излучение [80]. Оба механизма к настоящему времени детально изучены как теоретически, так и экспериментально. В работе [181] показано, что орбитальный угловой момент, являясь псевдовектором, добавляется к магнитному моменту электрона, что приводит к возрастанию магнитного момента, который превышает магнетон Бора $\mu_B = e\hbar/2m_e c$ в ℓ раз. Как показано в работе [180], пространственной селекцией можно сформировать пучок электронов с орбитальным угловым моментом, направленным параллельно или антипараллельно импульсу. Поскольку в этом случае для электронных пучков с орбитальным угловым моментом ось квантования орбитального момента $\boldsymbol{\ell} = \ell \mathbf{e}_p$ (где \mathbf{e}_p – единичный вектор вдоль направления момента) определена (совпадает с усреднённым импульсом \mathbf{p} электронного пучка), то имеет смысл говорить об этой же оси квантования и для магнитного момента $\boldsymbol{\mu} = g\mu_B \boldsymbol{\ell}$ (где g – гиромагнитное отношение) электронов в пучке и рассматривать, так называемую, продольную ориентацию магнитного момента.

Как известно, выход тормозного излучения в области энергий фотонов $\hbar\omega < \gamma\hbar\omega_p$, существенно подавлен по сравнению с переходным излучением. С этой точки зрения для нерелятивистских электронов ($\gamma \sim 1$) процесс оптического переходного излучения является более предпочтительным для исследования характеристик излучения электронов с орбитальным угловым моментом, поскольку при выполнении соотношения $\hbar\omega_{opt} < \hbar\omega_p$ интенсивность переходного излучения существенно выше, чем тормозного. В эксперименте [182] успешно исследованы характеристики оптического переходного излучения электронов с кинетической энергией $E_k = 80$ кэВ.

5.2.1 Поля переходного излучения

В случае электронов, обладающих магнитным моментом, или несущих орбитальный угловой момент, переходное излучение будет генерироваться не только зарядом, но и магнитным моментом. Из соображений пространственной чётности скалярную величину, характеризующую процесс переходного излучения продольно ориентированного магнитного момента $\boldsymbol{\mu}$ можно представить в виде смешанного произведения:

$$(\boldsymbol{\mu} \cdot [\mathbf{n}, \mathbf{k}]), \quad (5.18)$$

где \mathbf{k} – импульс испущенного фотона, \mathbf{n} – вектор, перпендикулярный границе раздела двух сред, на которую падает электрон. Ясно, что для перпендикулярного падения электронного пучка на мишень (границу раздела вакуум-среда), величина (5.18) тождественно равна нулю. Однако циркулярно-поляризованная компонента излучения появляется при наклонном падении электронов с магнитным моментом $\boldsymbol{\mu}$ на мишень для некомпланарной геометрии (вектор \mathbf{k} лежит вне плоскости $(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{n})$, см. рисунок 5.3).

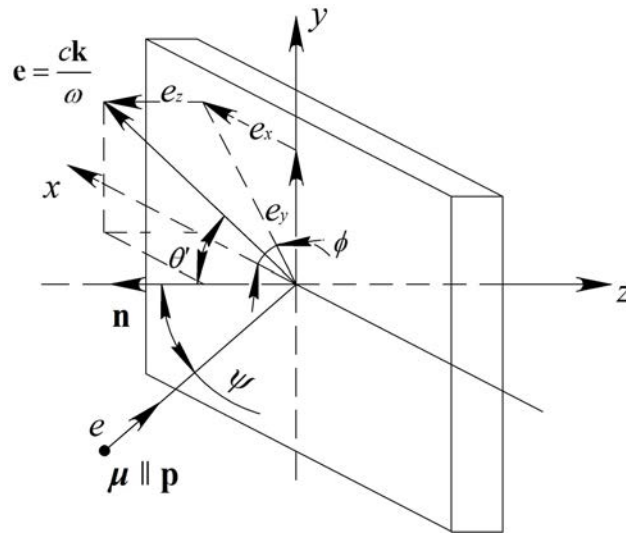


Рисунок 5.3 – Схема генерации переходного излучения при наклонном падении электрона на мишень.

Для значений магнитного момента $|\boldsymbol{\mu}| \gg \mu_B$ переходное излучение системы «заряд + магнитный момент» с хорошей точностью можно рассматривать в классическом приближении, как, например, в работе [19], где проводился анализ только для случая перпендикулярного пролёта через границу раздела двух сред, когда циркулярная поляризация переходного излучения отсутствует, которая, соответственно, не рассматривалась. В предыдущем разделе получены выражения для суммарного поля переходного излучения системы «заряд + магнитный момент» в полусфере вокруг направления зеркального отражения (переходное излучение в направлении «назад») при наклонном падении на мишень с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega)$.

Для идеально проводящей мишени ($\varepsilon''(\omega) \rightarrow \infty$) поля в системе координат, показанной на рисунке 5.3, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} E_x(\mathbf{r}, \omega) &= A(\mathbf{r}, \omega) \left(e\beta_z e_x e_z + i\gamma^{-1} \frac{\omega}{c} \mu \left[B_z (1 - \beta_y e_y) e_y - \beta_z e_z^2 B_y \right] \right), \\ E_y(\mathbf{r}, \omega) &= A(\mathbf{r}, \omega) \left(e\beta_z \left[e_y e_z - \beta_y e_z \right] + i\gamma^{-1} \frac{\omega}{c} \mu \left[\beta_z e_z^2 B_x - B_z (1 - \beta_y e_y) e_x \right] \right), \\ E_z(\mathbf{r}, \omega) &= A(\mathbf{r}, \omega) \left(e\beta_z \left[e_z^2 - 1 + \beta_y e_y \right] + i\gamma^{-1} \frac{\omega}{c} \mu \beta_z e_z \left[B_y e_x - B_x e_y \right] \right). \end{aligned} \quad (5.19)$$

Здесь угловые составляющие плотности тока, наводимого продольно ориентированным магнитным моментом, и общий скалярный множитель, соответственно, имеют вид:

$$\begin{aligned} B_x &= e_y \cos \psi - (\gamma\beta)^{-1} \sin \psi, \\ B_y &= e_x (\gamma \sin^2 \psi - \cos^2 \psi), \\ B_z &= e_x (1 + \gamma) \sin \psi \cos \psi, \\ A(\mathbf{r}, \omega) &= \frac{\exp(i\omega r/c)}{\pi c r ((1 - \beta_y e_y)^2 - \beta_z^2 e_z^2)}. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Компоненты поля переходного излучения (5.19) получены из выражений (5.2) с использованием известных соотношений для связи вектора напряжённости электрического поля с потенциалами Герца (см., например, [24, 183]), как для электрического заряда:

$$\mathbf{E}^e(\mathbf{r}, \omega) = \text{grad div } \mathbf{\Pi}^e(\mathbf{r}, \omega) + k^2 \mathbf{\Pi}^e(\mathbf{r}, \omega), \quad \mathbf{H}^e(\mathbf{r}, \omega) = -ik \text{rot } \mathbf{\Pi}^e(\mathbf{r}, \omega), \quad (5.21)$$

так и для магнитного момента:

$$\mathbf{E}^\mu(\mathbf{r}, \omega) = ik \text{rot } \mathbf{\Pi}^\mu(\mathbf{r}, \omega), \quad \mathbf{H}^\mu(\mathbf{r}, \omega) = \text{grad div } \mathbf{\Pi}^\mu(\mathbf{r}, \omega) + k^2 \mathbf{\Pi}^\mu(\mathbf{r}, \omega). \quad (5.22)$$

Реальная компонента поля описывает переходное излучение электрического заряда, в то время как магнитному моменту соответствует мнимая часть поля излучения. Содержащиеся в формулах (5.19) компоненты единичного волнового вектора \mathbf{e} и относительного вектора скорости $\boldsymbol{\beta}$ определяются согласно выражениям (5.4) с той лишь разницей, что входящий в выражение для единичного волнового вектора полярный угол θ' в рассматриваемой геометрии (см. рисунок 5.3) будет отсчитываться от отрицательного направления оси z и связан с полярным углом θ простым соотношением: $\theta' = \pi - \theta$.

5.2.2 Циркулярная поляризация переходного излучения от идеально проводящей мишени

Чтобы вычислить степень циркулярной поляризации (параметр Стокса ξ_3 , см. уравнения (1.39), (1.38) и (1.35) в разделе 1.3.2) необходимо использовать компоненты поля (1.41), определяемые в плоскости, перпендикулярной импульсу фотона \mathbf{k} . Для рассматриваемой геометрии, единичный вектор нормали к поверхности мишени имеет простой вид $\mathbf{n} = \{0; 0; -1\}$.

В таком случае система единичных поляризационных ортов (1.40) может быть представлена в виде:

$$\mathbf{e}_1 = \frac{\{-e_y; e_x; 0\}}{\sqrt{1 - e_z^2}}, \quad \mathbf{e}_2 = \frac{\{-e_x e_z; -e_y e_z; 1 - e_z^2\}}{\sqrt{1 - e_z^2}}. \quad (5.23)$$

После несложных математических преобразований искомые компоненты напряжённости электрического поля будут определяться как:

$$E_i = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{A(\mathbf{r}, \omega)}{\sqrt{1 - e_z^2}} \left(e E_i^e + i \frac{\omega}{\gamma c} \mu E_i^\mu \right), \quad (5.24)$$

где все величины $E_i^{e,\mu}$ являются вещественными:

$$\begin{aligned} E_1^e &= -\beta_y \beta_z e_x e_z, & E_2^e &= -\beta_z (1 - \beta_y e_y - e_z^2), \\ E_1^\mu &= \beta_z e_z^2 (B_x e_x + B_y e_y) - B_z (1 - \beta_y e_y) (1 - e_z^2), \\ E_2^\mu &= \beta_z e_z (B_y e_x - B_x e_y). \end{aligned} \quad (5.25)$$

Следовательно, знаменатель формулы (1.39) выражается следующим образом:

$$\begin{aligned} S_0 &= \frac{|A(\mathbf{r}, \omega)|^2}{1 - e_z^2} \left(e^2 \beta_z^2 \left[\beta_y^2 e_x^2 e_z^2 + (1 - \beta_y e_y - e_z^2)^2 \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\omega^2}{\gamma^2 c^2} \mu^2 \cos^2 \psi \left[e_x^2 \left(\sin \psi (1 + \gamma) (1 - \beta_y e_y - e_z^2) + \gamma^{-1} e_z^2 \sin \psi + \beta e_z^2 e_y (1 - \cos \psi) \right)^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + e_z^2 \left(\gamma \beta_y e_x^2 \sin \psi - \beta_z e_x^2 \cos \psi - \beta_z e_y^2 + \gamma^{-1} e_y \sin \psi \right)^2 \right] \right). \end{aligned} \quad (5.26)$$

Как и ожидалось, параметр Стокса (5.26), совпадающий с интенсивностью переходного излучения, является суммой двух слагаемых, первое из которых, пропорциональное квадрату заряда, описывает стандартное переходное излучение, тогда как последнее слагаемое, пропорциональное квадрату момента, характеризует излучение продольного магнитного момента. Заметим, что интенсивность переходного излучения продольного магнитного момента не зависит от его ориентации (параллельно или антипараллельно импульсу \mathbf{p}). Для случая перпендикулярного пролёта магнитного момента сквозь границу раздела двух сред выражение для интенсивности переходного излучения было получено в работах [19, 167, 168], с результатами которых уравнение (5.26) совпадает при условии $\psi = 0$ и $e = 0$.

Рассмотрим излучение в плоскости падения частицы ($e_x = 0$) когда направляющие косинусы e_y, e_z выражаются только через полярный угол θ' : $e_y = \sin \theta'$, $e_z = \cos \theta'$. В этом случае знаменатель в формуле (5.26) (см. выражение для $A(\mathbf{r}, \omega)$) можно переписать в следующей форме:

$$\begin{aligned} [1 - \beta (\sin \psi \sin \theta' - \cos \psi \cos \theta')]^2 [1 - \beta (\sin \psi \sin \theta' + \cos \psi \cos \theta')]^2 &= \\ &= [1 - \beta \cos (\psi - \theta')]^2 [1 + \beta \cos (\psi + \theta')]^2. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Так как $0 < \theta' < \pi/2$, то максимальный выход излучения в плоскости падения ($\phi = \pi/2$) определяется из следующего условия:

$$\sin \theta' = \beta \sin \psi \pm \beta^{-1} \sqrt{(1 - \beta^2)(1 - \beta^2 \sin^2 \psi)}. \quad (5.28)$$

Области углов, удовлетворяющих условию $\sin \theta' = \beta \sin \psi$, соответствуют минимуму в спектрально-угловом распределении переходного излучения. Для релятивистских электронов спектрально-угловое распределение переходного излучения имеет симметричную вулканообразную форму с минимумом в направлении зеркального отражения и двумя максимумами, приходящимися на углы $\theta' \sim \gamma^{-1}$ относительно направления зеркального отражения. С уменьшением энергии электронов распределение принимает асимметричный вид и сильно уширяется. Переходное излучение, возникающее при наклонном падении электрического заряда на поверхность идеально проводящей мишени, линейно поляризовано, но за счёт вклада магнитного момента в области углов излучения, близких к минимуму интенсивности переходного излучения, появляется циркулярно поляризованная компонента.

Совершенно аналогично определяется числитель в формуле (1.39):

$$S_3 = 2 |A(\mathbf{r}, \omega)|^2 \frac{\omega}{\gamma c} \frac{e\mu\beta_y e_x \cos \psi}{1 - e_z^2} (\beta_z e_z [\gamma\beta_y e_x^2 \sin \psi - \beta_z e_x^2 \cos \psi - \beta_z e_y^2 + \gamma^{-1} e_y \sin \psi] + \quad (5.29)$$

$$+ (1 - \beta_y e_y - e_z^2) [e_z^2 (\gamma^{-1} \cos \psi + \beta e_y \cot \psi (1 - \cos \psi)) + (1 + \gamma) (1 - \beta_y e_y - e_z^2) \cos \psi]).$$

Следует отметить, что множитель $\mu\beta_y e_x$ в числителе (5.29) как раз и соответствует смешанному произведению:

$$(\boldsymbol{\mu} \cdot [\mathbf{n}, \mathbf{e}]) = \frac{\mu}{\beta} (\boldsymbol{\beta} \cdot [\mathbf{n}, \mathbf{e}]). \quad (5.30)$$

5.2.3 Влияние орбитального углового момента на степень циркулярной поляризации излучения

На рисунке 5.4 представлены угловые распределения интенсивности переходного излучения, которое возникает при наклонном падении электрона, обладающего собственным магнитным моментом $\mu = \mu_B$, с кинетической энергией $E_k = 300$ кэВ ($\gamma = 1.587$) на поверхность идеально проводящей мишени для углов падения $\psi = \pi/4$ и $\psi = \pi/3$ при двух значениях энергии испущенных фотонов: $\hbar\omega_1 = 2$ эВ и $\hbar\omega_2 = 1$ эВ. Наличие магнитного момента приводит к тому, что минимум в распределениях интенсивности излучения будет ненулевым (в отличие от обычного переходного излучения заряда). Как известно, для идеально проводящей мишени характеристики переходного излучения заряда не зависят от энергии испускаемых фотонов. В случае переходного излучения магнитного момента присутствует зависимость от частоты (см. второе слагаемое в формуле (5.26)), однако интенсивность излучения магнетона Бора в $(\hbar\omega/\gamma^2 m_e c^2)^2$ раз меньше интенсивности переходного излучения заряда (см. раздел 5.1.3), поэтому суммарная интенсивность практически не зависит от частоты.

На рисунке 5.5 приведена зависимость параметра Стокса $\xi_3 = S_3/S_0$ от полярного и азимутального углов вылета фотонов переходного излучения с той же энергией. Расчёты выполнены для угла наклона мишени $\psi = \pi/3$, поскольку в этом случае область минимума интенсивности переходного излучения близка к $\theta' = 45^\circ$, что ведёт к возрастанию величины (5.18). Как можно видеть из рисунка 5.6, циркулярная поляризация переходного

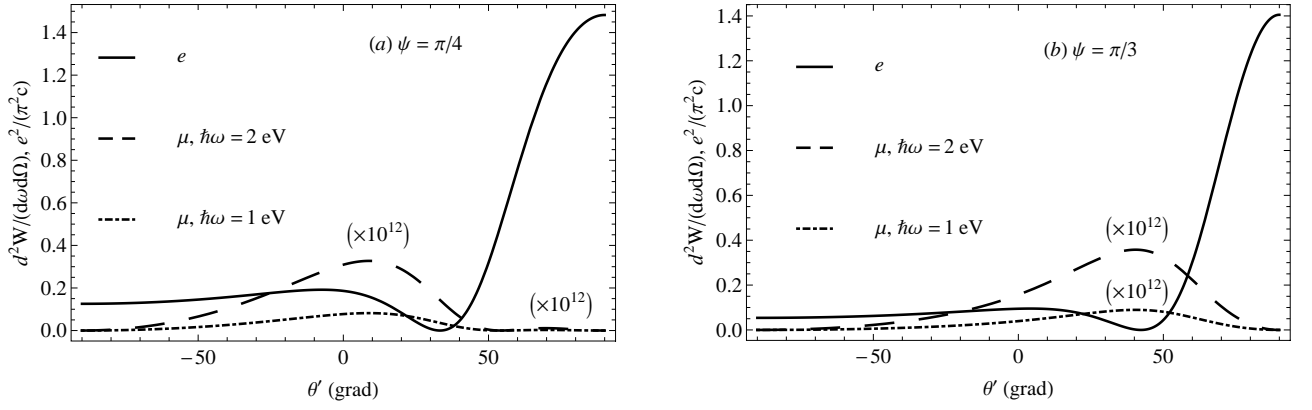


Рисунок 5.4 – Угловые распределения переходного излучения для электронов с энергией $E_k = 300$ кэВ, обладающих магнитным моментом $\mu = \mu_B$, от идеально проводящей мишени в плоскости $\phi = \pi/2$ (интенсивность переходного излучения магнитного момента увеличена в 10^{12} раз). Сплошная линия – переходное излучение заряда, пунктирная линия – излучение магнитного момента для энергий фотонов $\hbar\omega_1 = 2$ эВ, штрих-пунктирная линия – излучение магнитного момента для энергий фотонов $\hbar\omega_2 = 1$ эВ.

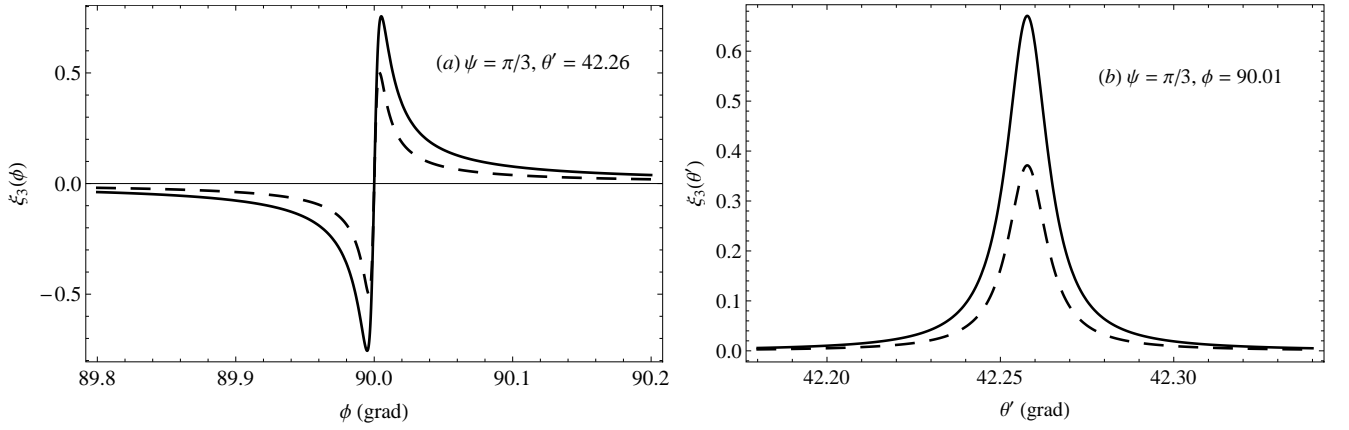


Рисунок 5.5 – Зависимость параметра Стокса ξ_3 от полярного θ' и азимутального ϕ углов вылета фотонов переходного излучения с энергией $\hbar\omega_1 = 2$ эВ (сплошная линия) и $\hbar\omega_2 = 1$ эВ (пунктирная линия) от идеально проводящей мишени для случая $\mu = 100\mu_B$.

излучения электрона с продольно ориентированным магнитным моментом не превышает 1%. Однако степень циркулярной поляризации существенно возрастает для электронов с орбитальным угловым моментом ($\ell \gg \hbar$) (см. рисунок 5.5). Степень циркулярной поляризации линейно зависит от величины орбитального углового момента только для малых значений ℓ и энергий фотонов. С увеличением энергии испущенных фотонов возрастает влияние второго слагаемого в уравнении (5.26), что приводит к нарушению линейной зависимости параметра Стокса ξ_3 от величины орбитального углового момента ℓ .

Следует отметить, что в области минимума интенсивности излучения заряда (вблизи $\theta' = 42.26^\circ$, см. рисунок 5.4b) степень циркулярной поляризации излучения для электронов с $\ell \approx 100\hbar$ может достигать значений $\sim 70\%$ в зависимости от углов излучения (см. рисунок 5.5).

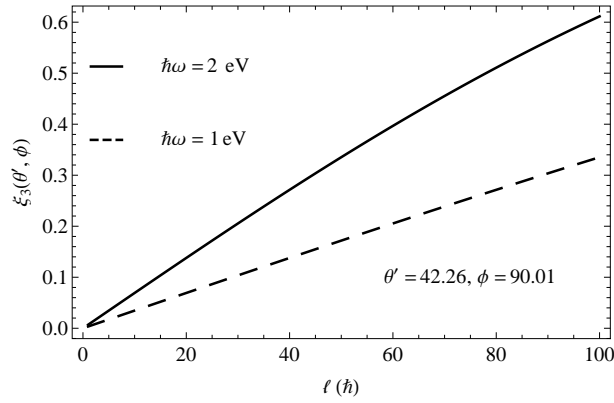


Рисунок 5.6 – Зависимость параметра Стокса ξ_3 от величины орбитального углового момента ℓ для угла падения электрона $\psi = \pi/3$.

Таким образом, измеряя степень циркулярной поляризации переходного излучения электронов, обладающих орбитальным угловым моментом, в области углов, соответствующих минимуму интенсивности, можно измерить величину орбитального углового момента, причём точность подобных оптических измерений может быть лучше 1%. Однако, для проведения подобных измерений необходимо использовать детекторы с высокой чувствительностью, поскольку полный выход циркулярно поляризованного излучения в энергетическом диапазоне $\Delta\hbar\omega = 1 \div 5$ эВ от электронного пучка с током 1 нА достигает величины $N = 2 \div 10$ фотонов в секунду.

Заметим, что величину орбитального углового момента также можно измерить посредством определения асимметрии спектрально-углового распределения обратного переходного излучения [55, 56]. Как показали авторы цитируемых работ для электронных пучков с $\ell \sim 1000\hbar$ асимметрия обратного переходного излучения достигает измеряемой величины $\sim 1\%$, что позволяет с хорошей точностью определять орбитальный угловой момент частиц высокой степени «закрутки».

Характеристики переходного излучения от полированного алюминия в оптическом диапазоне близки к расчётным от идеального проводника [156, 184]. Поэтому, следует ожидать, что полученные выше оценки будут справедливы для полированных металлических мишеней.

Авторы работы [168] показали, что учёт квантовых поправок приводит к существенному увеличению интенсивности переходного излучения магнитного момента, равного магнетону Бора, которая вычислялась из классической электродинамики. Если же, как в рассматриваемом случае, магнитный момент приблизительно в 100 раз превышает магнетон Бора, следует ожидать, что квантовые поправки будут несущественными.

5.3 Обсуждение результатов главы

В настоящей главе представлены результаты теоретического исследования особенностей переходного излучения, которое возникает при пролёте заряженных частиц, обладающих

собственным магнитным моментом, сквозь мишень произвольной проводимости. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что ориентация магнитного момента оказывает существенное влияние на характеристики переходного излучения, однако его вклад будет пренебрежимо мал $\sim \left(\frac{\hbar\omega}{2\gamma^2 m_e c^2}\right)^2$. Следует отметить, что в теории синхротронного излучения поправка на эффект спинового света также пропорциональна квадрату постоянной Планка [165]. Однако, интерференционные эффекты за счёт гибридной компоненты излучения, которая возникает в непрозрачных диэлектрических средах при поперечной ориентации магнитного момента относительно импульса частицы, существенно увеличивают вклад магнитного момента $\sim \left(\frac{\hbar\omega}{m_e c^2}\right)$ в общие спектрально-угловые характеристики излучения. Кроме того наличие смешанной компоненты излучения приводит к возникновению асимметрии в угловом распределении интенсивности переходного излучения, что открывает широкие возможности по применению данного эффекта для анализа спиновых состояний пучков заряженных частиц.

При наличии у частицы орбитального углового момента величина её собственного магнитного момента может увеличиваться [181], что также будет способствовать усилению исследуемых эффектов. Так, например, для электронных пучков с $\ell \sim 100\hbar$ вклад магнитного момента в общие радиационные характеристики возрастёт на 4 порядка величины. Подобное увеличение слабо отразится на интенсивности излучения собственно магнитного момента в сравнении с излучением электрического заряда, однако будет способствовать изменению как поляризационных, так и спектрально-угловых характеристик [55, 56] переходного излучения, что в конечном итоге позволяет, отслеживая данные изменения, с высокой точностью определять величину орбитального углового момента пучков закрученных частиц.

Заключение

Благодаря теории факты получают ценность и смысл, поэтому теория часто весьма полезна, даже если она отчасти и ошибочна; ибо она бросает свет на явления, оставленные без внимания, заставляет рассматривать с различных точек зрения ниже ещё не изученные факты и даёт импульс к более обширным и более продуктивным исследованиям.

— Карл Густав Юнг

Основные результаты работы заключаются в следующем:

1. Впервые проведена полная систематизация исследований, посвящённых развитию метода поляризационных токов, которая позволила выявить фундаментальные ограничения данного подхода и успешно дополнить его новыми положениями. Так для устранения последствий применения в теории принципа взаимности Х.А. Лоренца, приводившего к потере информации о поляризационных характеристиках излучения, был использован подход Дж.Г. Стокса. Применение последнего не только позволило получить уже известные в теории переходного и дифракционного излучения результаты, что фактически подтвердило правомерность его использования в развиваемом методе, но и описать поляризационные характеристики излучения для более сложных условий задачи. Для исследования характеристик излучения во внешних полях метод поляризационных токов был дополнен подходом А.А. Рисбуда, который опирался на предложенные в работах И.М. Франка идеи. Реализация последних в методе поляризационных токов позволила получить в компактной форме более точное решение задачи о генерации переходного излучения под воздействием внешнего электромагнитного поля в геометрии Гинзбурга-Франка и подтвердить основные результаты теории А.А. Рисбуда.
2. Полученные в работе аналитические модели для расчёта спектрально-угловых характеристик поляризационного излучения, возникающего под воздействием кулоновского поля заряженных частиц при их взаимодействии с диэлектрическими мишенями различной конфигурации, учитывают влияние размеров мишени и диэлектрических свойств вещества (дисперсионные и поглощающие) на характеристики возникающего излучения. Созданные модели применимы в широком диапазоне длин волн (от рентгеновского до миллиметрового) и описывают процессы одновременной генерации нескольких типов поляризационного излучения. Проведённые аналитические и численные расчёты по

разработанным моделям в сравнении с результатами, полученными классическими методами, демонстрируют хорошее согласие. Более того, основные следствия, полученные на основании представленных моделей успешно прошли экспериментальную проверку как для рентгеновского, так и для миллиметрового диапазонов длин волн.

3. В рамках развиваемого подхода теоретически установлено, что за генерацию поляризационного излучения ответственны токи, возникающие в приповерхностных слоях диэлектрических мишеней (если частица пролетает вблизи мишени), а также в слоях вещества, наиболее близко расположенных к траектории заряженной частицы (при движении частицы в веществе). Размеры эффективной области поляризации вещества мишени определяются 4 параметрами, характеризующими зону формирования излучения внутри мишени (длина и глубина когерентности) и область его затухания (длина поглощения и эффективный радиус затухания кулоновского поля). Выражения для указанных параметров, полученные на основании метода поляризационных токов, полностью согласуются с результатами микроскопической теории.
4. Из решения системы уравнений Максвелла для поляризационного тока, возникающего в результате динамической поляризации среды полем заряженной частицы, установлено, что характеристики излучения Вавилова-Черенкова существенно зависят как от геометрии мишени, так и от условий пролёта заряженной частицы. В частности, направление распространения черенковского излучения в общем случае наклонного пролёта заряженной частицы вблизи диэлектрической мишени не подчиняется известному условию Вавилова-Черенкова, а определяется, главным образом, ориентацией излучающей грани относительно траектории частицы и зависит от её длины.
5. Применение разработанных моделей в мягком рентгеновском и ультрафиолетовом диапазоне частот позволили обобщить существующие теории рентгеновского черенковского излучения и установить новые закономерности во влиянии условий пролёта заряженных частиц и геометрических параметров мишени на характеристики поляризационного излучения. Детальный анализ свойств поляризационного излучения, возникающего в рентгеновском диапазоне частот, позволил установить, что излучение Вавилова-Черенкова может возникать за пределами краёв поглощения вещества, и как следствие, будет обладать спектральной дисперсией. По этой причине, основным условием возникновения черенковского эффекта в рассматриваемом диапазоне частот является выполнение критерия Вавилова-Черенкова.
6. На основании внедрённого в метод поляризационных токов подхода Дж.Г. Стокса определены поляризационные характеристики черенковского излучения, возникающего при наклонном пролёте заряженной частицы вблизи диэлектрического экрана конечных размеров. Установлено, что излучение, возникающее в такой геометрии будет в самом общем случае обладать эллиптической поляризацией.

7. На основании обобщённого метода изображений в формализме В.Е. Пафомова установлено, что наличие собственного магнитного момента у заряженной частицы приводит к возникновению гибридного $e\mu$ -излучения в случае взаимодействия последней с непрозрачной средой при условии поперечной относительно импульса частицы ориентации магнитного момента. Смешанная компонента излучения, в свою очередь, является причиной появления асимметрии в угловом распределении переходного излучения, что может быть использовано для анализа спиновых состояний пучков заряженных частиц.
8. Впервые показано, что наличие орбитального углового момента у заряженных частиц способствует изменению поляризационных свойств переходного излучения. В частности, при наклонном пролёте заряженных частиц, обладающих орбитальным угловым моментом, через идеально проводящую мишень возникает циркулярно поляризованная компонента переходного излучения. Последняя может быть использована для определения величины орбитального углового момента пучков закрученных частиц.

Благодарность. В заключении хочу выразить искреннюю благодарность всем родным и близким мне людям за их веру и поддержку, особенно в непростой период подготовки данной работы, которую я с превеликой радостью им посвящаю.

Автор выражает глубокую признательность людям, радеющим за своё дело и бескорыстно преданных ему: А.П. Потылицыну, Г.А. Науменко, В.А. Сердюцкому, С.Р. Углову, М.В. Шевелёву, А.С. Арышеву и Л.В. Пузыревич, с кем автор имел честь работать и перенять их драгоценный опыт, без участия которых данная работа не состоялась бы. Кроме того, я хочу поблагодарить Д.В. Карловца, К.О. Кручинина, Л.Г. Сухих, Ю.С. Талаеву, Д.Б. Калитвинцева и Н.Н. Петракову за их вклад в развитие метода поляризационных токов, а также за полезные замечания и обсуждения отдельных аспектов работы. Отдельную благодарность автор выражает профессору Дж. Уракаве (J. Uragawa), профессору Н. Терунуме (N. Terunuma), госпоже К. Икеде (K. Ikeda) за оказанную честь и предоставленную возможность принять участие в работе LUCX-группы японской Национальной лаборатории физики высоких энергий (High Energy Accelerator Research Organization, КЕК, Япония), где была получена существенная часть представленных в диссертации результатов. Также я хотел бы поблагодарить профессора П. Каратаева за активное продвижение развиваемого метода и любезно предоставленную мне возможность принять участие в работе группы ускорительной физики Института Джона Адамса при Лондонском королевском университете им. четы Холлоуэй (John Adams Institute at Royal Holloway, University of London, Великобритания). Я искренне признателен экспериментальной группе (Г.А. Науменко, В.В. Блеко и В.В. Соболева) и персоналу (Н.А. Лашук, Г.А. Саруев) микротрона ФТИ ТПУ за проведение цикла экспериментальных работ, которые позволили подтвердить большую часть представленных в диссертации результатов и задали основное направление в развитии теории. Автор особо благодарен Р.Р. Дусаеву и Б.И. Василишину за помощь в оформлении диссертации и конструктивные обсуждения рассматриваемых в данной работе вопросов.

Отдельно хочу поблагодарить А.А. Сметанина, О.А. Аристову, О.С. Коновалову и В.Н. Богатырёва за их тяжкий труд по поддержанию автора в добром здравии, без участия которых представленная работа вряд ли бы увидела свет.

Автор глубоко признателен компании Bergoz Instrumentation за их спонсорскую поддержку, которая позволила ему представить материалы диссертационного исследования на международной конференции «IBIC 2013» в Оксфорде (Великобритания). Кроме того, я особенно благодарен Российскому Фонду Фундаментальных Исследований, при финансовой поддержке которого была выполнена большая часть представленных в диссертации исследований (проект № 14-02-31642 мол_а).

Литература

1. *Черенков П.А.* Видимое свечение чистых жидкостей под воздействием γ -радиации // *ДАН СССР*. — 1934. — Т. 2, № 8. — С. 451 – 456.
2. *Вавилов С.И.* О возможных причинах синего γ -свечения жидкостей // *ДАН СССР*. — 1934. — Т. 2, № 8. — С. 457.
3. *Čerenkov P.A.* Visible Radiation Produced by Electrons Moving in a Medium with Velocities Exceeding that of Light // *Phys. Rev.* — 1937. — Aug. — Vol. 52. — Pp. 378 – 379. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.52.378>.
4. *Тамм И.Е., Франк И.М.* Когерентное излучение быстрого электрона в среде // *ДАН СССР*. — 1937. — Т. 14. — С. 107.
5. *Heaviside O.* On the Electromagnetic Effects due to the Motion of Electrification through a Dielectric // *Philos. Mag.* — 1889. — Vol. 27. — Pp. 324 – 339.
6. *Heaviside Oliver.* Electrical Papers. — New York: Macmillan and Co., 1894. — Vol. II. — URL: <https://ia700504.us.archive.org/18/items/electricalpapers02heavrich/electricalpapers02heav\rich.pdf>.
7. *Sommerfeld A.* On the theory of electrons I // *Gött. Nachr.* — 1904. — Vol. 2. — P. 99.
8. *Sommerfeld A.* On the theory of electrons II // *Gött. Nachr.* — 1904. — Vol. 2. — P. 363.
9. *Sommerfeld A.* On the theory of electrons III // *Gött. Nachr.* — 1905. — Vol. 3. — P. 201.
10. *Einstein A.* On the electrodynamics of moving bodies // *Ann. Phys.* — 1905. — Vol. 17. — Pp. 891 – 921. — URL: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/andp.200590006/abstract;jsessionid=F624F6B33\E00E6166D5E1C678E8FB097.f03t02>.
11. *Michelson Albert Abraham, Morley Edward Williams.* On the relative motion of the Earth and the luminiferous ether // *Am. J. Sci.* — 1887. — Vol. 34. — Pp. 333 – 345.
12. *Джессли Дж.* Черенковское излучение и его применения. — Москва: Изд. Иностранной литературы, 1960.
13. *Зрелов В.П.* Излучение Вавилова-Черенкова и его применение в физике высоких энергий. — Москва: Атомиздат, 1968. — Т. 1, 2.
14. *Франк И.М.* Излучение Вавилова-Черенкова: вопросы теории. — Москва: Изд. Наука, 1988.

15. *Afanasiev G.N.* Vavilov-Cherenkov and Synchrotron Radiation. Foundations and Applications. — Springer Netherlands, 2004. — URL: <http://www.springer.com/us/book/9781402024108>.
16. *Гинзбург В.Л., Франк И.М.* Излучение равномерно движущегося электрона, возникающее при его переходе из одной среды в другую // *ЖЭТФ*. — 1946. — Т. 16, № 1. — С. 15 – 27.
17. *Goldsmith P., Jelley L.V.* Optical transition radiation from protons entering metal surfaces // *Philos. Mag.* — 1959. — Vol. 4, no. 43. — Pp. 836 – 844.
18. *Boersch H., Radeloff C., Sauerbrey G.* Experimental Detection of Transition Radiation // *Phys. Rev. Lett.* — 1961. — Jul. — Vol. 7. — Pp. 52 – 54. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.7.52>.
19. *Гинзбург В.Л., Цытович В.Н.* Переходное излучение и переходное рассеяние. — Москва: Изд. Наука, 1984.
20. *Пафомов В.Е.* Излучение заряженной частицы при наличии границ раздела // *Труды ФИАН*. — 1969. — Т. XLIV. — С. 28 – 167.
21. *Болотовский Б.М., Галстян Е.А.* Дифракция и дифракционное излучение // *Успехи физических наук*. — 2000. — Т. 170, № 8. — С. 809 – 830. — URL: <http://ufn.ru/ru/articles/2000/8/a/>.
22. *Тер-Микаелян М.Л.* Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. — Ереван: Изд. АН Армянской ССР, 1969.
23. *Карловец Д.В.* Новые методы в теории переходного и дифракционного излучения заряженных частиц: Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук. — Томск: Томский политехнический университет, 2008.
24. *Джэксон Дж.* Классическая электродинамика. — Москва: Изд. Мир, 1965.
25. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. — Москва: Изд. Наука, 1973.
26. *Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П.* Излучение модулированного пучка заряженных частиц при пролёте через круглое отверстие в плоском экране // *ДАН СССР*. — 1959. — Т. 124, № 4. — С. 792 – 795.
27. *Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П.* Излучение ультрарелятивистских зарядов при пролёте через круглое отверстие в экране // *ДАН СССР*. — 1959. — Т. 124, № 5. — С. 1026 – 1029.
28. *Казанцев А.П., Сурдутович Г.И.* Излучение заряженной частицы, пролетающей вблизи металлического экрана // *ДАН СССР*. — 1962. — Т. 147, № 1. — С. 74 – 77.

29. *Седракян Д.М.* Дифракционное излучение линейного источника, пролетающего вблизи края идеально проводящей полуплоскости // *Изв. АН АрмССР*. — 1963. — Т. 16. — С. 115.
30. *van den Berg P.M.* Smith-Purcell radiation from a line charge moving parallel to a reflection grating // *J. Opt. Soc. Am.* — 1973. — Vol. 63, no. 6. — Pp. 689 – 698. — URL: <https://www.osapublishing.org/josa/abstract.cfm?uri=josa-63-6-689&origin=search>.
31. *van den Berg P.M.* Smith-Purcell radiation from a point charge moving parallel to a reflection grating // *J. Opt. Soc. Am.* — 1973. — Vol. 63, no. 12. — Pp. 1588 – 1597. — URL: <https://www.osapublishing.org/josa/abstract.cfm?uri=josa-63-12-1588&origin=search>.
32. *van den Berg P.M., Tan T.H.* Smith-Purcell radiation from a line charge moving parallel to a reflection grating with rectangular profile // *J. Opt. Soc. Am.* — 1974. — Vol. 64, no. 3. — P. 325 – 328. — URL: <https://www.osapublishing.org/josa/abstract.cfm?uri=josa-64-3-325&origin=search>.
33. Time- and frequency-domain models for Smith-Purcell radiation from a two-dimensional charge moving above a finite length grating / Amit S. Kesar, Mark Hess, Stephen E. Korbly, Richard J. Temkin // *Phys. Rev. E*. — 2005. — Jan. — Vol. 71. — P. 016501. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.71.016501>.
34. *Kesar Amit S.* Smith-Purcell radiation from a charge moving above a finite-length grating // *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. — 2005. — Jul. — Vol. 8. — P. 072801. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.8.072801>.
35. *Kesar Amit S.* Smith-Purcell radiation from a charge moving above a grating of finite length and width // *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. — 2010. — Feb. — Vol. 13. — P. 022804. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.13.022804>.
36. Дифракционное излучение релятивистских частиц / А.П. Потылицын, М.И. Рязанов, М.Н. Стриханов, А.А. Тищенко. — Томск: Изд. Томского политехнического университета, 2008. — URL: http://portal.tpu.ru:7777/departments/otdel/publish/izdaniya_razrabotanye_v_ramkah_IOP/Tab1/difrakzionoe_izluchenie_zac.pdf.
37. *Карловец Д.В., Потылицын А.П.* Дифракционное излучение от экрана конечной проводимости // *Письма в ЖЭТФ*. — 2009. — Т. 90, № 5. — С. 368 – 373. — URL: http://www.jetpletters.ac.ru/ps/1877/article_28596.pdf.
38. *Карловец Д.В.* К теории поляризационного излучения в средах с резкими границами // *ЖЭТФ*. — 2011. — Т. 140, № 1(7). — С. 36 – 55. — URL: <http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/e/index/r/140/1/p36?a=list>.

39. *Karlovets D.V., Potylitsyn A.P.* Universal description for different types of polarization radiation. — arXiv:0908.2336v2. URL: <http://arxiv.org/abs/0908.2336>.
40. *Кручинин К.О., Карловец Д.В.* Развитие теории дифракционного излучения для поверхностей конечной проводимости // *Изв. ВУЗов. Физика.* — 2012. — Т. 55, № 1. — С. 10 – 16.
41. Experimental Research of the Diffraction and Vavilov-Cherenkov Radiation Generation in a Teflon Target / M. Shevelev, G. Naumenko, A. Potylitsyn, Yu. Popov // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2012. — Vol. 357. — P. 012020. — URL: <http://iopscience.iop.org/1742-6596/357/1/012020?fromSearchPage=true>.
42. Обнаружение дифракционного излучения в диэлектрической мишени в условиях генерации излучения Вавилова-Черенкова / Г.А. Науменко, А.П. Потылицын, М.В. Шевелёв, Ю.А. Попов // *Письма в ЖЭТФ.* — 2011. — Т. 94, № 4. — С. 280 – 283. — URL: http://www.jetpletters.ac.ru/ps/1945/article_29486.pdf.
43. *Шевелёв М.В., Коньков А.С.* Особенности генерации излучения Вавилова-Черенкова при пролёте заряженной частицы вблизи диэлектрической мишени // *ЖЭТФ.* — 2014. — Т. 145, № 4. — С. 579 – 590. — URL: <http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/e/index/r/145/4/p579?a=list>.
44. Polarization Radiation in a Teflon Target / G. Naumenko, A. Potylitsyn, M. Shevelev et al. // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2014. — Vol. 517. — P. 012004. — URL: <http://iopscience.iop.org/1742-6596/517/1/012004?fromSearchPage=true>.
45. *Юдина Ю.С.* Поляризационное излучение заряженных частиц в неоднородных средах с частотной дисперсией: Выпускная квалификационная работа на соискание квалификации магистр. — Томск: Томский политехнический университет, 2012.
46. *Коньков А.С., Потылицын А.П., Сердюцкий В.А.* Интерференция полей переходного излучения электрического заряда и магнитного момента // *Изв. ВУЗов. Физика.* — 2011. — Т. 54, № 11. — С. 68 – 73.
47. X-ray Cherenkov Radiation as a Source for Relativistic Charged Particle Beam Diagnostics / A.S. Konkov, A.S. Gogolev, A.P. Potylitsyn, P.V. Karataev // Proc. of IBIC 13. — Oxford, UK: 2013. — Pp. 910 – 913. — URL: <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/IBIC2013/papers/wepf36.pdf>.
48. X-Ray Cherenkov Radiation as a Source for Transverse Size Diagnostics of Ultra-relativistic Electron Beams / A.S. Konkov, P.V. Karataev, A.P. Potylitsyn, A.S. Gogolev // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2014. — Vol. 517. — P. 012003. — URL: http://iopscience.iop.org/1742-6596/517/1/012003/pdf/1742-6596_517_1_012003.pdf.

49. *Konkov A.S., Potylitsyn A.P., Polonskaya M.S.* Transition radiation of electrons with a nonzero orbital angular momentum // *JETP Lett.* — 2014. — Vol. 100, no. 7. — Pp. 421 – 425. — URL: <http://dx.doi.org/10.1134/S0021364014190084>.
50. *Bleko V.V., Konkov A.S., Soboleva V.V.* Coherent diffraction and Cherenkov radiation of relativistic electrons from a dielectric target in the millimeter wavelength range // *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B.* — 2015. — Vol. 355. — Pp. 129 – 131. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168583X15002189>.
51. *Shevelev M., Konkov A., Aryshev A.* Soft-x-ray Cherenkov radiation generated by a charged particle moving near a finite-size screen // *Phys. Rev. A.* — 2015. — Nov. — Vol. 92. — P. 053851. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.92.053851>.
52. *Рязанов М.И., Тилинин И.С.* Переходное излучение ультрарелятивистской частицы от искривленной поверхности раздела сред // *ЖЭТФ.* — 1976. — Т. 71, № 6(12). — С. 2078 – 2084.
53. *Amusia M.Ya.* “Atomic Bremsstrahlung”: Retrospectives, current status and perspectives // *Rad. Phys. and Chem.* — 2006. — Vol. 75. — P. 1232. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0969806X06001915>.
54. *Brownell J.H., Walsh J., Doucas G.* Spontaneous Smith-Purcell radiation described through induced surface currents // *Phys. Rev. E.* — 1998. — Jan. — Vol. 57. — Pp. 1075 – 1080. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.57.1075>.
55. *Ivanov Igor P., Karlovets Dmitry V.* Detecting Transition Radiation from a Magnetic Moment // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Jun. — Vol. 110. — P. 264801. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.110.264801>.
56. *Ivanov Igor P., Karlovets Dmitry V.* Polarization radiation of vortex electrons with large orbital angular momentum // *Phys. Rev. A.* — 2013. — Oct. — Vol. 88. — P. 043840. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.88.043840>.
57. Развитие теории взаимодействия релятивистских заряженных частиц и сгустков с неоднородными диспергирующими средами и сильными электромагнитными полями: Научно-технический отчёт (промежуточ.): Т. 4 / Д.В. Карловец, К.О. Кручинин, А.С. Коньков и др.; Томский политехнический университет. — Томск, 2011. — № ГР 1201057757.
58. *Tajima T., Dawson J.M.* Laser Electron Accelerator // *Phys. Rev. Lett.* — 1979. — Jul. — Vol. 43. — Pp. 267 – 270. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.43.267>.

59. Ultrahigh gradient particle acceleration by intense laser-driven plasma density waves / C. Joshi, W.B. Mori, T. Katsouleas et al. // *Nature*. — 1984. — Vol. 311. — Pp. 525 – 529. — URL: <http://www.nature.com/nature/journal/v311/n5986/abs/311525a0.html>.
60. *Leemans W.P., et al.* GeV electron beams from a centimetre-scale accelerator // *Nature Phys.* — 2006. — Vol. 418. — Pp. 696 – 699. — URL: <http://www.nature.com/nphys/journal/v2/n10/full/nphys418.html>.
61. *Blumenfeld Ian, et al.* Energy doubling of 42 GeV electrons in a metre-scale plasma wakefield accelerator // *Nature*. — 2007. — Vol. 445. — Pp. 741 – 744. — URL: <http://www.nature.com/nature/journal/v445/n7129/full/nature05538.html>.
62. *Wang Xiaoming, et al.* Quasi-monoenergetic laser-plasma acceleration of electrons to 2 GeV // *Nature Commun.* — 2013. — Vol. 4. — P. 1988. — URL: [https://gargantua.polytechnique.fr/siatel-web/linkto/mICYYS\(GiYK\)](https://gargantua.polytechnique.fr/siatel-web/linkto/mICYYS(GiYK)).
63. *Joshi Chan, Malka Victor.* Focus on Laser- and Beam-Driven Plasma Accelerators // *New J. Phys.* — 2010. — Vol. 12. — P. 045003. — URL: <http://iopscience.iop.org/1367-2630/12/4/045003>.
64. *Басс Ф.Г., Яковенко В.М.* Теория излучения заряда, проходящего через электрически неоднородную среду // *Успехи физических наук*. — 1965. — Т. 86, № 6. — С. 189 – 230. — URL: <http://ufn.ru/ru/articles/1965/6/a/>.
65. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. — Москва: Изд. Физматлит, 2005.
66. *Топтыгин И.Н.* Современная электродинамика. — Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. — Т. 2: Теория электромагнитных явлений в веществе.
67. *Агранович В.М., Гартштейн Ю.Н.* Пространственная дисперсия и отрицательное преломление света // *Успехи физических наук*. — 2006. — Т. 176, № 10. — С. 1051 – 1068. — URL: <http://ufn.ru/ru/articles/2006/10/c/>.
68. *Рухадзе А.А., Силлин В.П.* Электродинамика сред с пространственной дисперсией // *Успехи физических наук*. — 1961. — Т. 74, № 6. — С. 223 – 267. — URL: <http://ufn.ru/ru/articles/1961/6/b/>.
69. Handbook of Optical Constants of Solids / Ed. by Edward D. Palik. — London: Academic Press, 1998.
70. *Durand Loyal.* Transition radiation from ultrarelativistic particles // *Phys. Rev. D*. — 1975. — Jan. — Vol. 11. — Pp. 89 – 105. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.11.89>.

71. *Tishchenko A.A., Potylitsyn A.P., Strikhanov M.N.* Diffraction radiation from an ultrarelativistic charge in the plasma frequency limit // *Phys. Rev. E.* — 2005. — Vol. 70. — P. 066501. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.70.066501>.
72. *Tishchenko A.A., Potylitsyn A.P., Strikhanov M.N.* X-ray diffraction radiation in conditions of Cherenkov effect // *Phys. Lett. A.* — 2006. — Vol. 359. — Pp. 509 – 511. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375960106010309>.
73. *Xiang Dao, Huang Wen-Hui, Lin Yu-Zheng.* Imaging of high-energy electron beam profile with optical diffraction radiation // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* — 2007. — Jun. — Vol. 10. — P. 062801. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.10.062801>.
74. *Potylitsyn A.P.* Image of Optical Diffraction Radiation (ODR) Source and Spatial Resolution of ODR Beam Profile Monitor // *Advanced Radiation Sources and Applications* / Ed. by Helmut Wiedemann. — Vol. 199 of *NATO Science Series II: Mathematics, Physics and Chemistry.* — Springer Netherlands, 2006. — Pp. 149 – 163. — URL: http://dx.doi.org/10.1007/1-4020-3450-4_12.
75. *Kube Gero.* Imaging with Optical Transition Radiation, Transverse Beam Diagnostics for the XFEL: Tech. Rep. 1: DESY, 2008. — TESLA-FEL XX2008/03/25XX. URL: http://flash.desy.de/sites2009/site_vuvfel/content/e403/e1642/e2308/e2310/infoboxContent\2311/TESLA-FEL2008-01.pdf.
76. Very high resolution optical transition radiation imaging system: Comparison between simulation and experiment / B. Bolzon, A. Aryshev, T. Aumeyr et al. // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* — 2015. — Aug. — Vol. 18. — P. 082803. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.18.082803>.
77. *Фрёман Н., Фрёман П.У.* ВКБ-Приближение. — Москва: Изд. Мир, 1967.
78. *Шерклифф У.А.* Поляризованный свет. Получение и использование. — Москва: Изд. Мир, 1965.
79. *Розенберг Г.В.* Вектор-параметр Стокса (Матричные методы учёта поляризации излучения в приближении лучевой оптики) // *Успехи физических наук.* — 1955. — Т. 56, № 5. — С. 77 – 110. — URL: <http://ufn.ru/ru/articles/1955/5/c/>.
80. *Потылицын А.П.* Излучение электронов в периодических структурах. — Томск: Изд. НТЛ, 2009.
81. *Рязанов М.И.* Пределы применимости макроскопической теории переходного излучения // *Письма в ЖЭТФ.* — 1984. — Т. 39, № 12. — С. 569 – 571. — URL: http://www.jetpletters.ac.ru/ps/93/article_1646.pdf.

82. *Ohm G.S.* Die galvanische Kette, mathematisch bearbeitet. — Berlin: Т.Н. Riemann, 1827. — URL: http://www2.ohm-hochschule.de/bib/textarchiv/Ohm.Die_galvanische_Kette.pdf.
83. *Парселл Э.* Электричество и магнетизм. Берклеевский курс физики. — С.-Пб.: Изд. Лань, 2005.
84. *Зоммерфельд А.* Электродинамика. — Москва: Изд. Иностранной литературы, 1958.
85. *Аматуни А.Ц., Корхмазян Н.А.* Переходное излучение в случае размытой границы двух сред // *ЖЭТФ*. — 1960. — Т. 39, № 10. — С. 1011 – 1019.
86. *Рязанов М.И.* Влияние внешнего поля на переходное излучение ультрарелятивистской частицы // *ЖЭТФ*. — 2002. — Т. 122, № 5 (11). — С. 999 – 1002. — URL: <http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/e/index/r/122/5/p999?a=list>.
87. *Risbud A.A., Takwale R.G.* Effect of alternating electric field on Cerenkov radiation // *J. Phys. A: Math. Gen.* — 1977. — Vol. 10, no. 12. — Pp. 2181 – 2188. — URL: <http://iopscience.iop.org/0305-4470/10/12/025?fromSearchPage=true>.
88. *Risbud A.A., Takwale R.G.* On the Doppler radiation associated with Cerenkov radiation in the presence of an alternating electric field // *J. Phys. A: Math. Gen.* — 1979. — Vol. 12, no. 6. — Pp. 905 – 909. — URL: <http://iopscience.iop.org/0305-4470/12/6/021?fromSearchPage=true>.
89. *Risbud A.A.* Effect of an alternating electric field on transition radiation // *J. Phys. A: Math. Gen.* — 1982. — Vol. 15, no. 2. — Pp. 701 – 707. — URL: <http://iopscience.iop.org/0305-4470/15/2/034?fromSearchPage=true>.
90. *Risbud A.A., Kamerkar N.C.* Stimulated electromagnetic shock radiation: Classical second-order calculations // *Phys. Rev. E*. — 2001. — Feb. — Vol. 63. — P. 036501. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.63.036501>.
91. Observation of Stimulated Transition Radiation / Hung-chi Lihn, Pamela Kung, Chitlada Settakorn et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 1996. — May. — Vol. 76. — Pp. 4163 – 4166. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.76.4163>.
92. Observation of the stimulated coherent diffraction radiation in an open resonator at LUCX facility / A. Aryshev, S. Araki, M. Fukuda et al. // *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A*. — 2014. — Vol. 763. — Pp. 424 – 432. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900214007980>.
93. *Рязанов М.И.* Когерентное излучение фотонов быстрыми частицами в возбужденном веществе // *ЭЧАЯ*. — 1981. — Т. 12, № 5. — С. 1035 – 1069. — URL: http://www1.jinr.ru/Archive/Peplan/1981-v12/v-12-5/v12p5pdf_obzory/v12p5_1.pdf.

94. *Avetisyan G.K., Avetisyan A.K., Petrosyan R.G.* Stimulated interaction of charged particles with electromagnetic radiation in a medium with nonstationary properties // *Sov. Phys. JETP*. — 1978. — Vol. 48, no. 2. — Pp. 192 – 196. — URL: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/dn/e_048_02_0192.pdf.
95. *Градиштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — Москва: Изд. Физматлит, 1963.
96. *Франк И.М.* Эффект Доплера в преломляющей среде // *Изв. АН СССР. Серия Физическая*. — 1942. — Т. 6, № 1 – 2. — С. 3 – 31.
97. *Гинзбург В.Л., Франк И.М.* Излучение электрона и атома, движущихся по оси канала в плотной среде // *ДАН СССР*. — 1947. — Т. 56, № 7. — С. 699 – 702.
98. Coherent Cherenkov Radiation from a Short bunch Passing near a Target and Possibility of a Bunch Length Diagnostics / A.P. Potylitsyn, S.Yu. Gogolev, D.V. Karlovets et al. // Proc. of IPAC 10. — Kyoto, Japan: 2010. — Pp. 1074 – 1076. — URL: <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/IPAC10/papers/mope046.pdf>.
99. Bunch Length Measurement using Coherent Cherenkov Radiation / K. Kan, T. Kondoh, T. Kozawa et al. // Proc. of DIPAC 11. — Hamburg, Germany: 2011. — Pp. 368 – 370. — URL: <http://epaper.kek.jp/DIPAC2011/papers/tupd30.pdf>.
100. The coherent Vavilov-Cherenkov radiation for a bunch length diagnostic / M.V. Shevelev, G.A. Naumenko, A.P. Potylitsyn et al. // *IL Nuovo Cimento*. — 2011. — Vol. 34, no. 4. — Pp. 297 – 304. — URL: <http://www.sif.it/riviste/ncc/econtents/2011/034/04/article/32>.
101. Observation of coherent Čerenkov radiation from a solid dielectric with short bunches of electrons / Toshiharu Takahashi, Yukio Shibata, Kimihiro Ishi et al. // *Phys. Rev. E*. — 2000. — Dec. — Vol. 62. — Pp. 8606 – 8611. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.62.8606>.
102. Investigation of coherent Čerenkov radiation generated by 6.1 MeV electron beam passing near the dielectric target / A.P. Potylitsyn, Yu.A. Popov, L.G. Sukhikh et al. // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2010. — Vol. 236. — P. 012025. — URL: http://iopscience.iop.org/1742-6596/236/1/012025/pdf/1742-6596_236_1_012025.pdf.
103. *Vorobev V.V., Tyukhtin A.V.* Radiation of a charge moving in wire metamaterial perpendicularly to the main axis // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2012. — Vol. 357. — P. 012006. — URL: http://iopscience.iop.org/1742-6596/357/1/012006/pdf/1742-6596_357_1_012006.pdf.
104. Observation of Narrow-Band Terahertz Coherent Cherenkov Radiation from a Cylindrical Dielectric-Lined Waveguide / A.M. Cook, R. Tikhoplav, S.Y. Tochitsky et al. // *Phys. Rev.*

- Lett.* — 2009. — Aug. — Vol. 103. — P. 095003. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.103.095003>.
105. Experimental Demonstration of Wakefield Acceleration in a Tunable Dielectric Loaded Accelerating Structure / C. Jing, A. Kanareykin, J.G. Power et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Apr. — Vol. 106. — P. 164802. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.106.164802>.
106. *Болотовский Б.М.* Теория эффекта Вавилова-Черенкова (III) // *Успехи физических наук.* — 1961. — Т. 75, № 10. — С. 295 – 350. — URL: <http://ufn.ru/ru/articles/1961/10/k/>.
107. *Arzumanyan S.R.* Radiation from a Charged Particle Flying Through a Dielectric Ball // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2012. — Vol. 357. — P. 012008. — URL: http://iopscience.iop.org/1742-6596/357/1/012008/pdf/1742-6596_357_1_012008.pdf.
108. *Lekomtsev K.V., Strikhanov M.N., Tishchenko A.A.* Smith-Purcell radiation from a chain of spheres // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2010. — Vol. 236. — P. 012023. — URL: http://iopscience.iop.org/1742-6596/236/1/012023/pdf/1742-6596_236_1_012023.pdf.
109. *Belonogaya E.S., Tyukhtin A.V., Galyamin S.N.* Approximate Method of Calculation of a Bunch Radiation in Presence of Complex Dielectric Object // Proc. of IPAC 13. — Shanghai, China: 2013. — Pp. 625 – 627. — URL: <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/IPAC2013/papers/mopme065.pdf>.
110. *Belonogaya Ekaterina S., Tyukhtin Andrey V., Galyamin Sergey N.* Approximate method for calculating the radiation from a moving charge in the presence of a complex object // *Phys. Rev. E.* — 2013. — Apr. — Vol. 87. — P. 043201. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.87.043201>.
111. *Galyamin Sergey N., Tyukhtin Andrey V.* Dielectric Concentrator for Cherenkov Radiation // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Aug. — Vol. 113. — P. 064802. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.113.064802>.
112. *Belonogaya Ekaterina S., Galyamin Sergey N., Tyukhtin Andrey V.* Short-wavelength radiation of a charge moving in the presence of a dielectric prism // *J. Opt. Soc. Am. B.* — 2015. — Apr. — Vol. 32, no. 4. — Pp. 649 – 654. — URL: <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-32-4-649>.
113. *Фок В.А.* Проблемы диффракции и распространения электромагнитных волн. — Москва: Изд. «Советское радио», 1970.
114. *Рязанов М.И.* Электродинамика сплошных сред. — Москва: Изд. Наука, 1984.

115. Методы математической физики / В.Г. Багров, В.В. Белов, В.Н. Задорожный, А.Ю. Трифонов. — Томск: Изд. НТЛ, 2002. — Т. 1.
116. *Шевелёв М.В.* Исследование свойств когерентного излучения релятивистских электронов в макроскопических структурах для создания средств диагностики пучков: Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук. — Томск: Томский политехнический университет, 2012.
117. *Науменко Г.А.* Форм-факторы релятивистских электронных сгустков в когерентном излучении // *Изв. ВУЗов. Физика.* — 2007. — Т. 50, № 10/3. — С. 199 – 206.
118. Измерение угловых характеристик переходного излучения в ближней и дальней волновых зонах / Б.Н. Калинин, Г.А. Науменко, А.П. Потылицын и др. // *Письма в ЖЭТФ.* — 2006. — Т. 84, № 3. — С. 136 – 140. — URL: http://www.jetpletters.ac.ru/ps/1070/article_16201.pdf.
119. Soft X-ray microscopy at a spatial resolution better than 15 nm / Weilun Chao, Bruce D. Harteneck, J. Alexander Liddle et al. // *Nature Lett.* — 2005. — Vol. 435, no. 7046. — Pp. 1210 – 1213. — URL: <http://dx.doi.org/10.1038/nature03719>.
120. Прецизионная изображающая многослойная оптика для мягкого рентгеновского и экстремального ультрафиолетового диапазонов / М.М. Барышева, А.Е. Пестов, Н.Н. Саллащенко и др. // *Успехи физических наук.* — 2012. — Т. 182, № 7. — С. 727 – 747. — URL: <http://ufn.ru/ru/articles/2012/7/c/>.
121. *Sakdinawat A., Attwood D.* Nanoscale X-ray imaging // *Nature Photon.* — 2010. — Vol. 4. — Pp. 840 – 848. — URL: <http://dx.doi.org/10.1038/nphoton.2010.267>.
122. Imaging live cell in micro-liquid enclosure by X-ray laser diffraction / Takashi Kimura, Yasumasa Joti, Akemi Shibuya et al. // *Nature Commun.* — 2014. — Vol. 5. — P. 3052. — URL: <http://dx.doi.org/10.1038/ncomms4052>.
123. *Attwood D.* Soft X-Ray and Extreme Ultraviolet Radiation. Principles and Applications. — Cambridge: University Press, 1999.
124. Low-energy X-ray interaction coefficients: photoabsorption, scattering, and reflection $E = 100 - 2000$ eV, $Z = 1 - 94$ / B.L. Henke, P. Lee, T.J. Tanaka et al. // *At. Data Nucl. Tables.* — 1982. — Vol. 27, no. 1. — Pp. 1 – 144. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0092640X8290002X>.
125. *Henke B.L., Gullikson E.M., Davis J.C.* X-ray interaction: photoabsorption, scattering, transmission and reflection at $E = 50 - 30,000$ eV, $Z = 1 - 92$ // *At. Data Nucl. Tables.* — 1993. — Vol. 54. — Pp. 181 – 342. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0092640X83710132>.

126. A high-intensity highly coherent soft X-ray femtosecond laser seeded by a high harmonic beam / Ph. Zeitoun, G. Faivre, S. Sebban et al. // *Nature (London, United Kingdom)*. — 2004. — 429. — Vol. 431, no. 7007. — P. 426. — URL: <http://dx.doi.org/10.1038/nature02883>.
127. Phase matching of high harmonic generation in the soft and hard X-ray regions of the spectrum / Tenio Popmintchev, Ming-Chang Chen, Alon Bahabad et al. // *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*. — 2009. — Vol. 106, no. 26. — Pp. 10516 – 10521. — URL: <http://www.pnas.org/content/106/26/10516.full.pdf>.
128. “Water window” compact, table-top laser plasma soft X-ray sources based on a gas puff target / P.W. Wachulak, A. Bartnik, H. Fiedorowicz et al. // *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B*. — 2010. — Vol. 268, no. 10. — Pp. 1692 – 1700. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168583X10000820>.
129. Compact x-ray microscope for the water window based on a high brightness laser plasma source / H. Legall, G. Blobel, H. Stiel et al. // *Opt. Express*. — 2012. — Vol. 20. — Pp. 18362 – 18369. — URL: <https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-20-16-18362>.
130. Cherenkov radiation as a source of ultraviolet radiation / M.A. Piestrup, R.H. Pantell, H.E. Puthoff, G.B. Rothbart // *J. Appl. Phys.* — 1973. — Vol. 44, no. 11. — Pp. 5160 – 5164. — URL: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/jap/44/11/10.1063/1.1662109>.
131. Cerenkov radiation as a light source for the 2000 – 620 Å spectral range / M.A. Piestrup, R.A. Powell, G.B. Rothbart et al. // *J. Appl. Phys.* — 1976. — Vol. 28, no. 2. — Pp. 92 – 94. — URL: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/apl/28/2/10.1063/1.88652>.
132. Cerenkov radiation as a intense X-ray source / V.A. Bazylev, V.I. Glebov, E.I. Denisov et al. // *JETP Lett.* — 1976. — Vol. 24, no. 7. — Pp. 371 – 374. — URL: http://www.jetpletters.ac.ru/ps/1814/article_27732.pdf.
133. Базылев В.А., Жеваго Н.К. Генерация интенсивного электромагнитного излучения релятивистскими частицами // *Успехи физических наук*. — 1982. — Т. 137, № 8. — С. 605 – 662. — URL: <http://ufn.ru/ru/articles/1982/8/b/>.
134. X-ray Čerenkov radiation. Theory and experiment / V.A. Bazylev, V.I. Glebov, E.I. Denisov et al. // *Sov. Phys. JETP*. — 1981. — Vol. 54, no. 5. — Pp. 884 – 892. — URL: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/dn/e_054_05_0884.pdf.
135. Moran M.J., Chang B., Schneider M.B. Grazing-incidence Cherenkov X-ray generation // *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B*. — 1990. — Vol. 48. — Pp. 287 – 290. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0168583X9090124D>.

136. *Knulst W.* Cherenkov radiation in the soft X-ray region: towards a compact narrowband source: Ph.D. thesis / Technische Universiteit Eindhoven. — 2004. — URL: <http://alexandria.tue.nl/extra2/200410462.pdf>.
137. *Kaplan A.E., Shkolnikov P.L.* Radiation efficiency of water-window Cherenkov sources using atomic-shell resonances // *Appl. Phys. Lett.* — 2005. — Vol. 86. — P. 024107. — URL: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/apl/86/2/10.1063/1.1850190>.
138. A Tabletop Soft X-Ray Source based on 5-10 MeV LINACS / W. Knulst, O.J. Luiten, M.J. van der Wiel, J. Verhoeven // Proc. of EPAC. — Vienna, Austria: 2000. — Pp. 2609 – 2611. — URL: <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/e00/PAPERS/WEP7B07.pdf>.
139. *Knulst W., van der Wiel O.J., Verhoeven J.* Observation of narrow-bands Si L-edge Čerenkov radiation generated by 5 MeV electrons // *Appl. Phys. Lett.* — 2001. — Vol. 79, no. 18. — Pp. 2999 – 3001. — URL: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/apl/79/18/10.1063/1.1415049>.
140. Goniometer to Measure the Angular Distribution of Narrow-Band Soft X-Ray Cherenkov Radiation / W. Knulst, O.J. Luiten, M.J. van der Wiel, J. Verhoeven // Proc. of EPAC. — Paris, France: 2002. — Pp. 706 – 708. — URL: <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/e02/PAPERS/TUPLE020.pdf>.
141. High-brightness, narrowband, and compact soft X-ray Cherenkov sources in the water window / W. Knulst, M.J. van der Wiel, O.J. Luiten, J. Verhoeven // *Appl. Phys. Lett.* — 2003. — Vol. 83, no. 19. — Pp. 4050 – 4052. — URL: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/apl/83/19/10.1063/1.1625999>.
142. High-brightness compact soft x-ray source based on Cherenkov radiation / W. Knulst, M.J. van der Wiel, O.J. Luiten, J. Verhoeven // Proc. of SPIE. — Vol. 5196. — 2004. — P. 393. — URL: <http://proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?articleid=1319275>.
143. *Zrellov V.P., Ružička J.* Hybrid radiation and its properties IV // *Nucl. Instrum. and Methods.* — 1979. — Vol. 160, no. 2. — Pp. 327 – 336. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0029554X79906116>.
144. *Ашкрофт Н., Мермин Н.* Физика твёрдого тела. — Москва: Изд. Мир, 1979.
145. *James R.W.* The Optical Principles of the Diffraction of X Rays. — London: Bell and Sons, 1948.
146. *Kaplan A.E., Law C.T., Shkolnikov P.L.* X-ray narrow-line transition radiation source based on low-energy electron beams traversing a multilayer nanostructure // *Phys. Rev. E.* —

1995. — Dec. — Vol. 52. — Pp. 6795 – 6808. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.52.6795>.
147. *Vance Rod*. Question about complex emissivity and complex permeability. — [09.10.2014]. URL: <http://physics.stackexchange.com/questions/81950/question-about-complex-emissivity-and-complex-permeability>.
148. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике: Физика сплошных сред. — Москва: Изд. Мир, 1977. — Т. 7.
149. *Якимец В.В.* Тормозное излучение ультрарелятивистских электронов в конденсированных аморфных телах // *ДАН СССР*. — 1964. — Т. 159, № 4. — С. 782 – 786.
150. *Zhevago N.K.* Loss of energy by an electron in a medium with periodic inhomogeneities // *Sov. Phys. JETP*. — 1977. — Vol. 45, no. 2. — Pp. 224 – 228.
151. *Fermi E.* Über die Theorie des Stoßes zwischen Atomen und elektrisch geladenen Teilchen // *Z. Phys.* — 1924. — Vol. 29, no. 1. — Pp. 315 – 327. — URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF03184853>.
152. *von Weizsäcker C.F.* Ausstrahlung bei Stößen sehr schneller Elektronen // *Z. Phys.* — 1934. — Vol. 88, no. 9 – 10. — Pp. 612 – 625. — URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01333110>.
153. *Williams E.J.* Correlation of Certain Collision Problems with Radiation Theory // *Kgl. Dan. Vid. Selsk. Mat. Phys. Medd.* — 1935. — Vol. 13, no. 4. — Pp. 1 – 50. — URL: <http://www.sdu.dk/media/bibpdf/Bind%2010-19%5CBind%5Cmfm-13-4.pdf>.
154. *Гарибян Г.М., Шу Ян.* Рентгеновское переходное излучение. — Ереван: Изд. АН Армянской ССР, 1983.
155. X-Ray Properties of the Elements. — URL: http://henke.lbl.gov/optical_constants/pert_form.\html.
156. *Potylitsyn A.P.* Transition radiation and diffraction radiation. Similarities and differences // *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B*. — 1998. — Vol. 145. — Pp. 169 – 179. — URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.205.7695&rep=rep1&type=pdf>.
157. An investigation of the Cherenkov X-rays from relativistic electrons / C. Gary, V. Kaplin, A. Kubankin et al. // *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B*. — 2005. — Vol. 227. — Pp. 95 – 103. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168583X04008213>.

158. X-ray Cherenkov radiation under conditions of grazing incidence of relativistic electrons onto a target surface / A. Kubankin, N. Nasonov, V. Kaplin et al. // *Rad. Phys. and Chem.* — 2006. — Vol. 75. — Pp. 913 – 919. — URL: http://dspace.bsu.edu.ru/bitstream/123456789/4733/1/Kubankin_X-ray_Cherenkov.pdf.
159. *Corstens J.M., van der Wiel M.J.* Model for X-ray Cherenkov radiation by MeV electrons at grazing incidence // *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B.* — 2007. — Vol. 262. — Pp. 368 – 378. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168583X07011676>.
160. *Alekseev A.I., Yakimets V.V.* Electromagnetic Radiation in an Absorbing Medium // *Sov. Phys. JETP.* — 1967. — Vol. 24. — Pp. 1057 – 1060. — URL: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/dn/e_024_05_1057.pdf.
161. *Ispirian K.A.* X-Ray Cherenkov Radiation // *Advanced Radiation Sources and Applications* / Ed. by Helmut Wiedemann. — Vol. 199 of *NATO Science Series II: Mathematics, Physics and Chemistry.* — Springer Netherlands, 2006. — Pp. 217 – 234. — URL: http://link.springer.com/chapter/10.1007%2F1-4020-3450-4_17.
162. *Shul'ga N.F., Dobrovol'skii S.N.* Concerning experiments on coherent transition radiation by relativistic electrons // *JETP Lett.* — 1997. — Vol. 65, no. 8. — Pp. 611 – 614. — URL: <http://dx.doi.org/10.1134/1.567388>.
163. *Корхмазян Н.А.* Поляризация переходного излучения в случае наклонного входа // *Изв. АН АрмССР. Серия Физическая.* — 1962. — Т. XV, № 1. — С. 115 – 121.
164. *Potylitsyn A.P.* Linear polarization of diffraction radiation from slit and beam size determination // *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B.* — 2003. — Vol. 201, no. 1. — Pp. 161 – 171. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168583X02016002>.
165. Теория излучения релятивистских частиц / В.Г. Багров, Г.С. Бисноватый-Коган, В.А. Бордовицын и др.; Под ред. В.А. Бордовицын. — Москва: Изд. Физматлит, 2002. — С. 576. — URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59303.
166. Synchrotron radiation and spin light / G.N. Kulipanov, A.E. Bondar, V.A. Bordovitsyn, V.S. Gushchina // *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A.* — 1998. — Vol. 405, no. 2 – 3. — Pp. 191 – 194. — Proc. of the Eleventh National Synchrotron Radiation Conference. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S016890029601131X>.
167. *Sakuda Makoto.* Proposed method to measure the neutrino magnetic moment // *Phys. Rev. Lett.* — 1994. — Feb. — Vol. 72. — Pp. 804 – 807. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.72.804>.

168. *Sakuda M., Kurihara Y.* Transition Radiation of the Neutrino Magnetic Moment // *Phys. Rev. Lett.* — 1995. — Feb. — Vol. 74. — Pp. 1284 – 1287. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.74.1284>.
169. *Коньков А.С.* Переходное излучение магнитного момента: Выпускная квалификационная работа на соискание квалификации инженер – физик. — Томск: Томский политехнический университет, 2011.
170. *Gay T.J., Dunning F.B.* Mott electron polarimetry // *Rev. Sci. Instr.* — 1992. — Vol. 63, no. 2. — Pp. 1635 – 1651. — URL: <http://digitalcommons.unl.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1039&context=physicsgay>.
171. *Петров В.Н., Галактионов М.С., Камочкин А.С.* Исследование стабильности моттовских анализаторов поляризации электронов // *ЖТФ*. — 2001. — Т. 71, № 12. — С. 79 – 82. — URL: <http://journals.ioffe.ru/jtf/2001/12/p79-82.pdf>.
172. A Variable energy Møller polarimeter at the MIT-Bates Linear Accelerator Center / J. Arrington, E.J. Beise, B.W. Filippone et al. // *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A*. — 1992. — Vol. 311. — Pp. 39 – 48. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/016890029290849Y>.
173. *Fresnel A.J.* Premiere mémoire sur la diffraction de la lumière // *Ann. Chem. Phys.* — 1816. — Vol. 1. — Pp. 239 – 281.
174. *Baier V.N., Katkov V.M.* Quantum theory of transition radiation and transition pair creation // *Phys. Lett. A*. — 1999. — Vol. 252, no. 5. — Pp. 263 – 271. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375960199000109>.
175. *Nye J.F., Berry M.V.* Dislocations in Wave Trains // *Proc. R. Soc. Lond. A*. — 1974. — Vol. 336, no. 1605. — Pp. 165 – 190. — URL: <http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/336/1605/165>.
176. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes / L. Allen, M.W. Beijersbergen, R.J.C. Spreeuw, J.P. Woerdman // *Phys. Rev. A*. — 1992. — Jun. — Vol. 45. — Pp. 8185 – 8189. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.45.8185>.
177. Semiclassical Dynamics of Electron Wave Packet States with Phase Vortices / Konstantin Yu. Bliokh, Yury P. Bliokh, Sergey Savel'ev, Franco Nori // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Nov. — Vol. 99. — P. 190404. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.99.190404>.

178. *Uchida Masaya, Tonomura Akira.* Generation of electron beams carrying orbital angular momentum // *Nature*. — 2010. — Vol. 464, no. 7289. — Pp. 737 – 739. — URL: <http://dx.doi.org/10.1038/nature08904>.
179. *Verbeeck J., Tian H., Schattschneider P.* Production and application of electron vortex beams // *Nature*. — 2010. — Vol. 467, no. 7313. — Pp. 301 – 304. — URL: <http://www.nature.com/nature/journal/v467/n7313/abs/nature09366.html#supplementary-information>.
180. Electron Vortex Beams with High Quanta of Orbital Angular Momentum / Benjamin J. McMorran, Amit Agrawal, Ian M. Anderson et al. // *Science*. — 2011. — Vol. 331, no. 6014. — Pp. 192 – 195. — URL: <http://www.sciencemag.org/content/331/6014/192.abstract>.
181. *Bliokh Konstantin Y., Dennis Mark R., Nori Franco.* Relativistic Electron Vortex Beams: Angular Momentum and Spin-Orbit Interaction // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Oct. — Vol. 107. — P. 174802. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.107.174802>.
182. OTR from Non-Relativistic Electrons / C. Bal, E. Bravin, E. Chevallay et al. // Proc. of DIPAC 2003. — Mainz, Germany: 2003. — Pp. 95 – 97. — URL: <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/d03/papers/PM04.pdf>.
183. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. — Москва: Изд. Радио и связь, 1988.
184. Interference phenomenon in optical transition radiation and its application to particle beam diagnostics and multiple-scattering measurements / L. Wartski, S. Roland, J. Lasalle et al. // *J. Appl. Phys.* — 1975. — Vol. 46, no. 8. — Pp. 3644 – 3653. — URL: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/jap/46/8/10.1063/1.322092>.

Приложение А

К определению поляризационных характеристик излучения

Таблица 1 – Основные следствия векторной теории Джонса и метода Стокса.

Значения E_{\parallel} и E_{\perp}	Параметр ξ_i	Форма поляризации	Разность фаз δ
$E_{\parallel} \neq 0, E_{\perp} = 0$	$\xi_1 = 1$	Линейная горизонтальная	–
$E_{\parallel} = 0, E_{\perp} \neq 0$	$\xi_1 = -1$	Линейная вертикальная	–
$E_{\parallel} = E_{\perp} \neq 0$	$\xi_2 = 1$	Линейная в плоскости 45°	0
$E_{\parallel} = -E_{\perp} \neq 0$	$\xi_2 = -1$	Линейная в плоскости -45°	$\pm\pi$
$E_{\perp}/E_{\parallel} = i$	$\xi_3 = 1$	Правая циркулярная	$\pi/2$
$E_{\perp}/E_{\parallel} = -i$	$\xi_3 = -1$	Левая циркулярная	$-\pi/2$
Общий случай	Общий случай	Эллиптическая	$\delta = \arctg\left(\frac{\xi_3}{\xi_2}\right)$