Гипотеза де Бройля. Соотношение неопределенностей

Лекция 9

Постникова Екатерина Ивановна,
доцент кафедры экспериментальной физики

22.11.2015

Элементы квантовой механики

В ***квантовой механике*** изучается физика элементарных частиц, атомов, молекул и их коллективов, в частности, кристаллов.

Объекты микромира, изучаемые квантовой механикой, имеют линейные размеры порядка $10^{-6} \div 10^{-13}$ см.

В основе квантовой механики лежат представления:

- Планка о дискретном характере изменения энергии атомов;
- Эйнштейна о фотонах;
- данные о квантованности некоторых физических величин (p, E), характеризующих в определённых условиях состояния частиц микромира.

Гипотеза де Бройля

Гипотеза об универсальности корпускулярно-волнового дуализма.

✓***Движущийся электрон.***

Электрон обладает волновыми свойствами по аналогии того, что световые волны представляют собой поток фотонов.

✓***Движущаяся микрочастица.***

Каждому микрообъекту свойственны

- корпускулярные характеристики: p, E,
- волновые характеристики: ν, λ, которые связаны соотношениями

$E = h\nu; \quad p = \dfrac{h}{\lambda}$ – такими же, как и для фотонов.

Движущаяся частица описывается волновым процессом с длиной волны λ, даже если она обладает массой покоя. Необходимо, чтобы она обладала импульсом $p = m\upsilon$.

Формула де Бройля: $\lambda = \dfrac{h}{p}$, h – постоянная Планка.

Другой вид: $\vec{p} = \dfrac{h}{2\pi}\vec{k} = \hbar\vec{k}$,

$\vec{k} = \dfrac{2\pi}{\lambda}\vec{n}$ – волновой вектор,

$\vec{n}$ – единичный вектор в направлении распространения волны.

Волны де Бройля – волны связанные с движущейся частицей.

У макроскопических тел волновые свойства не проявляются, т.к. $p >> 0 \Rightarrow \lambda \to 0$.

✓**Электрон находится на *n*–й орбите атома,** имеет скорость υ_n, момент импульса $L_n = m\upsilon_n r_n = n\hbar$

и обладает длиной волны $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\upsilon_n} = \frac{h}{\frac{n\hbar}{r_n}} = \frac{hr_n}{n\frac{h}{2\pi}} = \frac{2\pi r_n}{n}$,

т.е. λ укладывается на орбите длиной $l = 2\pi r_n$

целое число раз *n*. Следовательно, возможно образование стоячей волны.

Длина волны де Бройля для частицы массой m, имеющей кинетическую энергию $E_к$:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_к}}.$$

Экспериментальные подтверждения существования волн де Бройля.

•**Опыт Дэвиссона и Джермера 1927 г.:** опыт по рассеянию пучка электронов от естественной дифракционной решётки кристалла *Ni*.

•**Опыт Тартаковского и Томсона:** дифракционная картина при прохождении пучка быстрых электронов ($E \approx 50$ кэВ) через металлическую фольгу ($d \approx 1$ мкм).

•**Опыт Фабриканта:** дифракционная картина при прохождении слабого электронного пучка (электроны пронизывали фольгу по отдельности). При длительной экспозиции дифракционная картина не отличалась от картины, полученной для пучка электронов.

•**Дифракция** нейтронов, протонов, атомных и молекулярных пучков.

Во всех случаях дифракционная картина имеет вероятностную закономерность, т.е. электроны (микрочастицы) после рассеяния в плёнке с наибольшей вероятностью попадают в определённые места. Следовательно, согласно статистическим рассмотрениям: физический смысл волн де Бройля – волны вероятности; квадрат модуля амплитуды этой волны $\left|A\right|^2$ – плотность вероятности найти частицу в элементе объёма dV.

Для микрочастиц свойственна связь полной энергии и частоты υ волн де Бройля $\varepsilon = h\nu$.

Соотношение неопределённости

В ***классической механике***: частица движется по определённой траектории так, что в любой момент времени t можно точно определить её координату (x,y,z) и импульс p.

У ***микрочастицы*** из-за наличия у неё волновых свойств нельзя строго определить траекторию, понятие «длина волны в данной точке» лишено физического смысла.

Т.к. $p = \frac{h}{\lambda}$, следовательно, микрочастица с определённым импульсом p имеет, обладая λ, неопределённую координату.

И наоборот, если микрочастица находится с точным значением координаты, то её импульс полностью неопределён, $\Delta p \to \infty$.

Т.е. волновые свойства микрочастиц вносят ограничения в возможность применения к этим частицам понятий координаты и импульса в их классическом смысле.

Соотношение неопределённости Гейзенберга

для координат и импульса (1927 г.):

микрочастица не может иметь одновременно и определённую координату (x,y,z) и определённую проекцию импульса (p_x,p_y,p_z), неопределённость этих величин удовлетворяет условию

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h; \quad \Delta y \cdot \Delta p_y \geq h; \quad \Delta z \cdot \Delta p_z \geq h,$$

Δx, Δy, Δz – интервалы координат, в которых может быть локализована частица, описываемая волной де Бройля, если проекции её импульса на оси координат заключены в интервалах Δp_x, Δp_y, Δp_z.

Т.е. если частица находится в состоянии с точным значением координаты ($\Delta x = 0$), то в этом состоянии проекция её импульса неопределенна $\Delta p_x \to \infty$.

Чем более точно определено положение частицы (чем меньше Δx, Δy, Δz), тем менее точно определены значения проекций её импульса (т.е. тем больше Δp_x, Δp_y, Δp_z).

Это не связано с неточностью измерений, а отражает двойственные *корпускулярно-волновые свойства* микрочастиц, т.е. для описания микрочастиц одновременно используются классические характеристики (x, p) и волновые – λ.

Соотношение неопределённости не вносит ограничений в возможность использования классических понятий координат и импульса для макроскопических тел.

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h \Rightarrow \Delta x \cdot \Delta \upsilon_x \geq \frac{h}{m},$$ чем больше масса m

тела, тем меньше неопределённость координаты Δx и скорости $\Delta \upsilon_x$, следовательно, тем с большей точностью можно для этой частицы определить понятие траектория и, соответственно, понятия классической механики. Т.е. для макротел их волновые свойства не играют роль, и можно пользоваться законами классической механики.

Пример: пылинка $m = 10^{-12}$ кг, линейные размеры 10^{-6} м, точность определения координаты 0,01 её линейных размеров

Неопределённость скорости

$$\Delta \upsilon_x = \frac{h}{m \cdot \Delta x} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{10^{-12} \cdot 10^{-8}} \frac{м}{c} = 6{,}62 \cdot 10^{-14} \frac{м}{c} <<$$

реальных скоростей частицы.

Следовательно, неопределённость скорости не сказывается при всех скоростях частицы

Соотношение неопределённости для энергии E и времени t.

Неопределённости энергии ΔE и времени Δt удовлетворяют условию $\Delta E \cdot \Delta t \geq h$,

ΔE – неопределённость энергии некоторого состояния системы,

$\Delta\ t$ – промежуток времен, в течение которого это состояние существует.

Следовательно, система, имеющая среднее время жизни $\Delta\ t$, не может быть охарактеризована определенным значением энергии E. Разброс $\Delta E = \dfrac{h}{\Delta t}$ возрастает с уменьшением $\Delta\ t$.

Конец лекции