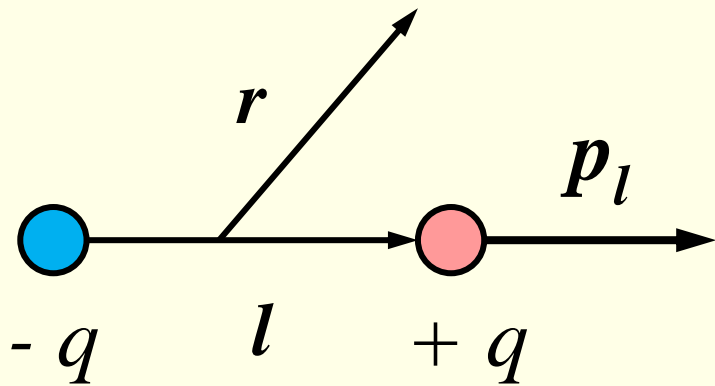


Диполь в электрическом поле

Электрический диполь – система двух одинаковых по величине разноименных точечных зарядов, расстояние l между которыми значительно меньше расстояния до тех точек, в которых определяется поле.



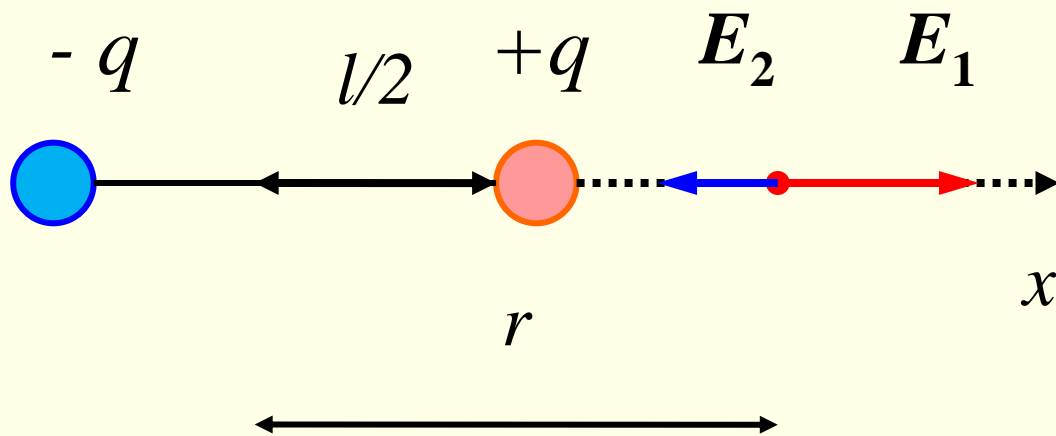
Ось диполя – прямая, проходящая через оба заряда.

l – плечо диполя – вектор, проведенный от отрицательного заряда к положительному.

$\vec{p}_l = q\vec{l}$ – дипольный момент.

$r \gg l \rightarrow$ Диполь можно рассматривать как систему 2-х точечных зарядов.

Напряженность поля в точке, расположенной на оси диполя



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

E_1 – напряженность поля положительного заряда.

E_2 – напряженность поля отрицательного заряда.

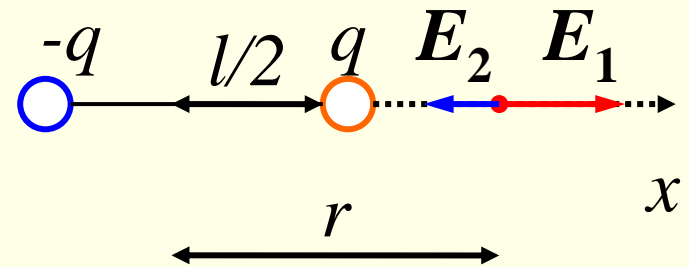
В проекциях на ось x : $E = E_1 - E_2$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} =$$

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2 - \left(r - \frac{l}{2}\right)^2}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2 \cdot \left(r + \frac{l}{2}\right)^2} =$$

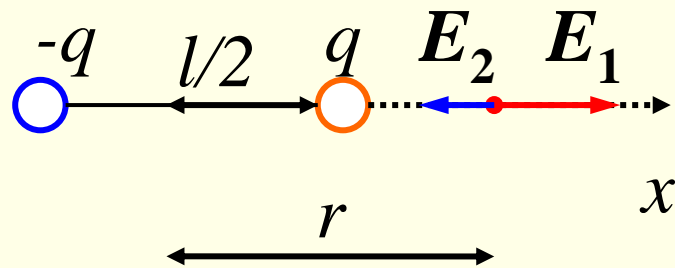
$$\underbrace{\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2rl}{r^4}}_{r \gg l \Rightarrow \left(r - \frac{l}{2}\right) \approx r, \quad \left(r + \frac{l}{2}\right) \approx r.}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2rl}{r^4} = \frac{2ql}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$



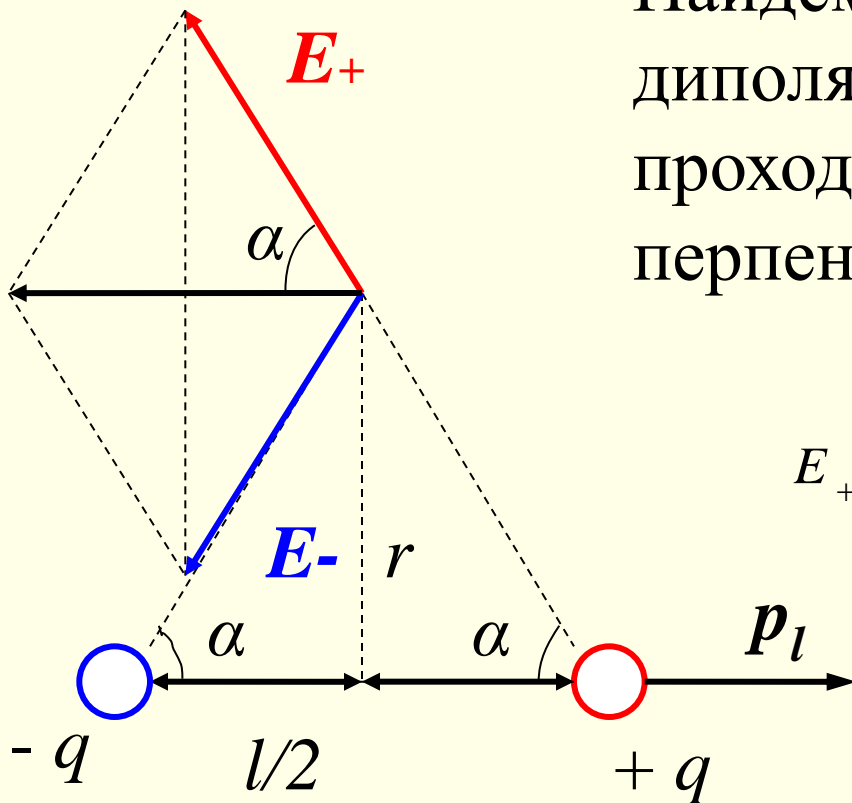
$$\vec{E} = \frac{2 \vec{p}_l}{4 \pi \epsilon_0 r^3}.$$

Поле диполя убывает быстрее в зависимости от расстояния по сравнению с полем точечного заряда.



Напряженность поля диполя в точке, лежащей на перпендикуляре, восстановленном к его середине.

Найдем напряженность поля диполя в точке на прямой, проходящей через центр диполя и перпендикулярной к оси

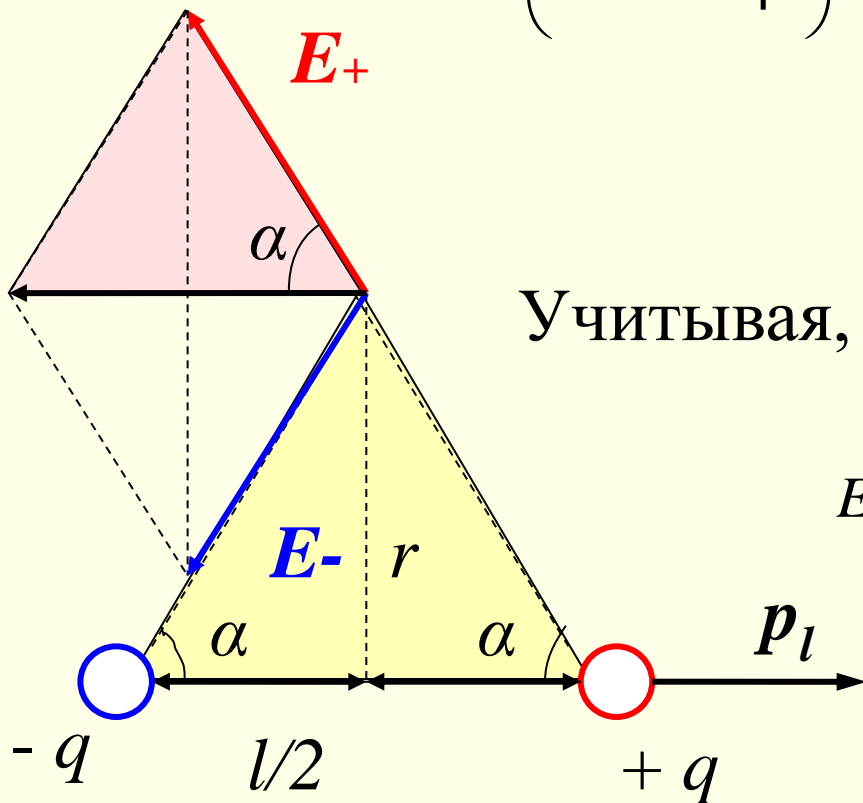


$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

(т.к. $l \ll r$).

Из подобия заштрихованных треугольников можно

записать:
$$\frac{E_{\perp}}{E_{+}} = \frac{l}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}} \approx \frac{l}{r} \quad \text{отсюда}$$



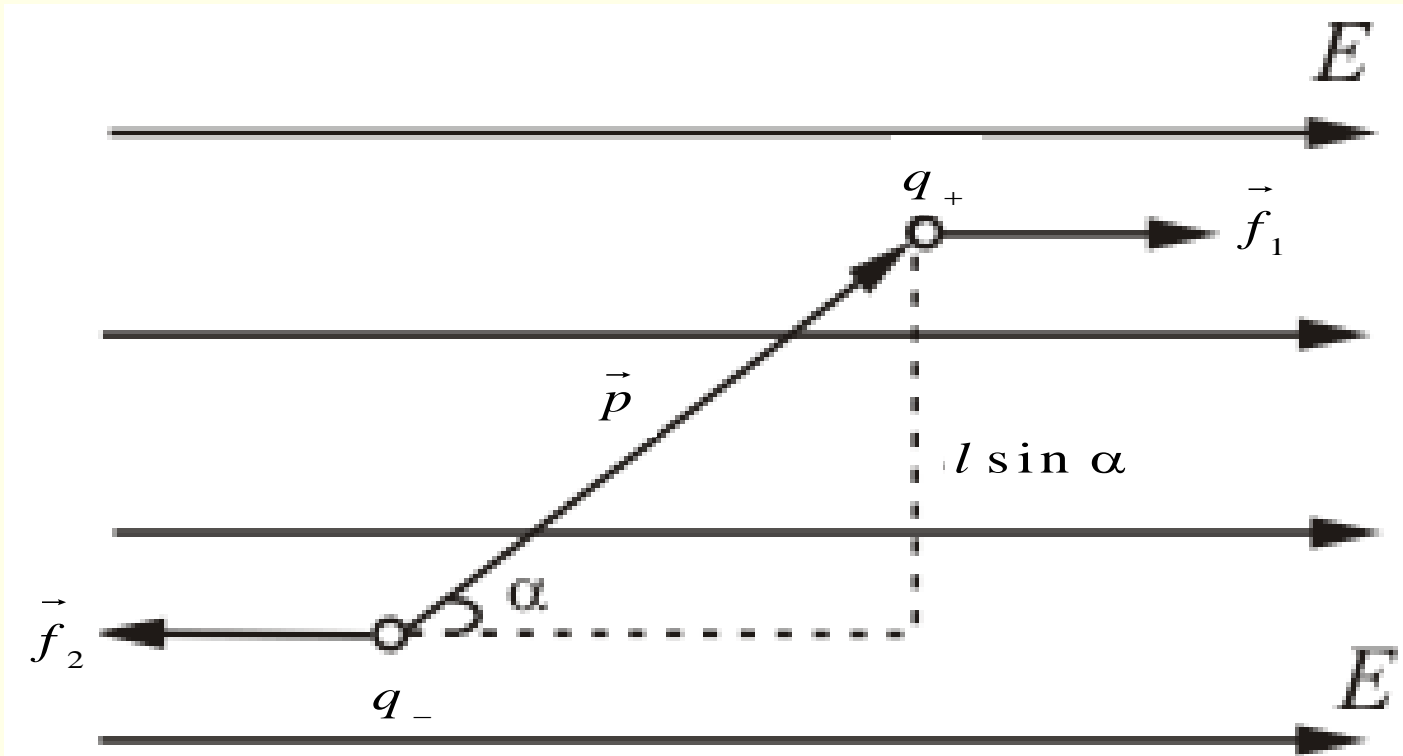
$$E_{\perp} = E_{+} \frac{l}{r} = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$

Учитывая, что $ql = p_l$ получим:


$$E_{\perp} = \frac{p_l}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

ИЛИ
$$\vec{E}_{\perp} = \frac{-\vec{p}_l}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

Диполь в электростатическом поле



Если диполь поместить в **однородное** электрическое поле, образующие диполь заряды $-q$ и $+q$ окажутся под действием равных по величине, но противоположных по направлению сил f_1 и f_2 .



Эти силы образуют пару сил, плечо которой равно $l \cdot \sin \alpha$, т.е., зависит от ориентации диполя относительно поля. Модуль каждой из сил равен qE . Умножив его на плечо, получим значение момента пары сил, действующих на диполь:

$$M = qEl \sin \alpha = pE \sin \alpha$$

В векторном виде: $\vec{M} = [\vec{p} \vec{E}]$

Момент стремится повернуть диполь так, чтобы его момент установился по направлению поля.

Работа против сил, действующих на диполь:

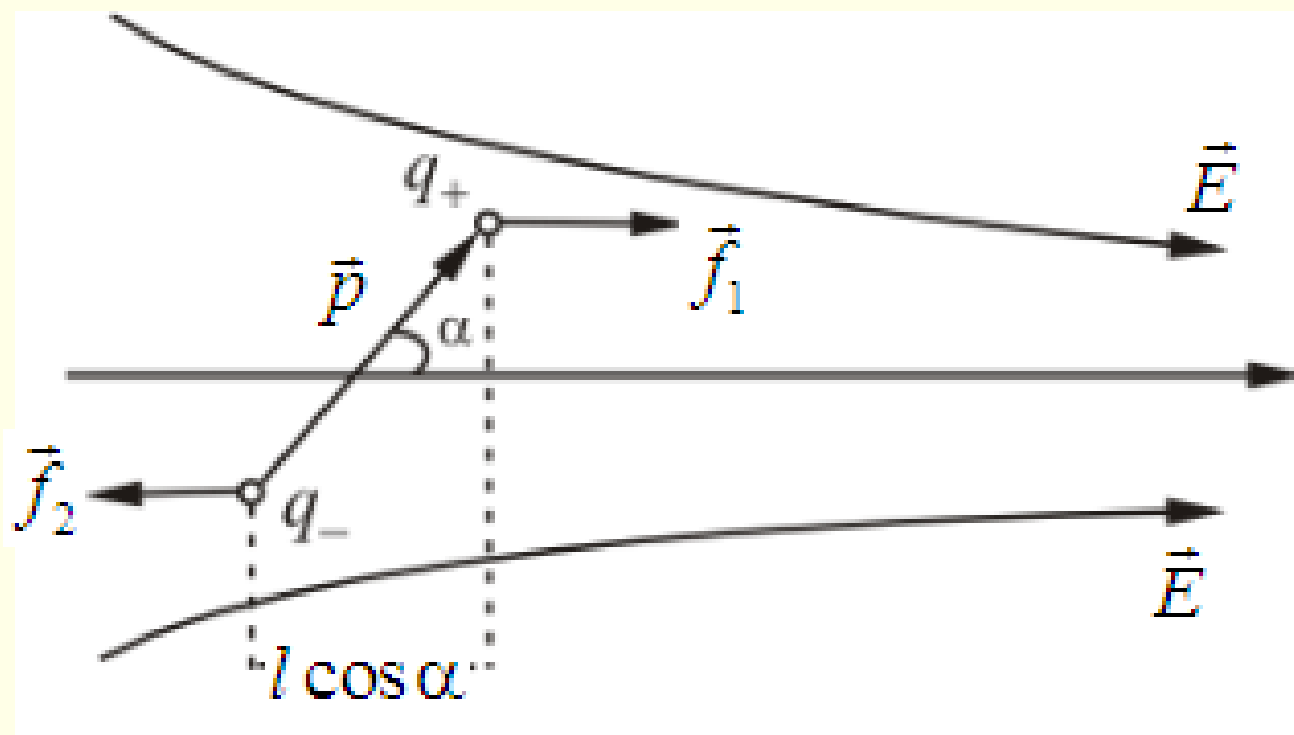
$$dA = Md \alpha = pE \sin \alpha d\alpha$$

Эта работа идет на увеличение потенциальной энергии W , которой обладает диполь в электрическом поле, т.е.:

$$dW = pE \sin \alpha d\alpha$$

В результате интегрирования получим:

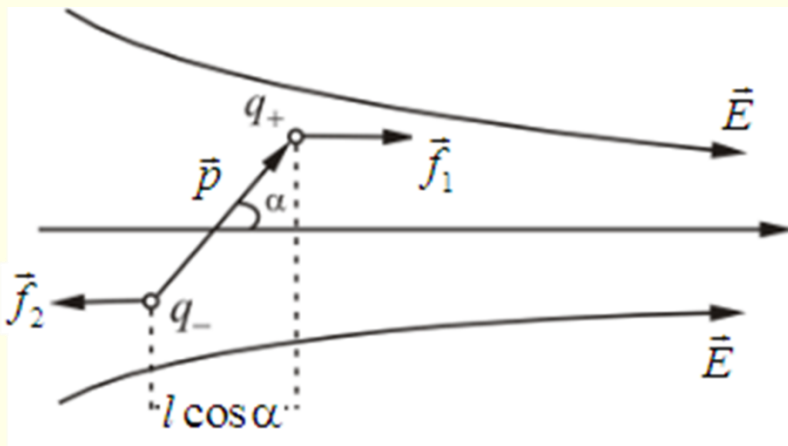
$$W = -pE \cos \alpha = -(\vec{p} \vec{E})$$



В **неоднородном** поле силы, действующие на заряды диполя, не одинаковы. При малых размерах диполя силы f_1 и f_2 можно считать приближенно коллинеарными.

Предположим, что поле изменяется быстрее всего в направлении x , совпадающем с направлением \vec{E} в том месте, где расположен диполь. Положительный заряд диполя смещен относительно отрицательного в направлении x на величину $\Delta x = l \cos \alpha$

Поэтому напряженность поля в точках, где помещаются заряды, отличается на ΔE .



Так как $f_1 = qE_1$ и $f_2 = -qE_2$

$$\vec{f} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2;$$

$$f = q(E_1 - E_2) = q \Delta E$$

Так как $\Delta E = \frac{dE}{dx} l \cos \alpha$, то

$$f = q \frac{dE}{dx} l \cos \alpha = p \frac{dE}{dx} \cos \alpha$$

$\frac{dE}{dx}$ – градиент вектора напряженности

электрического поля. Таким образом, в неоднородном электрическом поле, кроме вращающегося момента, действует сила f , под действием которой диполь будет либо втягиваться в область более сильного поля ($\alpha < 90^\circ$), либо выталкиваться из нее ($\alpha > 90^\circ$).