

Сегодня среда, 9 июля 2014 г.

МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Лекция 2

Содержание лекции:

- * Основное уравнение кинетической теории газов
- * Средняя кинетическая энергия молекул
- * Скорости газовых молекул
- * Средняя длина свободного пробега

Теория, основанная на статистическом методе исследования физических свойств макросистем и учитывающая систему как совокупность беспорядочно движущихся молекул, называется *кинетической (молекулярно-кинетической) теорией*.

Кинетическая теория газов основана на общих положениях классической статистической физики.

Идеальный газ можно рассматривать как совокупность беспорядочно движущихся молекул-шариков, имеющих пренебрежимо малый собственный объём и не взаимодействующих друг с другом на расстоянии. Молекулы непрерывно сталкиваются друг с другом и со стенками сосуда, производя на них давление. Таким образом, давление — макроскопическое проявление теплового движения молекул газа.

Важнейшей задачей кинетической теории газов является вычисление давления идеального газа на основе молекулярно-кинетических представлений.

Основные положения молекулярно-кинетической теории:

1. Все тела состоят из атомов или молекул.
2. Между атомами и молекулами идеального газа нет сил взаимодействия.
3. Атомы и молекулы находятся в вечном хаотическом движении. Это непрерывное хаотическое движение называется тепловым движением атомов и молекул. Интенсивность этого движения определяет температуру газа.

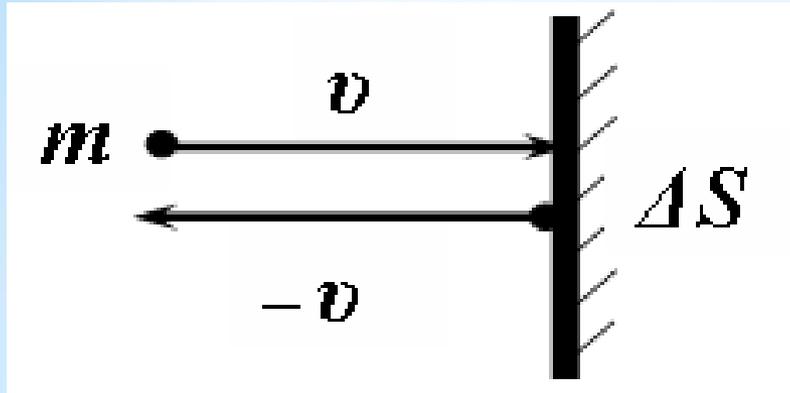
Основное уравнение кинетической теории газов

Устанавливает связь между давлением газа, его объемом и энергией.

Для идеального газа потенциальную энергию межмолекулярного взаимодействия можно считать равной нулю.

Таким образом, полная энергия идеального газа сводится к сумме кинетических энергий всех его молекул.

Найдем давление газа на стенку сосуда.



$$\Delta N = \frac{1}{6} n v \Delta S \Delta t$$

число молекул соударяющихся со стенкой

Изменение импульса одной молекулы равно $-2m_0v$.

В силу закона сохранения импульса стенка сосуда получит импульс $+2m_0v$.

Для всех молекул, ударившихся за время Δt о площадку ΔS , полное изменение импульса равно:

$$-2m_0v\Delta N = -\frac{1}{3} nm_0v^2 \Delta S \Delta t$$

Средняя сила действия молекул на площадку:

$$\Delta F = P \Delta S$$

Согласно 3-му закону Ньютона сила действия стенки на газ:

$$-\Delta F = -P \Delta S \quad -F \Delta t = -P \Delta S \Delta t$$

По второму закону Ньютона:

$$-P \Delta S \Delta t = -\frac{1}{3} n m_0 v^2 \Delta S \Delta t$$

Откуда
$$P = \frac{1}{3} n m_0 v^2$$

$v^2 \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n} = v_{\text{кв}}^2$ – средний квадрат скорости молекул газа.

$$P = \frac{1}{3} n m_0 v_{\text{кв}}^2 = \frac{2}{3} n \bar{E}_k$$

– основное уравнение молекулярно-кинетической теории газа (уравнение Клаузиуса).

Итак, давление газов определяется средней кинетической энергией поступательного движения молекул.

Рудольф Юлиус Иммануил Клаузиус (1822–1888)



Немецкий физик, один из основателей термодинамики и молекулярно-кинетической теории теплоты, механик и математик.

Средняя кинетическая энергия молекул

В состоянии теплового движения средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну частицу, одинакова у всех частиц независимо от их массы.

Для средней энергии поступательного движения молекулы:

$$\bar{E}_k = \frac{E}{N} = \frac{1}{2} m_0 \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N} = \frac{1}{2} m_0 v_{кв}^2$$

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2} kT$$

$$\frac{R}{N} = k, \quad k \text{ – постоянная Больцмана.}$$

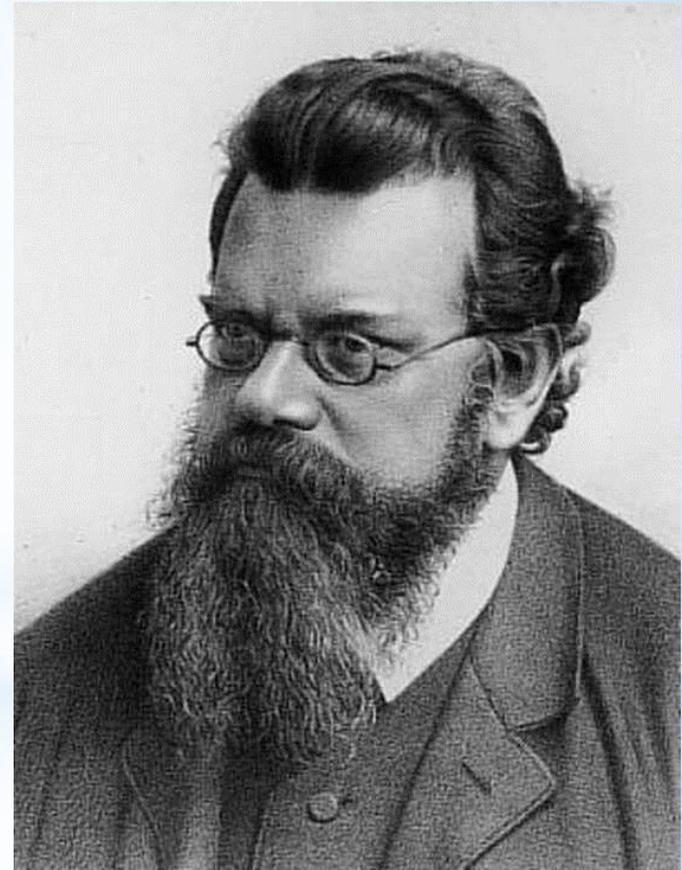
Следовательно, молекулярно-кинетический смысл абсолютной температуры T состоит в том, что она служит мерой средней кинетической энергии поступательного движения молекул.

Суммарная кинетическая энергия молекул идеального газа называется *внутренней энергией* газа

Людвиг Эдуард Больцман

(1844-1906)

Австрийский физик-теоретик, основатель статистической механики и молекулярно-кинетической теории. Иностранный член-корреспондент Петербургской АН (1899).



Основное уравнение молекулярно-кинетической теории можно записать по другому.

$$P = nkT$$

Скорости газовых молекул

Молекулярно-кинетическая теория базируется на предположении о движении молекул. С какой они движутся скоростью? И как эту скорость измерить, если молекулы невидимы.

Из основного уравнения МКТ известно:

$$\frac{m_0 v_{кв}^2}{2} = \frac{3}{2} kT \quad \Rightarrow \quad v_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}.$$

Т.к. масса молекулы m_0 неизвестна, то:

$$v_{кв} = \sqrt{\frac{3kN_A T}{m_0 N_A}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Известно (уравнение Клапейрона-Менделеева):

$$P = RT \frac{\rho}{\mu}, \text{ тогда } v_{кв} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}.$$

Плотность азота (N_2) равна $1,25 \text{ кг/м}^3$ при $t = 0^\circ\text{C}$ и $P = 1 \text{ атм}$, $v_{N_2} = 500 \text{ м/с}$. Для водорода: $v_{H_2} = 2000 \text{ м/с}$.

Экспериментально впервые скорости молекул были измерены в 1920 г. Штерном. За этот опыт и за большой вклад в развитие молекулярной физики в 1943г. он был удостоен Нобелевской премии.

В этом опыте были не только измерены скорости газовых молекул, но и показано, что они имеют большой разброс по скоростям. Причина в хаотичности теплового движения молекул.

Ещё в XIX веке Максвелл утверждал, что молекулы беспорядочно сталкиваясь друг с другом как-то “распределяются” по скоростям, причём вполне определённым образом.

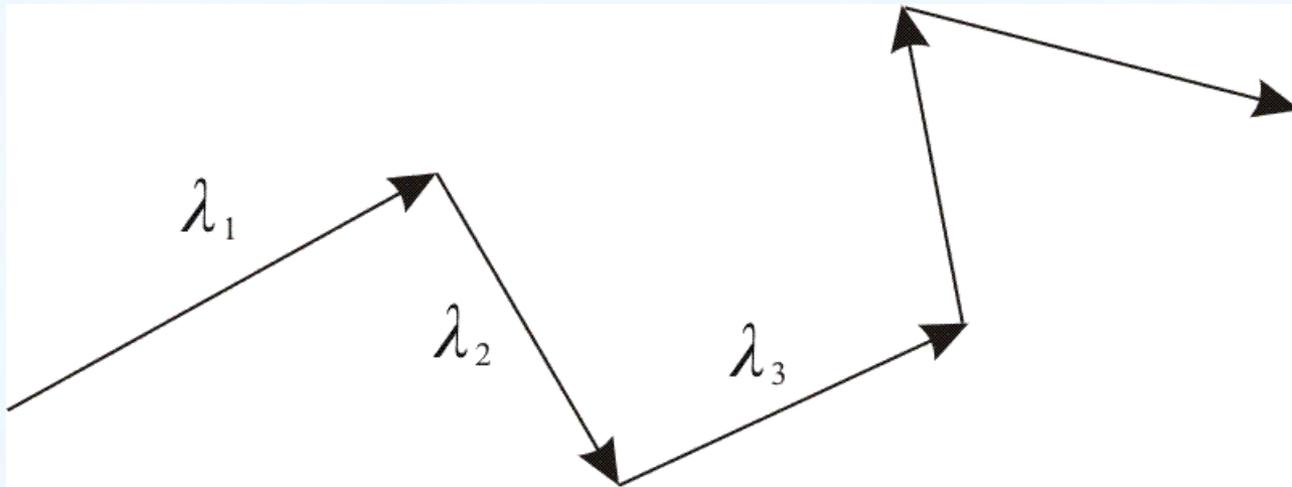
Отто Штерн

(1888-1969)

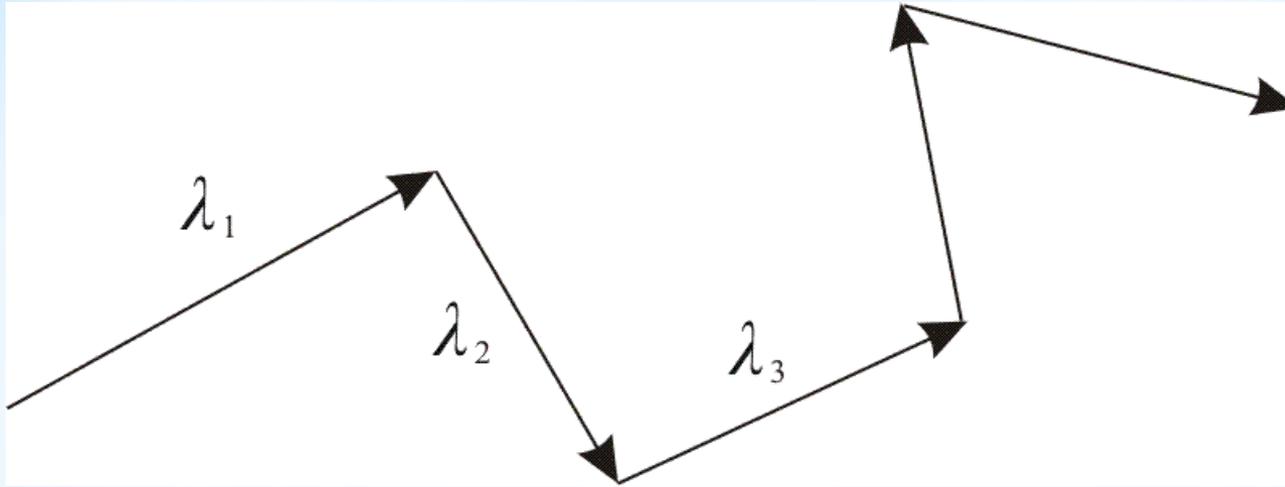
Немецкий физик, выдающийся экспериментатор, разработал метод молекулярных пучков, открыл спин (опыт Штерна-Герлаха), измерил атомные магнитные моменты, открыл магнитный момент протона, лауреат Нобелевской премии по физике за 1943 год.;



Средняя длина свободного пробега молекул



Считаем, что все молекулы, кроме одной, неподвижны. Взаимодействие молекул происходит в результате удара. Следовательно, центр «подвижной» молекулы будет двигаться по ломаной линии.



$\langle \lambda \rangle$ – *средняя длина свободного пробега* – расстояние, проходимое молекулой в среднем без столкновений.

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\sum \lambda_i}{z}, \quad \text{где } z \text{ – число столкновений.}$$

Молекула на своём пути будет сталкиваться со всеми молекулами, расстояние между центрами которых и центром движущейся молекулы $\leq d$

Модель газа – твёрдые шарики одного диаметра взаимодействующие только при столкновении.

Введем $S_{\text{эфф}}$ – *эффективное сечение молекулы*.

$S_{\text{эфф}} = \pi d^2$ – площадь, в которую не может проникнуть центр любой другой молекулы.

$S_{\text{эфф}}$ – *полное поперечное сечение рассеяния*, характеризующее столкновение между двумя молекулами.

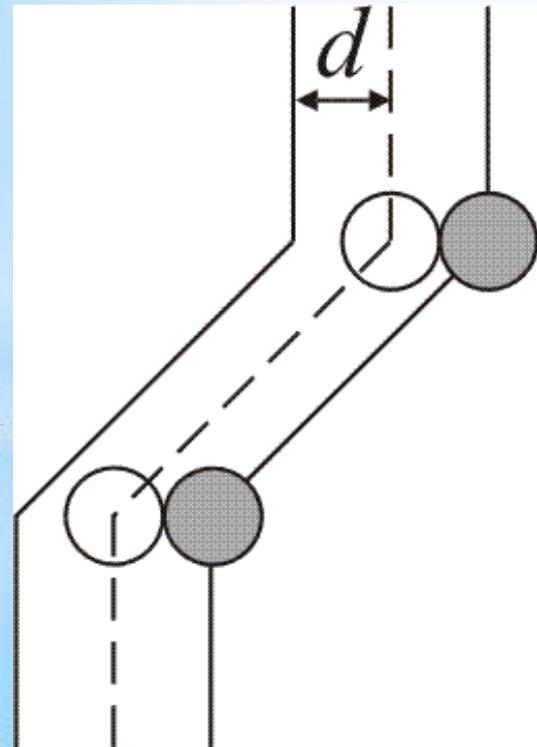
За $t = 1$ сек молекула проходит путь, равный средней арифметической скорости $\langle v \rangle$ и претерпевает Z столкновений:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{Z}.$$

Столкновения будут только с теми молекулами, центры которых лежат внутри цилиндра радиусом d .

$$Z = V \cdot n = \pi d^2 \langle v' \rangle n$$

– число столкновений в единицу времени.



Число соударений определяется средней скоростью движения молекул относительно друг друга.

По закону сложения случайных величин

$$\langle v' \rangle = \sqrt{\langle v^2 \rangle + \langle v^2 \rangle} = \sqrt{2\langle v^2 \rangle} = \langle v \rangle \sqrt{2}.$$

С учетом $\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{Z}$, получим: $\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2}$.

Из уравнения состояния идеального газа получим выражение для n :

$$n = \frac{p}{kT}.$$

С учетом введенного эффективного сечения

$$\langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2} S_{\text{эфф}} P} \Rightarrow \langle \lambda \rangle \sim \frac{1}{P}$$

Для газа, находящегося при комнатной температуре ($T=300$ К) и атмосферном давлении $P=1$ атм., можно оценить $\langle \lambda \rangle$. Возьмем типичное значение радиуса молекулы $r \sim 10^{-8}$ см, получим:

$$\langle \lambda \rangle \sim 2 \cdot 10^{-5} \text{ см (газ достаточно разрежен).}$$



Конец лекции