

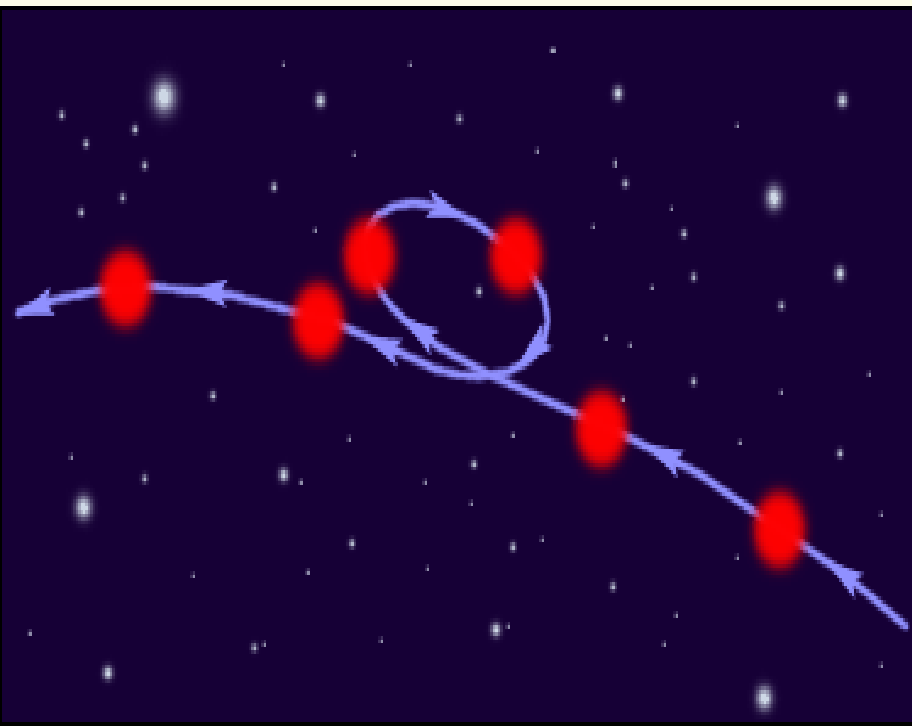
Сегодня понедельник, 23 марта 2020 г.

Лекция

**ПОЛЕ
ТЯГОТЕНИЯ**

Законы Кеплера

Изучение движения планет и строения Солнечной системы и привело к созданию теории гравитации – открытию закона всемирного тяготения.



Условное изображение наблюдаемого движения Марса на фоне неподвижных звезд.

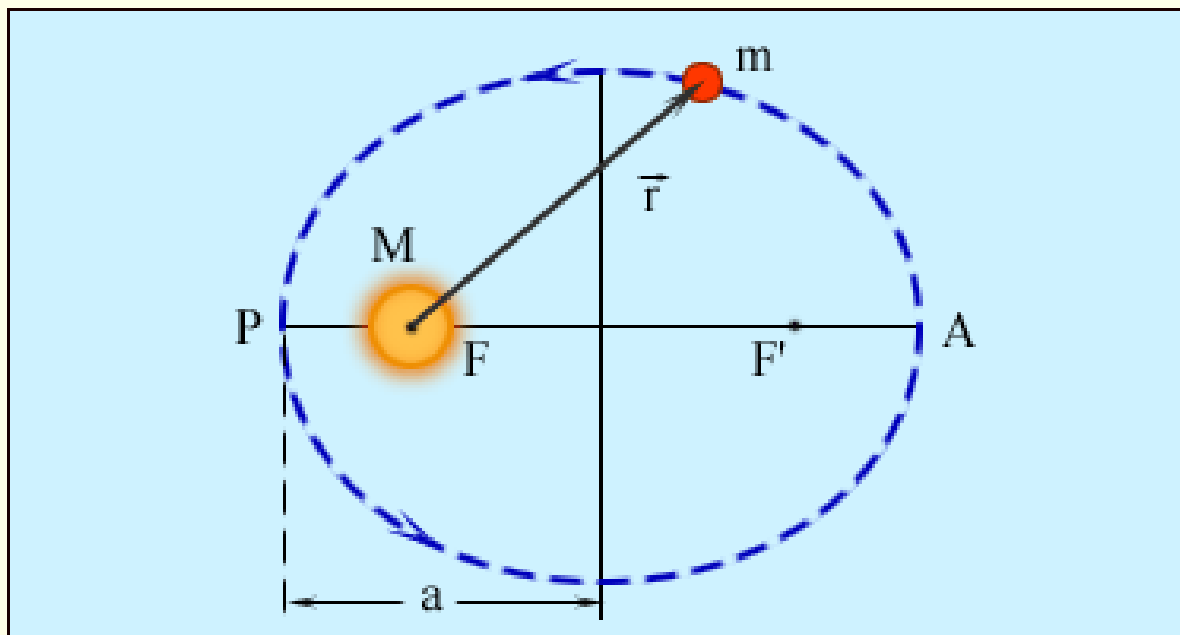
Первая попытка создания модели Вселенной – **Птолемей** (~ 140 г.). В центре мироздания Птолемей поместил Землю, вокруг которой по большим и малым кругам, как в хороводе, двигались планеты и звезды (геоцентрическая система).

Середина XVI века – гелиоцентрическая система (движения небесных тел объясняются движением Земли и других планет вокруг Солнца и суточным вращением Земли) **Коперника**.

Немецкий астроном **И. Кеплер** в начале XVII века на основе системы Коперника сформулировал три эмпирических закона движения планет Солнечной системы. Кеплер использовал результаты наблюдений за движением планет датского астронома Т. Браге.

Первый закон Кеплера (1609 г.):

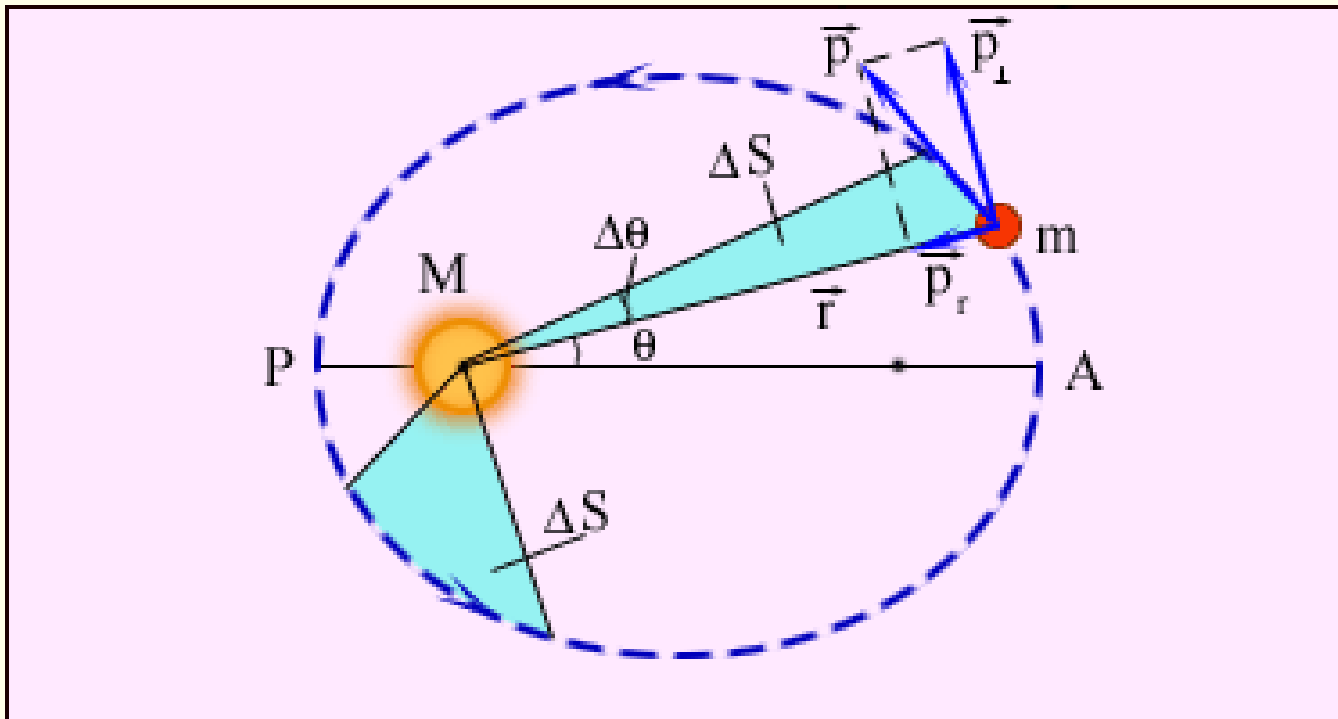
▶ Все планеты движутся по эллиптическим орбитам, в одном из фокусов которых находится Солнце.



*Эллиптическая орбита планеты массой $m \ll M$.
 a – длина большой полуоси, F и F' – фокусы орбиты.*

Второй закон Кеплера (1609 г.):

▶ Радиус-вектор планеты описывает в равные промежутки времени равные площади.



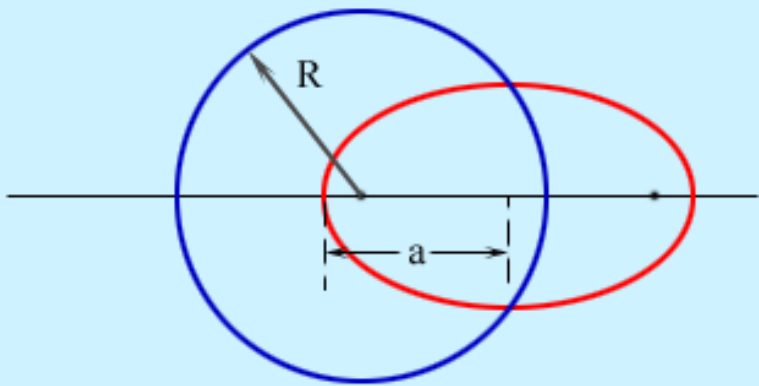
Закон площадей – второй закон Кеплера.

Третий закон Кеплера (1619 г.):

▶ Квадраты периодов обращения планет относятся как кубы больших полуосей их орбит:

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{const} \quad \text{или}$$

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}.$$



Круговая и эллиптическая орбиты.

При $R = a$ периоды обращения тел по этим орбитам одинаковы.

Закон всемирного тяготения

Законы Кеплера нуждались в теоретическом обосновании. Решающий шаг в этом направлении был сделан **Исааком Ньютоном**, открывшим в 1682 году закон всемирного тяготения:

$$F = G \frac{Mm}{R^2}$$

Здесь M и m – массы Солнца и планеты, R – расстояние между ними, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ – гравитационная постоянная.

Закон всемирного тяготения:

Сила, с которой два тела притягиваются друг другу, пропорциональна произведению масс этих тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

$$F = G \frac{Mm}{R^2}$$

Считается, что размеры тел много меньше расстояния между ними.

Закон всемирного тяготения:

*Физический смысл гравитационной постоянной в том, что она равна силе в $6,67 \cdot 10^{-11}$ Н, с которой два тела массой 1 кг каждое, центры которых отдалены на расстояние 1 м, **взаимно притягиваются друг к другу.***

$$F = G \frac{Mm}{R^2}$$

Законы Кеплера являются следствием законов Ньютона.

Например, третий закон Кеплера. Для частного случая движения планет по круговой орбите.

Для планеты 1: масса Солнца

$$M = \frac{4\pi^2 R_1^3}{\gamma T_1^2}.$$

Для планеты 2: масса Солнца

$$M = \frac{4\pi^2 R_2^3}{\gamma T_2^2}.$$

$$\frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2} \Rightarrow \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3} = \frac{a_1^3}{a_2^3}.$$

Тяготение – гравитационное взаимодействие.

Взаимодействие возникающее между любыми двумя материальными точками – гравитационное взаимодействие. *Причем сила тяготения не зависит от того, в какой среде эти тела находятся.* Тяготение существует и в вакууме.

Гравитационное взаимодействие *универсальное*.

Фундаментальные взаимодействия: электронное, гравитационное, сильное, слабое.

Гравитационная масса – мера способности тел притягивать и притягиваться к другим телам.

Гравитационное взаимодействие осуществляется с помощью поля тяготения (гравитационного поля).

Гравитационное поле

Гравитационное поле - поле, которое создает вокруг себя тело, обладающее массой. посредством гравитационных полей взаимодействуют физические объекты. Гравитационное поле – потенциально.

Его напряженность
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{m}$$

можно выразить как градиент некоторой скалярной

функции φ
$$\vec{E} = -grad \varphi ,$$

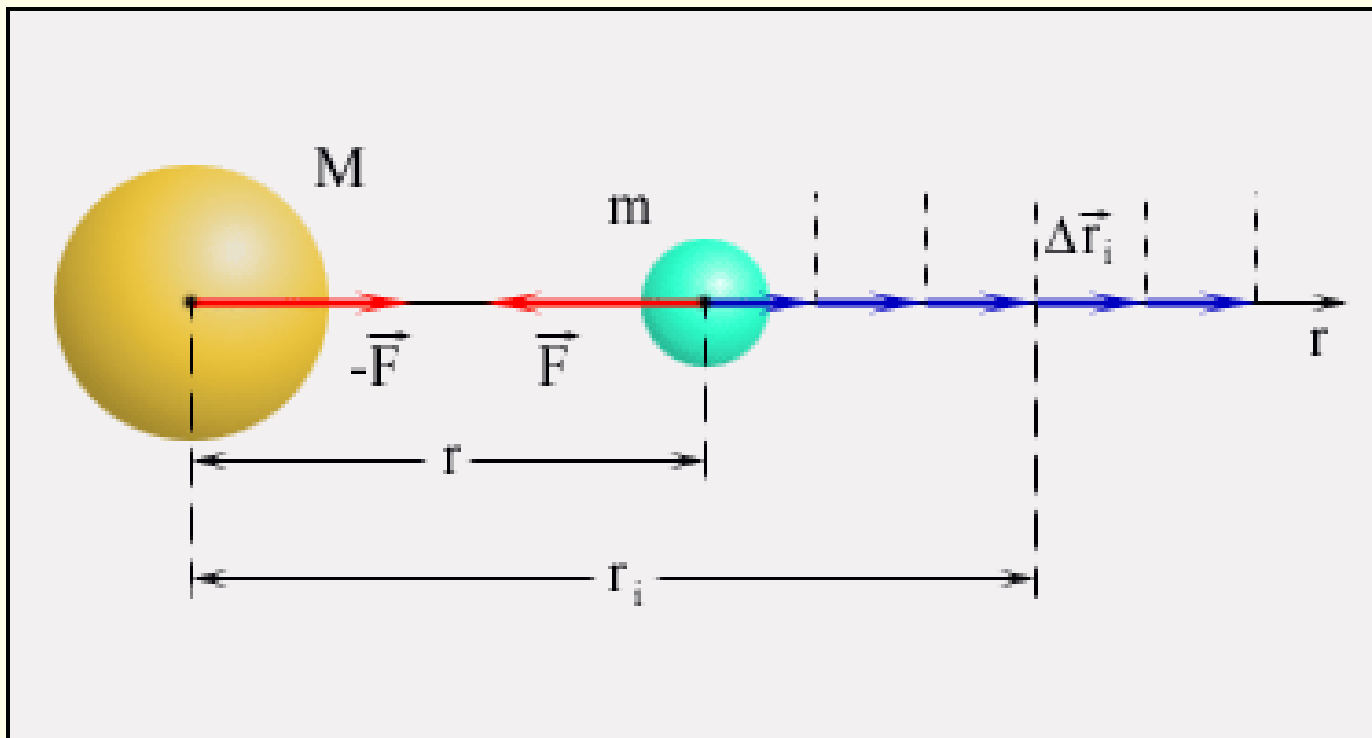
где φ – гравитационный потенциал.

Свойство консервативности гравитационных сил позволяет ввести понятие потенциальной энергии. Для сил всемирного тяготения удобно потенциальную энергию отсчитывать от бесконечно удаленной точки.

Потенциальная энергия тела массы m , находящегося на расстоянии r от неподвижного тела массы M , равна работе гравитационных сил при перемещении массы m из данной точки в бесконечность.

Математическая процедура вычисления потенциальной энергии тела в гравитационном поле состоит в суммировании работ на малых перемещениях.

Работа сил гравитационного поля



Вычисление потенциальной энергии тела в гравитационном поле.

Закон всемирного тяготения применим не только к точечным массам, но и к сферически симметричным телам.

Работа dA_i гравитационной силы \mathbf{F} на малом перемещении $d\mathbf{r}_i$ есть:

$$dA_i = -G \frac{Mm}{r_i^2} dr_i.$$

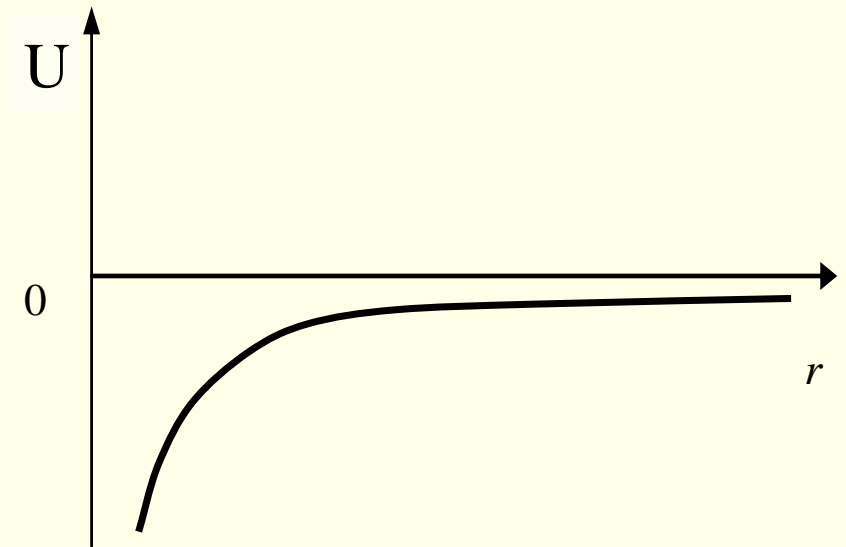
Полная работа при перемещении тела массой m из начального положения в бесконечность находится

$$A_{r\infty} = -\int_r^\infty G \frac{M \cdot m}{r^2} dr = G \frac{M \cdot m}{r} \Big|_r^\infty = GMm \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r} \right).$$

В результате вычислений для потенциальной энергии получается выражение

$$U = A_{r\infty} = -G \frac{Mm}{r}.$$

Знак «минус» указывает на то, что гравитационные силы являются силами притяжения.



Движение в гравитационном поле

Если тело находится в гравитационном поле на некотором расстоянии r от центра тяготения и имеет некоторую скорость v , его полная механическая энергия равна

$$E = K + U = \frac{mv^2}{2} - G \frac{Mm}{r} = \text{const}$$

Знак полной энергии определяет характер движения небесного тела.

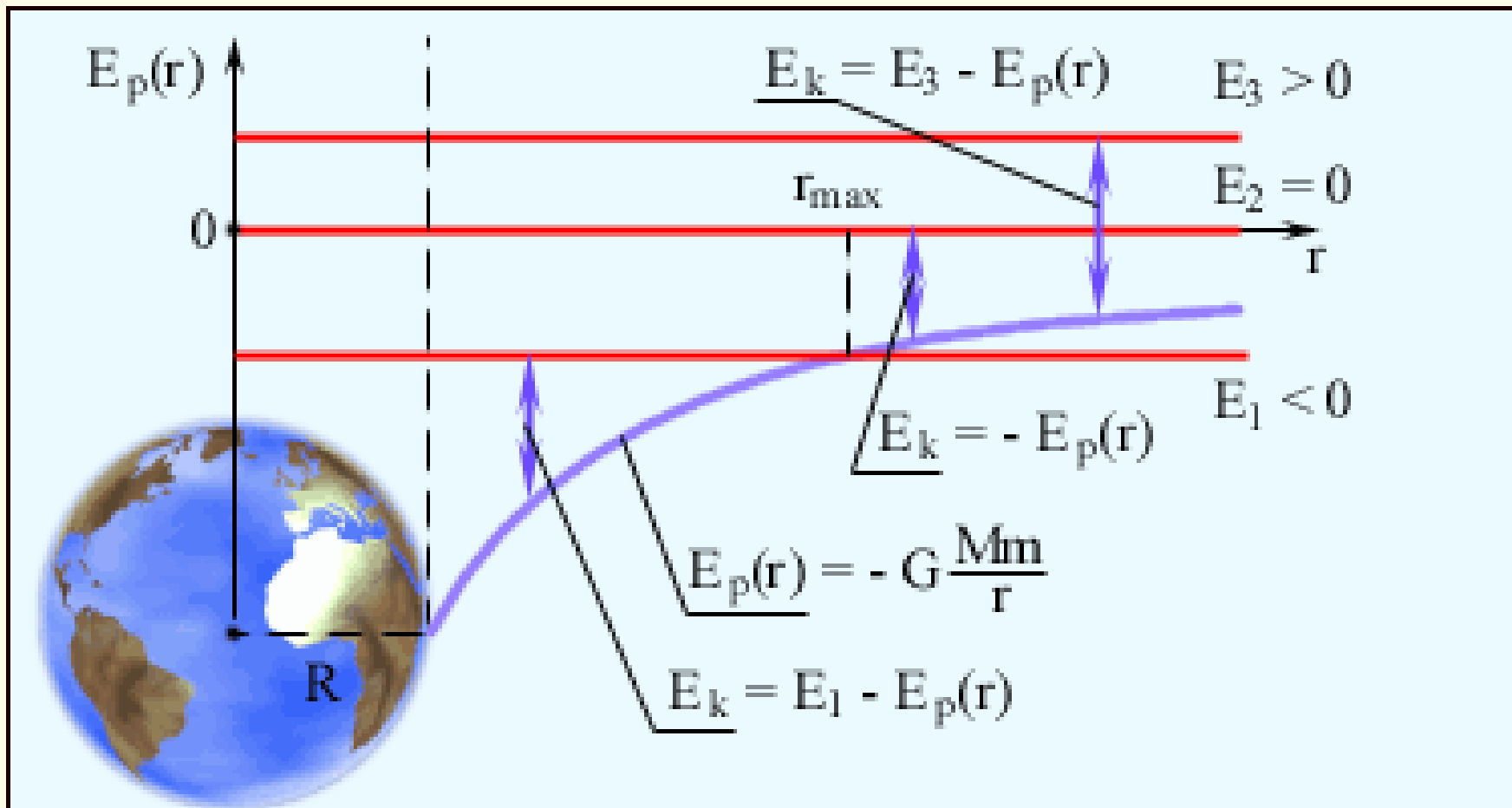


Диаграмма энергий тела массой t в гравитационном поле, создаваемом сферически симметричным телом массой M и радиусом R .

▶ При $E = E_1 < 0$, тело не может удалиться от центра притяжения на расстояние $r > r_{\max}$. В этом случае небесное тело движется по эллиптической орбите (планеты Солнечной системы, кометы).

▶ При $E = E_2 = 0$ тело может удалиться на бесконечность. Скорость тела на бесконечности будет равна нулю. Тело движется по параболической траектории.

▶ При $E = E_3 > 0$ движение происходит по гиперболической траектории. Тело удаляется на бесконечность, имея запас кинетической энергии.

Космические скорости

Законы Кеплера применимы не только к движению планет и других небесных тел в Солнечной системе, но и к движению искусственных спутников Земли и космических кораблей. В этом случае центром тяготения является Земля.

Первой космической скоростью называется скорость движения спутника по круговой орбите вблизи поверхности Земли.

$$\frac{mv_1^2}{R_3} = G \frac{Mm}{R_3^2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{GM/R_3} = \sqrt{gR_3} = 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

Второй космической скоростью называется

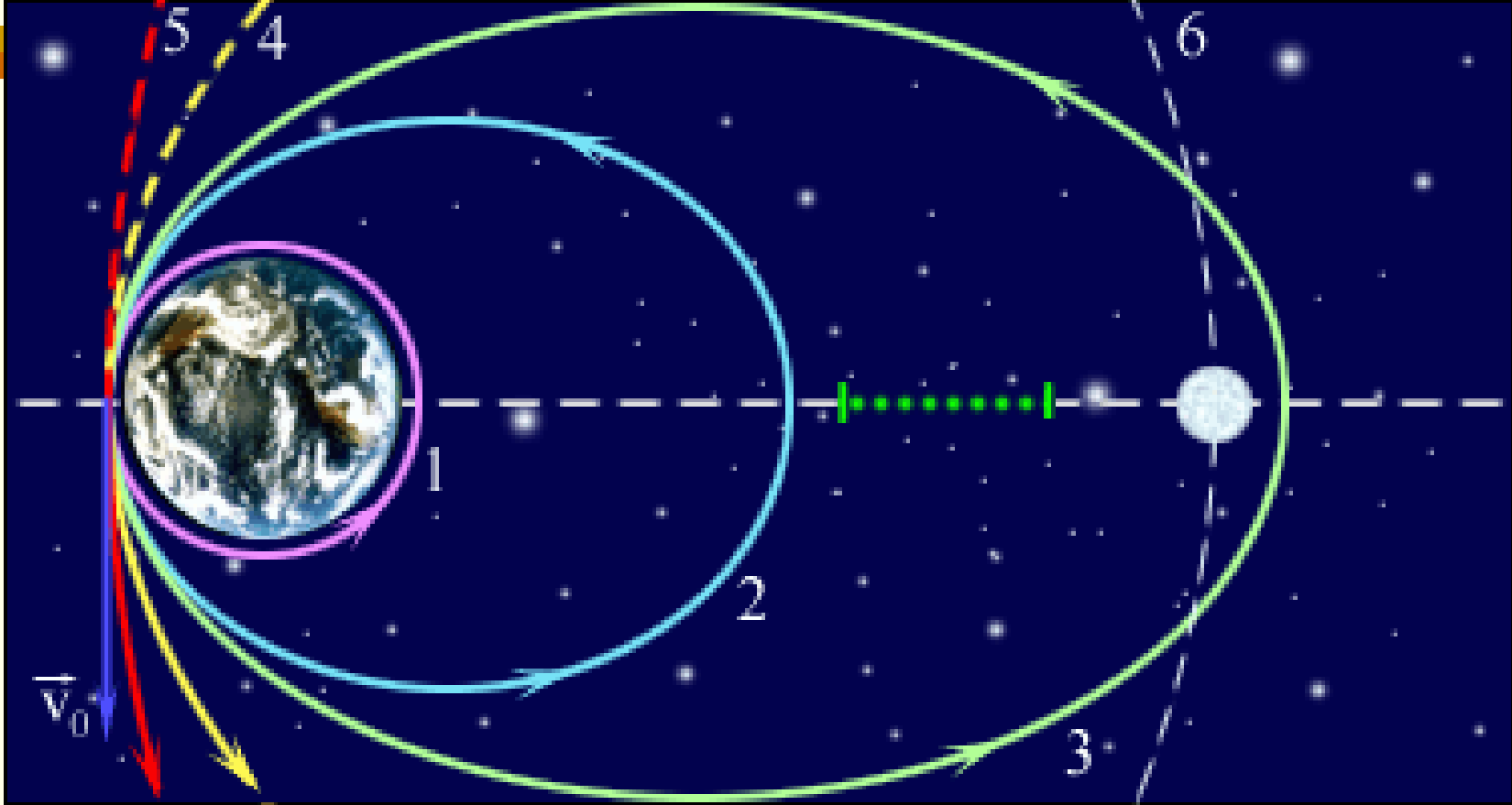
минимальная скорость, которую нужно сообщить космическому кораблю у поверхности Земли, чтобы он, преодолев земное притяжение, превратился в искусственный спутник Солнца (искусственная планета). При этом корабль будет удаляться от Земли по параболической траектории.

$$E = K + U = \frac{mv^2}{2} - G \frac{Mm}{r} = 0$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{2GM/R_3} = \sqrt{2gR_3} = 11,2 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

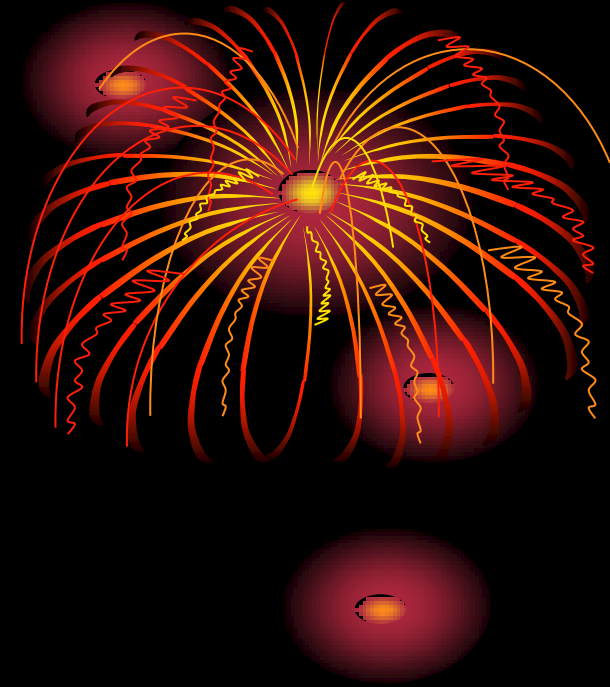
Третья космическая скорость — скорость движения, при которой тело может покинуть пределы Солнечной системы, преодолев притяжение Солнца

$$v_3 = 16,7 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$



Космические скорости.

*Указаны скорости вблизи поверхности Земли. **1** – $\underline{v} = \underline{v}_1$ – круговая траектория; **2** – $\underline{v}_1 < \underline{v} < \underline{v}_2$ – эллиптическая траектория; **3** – $\underline{v} = 11,1 \cdot 10^3$ м/с – сильно вытянутый эллипс; **4** – $\underline{v} = \underline{v}_2$ – параболическая траектория; **5** – $\underline{v} > \underline{v}_2$ – гиперболическая траектория; **6** – траектория Луны.*



Конец лекции