Сегодня: воскресенье, 1 октября 2023 г.

Лекция 7: Постоянный электрический ток

1. **Плотность и сила тока. Источники тока. Электродвижущая сила**

2. **Электрический ток в металлах. Закон Ома. Сторонние силы.**

3. **Закон Джоуля –Ленца.**

Электрический ток

Упорядоченное перемещение заряженных частиц, или дрейф

проводники

Электронные (1 рода)

Движение свободных электронов - металлы

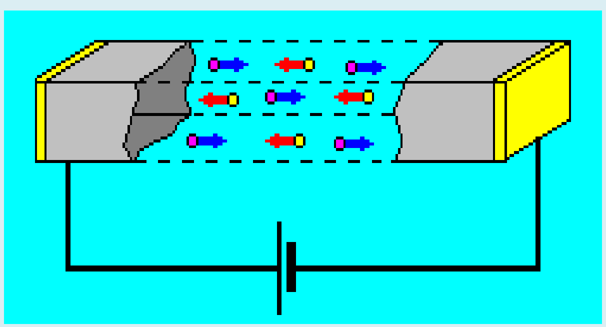
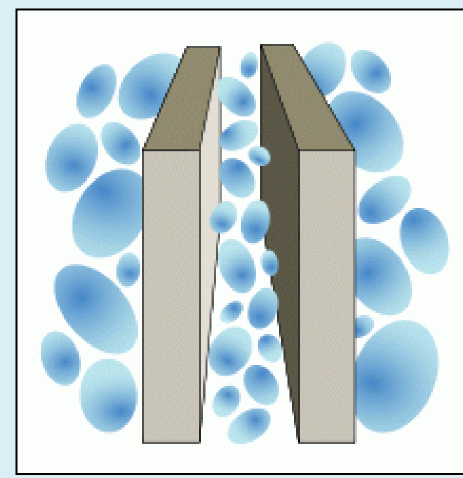
Ионные (2 рода)

Движение ионов

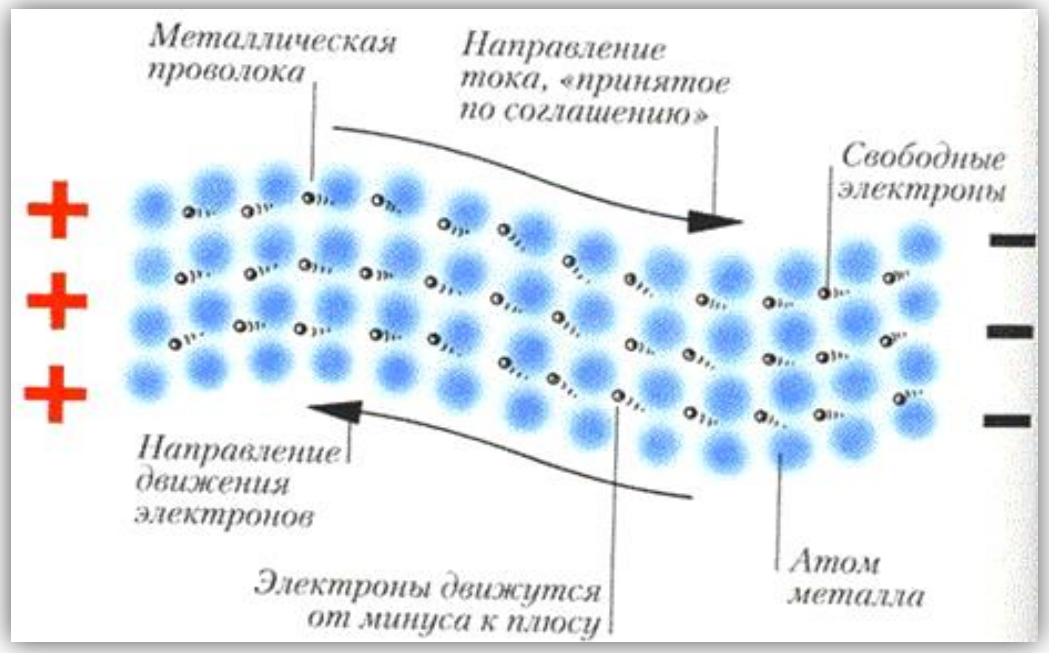
(растворы солей, кислот, оснований)

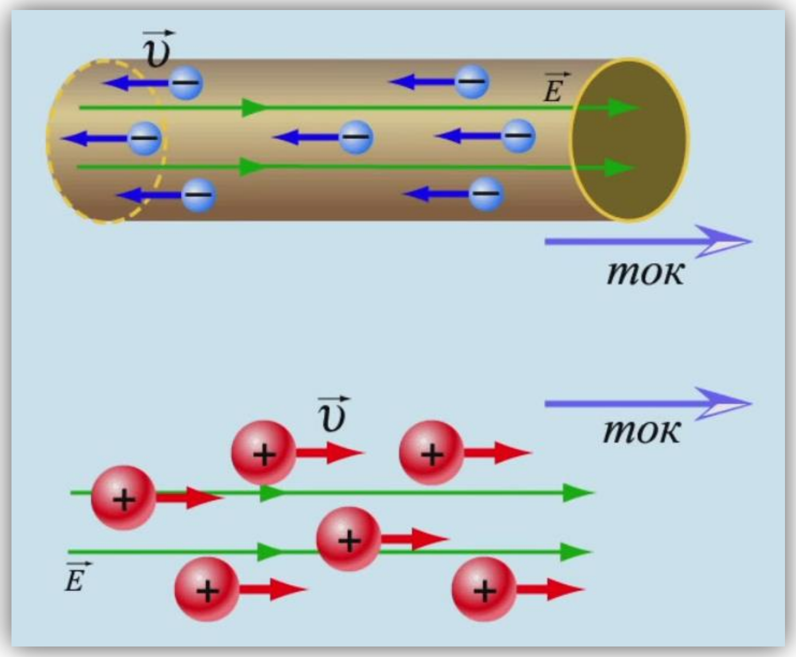
Ток проводимости	Ток переноса (конвекционный ток)	Ток смещения
направленное движение свободных зарядов под действием ЭП	направленное движение макрочастиц или макроэлементов	Нет связи с движением свободных зарядов

Примеры:

электрический ток в металлах 	заряженные капли дождя, струи ионизованного газа, потоки ионов электронный луч в кинескопе телевизора  	

Направление тока в проводнике совпадает с направлением положительных зарядов





Характеристики тока

1. **Сила тока – скалярная величина (А) - заряд, переносимый носителями через поперечное сечение проводника в единицу времени**

$$I = \frac{dq}{dt}$$

2. Плотность тока - (А/м², А/мм²) - векторная величина, направленная по движению положительных зарядов

$$j = \frac{1}{S}\frac{dq}{dt}$$

$$I = \int_S \left(\vec{j}, d\vec{S}\right) = \int_S \vec{j}_n dS$$

$$\vec{j} = q_0 n \vec{\upsilon}$$

n **– концентрация свободных зарядов,**

$\upsilon = kE$ **– средняя скорость направленного движения = скорость дрейфа,**

k **– подвижность переносчика тока:**

Условия возникновения тока проводимости

- ✓ **наличие свободных зарядов ($n \neq 0$);**
- ✓ **присутствие электрического поля ($E \neq 0$)**

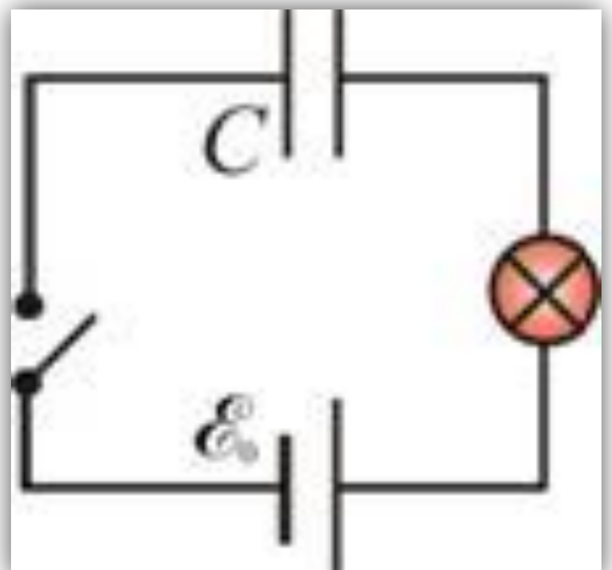
$$\boxed{\bar{u}_e = \sqrt{\frac{3kT}{m}}}$$

$$\bar{u}_e = \sqrt{\frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \approx 10^5 \text{ м/с}$$

$j = 10^7$ А/м^2,
$n = 10^{29}$ м$^{-3}$

$$\bar{\upsilon} = \frac{j}{ne} = \frac{10^7}{10^{29} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} \approx 10^{-3} \text{ м/с}$$

Ток смещения



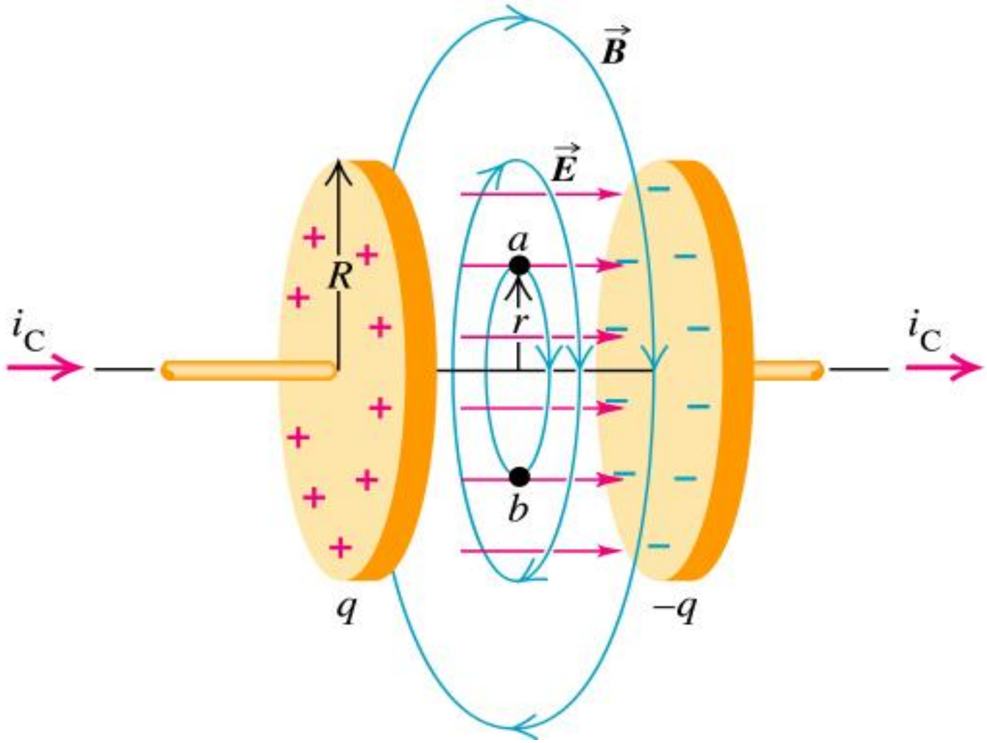
- В соединительных проводах и источнике переменный ток представлен током проводимости.
- В конденсаторе электроны не могут проникать через диэлектрик с одной обкладки на другую

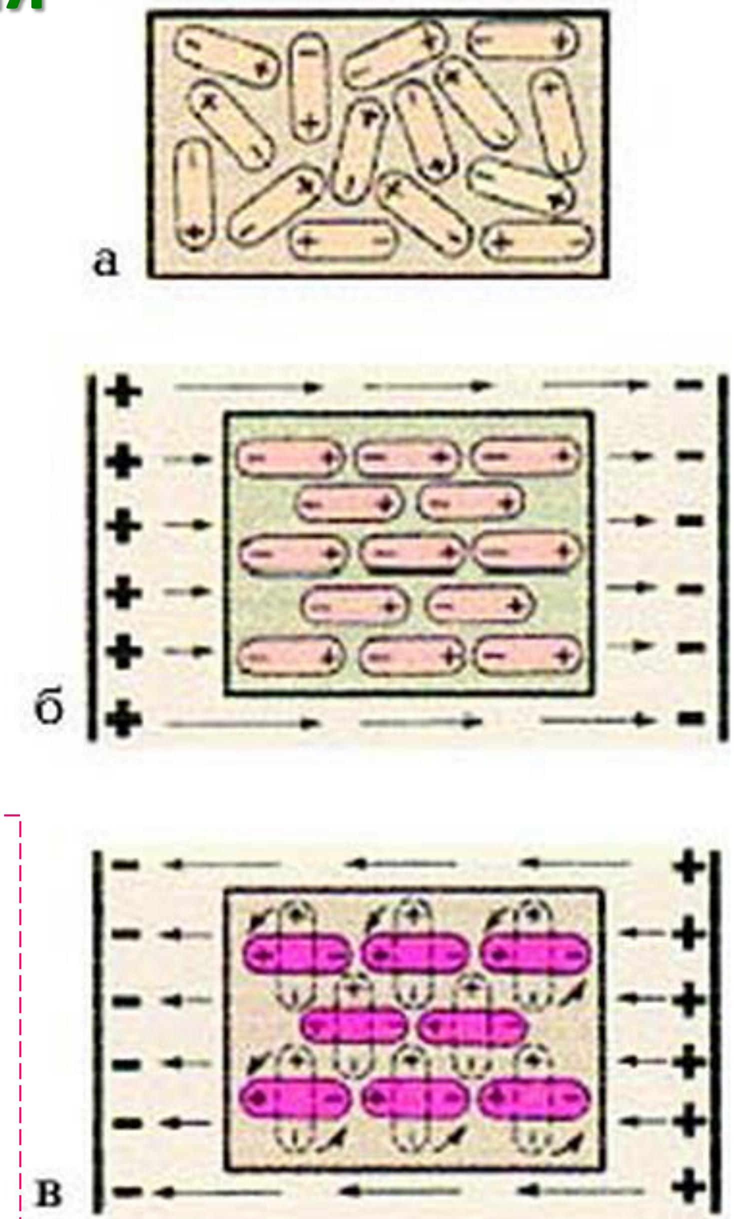
Ток смещения = два явления:

1. переменное электрическое поле, создаваемое переменными зарядами, между обкладками

2. переменная поляризация диэлектрика в конденсаторе.

Ток смещения





Переменные электрические поля и переменная поляризация среды создают магнитные поля так, как их создают обычные токи проводимости.

Переменные электрические поля и создаваемая ими переменная поляризация = ток смещения.

$$\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

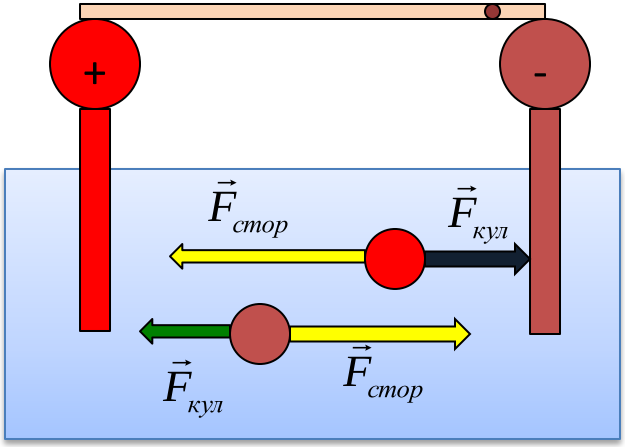
$$\vec{j}_{см} = \underbrace{\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{\text{Вызвано изменением ЭП}} + \underbrace{\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}}_{\text{Вызвано переменной поляризацией}}$$

Введение тока смещения обеспечивает замкнутость токов: в источнике тока и в соединительных проводах электрический ток представлен током проводимости, в конденсаторе – током смещения.

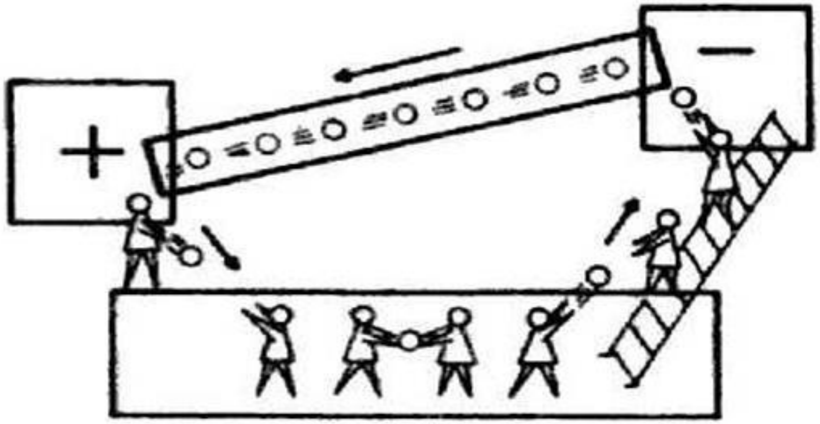
Условие существования тока смещения – присутствие переменного электрического поля.

Сторонние электродвижущие силы

1. Для существования постоянного тока необходим источник - устройство, способное создавать и поддерживать разность потенциалов за счет работы сил неэлектростатического происхождения



2. Силы неэлектростатического происхождения, действующие на свободные носители заряда со стороны источников тока = сторонние силы



Электродвижущая сила источника (ЭДС) - физическая величина, равная отношению работы сторонних сил при перемещении заряда от отрицательного полюса источника тока к положительному к величине этого заряда:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{A_{st}}{q}}$$

измеряется в вольтах (В).

- Участки, на которых не действуют сторонние силы (без источников тока = однородные.
- Участки, включающие источники тока = неоднородные

При перемещении пробного заряда по участку цепи работу совершают как электростатические, так и сторонние силы.

1. Работа электростатических сил

$$A_{кул} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

2. Работа сторонних сил

$$A_{стор} = q\varepsilon$$

Полная работа:

$$\boxed{A_{стор} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q\varepsilon_{12}}$$

$$\boxed{U = \frac{A_{кул} + A_{стор}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}}$$

Суммарная работа электростатических и сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда = электрическое напряжение

$$\boxed{U = IR}$$

закон Ома для однородного участка цепи

Для участка цепи, содержащего ЭДС:

$$Ir = U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon = \Delta\varphi_{12} + \varepsilon$$

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 = U$$

$$\boxed{I = \frac{\varepsilon}{R + r}}$$

Закон Ома для полной цепи:

сила тока в полной цепи пропорциональна электродвижущей силе источника, обратно пропорциональна сумме сопротивлений однородного и неоднородного участков цепи.

Закон Ома в дифференциальной форме

в интегральной форме: $\boxed{I = \dfrac{U}{R}}$ $\boxed{R = \rho \cdot \dfrac{l}{S} = \dfrac{1}{\gamma} \cdot \dfrac{l}{S}}$

$\boxed{\rho = \dfrac{1}{\gamma}}$ **- удельное сопротивление**

$$I = \frac{U}{R} = \begin{Bmatrix} I = j\Delta S \\ U = E\Delta l \end{Bmatrix}$$

γ **- удельная проводимость**

$$j\Delta S = \frac{E\Delta l}{\dfrac{1}{\gamma}\dfrac{\Delta l}{\Delta S}} = \gamma E\Delta S$$

Для малых элементов проводника плотность тока одинакова: $j = \dfrac{I}{\Delta S}$

$\boxed{j = \gamma E}$ **закон Ома в локальной форме**

Закон Джоуля-Ленца

$$\boxed{Q = A_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2)It = U_{12}It = I^2 R_{12} t = \frac{U_{12}}{R_{12}} t}$$

$$\boxed{P = \frac{A_{12}}{t} = (\varphi_1 - \varphi_2)I = U_{12}I = I^2 R_{12} = \frac{U_{12}^2}{R_{12}}}$$

$$P = I^2 R = \left\{ \begin{array}{c} I = j\Delta S \\ R = \dfrac{1}{\gamma} \cdot \dfrac{\Delta l}{\Delta S} \end{array} \right\} = (j\Delta S)^2 \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\Delta l}{\Delta S}$$

$$= \{\Delta l \cdot \Delta S = \Delta V\}$$

Джоуля-Ленца в локальной форме:

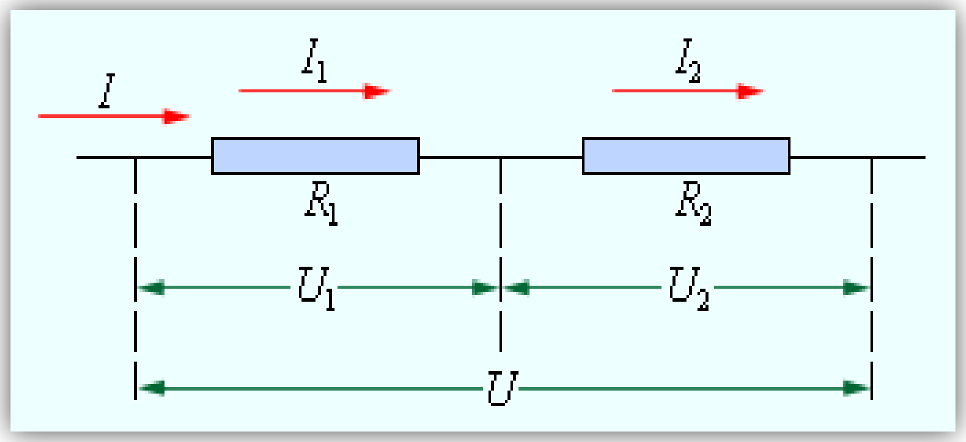
$$\boxed{p_0 = \frac{P}{\Delta V} = \frac{1}{\gamma} \cdot j^2}$$

$$\boxed{q = j\left(E + E_{стор}\right) = \frac{1}{\gamma} \cdot j^2 = \rho j^2}$$

Последовательное и параллельное соединение проводников

Последовательное соединение

$$I_1 = I_2 = I$$



По закону Ома на проводниках :

$$U_1 = IR_1, \qquad U_2 = IR_2$$

Общее напряжение:

$$U = U_1 + U_2 = I\left(R_1 + R_2\right) = IR$$

электрическое сопротивление всей цепи

$$\boxed{R = R_1 + R_2}$$

$$\boxed{R = \sum_i R_i}$$

При последовательном соединении полное сопротивление цепи равно сумме сопротивлений отдельных проводников.

Параллельное соединение

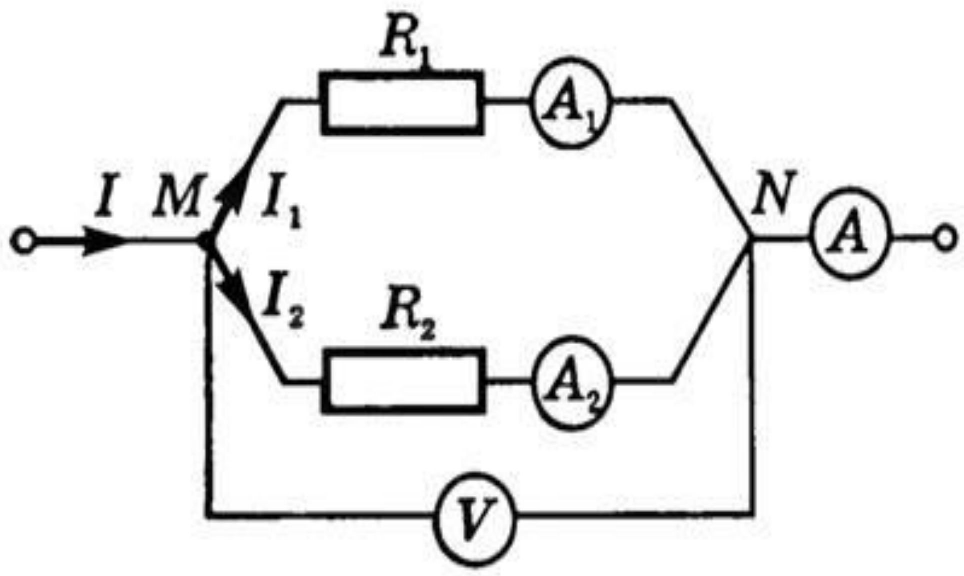
$$U_1 = U_2 = U$$

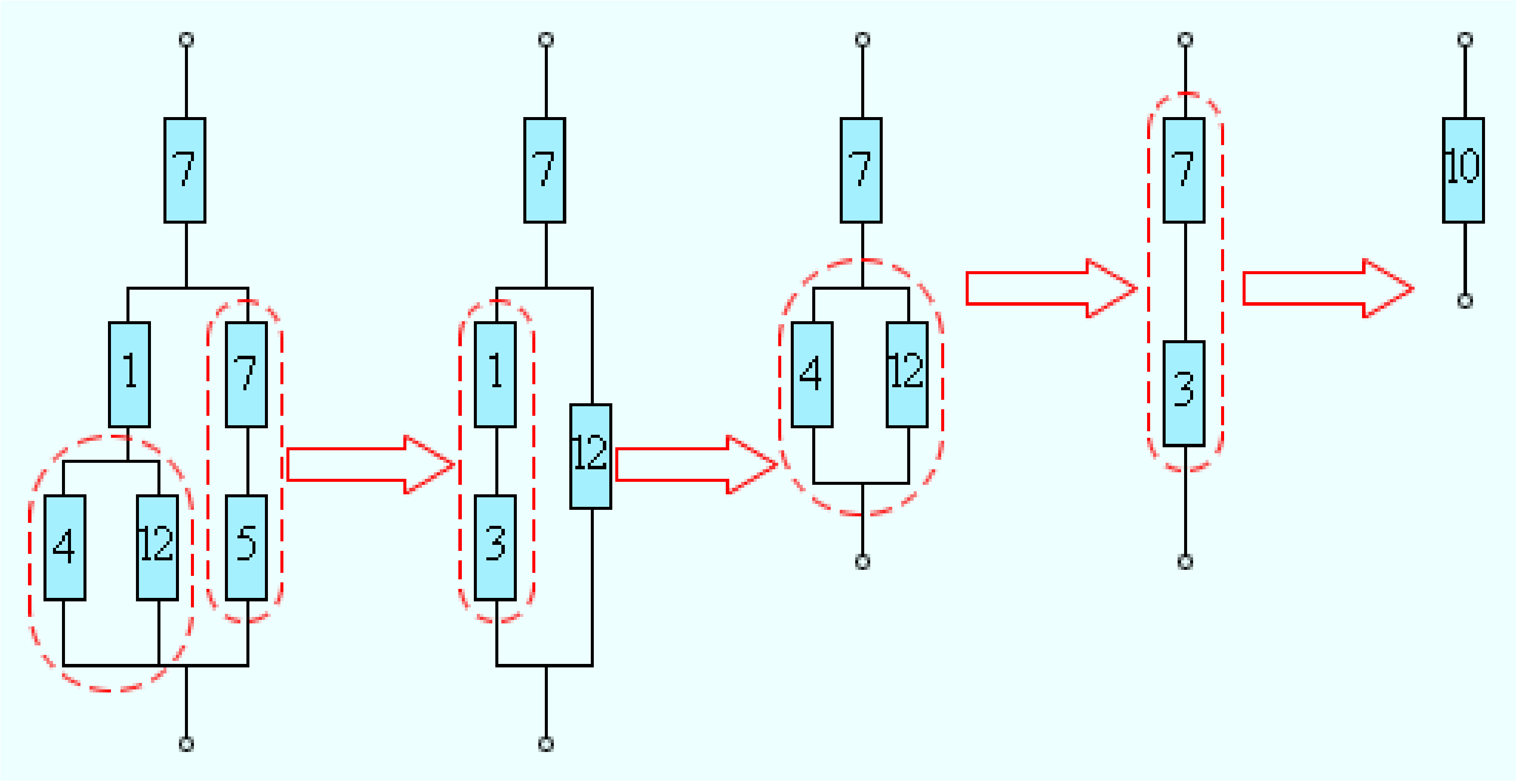
$$I_1 = \frac{U}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2}, \quad I = \frac{U}{R}$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

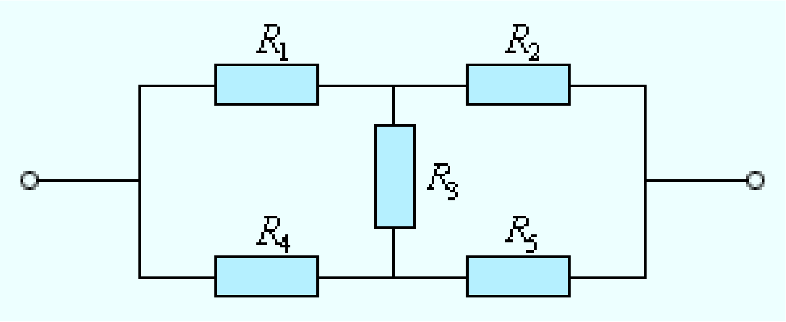
$$\boxed{\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}}$$





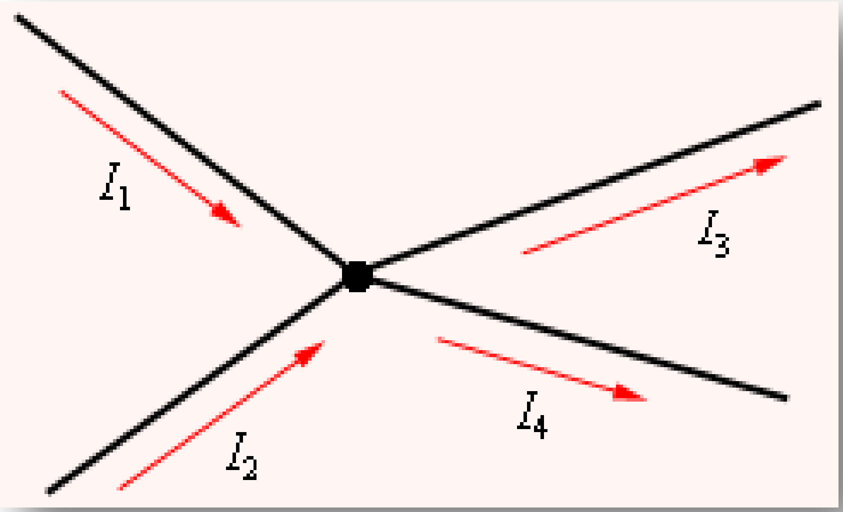
Расчет сопротивления сложной цепи.
Сопротивления всех проводников указаны в Ом.

Пример электрической цепи, которая не сводится к комбинации последовательно и параллельно соединенных проводников.



Правила Кирхгофа

Первое правило : алгебраическая сумма сил токов для каждого узла в разветвленной цепи равна нулю.



$$\boxed{I_1 + I_2 + \ldots + I_k = \sum_i I_i = 0}$$

Первое правило является следствием закона сохранения электрического заряда.

Второе правило :
алгебраическая сумма произведений токов на сопротивления вдоль любого замкнутого контура, выделенного из сложной алгебраической цепи, равна сумме ЭДС, включенных в этот контур.

$$\boxed{\sum_{k=1}^{N} \varepsilon_k = \sum_{k=1}^{N} I_k R_k}$$

Число независимых уравнений равно числу различных токов в рассматриваемой электрической цепи.

Правило знаков

для токов :

- **если направление тока совпадает с направлением обхода, то *I* со знаком «+»,**
- **если направление тока не совпадает с направлением обхода контура, то *I* со знаком «–».**

Правило знаков

для ЭДС :

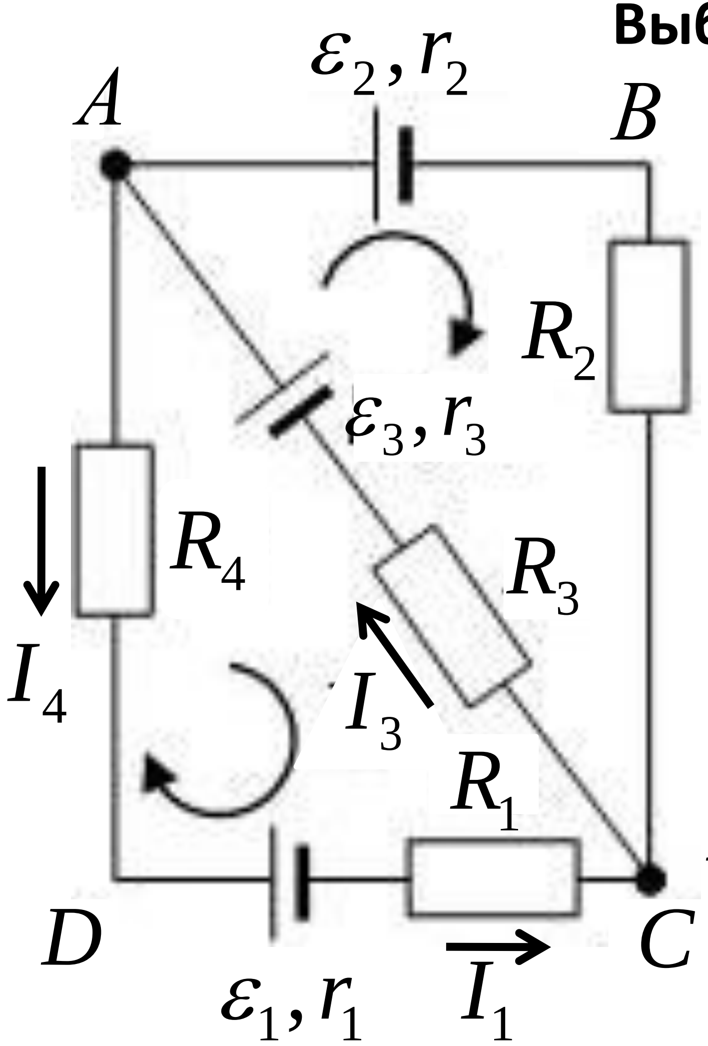
- **если направление тока источника совпадает с направлением обхода контура, то ЭДС источника берем со знаком «+»,**

- **если направление тока источника не совпадает с направлением обхода контура, то ЭДС источника берем со знаком «–».**

Мнемоническое правило знаков для ЭДС :

знак ЭДС соответствует знаку последней клеммы источника при переходе через источник по обходу контура.

Определить токи I_1, I_2, I_3, I_4



Выберем обходы контура по часовой стрелке

Для контура *ABC*

со знаком «+» I_2, I_3, ε_3

со знаком «-» ε_2

Для контура *ACD*

со знаком «+» ε_1

со знаком «-» I_1, I_4, I_3, ε_3

$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$I_2 \cdot (R_2 + r_2) + I_3 \cdot (R_3 + r_3) = -\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3$$

учтем, что $I_1 = I_4$

$$-I_1 \cdot (R_1 + r_1) - I_3 \cdot (R_3 + r_3) - I_4 \cdot R_4 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3$$

$$-I_1 \cdot (R_1 + r_1 + R_4) - I_3 \cdot (R_3 + r_3) = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3$$

Электроемкость

Электроемкость проводника – мера его способности накапливать электрический заряд. Чем больше электроемкость, тем больший заряд удерживает проводник при заданном φ.

Электроемкость измеряется зарядом, который повышает потенциал проводника на единицу:

$$\boxed{C = \frac{q}{\varphi}} \qquad \boxed{C = \frac{dq}{d\varphi}}$$

1Ф – емкость такого проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении проводнику заряда в 1 Кл.

[C] = 1 Кл/В = 1Ф

Часто используют доли фарада: микрофарад (10^{-6} Ф)

и пикофарад (10^{-12} Ф)

В случае двух проводников

$$Q_1 = C_{11}\varphi_1 + C_{12}\varphi_2$$

$$Q_2 = C_{12}\varphi_1 + C_{22}\varphi_2$$

В общем случае

$$\boxed{Q_n = \sum_m C_{nm}\varphi_m}$$

C_{nm}- емкостные коэффициенты

Если заряды проводников равны по величине и противоположны по знаку

$$Q_1 = -Q_2 = Q$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 \equiv Q\frac{C_{11} + C_{22} + 2C_{12}}{C_{11}C_{22} - C_{12}^2}$$

По определению

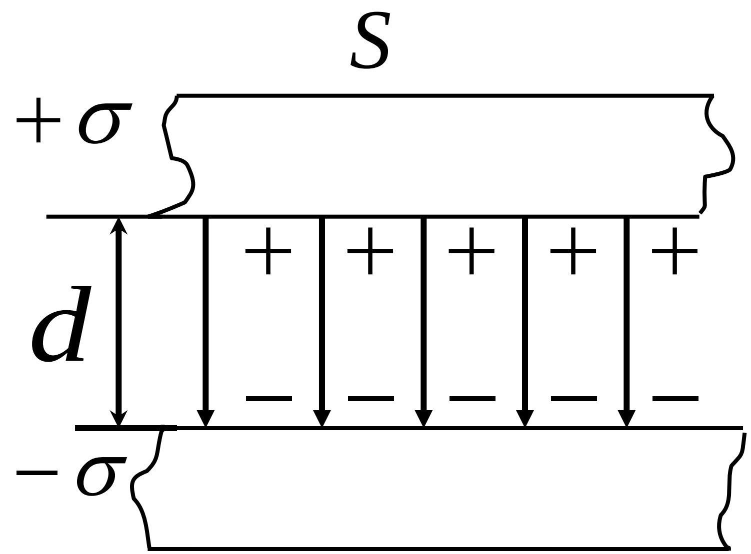
$$\boxed{C = \frac{Q}{\Delta\varphi} = \frac{C_{11}C_{22} - C_{12}^2}{C_{11} + C_{22} + 2C_{12}}}$$

Взаимная емкость двух проводников

Плоский конденсатор

Идеальный конденсатор – две металлические параллельные пластины, линейные размеры которых много больше расстояния d между ними.

Если пластины велики -«бесконечные», то можно пренебречь «краевыми» эффектами, распределениями зарядов и конфигурациями полей вблизи их краев. Тогда заряды распределяются по внутренним поверхностям практически равномерно



$$\pm\sigma = \pm q/S$$

Поле двух параллельных плоскостей, заряженных разноименно с одинаковыми плотностями равно

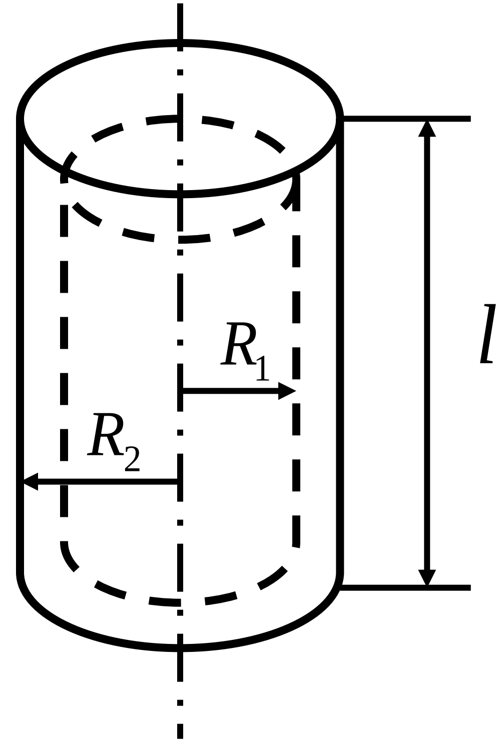
$$E = \sigma/\varepsilon_0$$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = U = E\cdot d =$$

$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d = \frac{q}{\varepsilon_0}\frac{d}{S}$$

$$\boxed{C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}}$$

Цилиндрический конденсатор – два коаксиальных проводящих цилиндра ($R_1 < R_2$) и длиной l, где $l << R$. Линейная плотность заряда на цилиндрах $\tau = q/l$.



Поле цилиндра

$$E(r) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 lr}$$

$$\Delta\varphi = \int_{R_1}^{R_2} E(r)dr = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r}$$

$$\Delta\varphi = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$\boxed{C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(R_2/R_1)}}$$

Если зазор между обкладками маленький

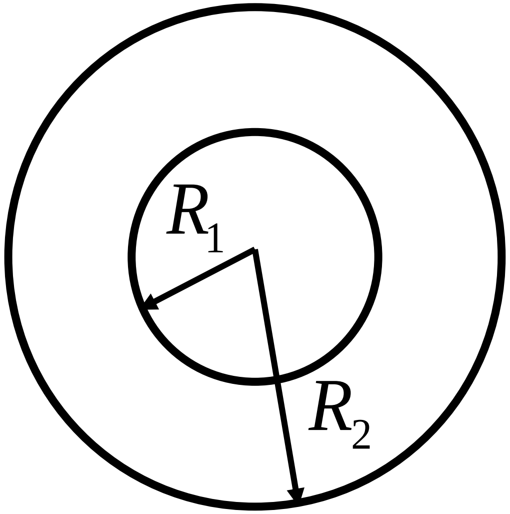
$$d = R_2 - R_1 << R_1$$

$$\boxed{C = (2\pi R_1 l)\frac{\varepsilon_0}{d}}$$

Сферический конденсатор

две концентрические сферы R_1 и R_2 ($R_1 < R_2$).

Поле сферы



$$E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

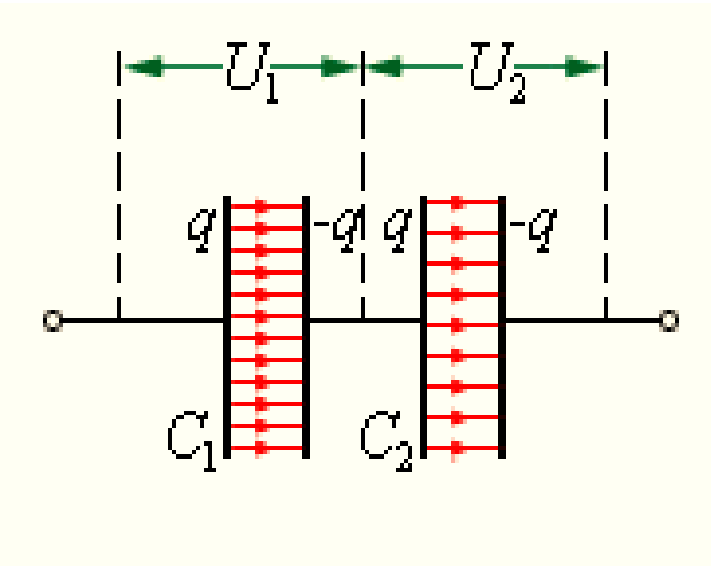
$$\Delta\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}}$$

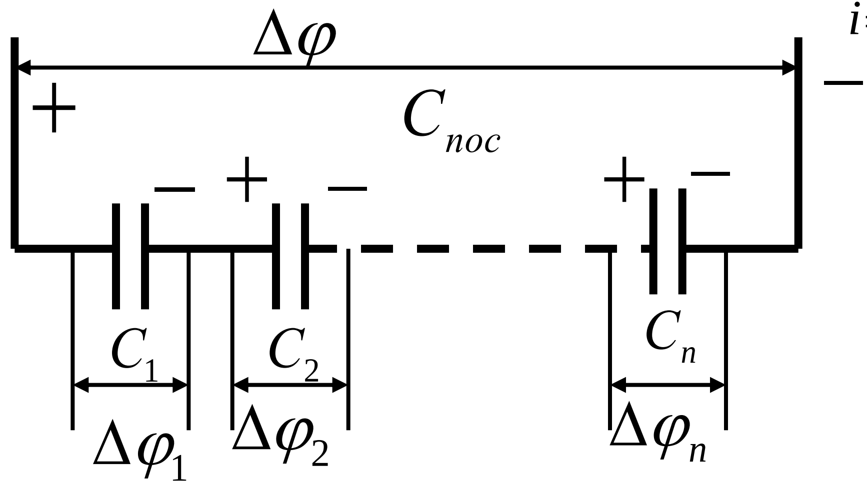
Напряжение, при котором происходит электрический разряд через диэлектрик в конденсаторе, называется напряжением пробоя. Оно зависит от формы, размеров обкладки и свойств диэлектрического материала.

Соединение конденсаторов

Последовательное соединение



$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 + \ldots + \Delta\varphi_n = \sum_{i=1}^{n} \Delta\varphi_i$$

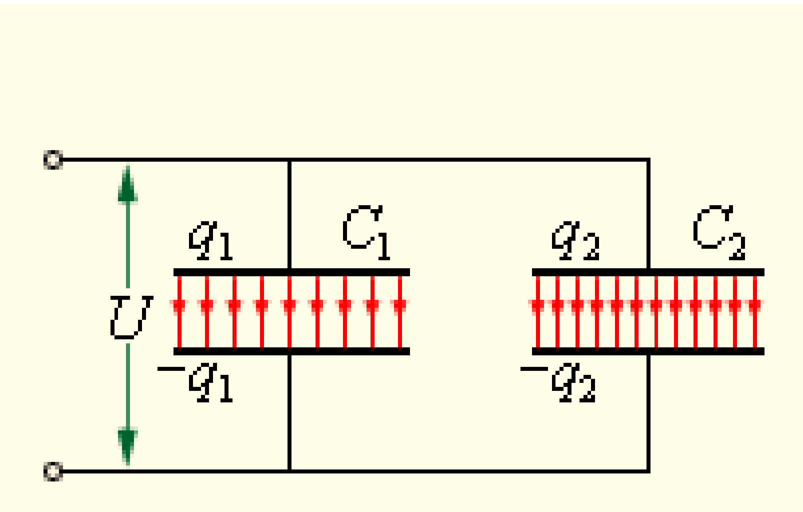


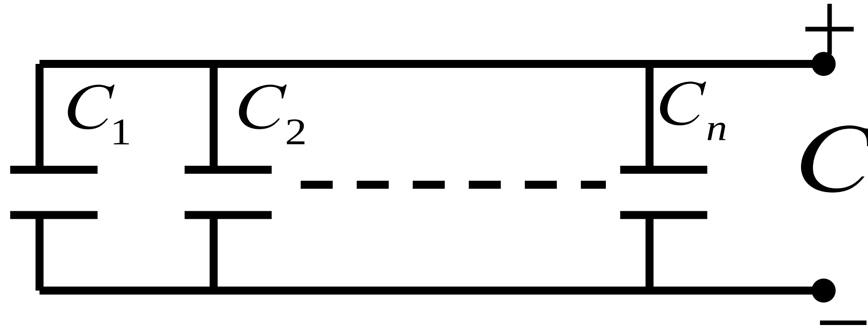
$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^{n} \Delta\varphi_i = q\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$

$$\Delta\varphi = \frac{q}{C_{пос}}$$

$$\boxed{\frac{1}{C_{пос}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}}$$

Параллельное соединение





$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = \ldots = \Delta\varphi_n$$

$$q = q_1 + q_2 + \ldots + q_n = \sum_{i=1}^{n} q_i$$

$$q = \sum_{i=1}^{n} q_i = \Delta\varphi \sum_{i=1}^{n} C_i \qquad q = \Delta\varphi C_{пар}$$

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i}$$