Общая физика. Часть 2

Сегодня: четверг, 7 сентября 2023 г.

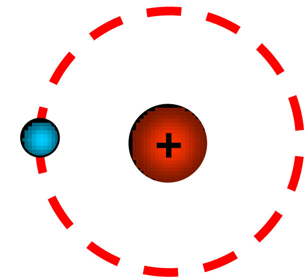
Лекция 2

Заряды и электрическое поле

1. Фундаментальные взаимодействия
2. Принцип суперпозиции
3. Силовая характеристика электрического поля

доцент ОЭФ ИЯТШ ТПУ, к.ф.-м.н.
Купрекова Елена Ивановна

Во сколько раз электрическое притяжение протона и электрона в атоме водорода больше гравитационного?



Дано:

$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ *кг*

$m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ *кг*

$q_e = q_p = e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *Кл*

$$\frac{F_э}{F_г} - ?$$

$$\left. \begin{aligned} F_э &= k\frac{e^2}{r^2} \\ F_г &= G\frac{m_p \cdot m_e}{r^2} \end{aligned} \right\} \quad \frac{F_э}{F_г} = \frac{ke^2}{G \cdot m_p \cdot m_e}$$

$$\frac{F_э}{F_г} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 2{,}27 \cdot 10^{39}$$

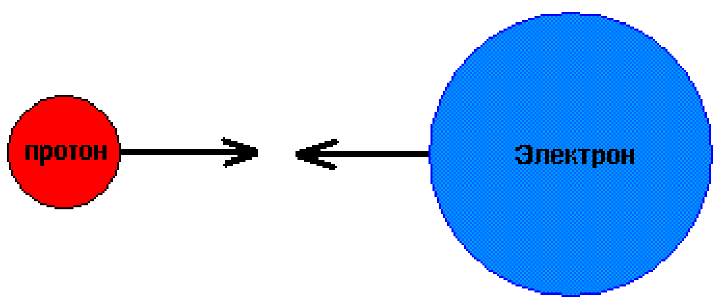
Частицы взаимодействуют друг с другом силами, имеющими электрическую природу. Гравитационное взаимодействие между частицами пренебрежимо мало.

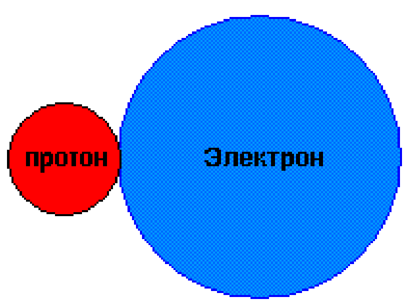
Фундаментальные взаимодействия

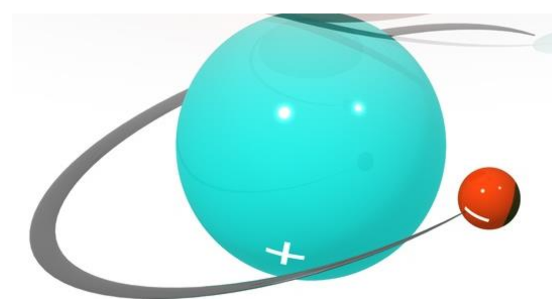
Гравитационное	$6 \cdot 10^{-39}$
Электромагнитное	$\frac{1}{137}$
Слабое	10^{-6}
Сильное (ядерное)	1

Теорема С.Ирншоу (XIX в.): всякая равновесная конфигурация покоящихся точечных электрических зарядов неустойчива, если на них кроме кулоновских сил притяжения и отталкивания никакие другие силы (иной природы) не действуют

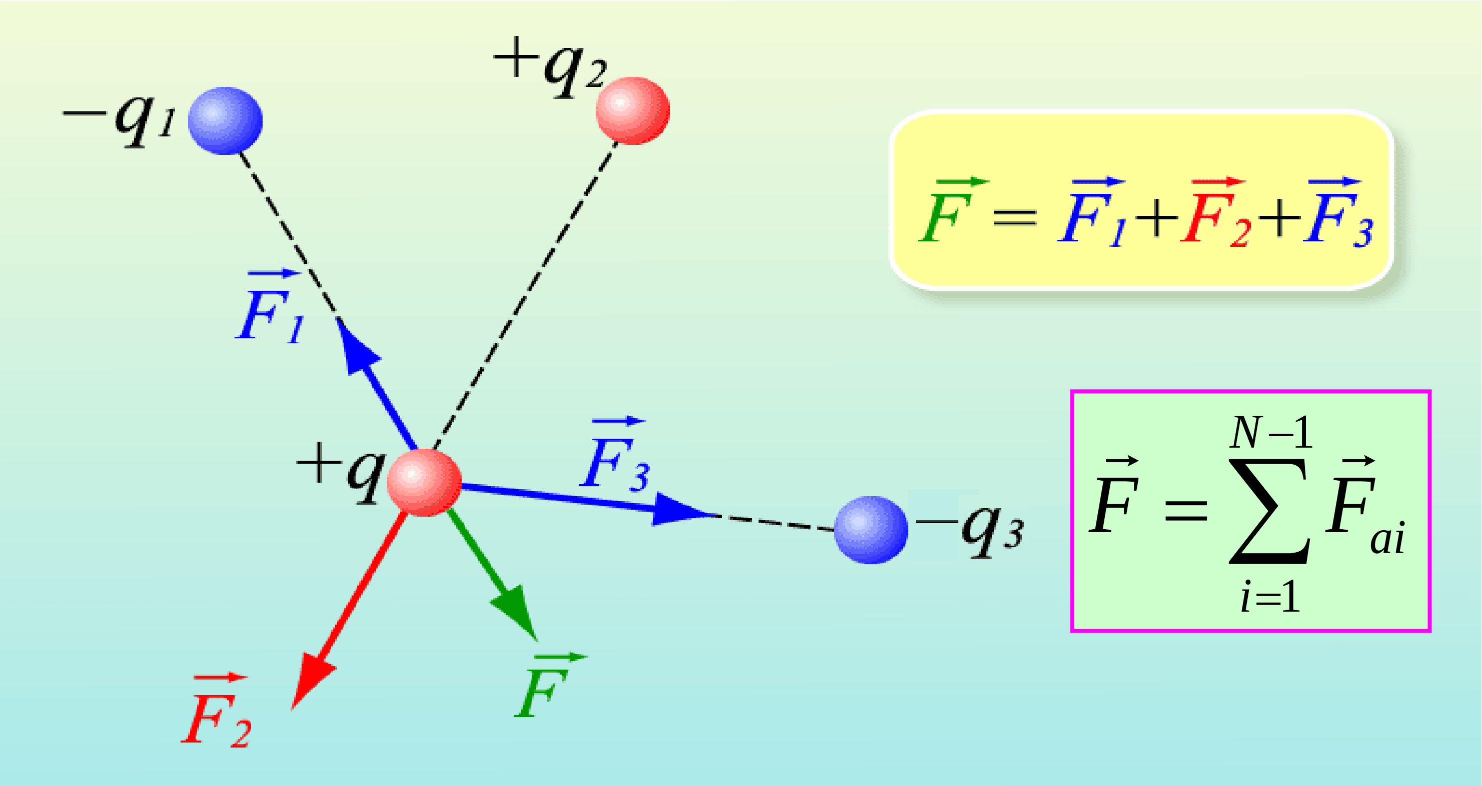
атом не может быть построен из неподвижных зарядов, связанных между собой только эл. силами, и должен представлять собой не статическую, а динамическую систему







Принцип суперпозиции для сил взаимодействия точечных зарядов

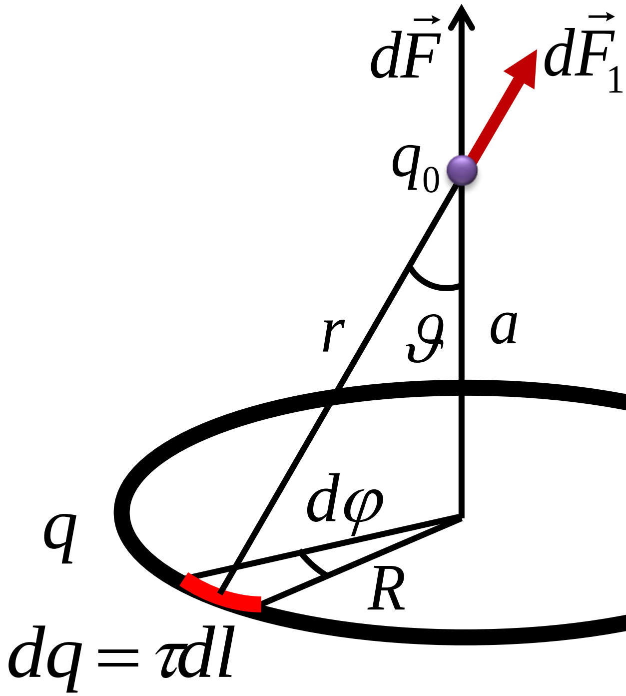


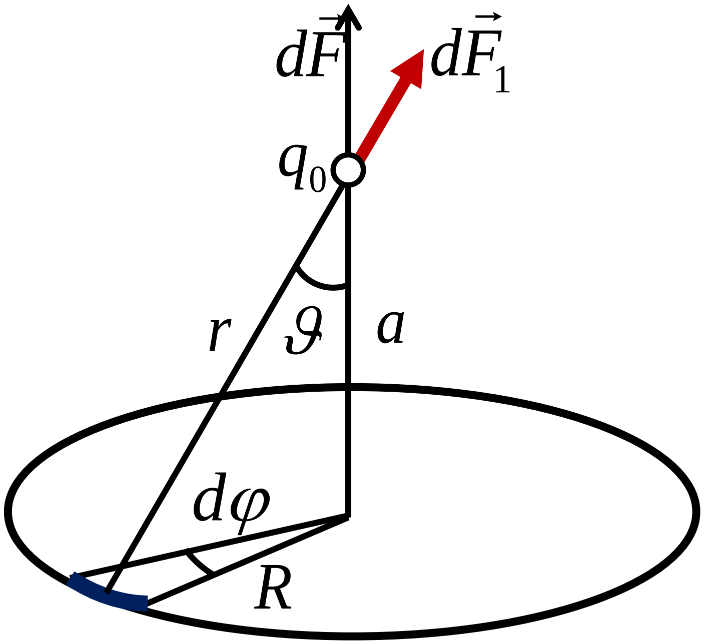
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N-1} \vec{F}_{ai}$$

При взаимодействии трех и более зарядов результирующая сила, действующая на каждый заряд, определяется геометрической суммой сил, действующих на него со стороны других зарядов

Задача. **Вычислить силу, действующую на заряд q_0, со стороны тонкого кольца радиуса R, по которому равномерно распределен заряд q, если q_0 расположен на оси кольца на произвольном расстоянии a от его плоскости.**





$$dq = \tau dl$$

$$dF = \frac{q_0 dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$r = \sqrt{R^2 + a^2}$$

$$dF = dF_1 \cos\vartheta$$

$$\cos\vartheta = \frac{a}{r}$$

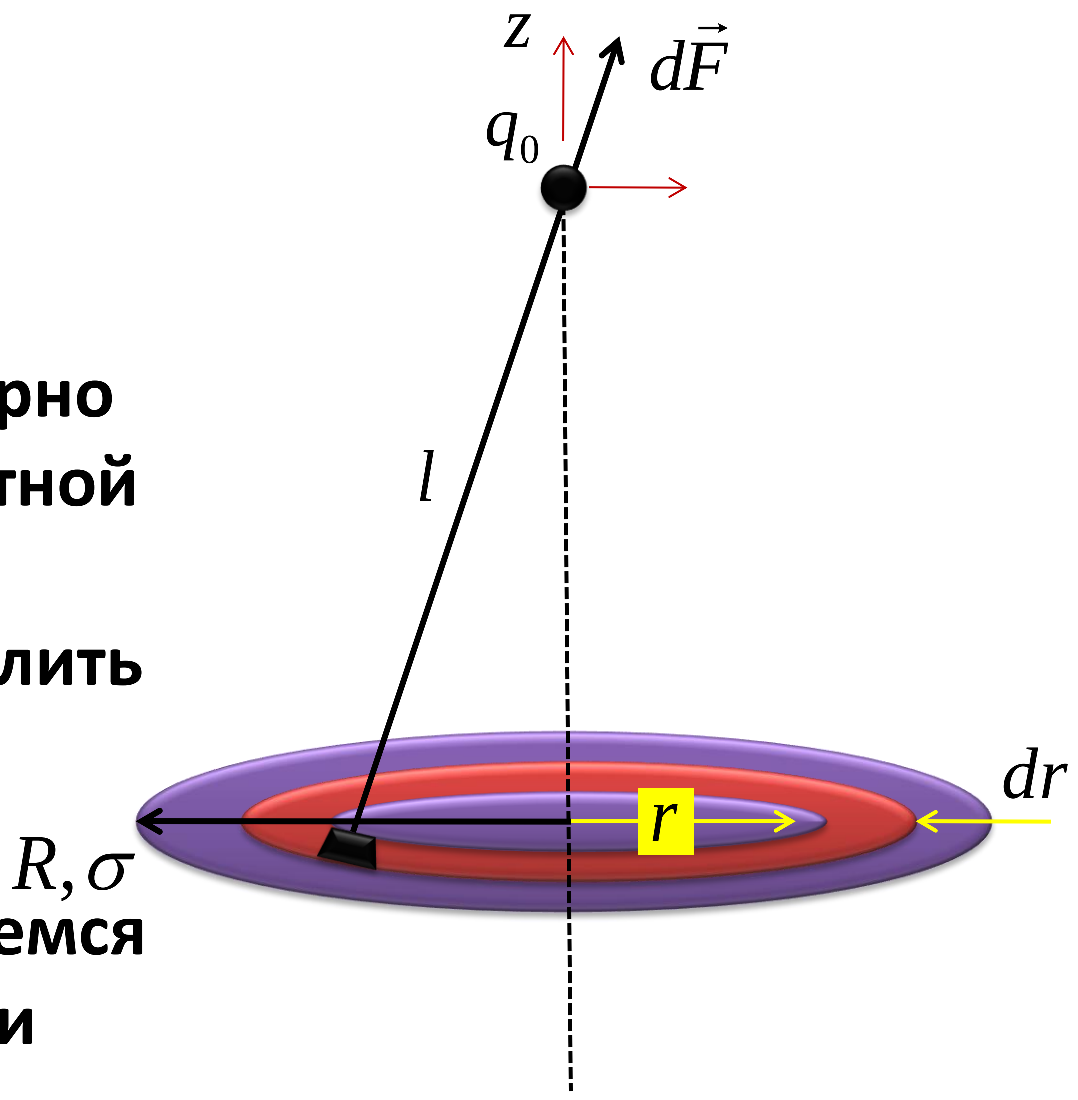
$$dl = R d\varphi$$

$$F = \int dF = \int_0^q \frac{kq_0 dq}{r^2}\frac{a}{r} = \frac{kqaq_0}{\left(R^2 + a^2\right)^{3/2}}$$

$$\tau = \frac{q}{2\pi R}$$

$$\boxed{F_{ring} = \frac{kqaq_0}{\left(R^2 + a^2\right)^{3/2}}}$$

Задача. Тонкий однородный диск радиусом R равномерно заряжен с поверхностной плотностью σ. Диск неподвижен. Определить силу взаимодействия диска с точечным зарядом q_0, находящемся на расстоянии z на оси диска.



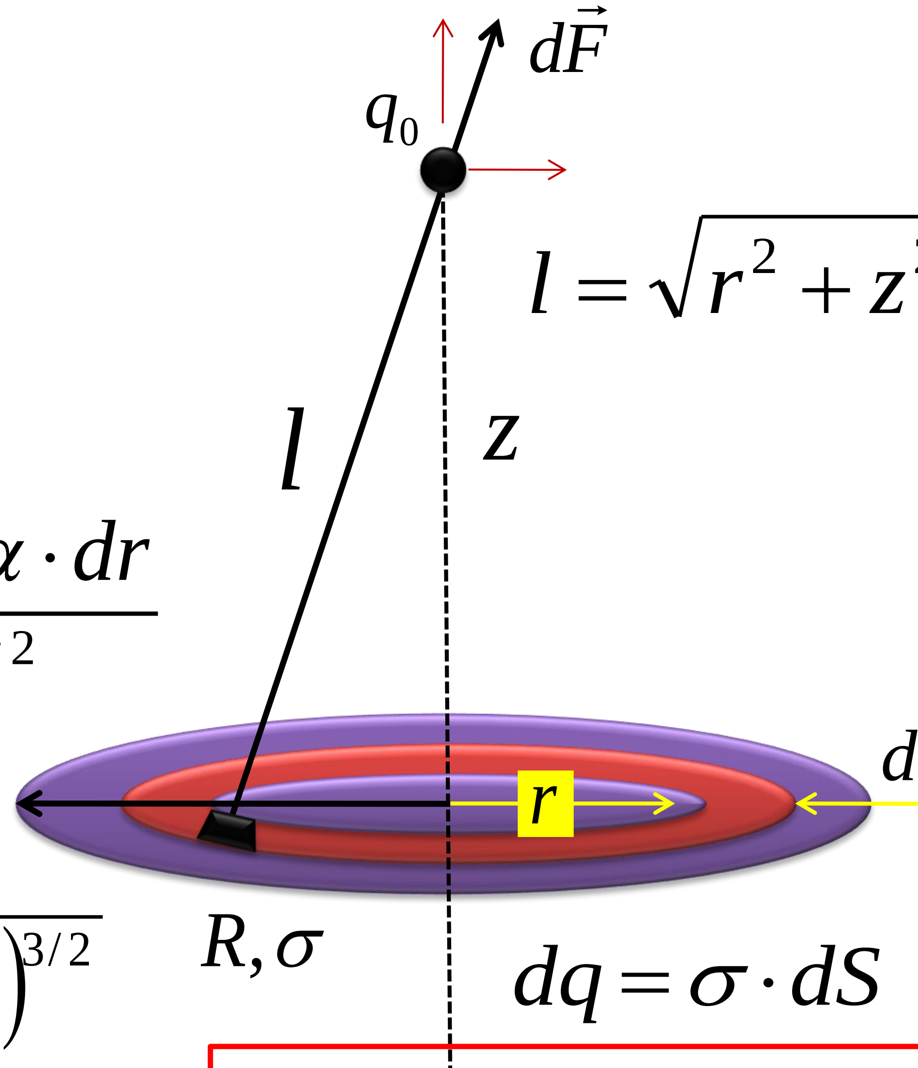
$$dF_K = dF \cdot \cos\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}}$$

$$dS = dl \cdot dr \ = r d\alpha \cdot dr$$

$$dF = \frac{q_0 dq}{4\pi\varepsilon_0 l^2} = \frac{q_0 \sigma \cdot r d\alpha \cdot dr}{4\pi\varepsilon_0 l^2}$$

$$dF_K = \frac{q_0 \sigma \cdot r d\alpha \cdot dr}{4\pi\varepsilon_0} \frac{z}{\left(z^2 + r^2\right)^{3/2}}$$



$$l = \sqrt{r^2 + z^2}$$

$$dq = \sigma \cdot dS$$

$$F_K = \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^R \frac{q_0 \sigma \cdot r \cdot dr}{4\pi\varepsilon_0} \frac{z}{\left(z^2 + r^2\right)^{3/2}} \boxed{= \frac{q_0 \sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}\right]}$$

Электромагнитное поле

ЭМ поле = **переносчик взаимодействия**, оказывает силовое воздействие на заряженные тела.

В вакууме: E, B

Электрическое поле – составляющая ЭМП, характеризующаяся воздействием на электрически заряженную частицу с силой, пропорциональной заряду частицы **и не зависящей** от ее скорости

В среде: D, H

Магнитное поле – составляющая ЭМП, характеризующаяся воздействием на движущуюся заряженную частицу с силой пропорциональной заряду частицы и ее скорости.

Напряженность электрического поля

Электрическое поле - частная форма электромагнитного поля, представляющая собой вид существования материи

Постоянное электрическое поле –

1. **электростатическое (ЭП) – создается в такой ИСО, в которой заряды неподвижны**
2. **Центральное поле.**
3. **Потенциальное поле**

$$\boxed{dA = \left(\vec{F}\cdot d\vec{r}\right) = \left(\vec{F}\cdot\vec{\upsilon}dt\right) = \\ = Fds\cos\alpha = \\ = -dU\left(x,y,z\right) = -dU\left(\vec{r}\right)}$$

$$A_K = \int_{r_1}^{r_2}\left(\vec{F}\cdot d\vec{r}\right) = k\int_{r_1}^{r_2}\frac{q_1q_2}{r^2}dr =$$

ΔU – убыль потенциальной энергии (скалярная функция координат):

$$= -k\frac{q_1q_2}{r}\Bigg|_{r_1}^{r_2} = \boxed{kq_1q_2\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) = -\Delta U}$$

$$\boxed{\Delta U = \frac{kq_1q_2}{r} + C}$$

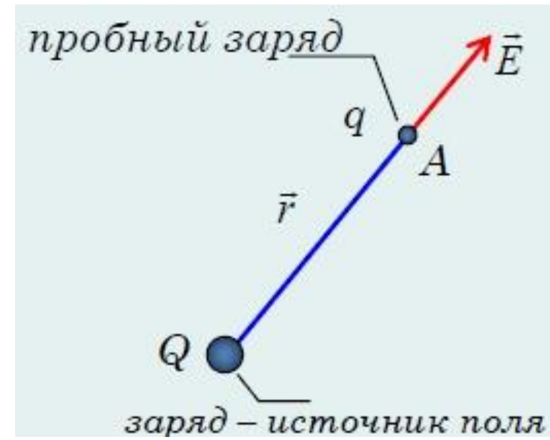
Условие потенциальности: работа A сил ЭП при перемещении точечного заряда $q_{пр}$ по замкнутому контуру равна нулю

$$A_K = \oint_L \left(\vec{F} \cdot d\vec{r}\right) = kq_1q_2\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1}\right) = 0$$

Характеристики взаимодействия заряда с полем

$$F = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$$

$$U = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

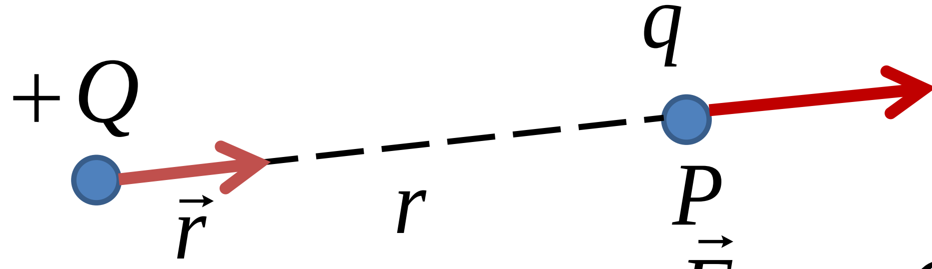


Напряженность – силовая, векторная характеристика поля - сила, действующая на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля, и направленная в сторону действия этой силы.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{пр}}\left(\frac{\text{В}}{\text{м}}\right)$$

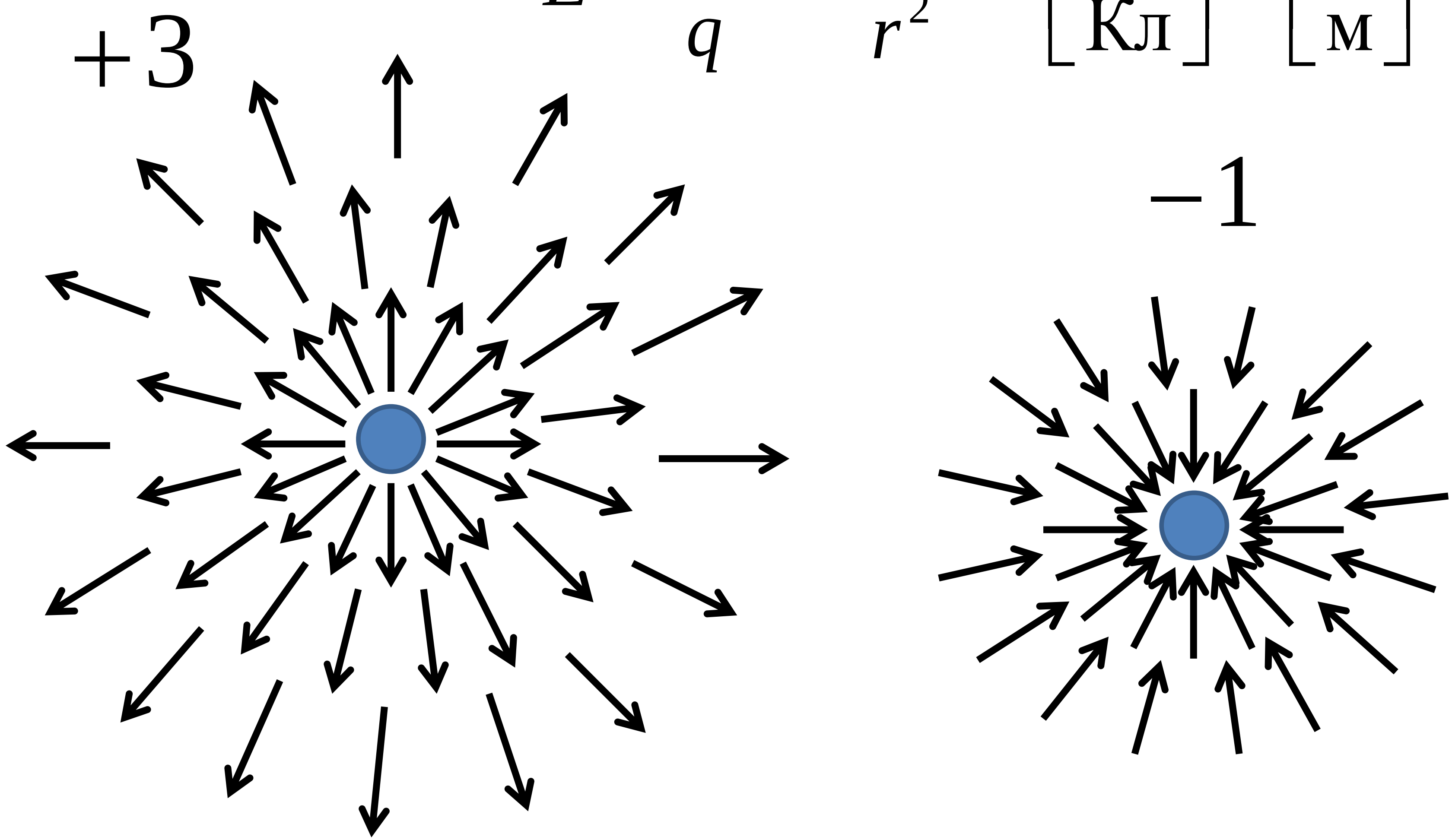
Потенциал – энергетическая, скалярная характеристика - определяет потенциальную энергию зарядов по отношению к полю.

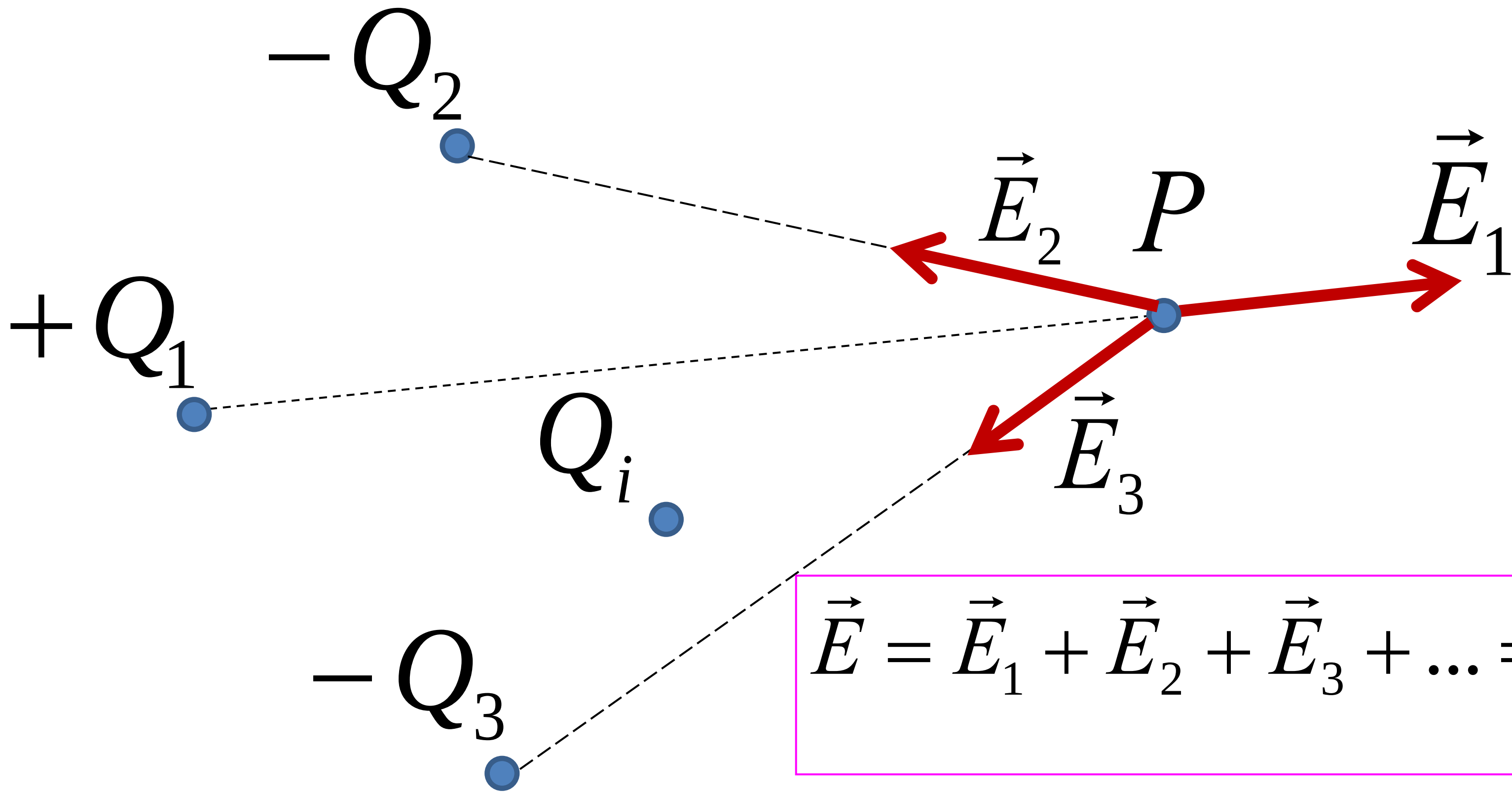
$$\varphi = \frac{U}{q_{пр}}(\text{В})$$



$$\vec F = k\frac{qQ}{r^2}\vec r$$

$$\vec E = \frac{\vec F}{q} = k\frac{Q}{r^2}\vec r \qquad \left[\frac{\text{Н}}{\text{Кл}}\right] = \left[\frac{\text{В}}{\text{м}}\right]$$



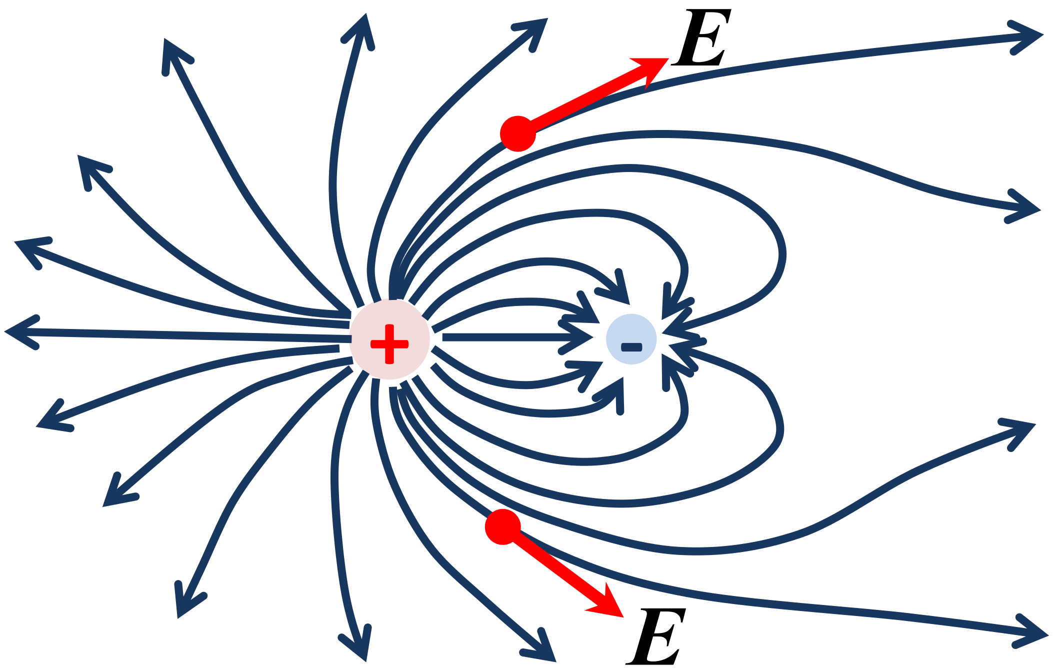


$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots = \sum_i \vec{E}_i$$

Принцип суперпозиции полей

Если в линейной среде $\varepsilon \neq f(E)$ создано несколько электрических полей, то результирующая напряженность равна векторной сумме напряженностей, а результирующий потенциал – скалярной сумме потенциалов всех полей, т.е. в линейных средах электрические поля не взаимодействуют, а накладываются друг на друга.

$$\varphi = \sum_i \varphi_i$$



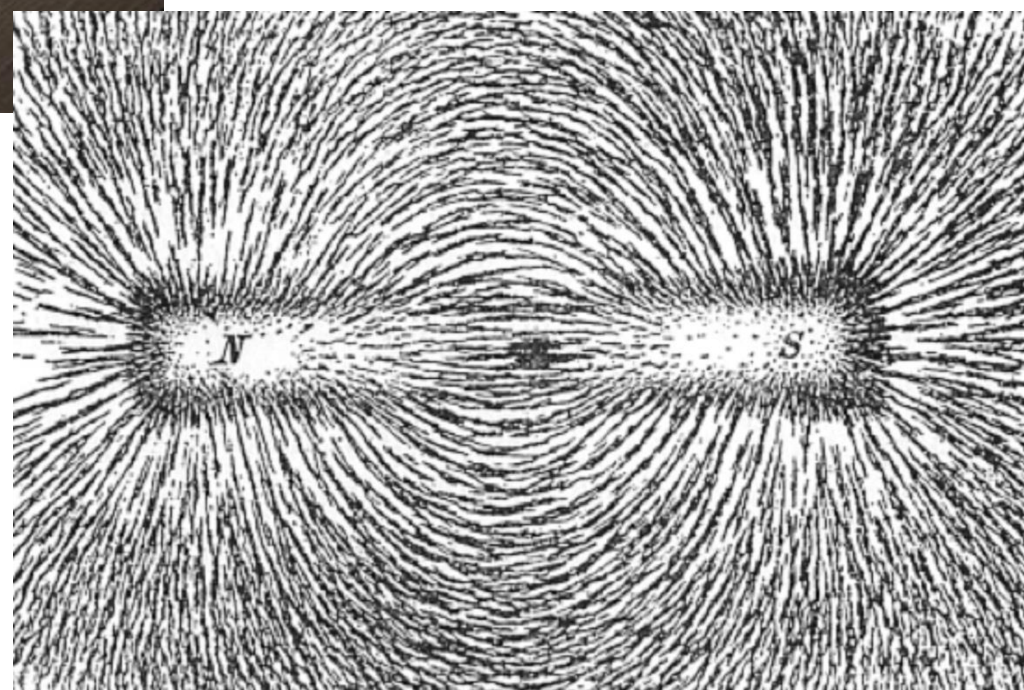
Густота проведения силовых линий в окрестности рассматриваемой точки пропорциональна модулю вектора напряженности

Графически - силовые линии и эквипотенциальные поверхности.

Силовая линия – линия, касательная в каждой точке к которой совпадает с вектором напряженности в этой точке.

Визуализация силовых линий

Смартфон просканирует пространство в кадре, а процесс снимается на фотокамеру с большой выдержкой.



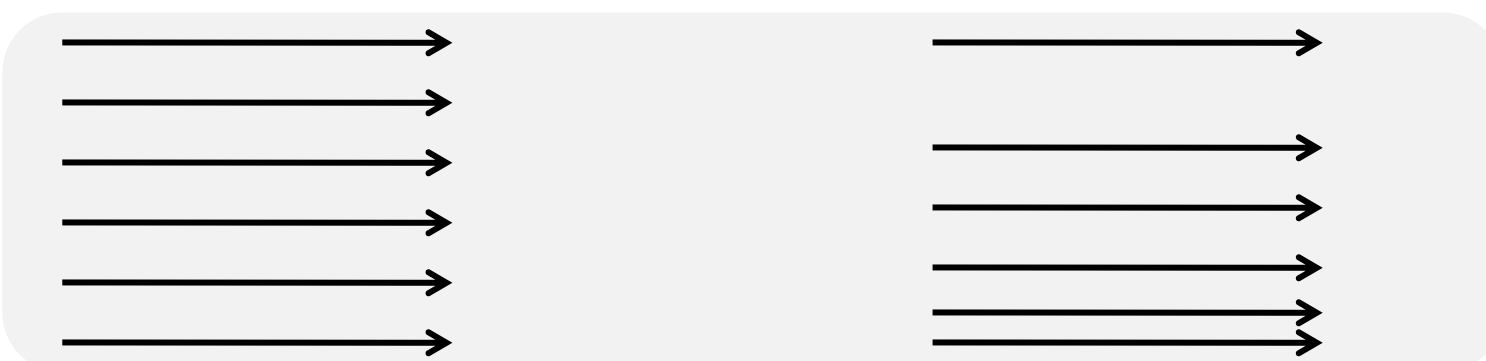
В жидкий изолятор (например, касторовое масло) помещаются диэлектрические частицы

Свойства силовых линий

1. Силовые линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных или в бесконечности.

2. Силовые линии не пересекаются.

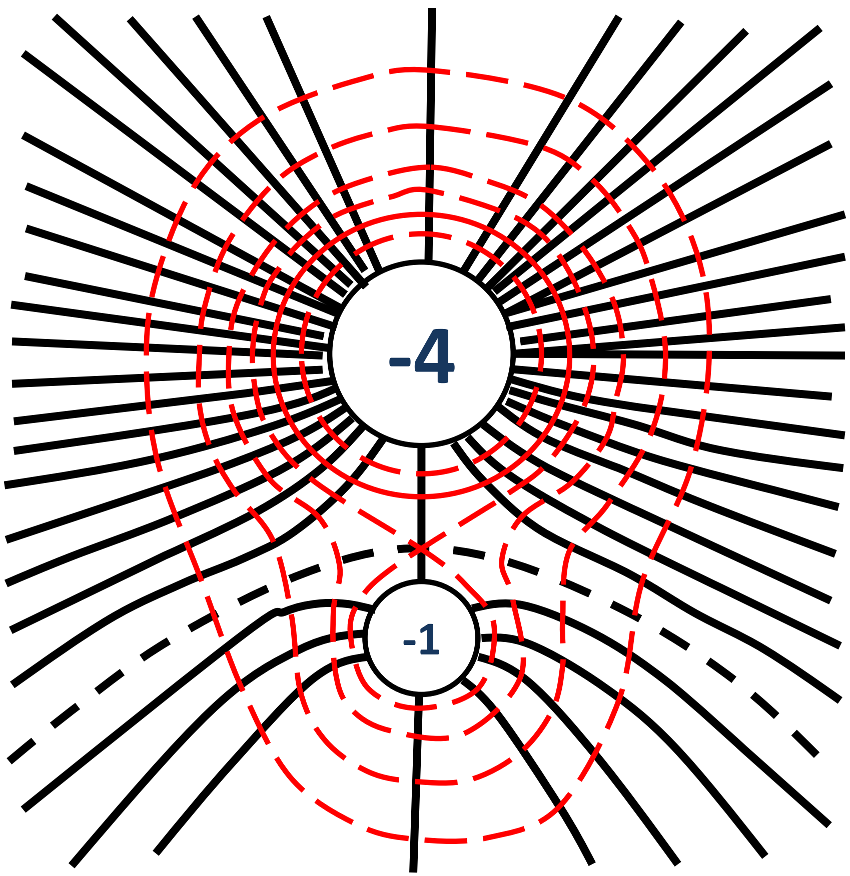
3. Густота силовых линий связана с величиной напряжённости поля: чем больше модуль *E*, тем гуще силовые линии.

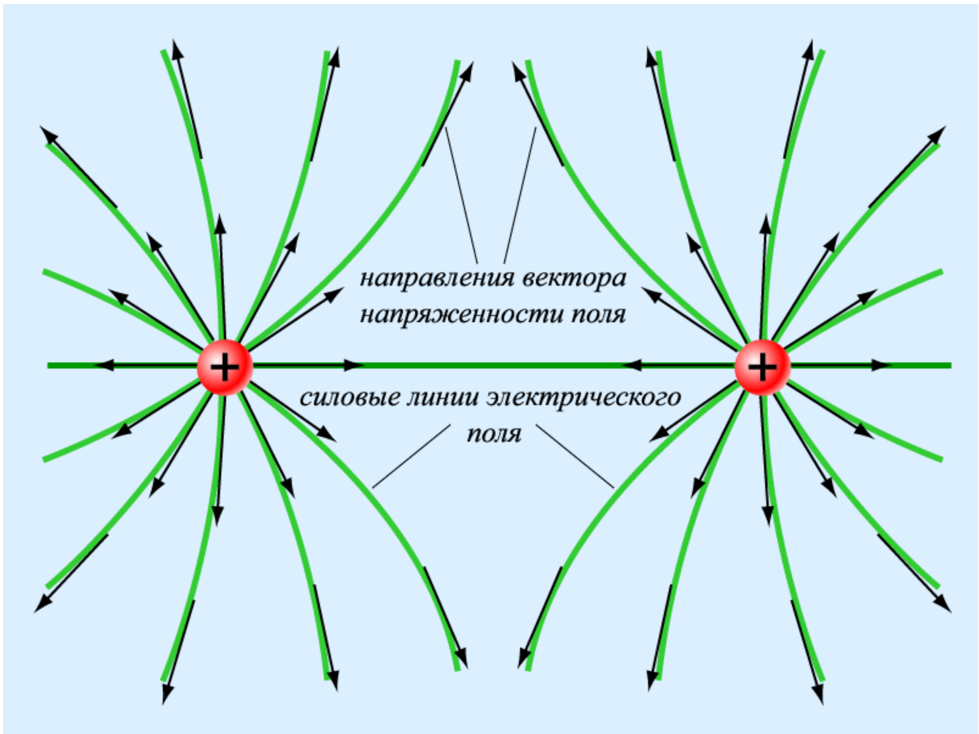


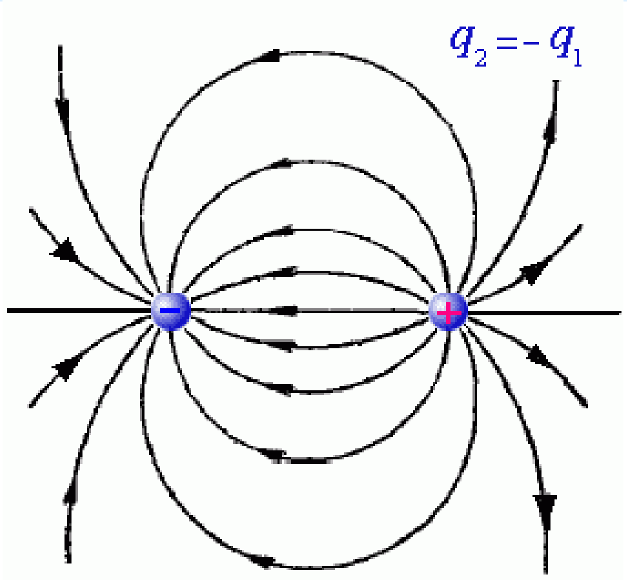
Однородное поле

Неоднородное поле убывает «снизу-вверх»

Силовые линии двух точечных зарядов

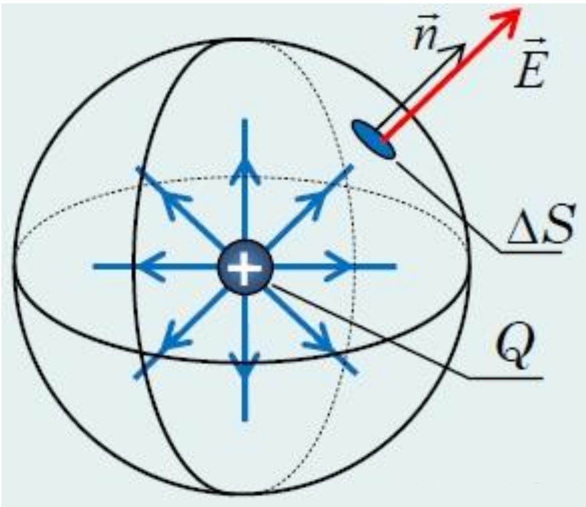






Эквипотенциальные линии

Теорема Остроградского–Гаусса



$$d\Phi = E\cdot dS\cdot\cos\alpha = \vec{E}\cdot\vec{n}\cdot dS = \left(\vec{E}, d\vec{S}\right)$$

$$\Phi = \oiint\limits_{S=4\pi r^2}\left(\vec{E}d\vec{S}\right) = \sum_i E\cdot\Delta S_i\cdot\underbrace{\mathrm{Cos}\,\alpha}_{=1} =$$

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\oint\limits_{S_V}\left(\vec{E}d\vec{S}\right) = \frac{\sum\limits_i q}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int\limits_V \rho dV}$$

Поток вектора напряженности суммарного ЭП через произвольную замкнутую поверхность пропорционален алгебраической сумме зарядов, находящихся внутри поверхности

Замечание: Теорема справедлива не только для электростатических полей, но и для переменных электрических полей. Поэтому формула имеет фундаментальное значение и является одним из уравнений Максвелла в интегральной форме применительно к вакууму.

Дифференциальная форма теоремы Остроградского-Гаусса

Рассмотрим электростатическое поле непрерывно распределенного заряда ρ. В окрестности произвольной точки рассмотрим замкнутую поверхность ΔS, ограничивающую объем ΔV и содержащую заряд Δq. Применим к этой поверхности теорему Гаусса-Остроградского в интегральной форме.

$$\oint_{\Delta S}\left(\vec{E}, d\vec{S}\right) = \frac{\Delta q}{\varepsilon_0} \qquad :\Delta V$$

$$\lim_{\Delta V \to 0} \frac{\oint_{\Delta S}\left(\vec{E}, d\vec{S}\right)}{\Delta V} = \frac{1}{\varepsilon_0} \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta V}$$

$$\boxed{\lim_{\Delta V \to 0} \frac{\oint_{\Delta S}\left(\vec{E}, d\vec{S}\right)}{\Delta V} = \mathbf{div}\vec{E}} \qquad \boxed{\rho = \frac{dq}{dV}}$$

$$\boxed{\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}}$$

дифференциальная (локальная) форма **теоремы Остроградского-Гаусса**

Физический смысл : закон создания электрических полей действием неподвижных электрических зарядов в линейных однородных и изотропных средах.

В интегральной форме закон выражен применительно к замкнутой поверхности конечных размеров, в дифференциальной – применительно к точке.

Практический смысл: рассчитывают электростатические поля, создаваемые симметричными распределениями зарядов.