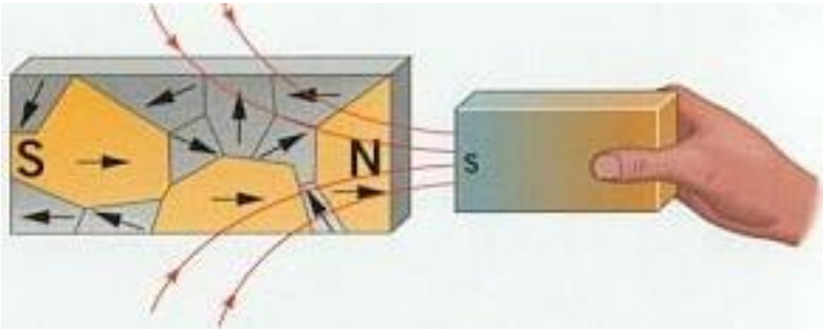
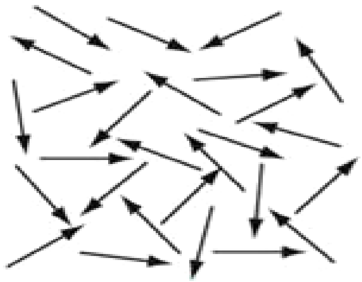
Сегодня: воскресенье, 26 ноября 2023 г.

Лекция 19. МАГНЕТИКИ (пара и ферромагнетики)

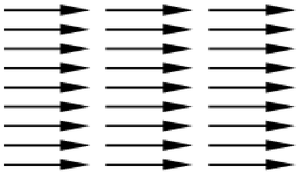
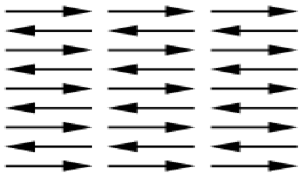
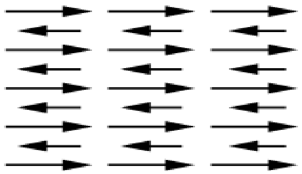


Виды магнетиков



магнетики

$\chi \le 10^6$

- магнитно-неупорядоченные
  - диамагнетики
    $\chi \approx -(1 \div 10)10^{-6}$
    N_2, CO_2, H_2O, Ag, Bi
  - парамагнетики
    $\chi \approx (1 \div 10^3)10^{-6}$
    O_2, Al, Pt
- магнитно-упорядоченные
  - ферромагнетики
    
  - антиферромагнетики
    
  - ферримагнетики
    

Парамагнетизм

Атомы парамагнетиков обладают собственным магнитным моментом $\vec{p}_{m0}$. В отсутствие внешнего поля все моменты компенсируют друг друга

При помещении парамагнетика во внешнее магнитное поле на атом действует момент сил

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_{m0}, \vec{B} \right]$$

Он стремиться повернуть атом так, чтобы вектор $\vec{p}_{m0}$ был направлен вдоль $\vec{B}$.

Этому препятствует тепловое движение атомов, оказывающее дезориентирующее воздействие.

В результате двух разнонаправленных тенденций между векторами $\vec{p}_{m0}$ и $\vec{B}$ будет существовать некоторый угол α, и атом будет обладать потенциальной энергией

$$U = -\left(\vec{p}_{m0}, \vec{B} \right) = -p_{m0} \cdot B \cos \alpha$$

В состоянии термодинамического равновесия распределение молекул по энергиям подчиняется распределению Больцмана.

Если *N* — число молекул в единице объема, то число молекул d*N*, дипольные моменты которых составляют с вектором α угол, лежащий в диапазоне (α, α + dα), будет равно

$$dN = A\exp\left(-\frac{U}{kT}\right)d\Omega$$

$$d\Omega = 2\pi \sin\alpha \cdot d\alpha$$

- элемент телесного угла

А — константа, определяемая из условия нормировки

$$N = \int dN$$

$$A = \frac{N}{\int\limits_0^{\pi} \exp\left(\frac{p_{m0} \cdot B\cos\alpha}{kT}\right) 2\pi \sin\alpha\, d\alpha}$$

Среднее значение проекции магнитного момента на направление поля:

$$\langle p_m \rangle = \frac{1}{N}\int\limits_0^{\pi} p_{m0} \cdot \cos\alpha\, dN$$

$$\langle p_m \rangle = p_{m0} \frac{\int\limits_0^{\pi} \cos\alpha \exp\left(\frac{p_{m0}\cdot B\cos\alpha}{kT}\right)\sin\alpha\, d\alpha}{\int\limits_0^{\pi} \exp\left(\frac{p_{m0}\cdot B\cos\alpha}{kT}\right)\sin\alpha\, d\alpha}$$

Из симметрии задачи следует, что средние значения двух других проекций равны нулю.

Для удобства введем параметр $$\beta = \frac{p_{m0}B}{kT}$$

и вычислим интеграл в знаменателе

$$J(\beta) = \int\limits_0^{\pi} \exp(\beta\cos\alpha)\sin\alpha\, d\alpha$$

$$= -\frac{1}{\beta}\exp(\beta\cos\alpha)\Big|_0^{\pi} = \left\{ sh\beta = \frac{e^{\beta}-e^{-\beta}}{2} \right\} = \frac{2}{\beta} sh\beta$$

интеграл в числителе равен производной по параметру:

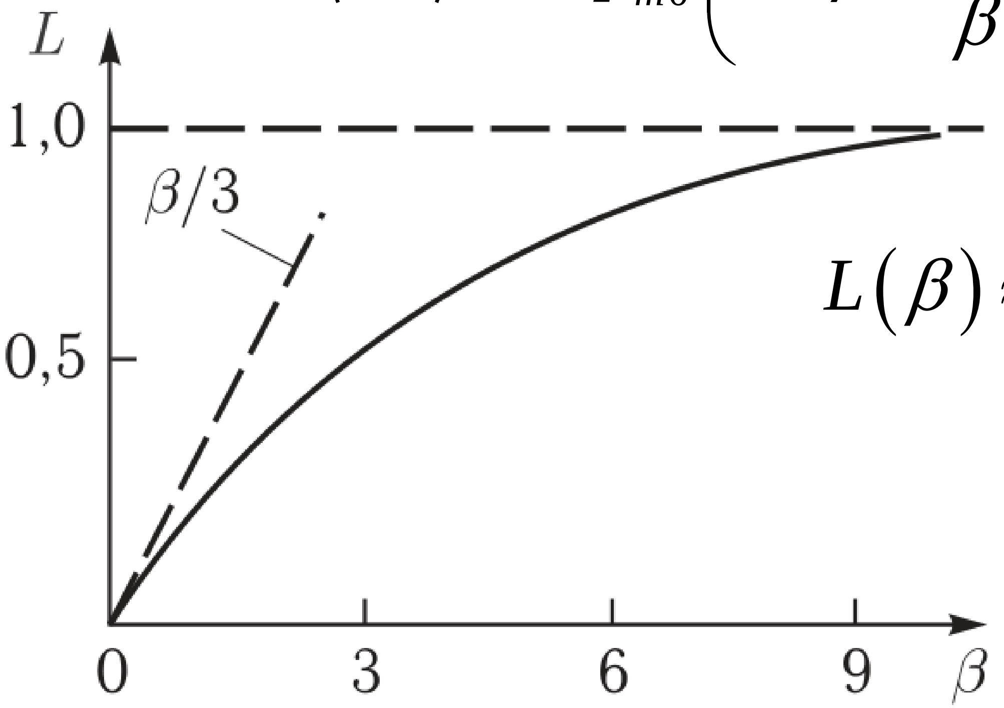
$$J'(\beta) = \left[\frac{2}{\beta} sh\beta\right]' = \frac{2}{\beta} ch\beta - \frac{2}{\beta^2} sh\beta$$

$$\boxed{\langle p_m \rangle = p_{m0}\frac{J'(\beta)}{J(\beta)} = p_{m0}\left(cth\beta - \frac{1}{\beta}\right) = p_{m0}L(\beta)}$$

$$L(\beta) = cth\beta - \frac{1}{\beta}$$ **- функция Ланжевена** $$cth\beta = \frac{ch\beta}{sh\beta}$$

вектор намагниченности по величине

$$J = N\langle p_m \rangle = Np_{m0}\left(cth\beta - \frac{1}{\beta}\right) = Np_{m0}L(\beta)$$



При $$\beta = \frac{p_{m0}B}{kT} = \frac{B}{B_{нас}} << 1$$

$$L(\beta) \approx \frac{\beta}{3}$$

$$\boxed{J = \frac{\mu_0 p_{m0}^2 N}{3kT}H = \chi H}$$

$$\boxed{\chi = \frac{\mu_0 p_{m0}^2 N}{3kT}}$$

закон Кюри

$$\chi = \frac{\mu_0 p_{m0}^2 N}{3kT}$$

$$\chi = \frac{C}{T}$$

при нагревании парамагнитные свойства веществ ослабевают обратно пропорционально температуре

У ряда парамагнетиков при заметном взаимодействии парамагнитных ионов между собой и с полем кристаллической решетки магнитная восприимчивость парамагнитных веществ подчиняется закону Кюри–Вейса:

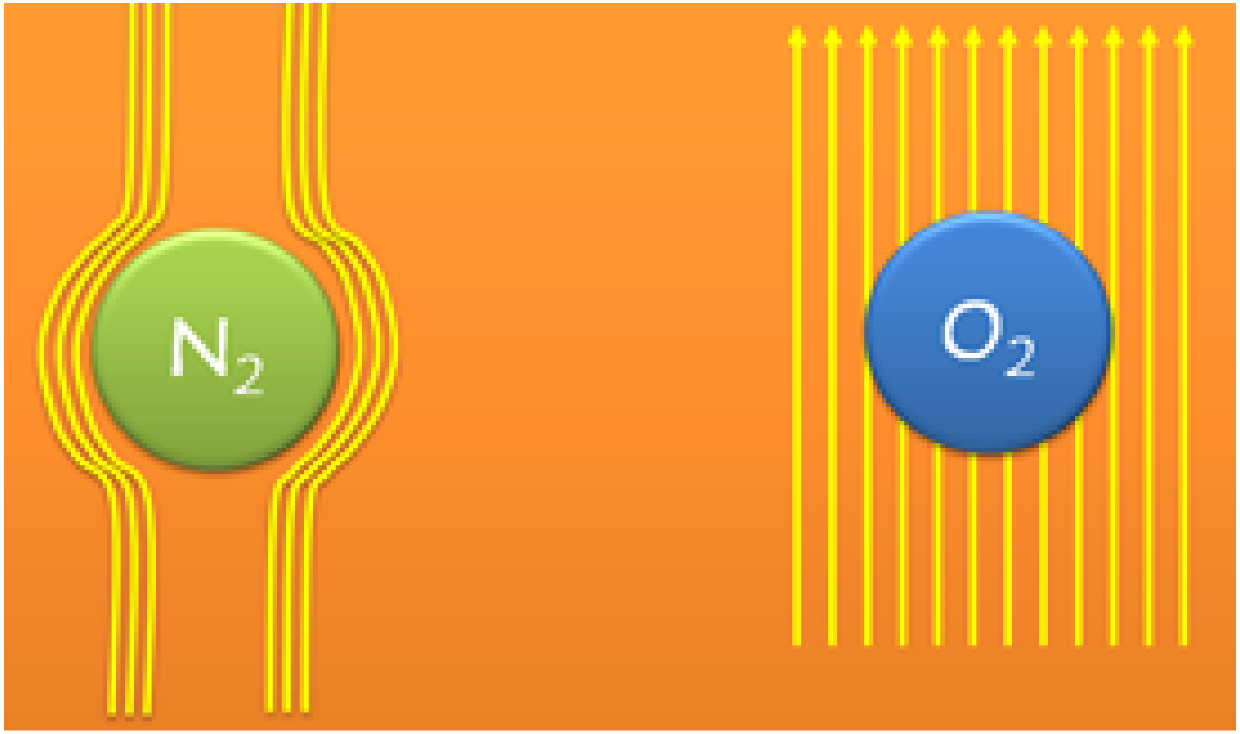
$$\chi = \frac{C'}{T - T_0}$$

1. Диамагнетики ($\chi < 0$, $J \uparrow\downarrow H$),

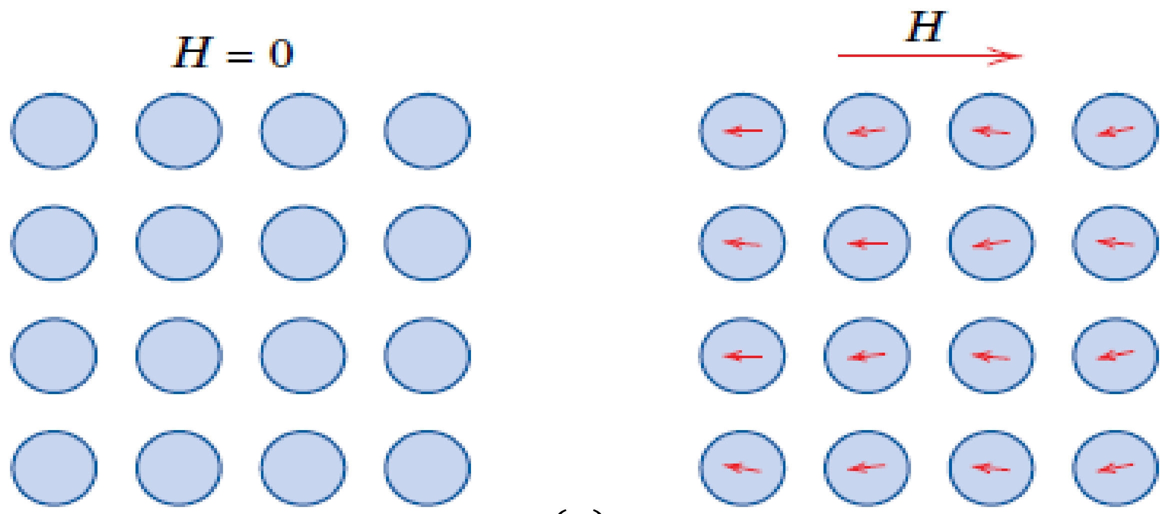
магнитное поле ослабевает в веществе

2. Парамагнетики ($\chi > 0$, $J \uparrow\uparrow H$),

магнитное поле слабо усиливается в веществе

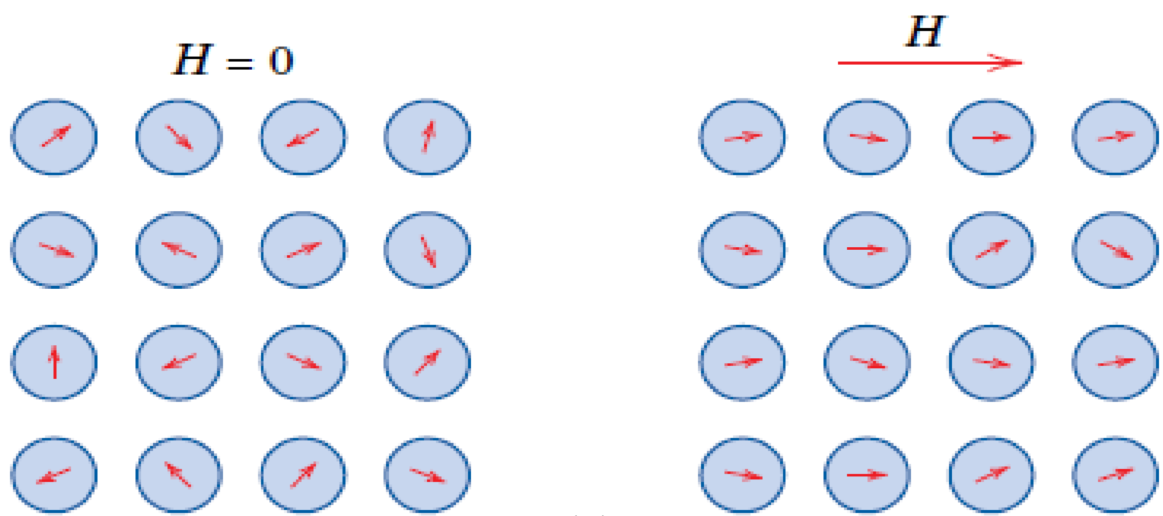


1. Диамагнетики

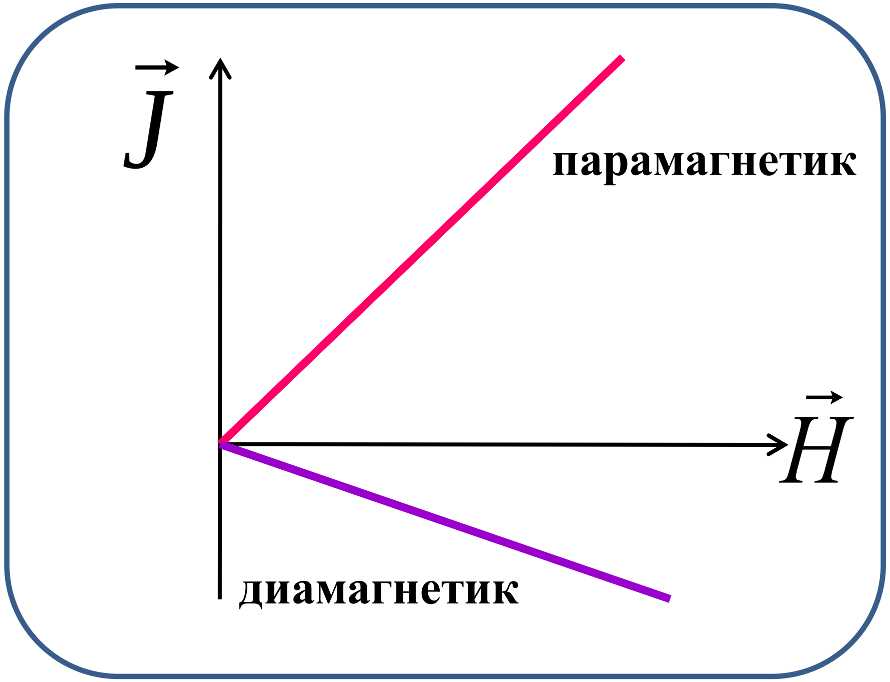


(а)

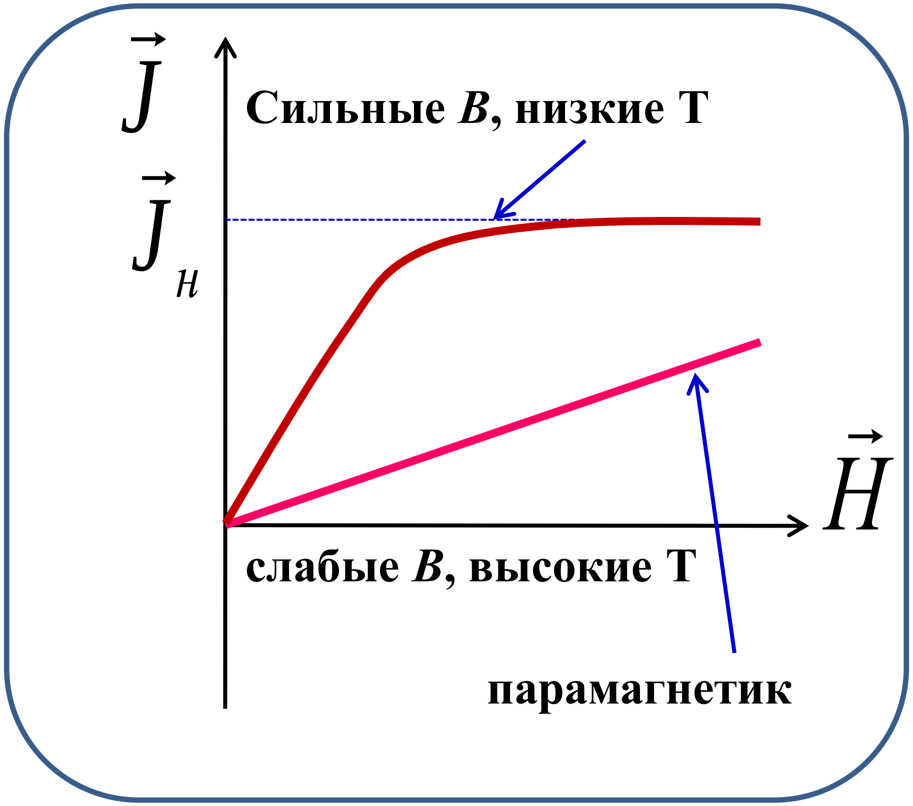
2. Парамагнетики



(б)



$\vec{J}$
парамагнетик
$\vec{H}$
диамагнетик



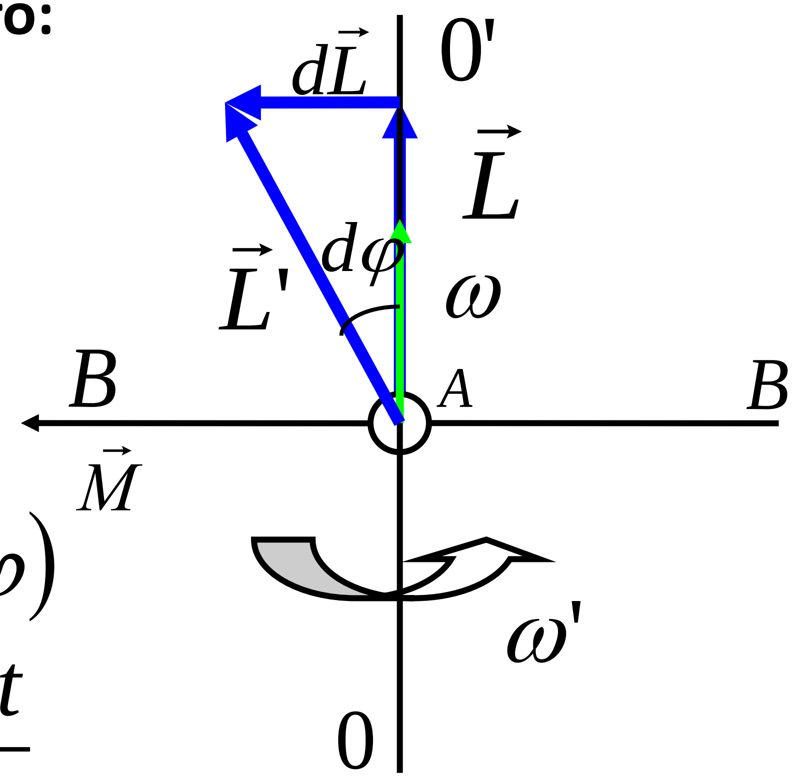
$\vec{J}$
Сильные B, низкие Т
$\vec{J}_н$
$\vec{H}$
слабые B, высокие Т
парамагнетик

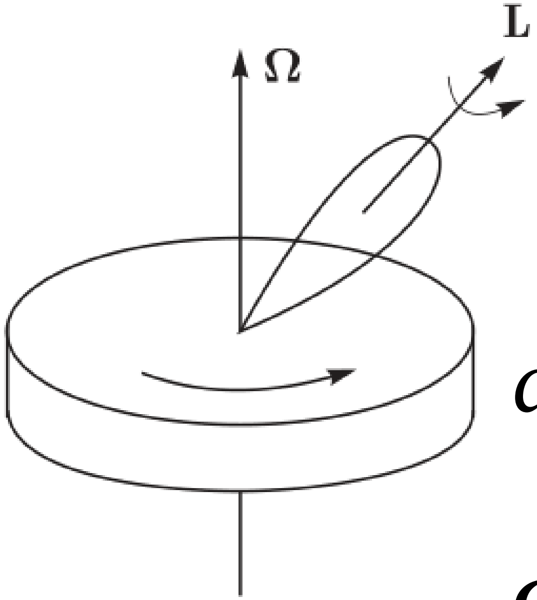
Механомагнитный эффект

$$\begin{cases} \varphi - \text{мал}, \\ tg\left(d\varphi\right) \approx d\varphi \end{cases}$$

Из механики правило Н. Жуковского:

Гироскопические силы стремятся совместить момент импульса гироскопа с направлением угловой скорости вынужденного поворота.





$$d\vec{L} = \vec{M}dt$$

$$dL = L \cdot tg\left(d\varphi\right)$$

$$d\varphi = \frac{dL}{L} = \frac{Mdt}{L}$$

$$\Omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{M}{L}$$

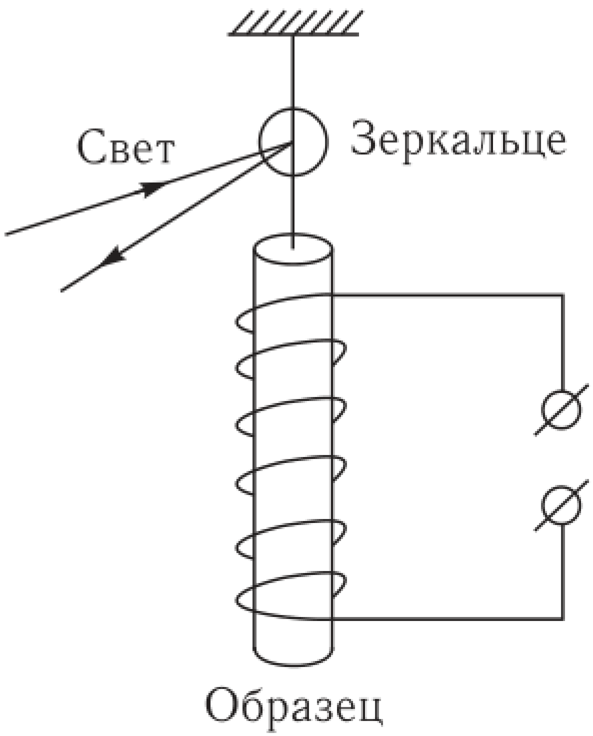
То есть, если стержень привести во вращение, то он намагнитится = механомагнитный эффект

Магнитомеханический эффект

При намагничивании вещества возникает отличный от нуля момент импульса электронов

$$L_e = N\left\langle L\right\rangle = \frac{N\left\langle p_m\right\rangle}{\Gamma} = \frac{J}{\Gamma}$$

$$\boxed{\vec{L}_e = \frac{\vec{J}}{\Gamma}}$$



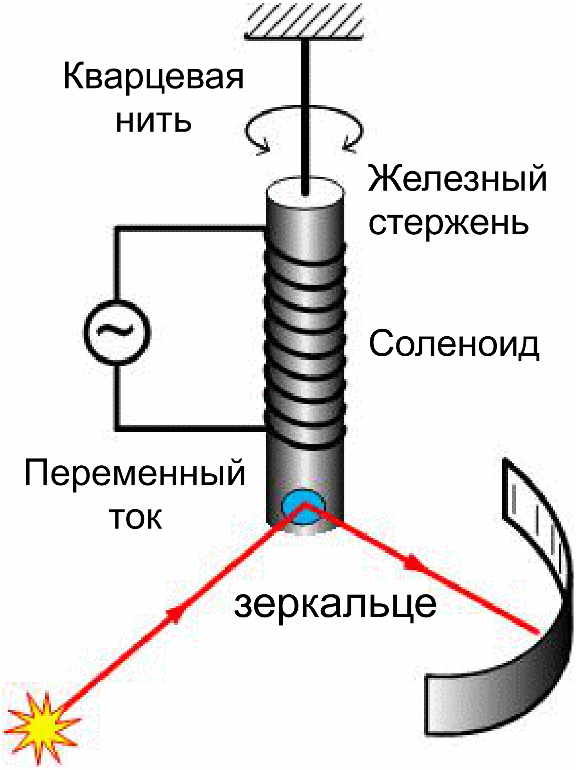
По закону сохранения момента импульса единица объема кристаллической решетки приобретает момент импульса $\vec{L}_{\text{реш}} = -\vec{L}_e$ и магнетик может начать вращаться вокруг оси, совпадающей с направлением приложенного магнитного поля = магнито-механический эффект.

1916. Опыт Эйнштейна и де Гааза

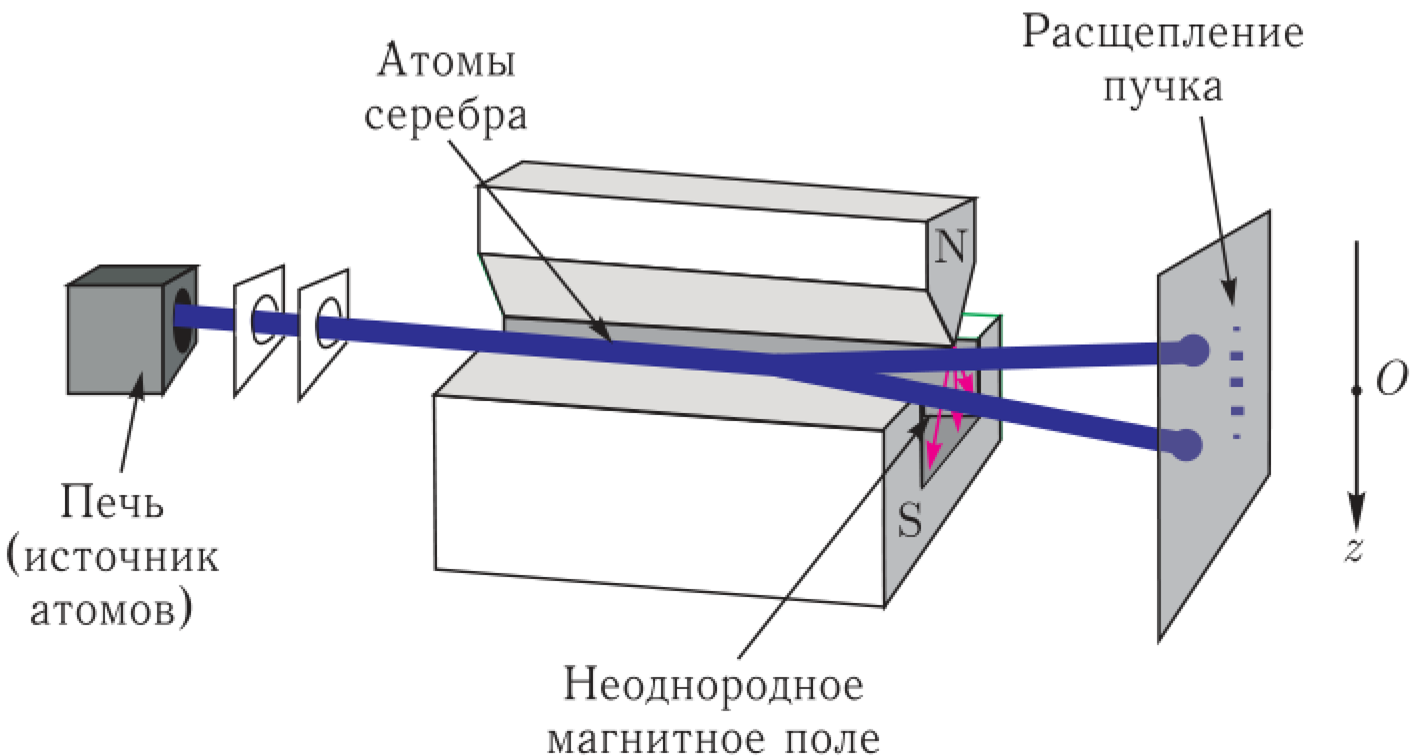
Магнитные свойства вещества обусловлены наличием орбитальных и спиновых моментов электронов, входящих в состав атома.

?: чей вклад, орбитальных или спиновых моментов, является определяющим в явлении ферромагнетизма?

Суть: тонкий железный стрежень подвешивали на упругой нити и помещали внутрь соленоида. Пропускали ток - стержень намагничивался. При сильном намагничивании магнитные моменты электронов устанавливаются по полю, а соответствующие им механические моменты – против поля. В результате суммарный механический момент системы становится отличным от нуля. Стержень должен повернуться. Поворот фиксировали по смещению светового зайчика от зеркальца на нити подвеса. Из опыта вычислили гиромагнитное соотношение и оно оказалось равным –e/m. Величина этого отношения означала, что за ферромагнетизм отвечают спиновые магнитные моменты электронов



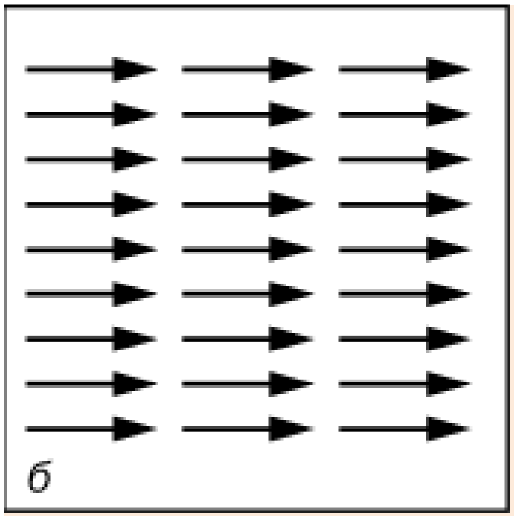
Опыт Штерна и Герлаха



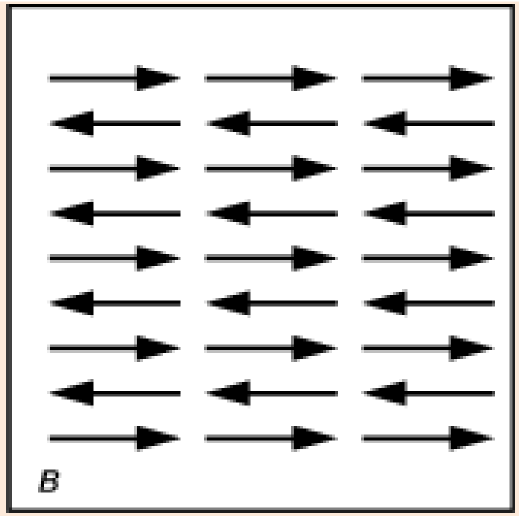
С. Гаудсмит и Дж. Уленбек в 1925 г. выдвинули два постулата:
а) электрон обладает внутренним моментом импульса = спин;
б) электрон обладает магнитным моментом = спиновый магнитный момент

$$\Gamma \approx \frac{e}{m} < 0$$

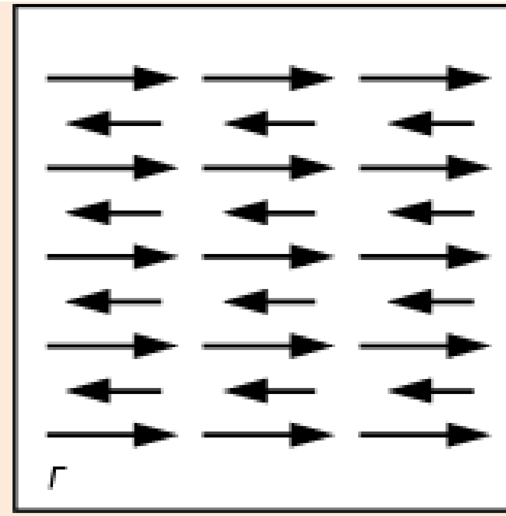
Спонтанная намагниченность



Ферромагнитное вещество — атомные магниты упорядочены



Антиферромагнитное вещество — атомные магниты ориентированы антипараллельно и магнитный момент отсутствует



Ферримагнитное вещество — нескомпенсированная антипараллельная ориентация

Ферромагнетизм - впервые сильно выраженные магнитные свойства были обнаружены именно в железной руде и железе.

Ферромагнетики обладают спонтанной намагниченностью даже в отсутствие внешнего магнитного поля.

Представители:

1. Кристаллы девяти химических элементов:

Fe, Co, Ni (3*d*), Gd, Dy, Tb, Ho, Er, Tm (4*f*).

Ферромагнитные свойства редкоземельных элементов заметны при низких температурах.

2. Сплавы и соединения.

сплавы ферромагнитных элементов друг с другом, сплавы ферромагнетика с неферромагнитным веществом и из неферромагнитных элементов (*гейслеровы сплавы*).

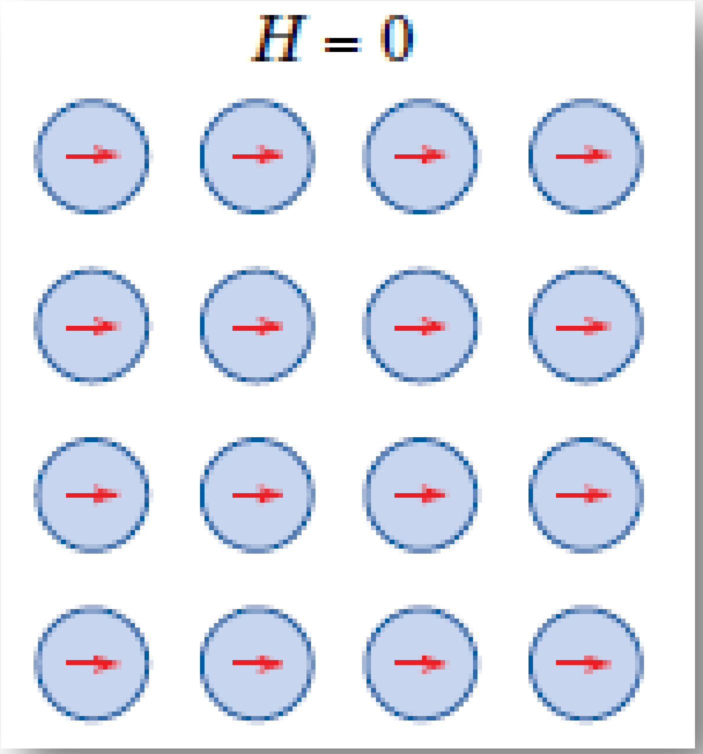
Борис Львович Розинг:

гипотеза об упорядочении спиновых моментов

Взаимная ориентация магнитных моментов

$$H \ll J, B \cong \mu_0 J$$

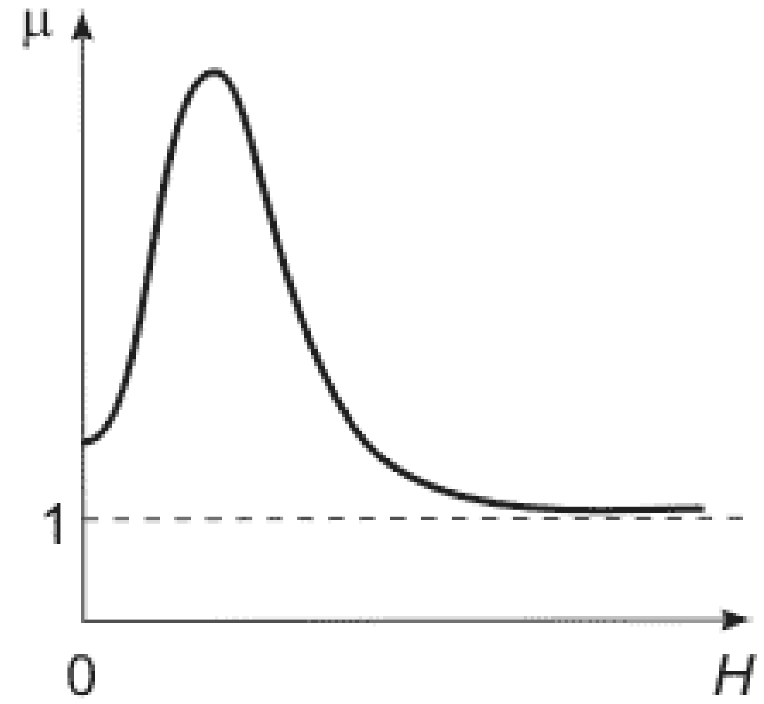
Постоянные магнитные моменты в ферро магнитных веществах обусловлены атомными магнитными моментами, создаваемые нескомпенсированными спинами электронов.
Вклад орбитального магнитного момента мал.
Парные взаимодействия приводят к возникновению ненулевых суммарных спиновых моментов соседних атомов, которые ориентируются параллельно друг другу даже в отсутствии внешнего поля



$$\vec{J}_{\text{нас}} = n\vec{J}$$

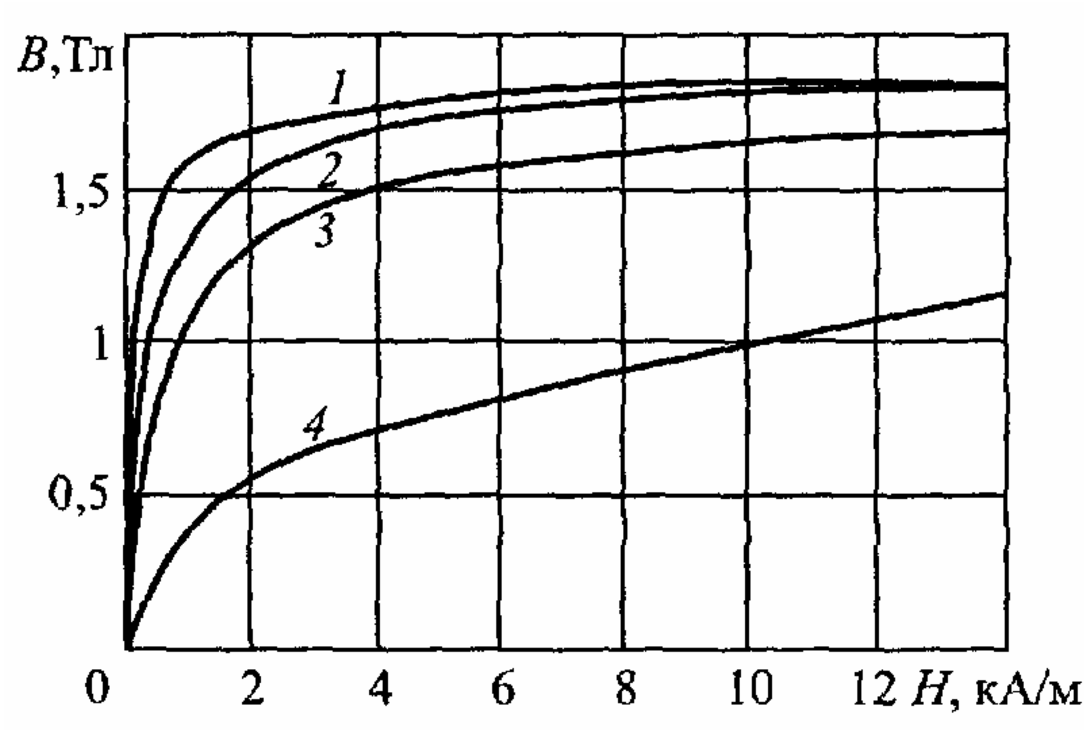
(Fe, Co, Ni: p_m = 2,22μ$_Б$, 1,72μ$_Б$, 0,60μ$_Б$)

Ферромагнетики – это сильномагнитные магнетики, относительная магнитная проницаемость которых может достигать десятков тысяч единиц.



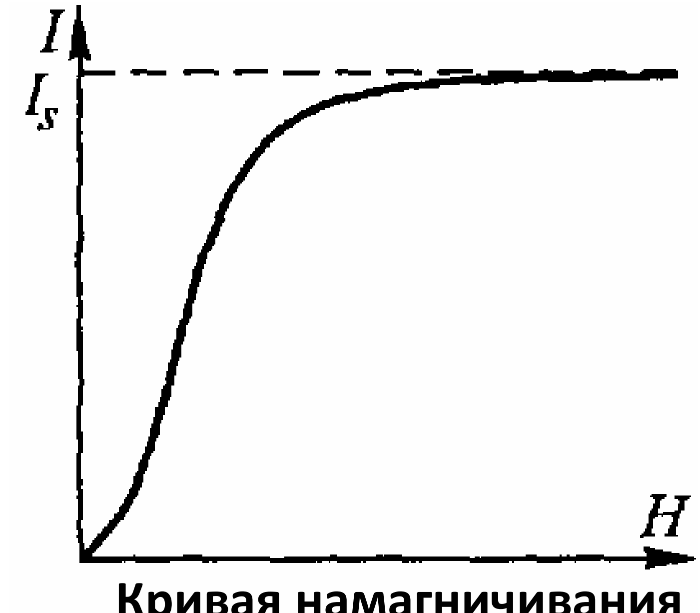
Магнитная проницаемость зависит от напряженности магнитного поля.
На рисунке - такая зависимость для чистого железа - кривая Столетова

Кривая намагничивания

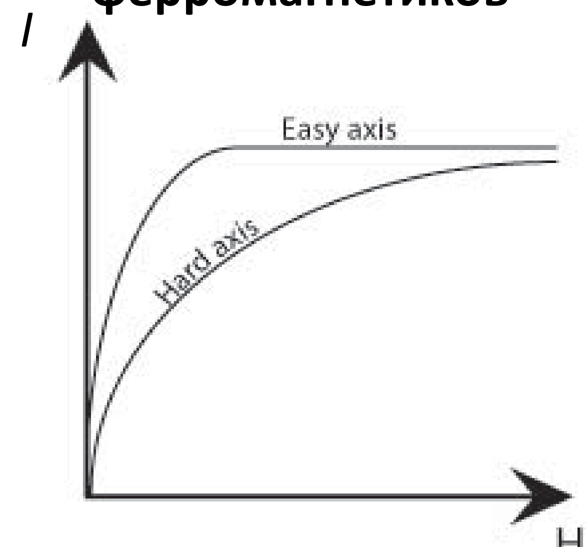


Зависимость магнитной индукции от напряженности магнитного поля:

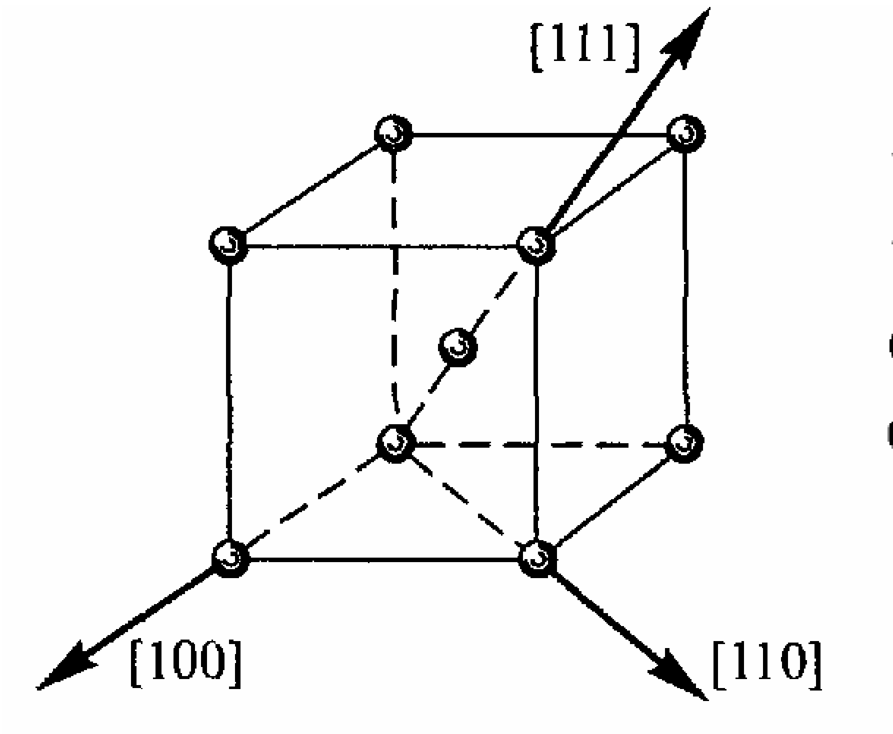
1. **Электролитическое железо**
2. **Малоуглеродистое железо.**
3. **Литая сталь**
4. **Чугун**



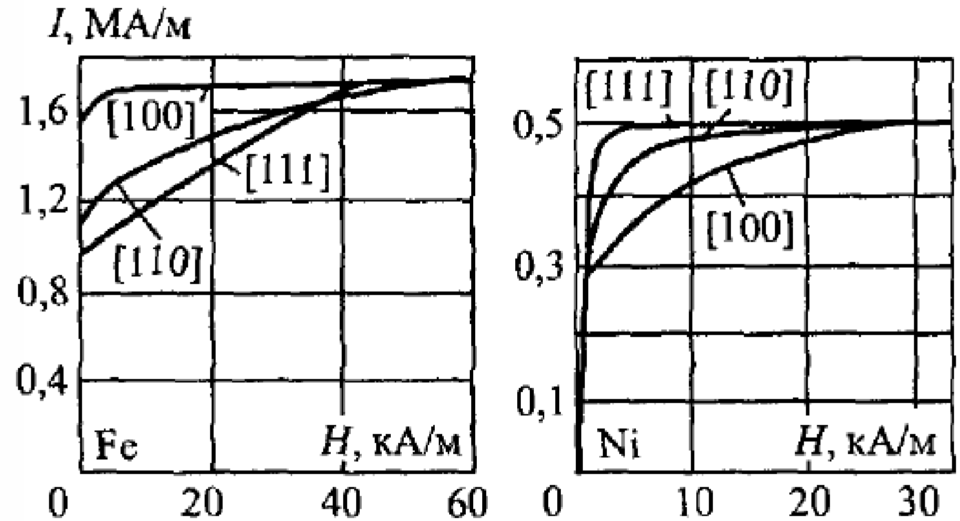
Кривая намагничивания ферромагнетиков



Анизотропия намагничивания

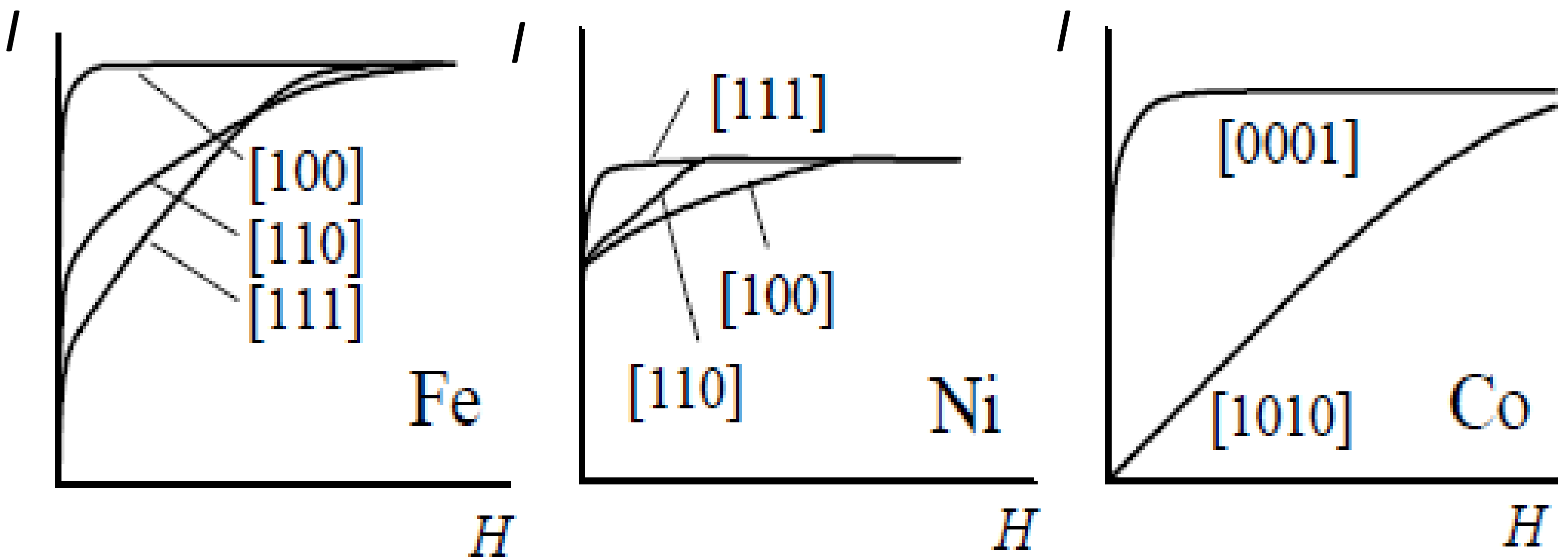


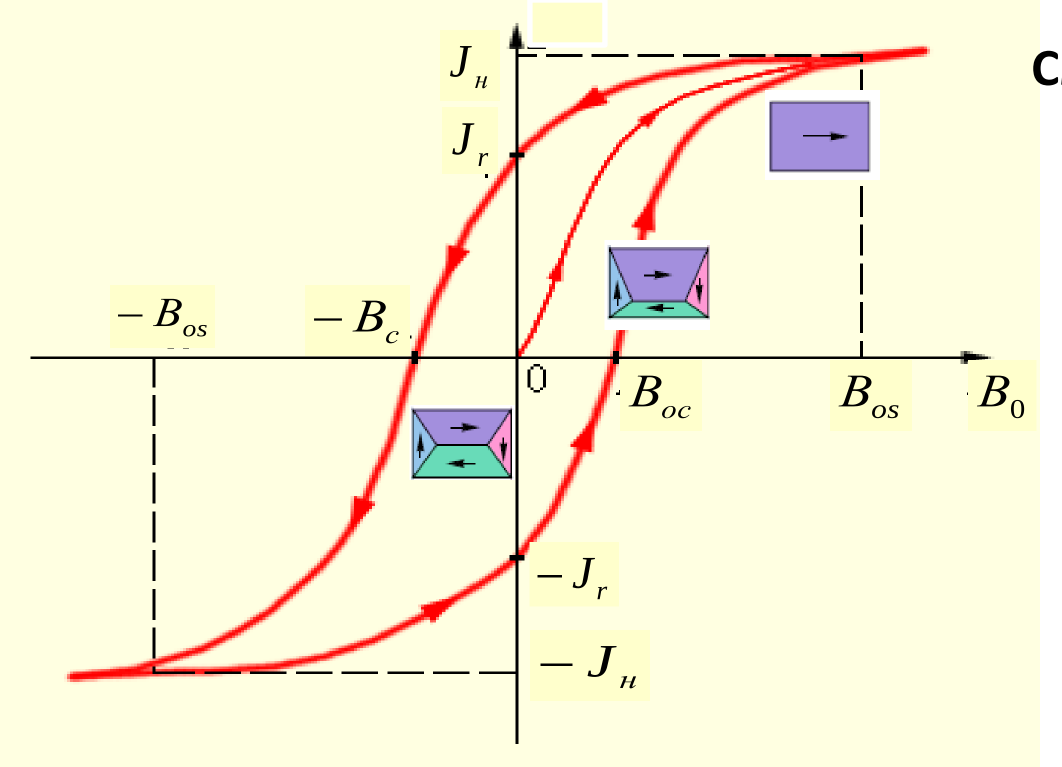
Элементарная кристаллическая ячейка железа и ее основные кристаллографические направления: [001] – легкого, [111] – трудного намагничивания



Кривые намагничивания Fe и Ni по различным направлениям монокристаллических образцов

Кривые намагничивания монокристаллов кубической (Fe, Ni) и гексагональной (Co) симметрии вдоль различных кристаллографических направлений

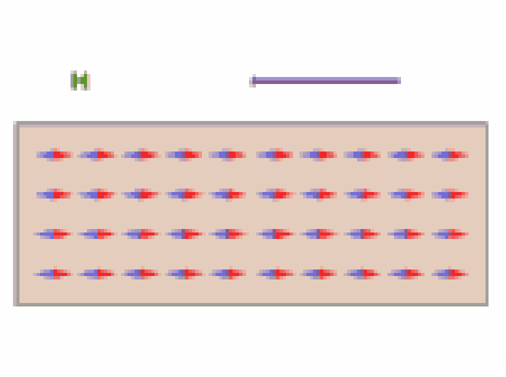


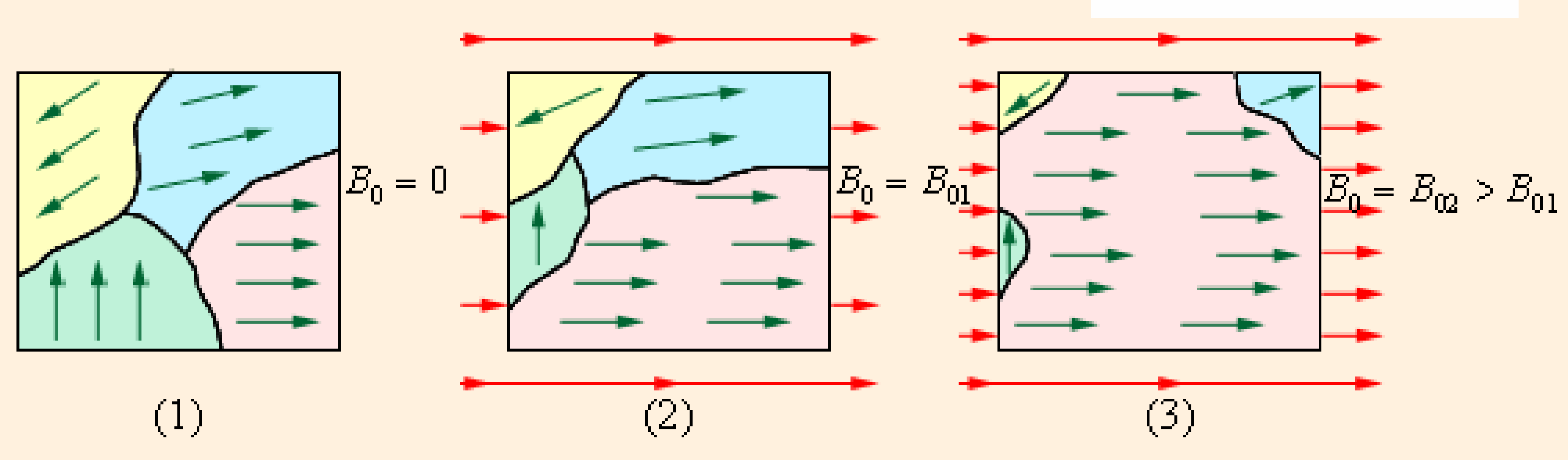


Смещение границ доменов

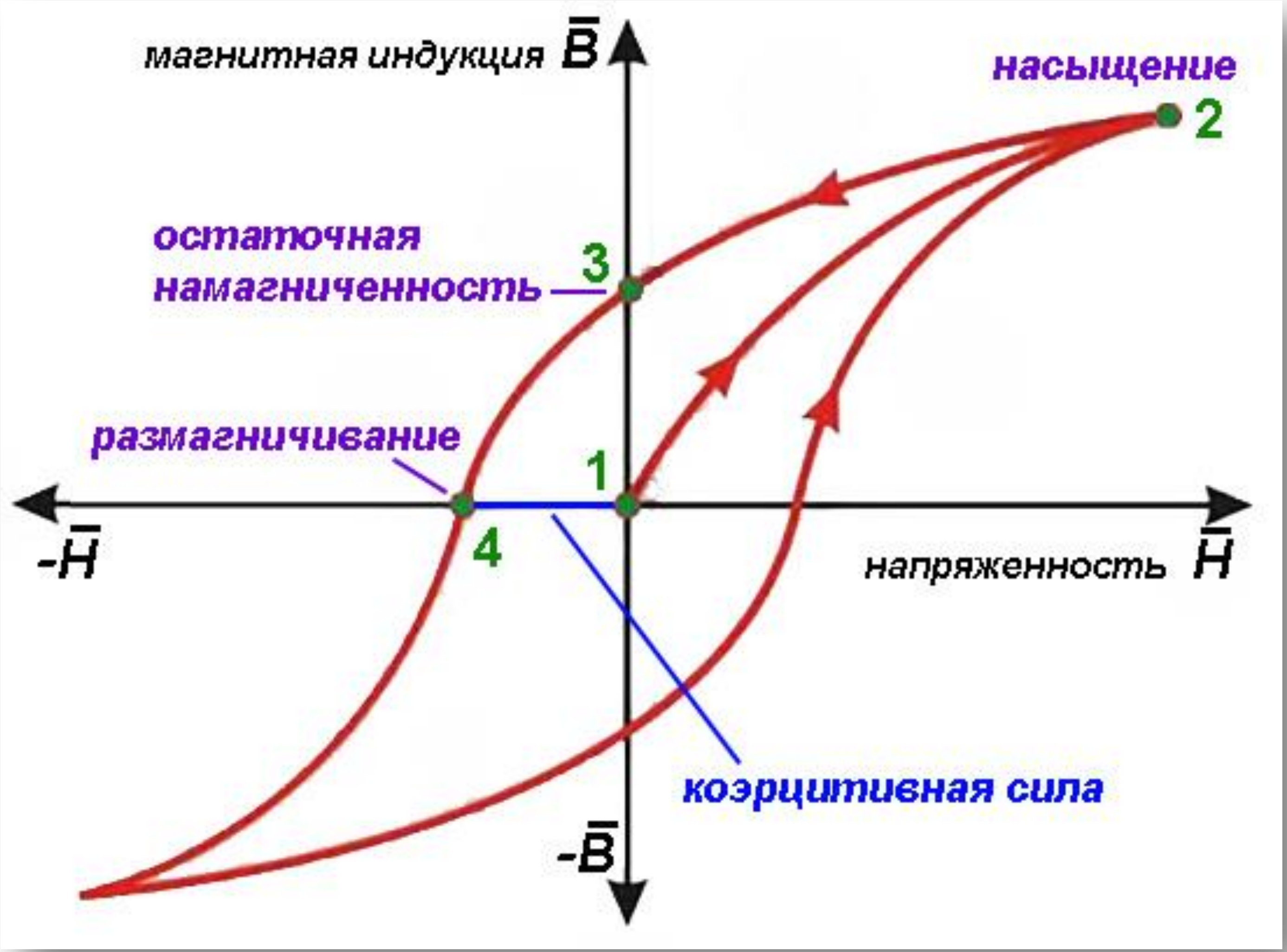
вращение

парапроцессы



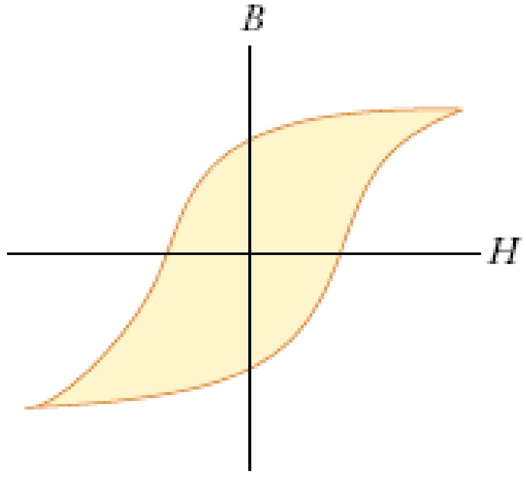


ПЕТЛЯ ГИСТЕРЕЗИСА



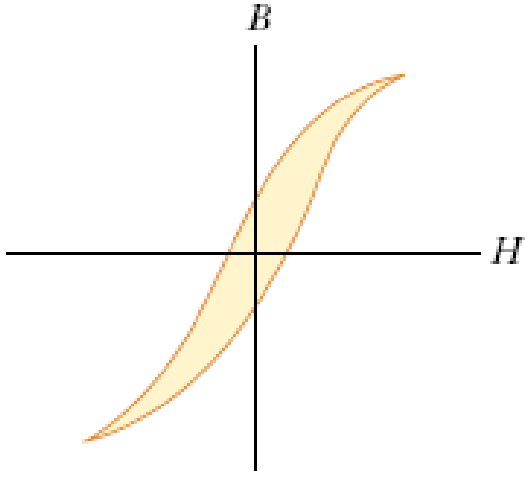
Коэрцитивная сила — такое размагничивающее внешнее магнитное поле напряженностью H, которое необходимо приложить к ферромагнетику, предварительно намагниченному до насыщения, чтобы довести до нуля его намагниченность J или индукцию магнитного поля B внутри - значение напряженности магнитного поля, необходимое для полного размагничивания ферро- или ферримагнитного вещества. {А/м}

Оста́точная намагни́ченность — намагниченность, которую имеет ферромагнитный материал при напряжённости внешнего магнитного поля равного нулю.



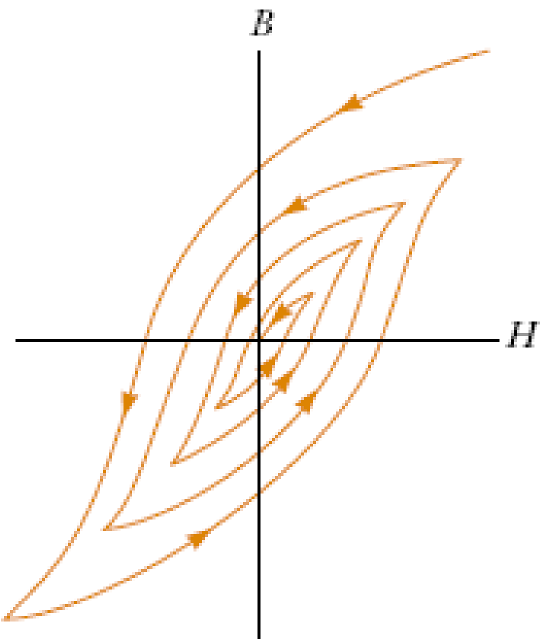
(a)

Если $H_к$ >> 1 А/см – жесткий ферромагнетик



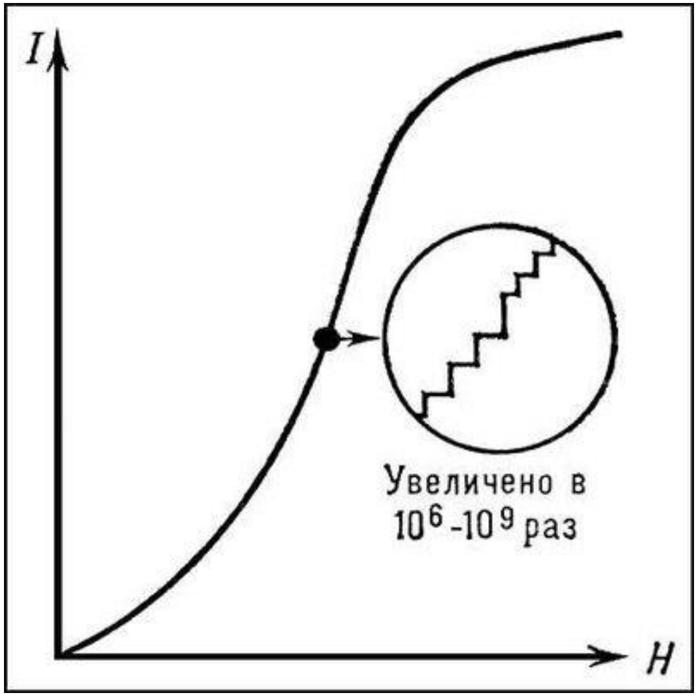
(b)

Если $H_к$ < 1 А/см – мягкий ферромагнетик



Способ размагничивания: воздействие на магнитные материалы переменным магнитным полем с уменьшающейся амплитудой

Эффект Баркгаузена



<u>Наблюдается:</u> в области средних значений напряженности *H*, соответствующей наиболее крутой зависимости *J (H)*

Скачкообразное изменение намагниченности J при монотонном изменении магнитного поля H.

Причина: имеющиеся в образце инородные включения и дефекты мешают плавному перемещению границ доменов при увеличении напряженности поля.

Молекулярное поле Вейсса

В отсутствие внешнего МП (*B* = 0) внутреннее молекулярное поле создает в кристалле ферромагнетика параллельную ориентацию магнитных моментов атомов:

λ - постоянная молекулярного поля.

$$\vec{B}_i = \lambda \mu_0 \vec{J}$$

Эффективное поле, действующее на атом в ферромагнетике:

$$\vec{B}_{eff} = \underbrace{\vec{B}}_{\text{внешнее}} + \underbrace{\lambda \mu_0 \vec{J}}_{\text{внутреннее}}$$

$$J = \frac{NP_m^2}{3kT} B_{eff}$$

Намагниченность ферромагнетика в случае слабых полей и низких температур

$$J = \frac{NP_m^2}{3kT}\left(B + \lambda \mu_0 J\right)$$

$$J = \frac{NP_m^2 B}{3kT\left(1 - \lambda \mu_0 \dfrac{NP_m^2}{3kT}\right)} = \frac{NP_m^2 B}{3k\left(T - \lambda \mu_0 \dfrac{NP_m^2}{3k}\right)}$$

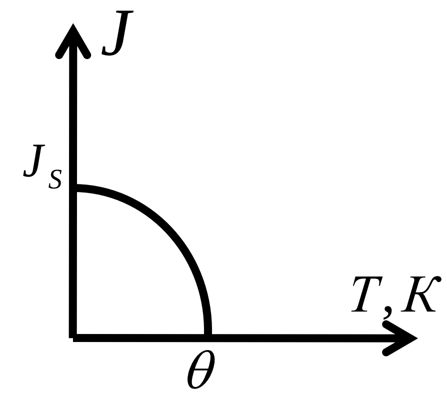
$$\chi = \frac{\mu_0 J}{B} = \frac{NP_m^2 \mu_0}{3k\left(T - \lambda\mu_0 \frac{NP_m^2}{3k}\right)} = \frac{C}{T - \Theta}$$

$$\vec{J} = \chi\vec{H} = \frac{1}{\mu\mu_0}\chi\vec{B}$$

закон Кюри-Вейса

$$\Theta = \lambda\mu_0 \frac{NP_m^2}{3k}$$

Температура Кюри



При *B* = 0 и низких температурах все спины ориентируются параллельно друг другу - ферромагнитное упорядочение в отсутствии внешнего поля. С повышением температуры самопроизвольная намагниченность ферромагнетика уменьшается и исчезает при температуре Кюри данного вещества. При *T* > Θ ферромагнетик ведет себя как обычный парамагнетик.

По современным представлениям ферромагнетизм возникает благодаря особому взаимодействию в кристалле электронов частично заполненных электронных оболочек двух соседних атомов.

Электроны, принадлежащие первому атому, оказываются принадлежащими также и второму, и наоборот. Атомы как бы обмениваются электронами в области перекрытия электронных зарядов соседних атомов – обменное взаимодействие.

Величину обменной энергии можно оценить по температуре Кюри, при которой тепловое движение разрушает ферромагнитный порядок, обеспечиваемый ферромагнитными силами:

$$E_{обм} \approx kT_C$$

$$E_{обм} = -2A \cdot \left(\vec{S}_i, \vec{S}_j\right)$$

A- **обменный интеграл**

S_i, S_j **–спиновые магнитные моменты электронов взаимодействующих атомов**

Минимум обменной энергии может быть реализован

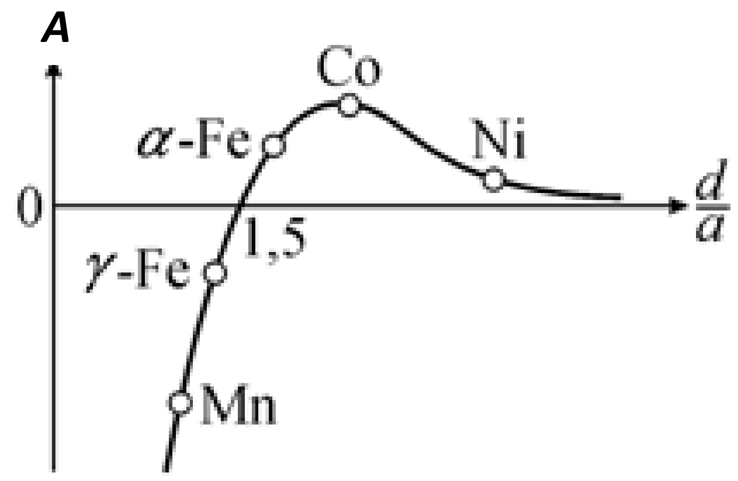
1. Если *A* > 0 - параллельная ориентация спинов: обменные силы устанавливают ферроманитный порядок

$$\boxed{\left(\vec{S}_1, \vec{S}_2\right) = 1}$$

$$\boxed{\left(\vec{S}_1, \vec{S}_2\right) = -1}$$

2. Если *A* < 0 - антипараллельная ориентация. Реализуется антиферромагнитный порядок

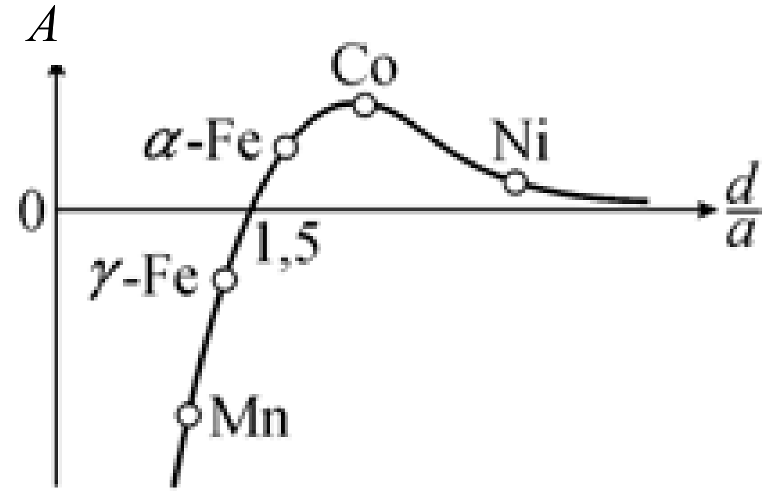
Знак обменного интеграла зависит от степени перекрытия внутренних незаполненных электронных оболочек взаимодействующих атомов



Зависимость A от отношения межатомного расстояния *d* к радиусу недостроенной внутренней оболочки *a*

Условия, благоприятные для ферромагнетизма:

1. **возможен только в кристаллическом состоянии при $T<T_C$;**
2. **Элементарными носителями являются спиновые магнитные моменты электронов**
3. **присущ только тем кристаллам, которые содержат атомы с незаполненными внутренними электронными оболочками**
4. **возможен только при положительном обменном интеграле (*A* > 0), т.е. при *d/a* > 1,3.**

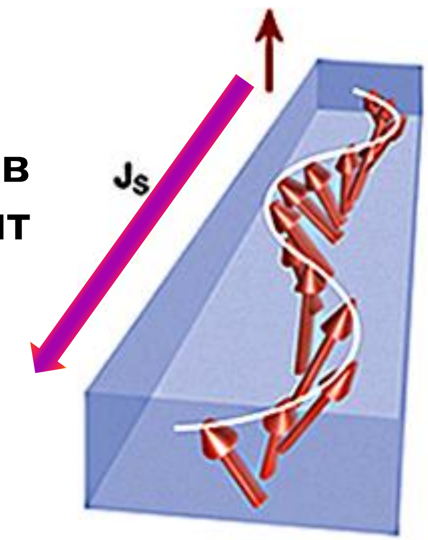


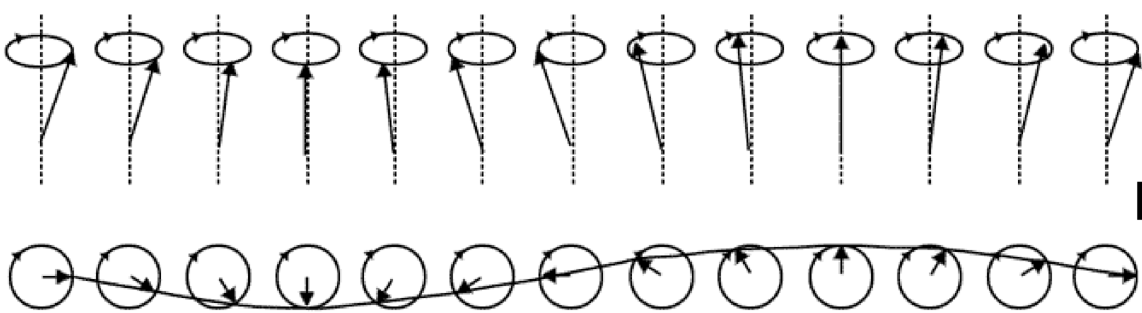
Спиновые волны. Магноны

Строго параллельная ориентация спинов наблюдается только при Т= 0 К = минимуму энергии. Результирующая намагниченность в этом случае равна намагниченности насыщения (основное состояние).
С ростом Т растет число "перевернутых" спинов = "возбужденное состояние". Дополнительная энергия на переворот одного спина

$$\Delta H_{обм} = -A\left(s(-s)+(-s)s\right) - \left(-A[ss+ss]\right) \approx 4As^2$$

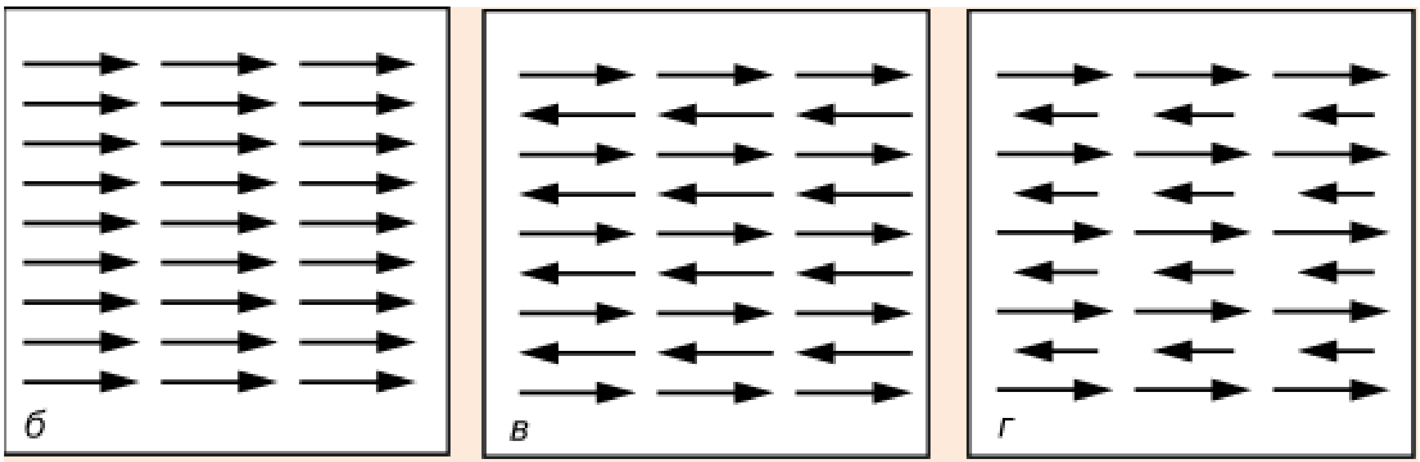
Состояния с перевернутыми спинами энергетически невыгодны. Соседние спины стремятся возвратить спин в исходное положение. Обменное взаимодействие приводит к тому, что при этом спин переворачивается сам = спиновые волны - Ф. Блох (1930).





Квант энергии спиновой волны – магнон
бозоны

Антиферромагнетики = обменные силы вызывают антипараллельную ориентацию спиновых магнитных моментов. Поэтому намагниченность вещества в целом в отсутствие и при наложении внешнего МП практически равна нулю. Фазовый переход II рода из антиферромагнитного состояния в парамагнитное происходит при температуре T_N - **точка Нееля** (0,001–1000 К).

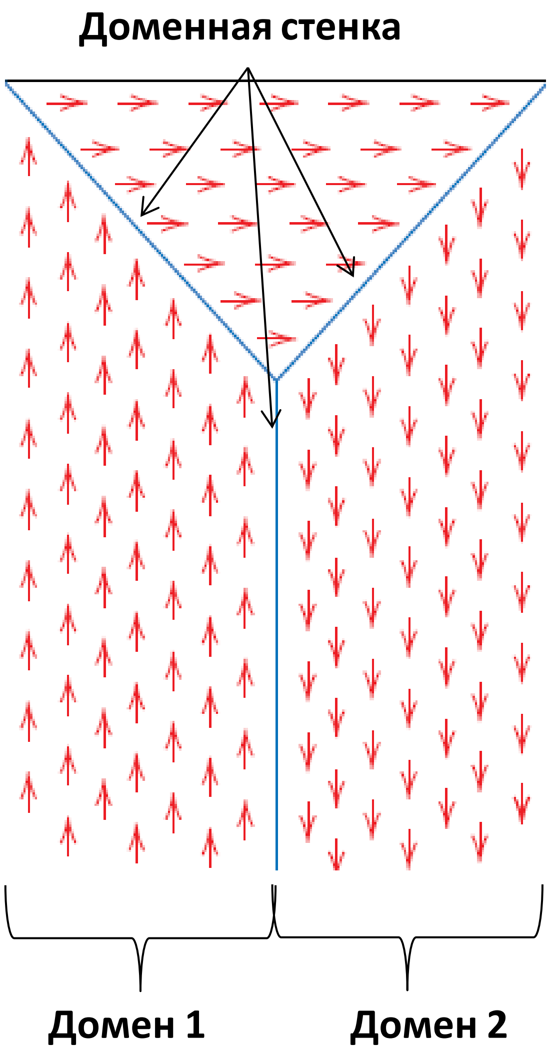


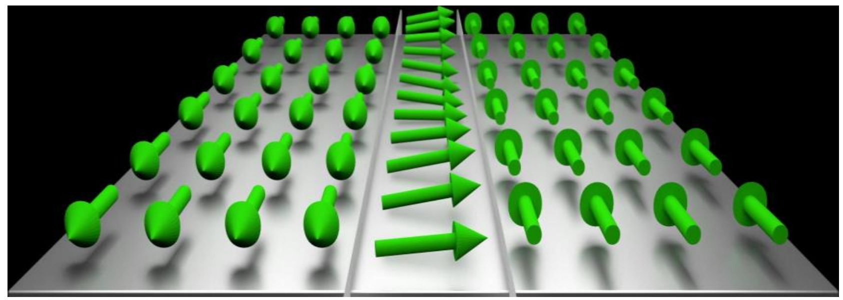
Ферромагнитное вещество — атомные магниты упорядочены

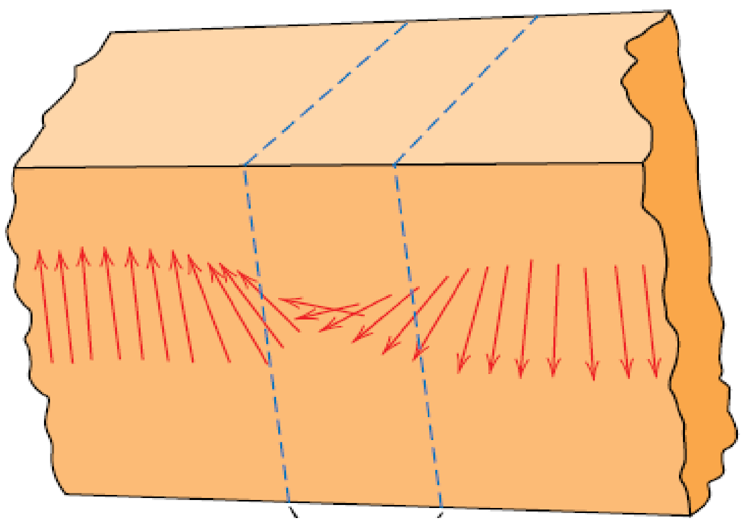
Антиферромагнитное вещество — атомные магниты ориентированы антипараллельно и магнитный момент отсутствует

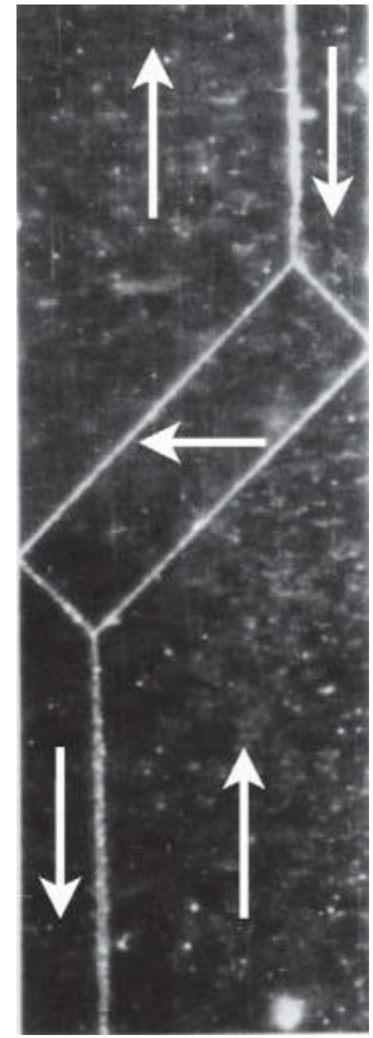
Ферримагнитное вещество — нескомпенсированная антипараллельная ориентация

ДОМЕНЫ И ГИСТЕРЕЗИС





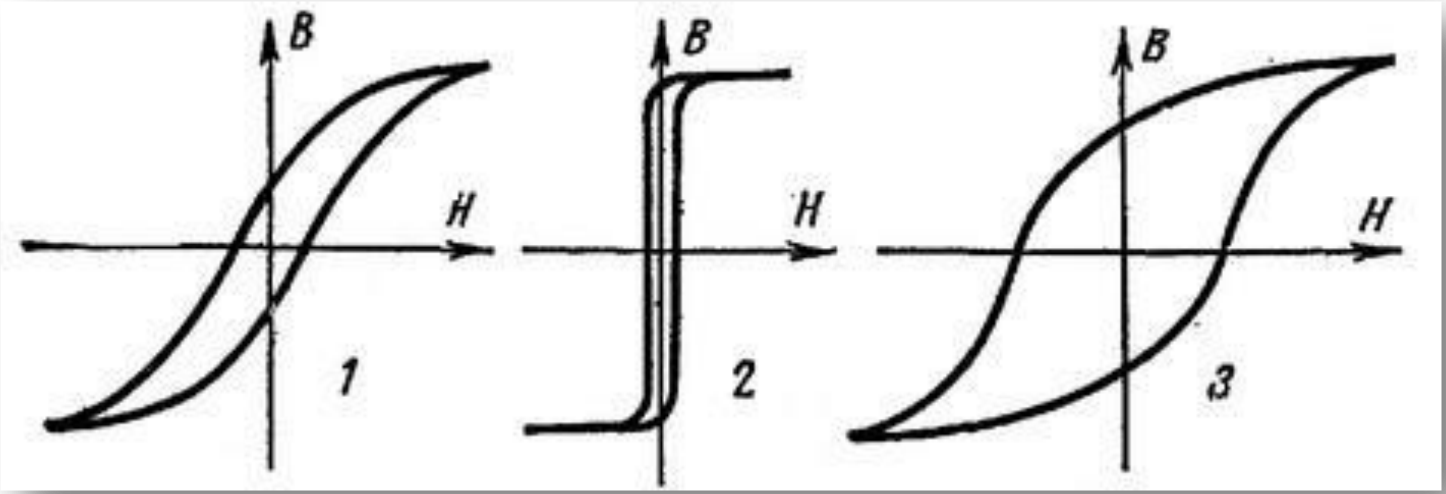




Ферромагнетики

Магнито-мягкие материалы
с низкими значениями
$B_c < 800$ А/м
Сердечники трансформаторов

Магнито-твердые материалы
с высокими значениями
$B_c > 4000$ А/м
Постоянные магниты



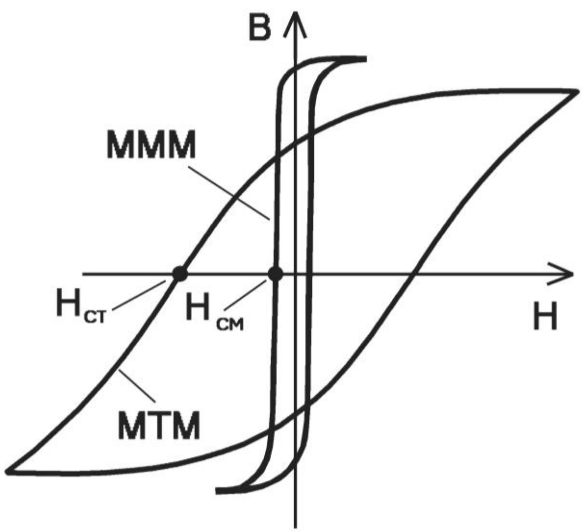
Площадь петли характеризует потери магнитной энергии на единицу объема, происходящие в течение одного цикла процесса намагничивания-размагничивания. Эти потери переходят в тепло, рассеиваемое в объем магнитного материала и повышающее его температуру.

МАГНИТО-МЯГКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Используются в устройствах с циклическими изменениями магнитного поля, где потери энергии небольшие – сердечники трансформаторов – должны достигать намагниченности насыщения при низких значения напряженности МП, легко намагничиваться и размагничиваться.

- **Структурные дефекты – препятствия перемещению доменных стенок**
- **Вихревые токи — источник потерь**

Решение: Повысить электрическое сопротивление (твердые растворы Fe +Ni, Fe +Si), ТП +МП = прямоугольная петля – магнитные усилители, импульсные трансформаторы))



МАГНИТО-ТВЕРДЫЕ МАТЕРИАЛЫ

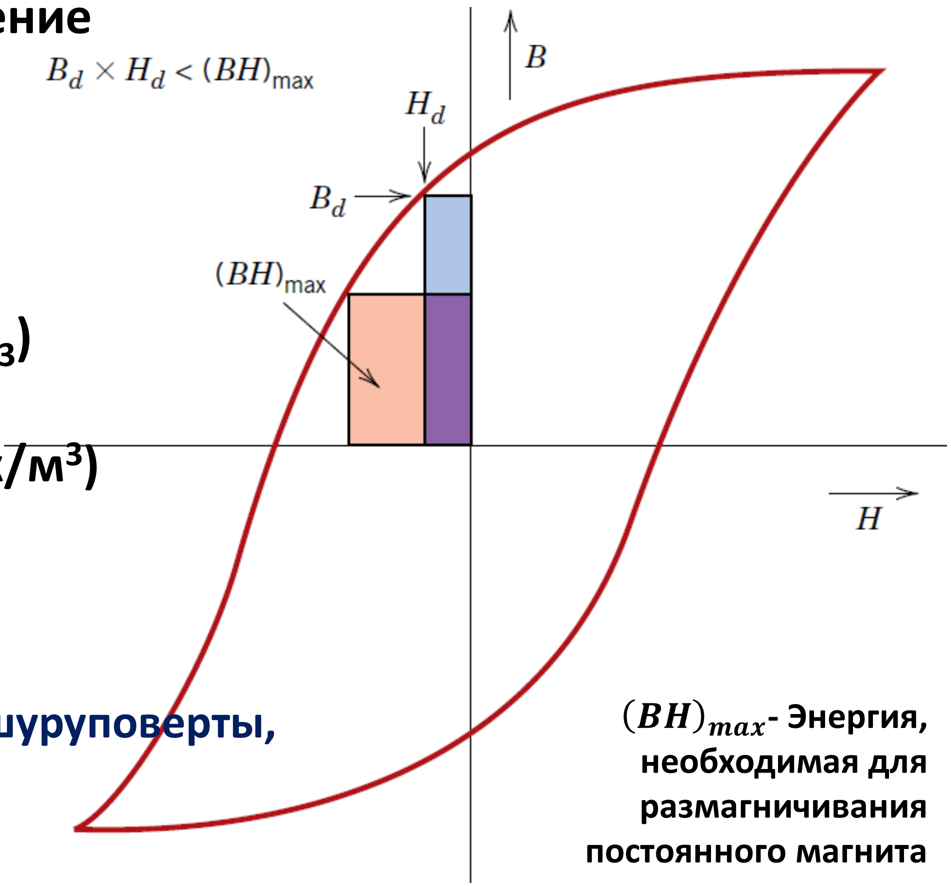
Используются для создания постоянных магнитов, т.е. не должны поддаваться размагничиванию – должна быть высокая остаточная намагниченность, большая коэрцитивная сила, большая индукция насыщения

$(BH)_{max}$ **- энергетическое произведение**

1. Традиционные (2 – 80 кДж/м^3)
Кунифе
Алнико
Гексагональные ферриты ($BaO\text{-}6Fe_2O_3$)

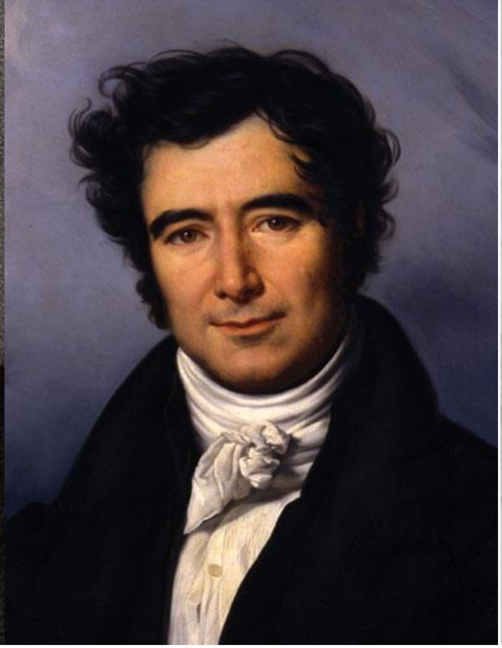
2. Высокоэнергетические (> 80 кДж/м^3)
$SmCo_5$ (120-240 кДж/м^3)
$Nd_2Fe_{14}B$

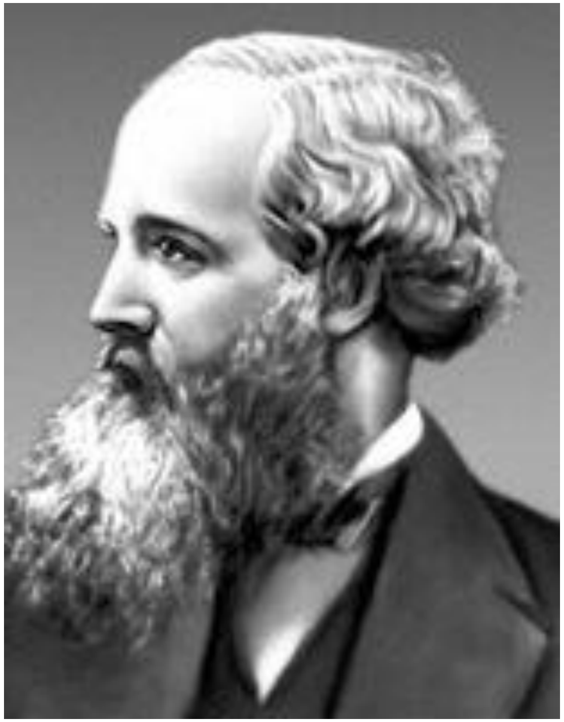
Применение: аккумуляторные дрели, шуруповерты, автомобили, динамики



$(BH)_{max}$- Энергия, необходимая для размагничивания постоянного магнита

Система уравнений Максвелла.

Теория Джеймса Максвелла явилась обобщением законов полного тока, электромагнитной индукции Фарадея, теоремы Остроградского–Гаусса – основа классической электродинамики

Структурные уравнения Максвелла		
$\oint_L (\vec{E}, d\vec{l}) = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S (\vec{B}, d\vec{S})$	$\mathrm{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{dt}$	**Изменяющееся магнитное поле приводит к возникновению вихревого электрического поля.**
$\oint_L (\vec{H}, d\vec{l}) = \int_s \left(\left(\vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right), d\vec{S}\right)$	$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{dt}$	**Вихревое магнитное поле создается полным током, т.е. токами проводимости и током смещения, вызванным изменяющимся электрическим полем.**
$\int_S (\vec{D}, d\vec{S}) = q$	$\mathrm{div}\vec{D} = \rho$	**Электростатическое поле создается неподвижными зарядами. Силовые линии электрического поля начинаются и заканчиваются на зарядах.**
$\int_S (\vec{B}, d\vec{S}) = 0$	$\mathrm{div}\vec{B} = 0$	**Магнитные заряды отсутствуют в природе.**

Материальные уравнения Максвелла

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}, \qquad \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \qquad \vec{j} = \gamma\vec{E}.$$

Закон сохранения энергии электромагнитного поля

Пусть в пространстве, заполненном средой, для которой справедливы материальные уравнения, находится ЭМ поле. Выделим мысленно область пространства V, воспользуемся законом Джоуля-Ленца и вторым структурным уравнением Максвелла

$$1)\ \ q=\left(\vec{j},\vec{E}\right) \qquad\qquad 2)\ \ \mathrm{rot}\vec{H}=\vec{j}+\frac{\partial\vec{D}}{dt}$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\int\limits_V q\,dV=\int\limits_V\left(\vec{j},\vec{E}\right)dV=\int\limits_V\left(\mathrm{rot}\vec{H},\vec{E}\right)dV-\int\limits_V\left(\frac{\partial\vec{D}}{\partial t},\vec{E}\right)dV$$

$$\boxed{\mathrm{div}\left(\vec{E},\vec{H}\right)\equiv\left(\vec{H},\mathrm{div}\vec{E}\right)-\left(\vec{E},\mathrm{rot}\vec{H}\right)}$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t}=-\int\limits_V\mathrm{div}\left[\vec{E},\vec{H}\right]dV=-\int\limits_V\left(\left(\frac{\partial\vec{B}}{\partial t},\vec{H}\right)+\left(\frac{\partial\vec{D}}{\partial t},\vec{E}\right)\right)dV$$

Учтем, что

$$\left(\frac{\partial\vec{B}}{\partial t},\vec{H}\right)=\frac{\partial}{\partial t}\frac{\left(\vec{B},\vec{H}\right)}{2},\quad \left(\frac{\partial\vec{D}}{\partial t},\vec{E}\right)=\frac{\partial}{\partial t}\frac{\left(\vec{D},\vec{E}\right)}{2}$$

$$\boxed{\omega=\frac{\left(\vec{D},\vec{E}\right)}{2}+\frac{\left(\vec{B},\vec{H}\right)}{2}}$$

Объемная плотность энергии электромагнитного поля

$$\boxed{\vec{S}=\left[\vec{E},\vec{H}\right]}$$

Вектор плотности потока электромагнитного поля (вектор Умова-Пойнтинга)

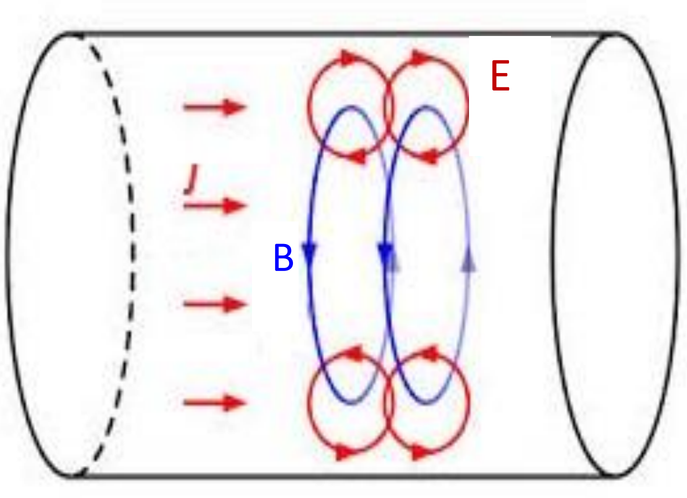
Используем теорему Остроградского-Гаусса

$$\boxed{\frac{\Delta Q}{\Delta t}=-\int_{\Sigma}\left(\vec{S},d\vec{\sigma}\right)-\frac{\partial}{\partial t}\int_{V}\omega dV}$$

Количество выделяемого тепла равно убыли энергии ЭМ поля и ее притоку извне через поверхность Σ.

Скин-эффект

Эффект вытеснения тока на поверхность проводника



Цилиндрический проводник, по которому течет электрический ток

$$B = \frac{\mu_0 jr}{2}$$

Если ток начнет увеличиваться, то индукция МП тоже увеличивается. Это приведет к возникновению вихревого ЭП, которое в приосевой области будет направлено против исходного поля. По закону Ома и приведет к вытеснению тока в приповерхностную область провода

Произведем расчет эффективной толщины поверхностного слоя (скин-слоя), в котором течет ток. Пренебрегаем током смещения, продифференцируем по времени втрое уравнение Максвелла и воспользуемся законом Ома

$$\mathrm{rot}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=\frac{\partial\vec{j}}{dt}=\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$\mathbf{rot}\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{dt}=\left\{\vec{B}=\mu\mu_0\vec{H}\right\}$$

$$\frac{1}{\mu\mu_0}\left[\mathrm{rot},\mathrm{rot}\vec{E}\right]=\sigma\frac{\partial\vec{E}}{dt}$$

$$\boxed{\left[\mathrm{rot},\mathrm{rot}\vec{E}\right]=\left[\mathrm{grad},\mathrm{div}\vec{E}\right]-\Delta\vec{E}}$$

Учтем, что в однородном проводнике

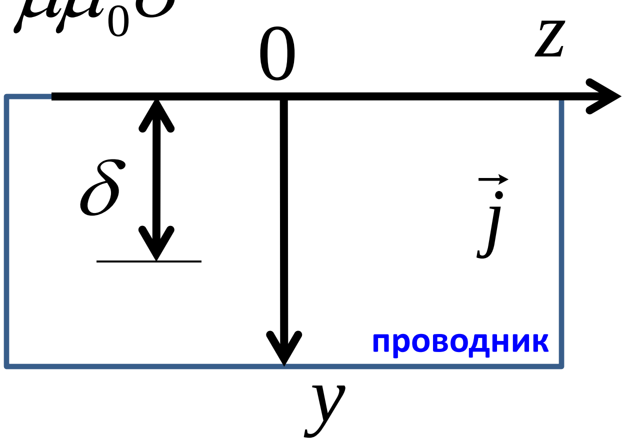
$$\mathbf{div}\vec{D}=\mathbf{div}\varepsilon\varepsilon_0\vec{E}=\rho=0$$

$$\boxed{\Delta\vec{E} = \mu\mu_0\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}}$$

Не решая уравнения можно оценить толщину скин-слоя. Если период колебания тока равен T

$$\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \approx \frac{E}{T}, \quad \Delta E \approx \frac{E}{\delta^2} \qquad \delta \cong \sqrt{\frac{T}{\mu\mu_0\sigma}}$$

Решим уравнение для тока вдоль оси 0Z по проводнику, занимающему полупространство y>0



$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = \mu\mu_0\sigma\frac{\partial E_z}{\partial t}$$

$$E_z(y,t) = E(y)\exp(i\omega t)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial y^2} = i\mu\mu_0\sigma\omega E$$

Общее решение

$$\boxed{E_z(y) = A_1\exp(-\alpha y) + A_2\exp(\alpha y)}$$

$$\alpha = \sqrt{i\mu\mu_0\sigma\omega} = \sqrt{\frac{i\mu\mu_0\sigma\omega}{2}}(1+i) = \frac{1}{\delta}(1+i)$$

$$E_z(y) = A_1 \exp\left(-\frac{1}{\delta}(1+i)y\right) + \underbrace{A_2 \exp\left(\frac{1}{\delta}(1+i)y\right)}_{\substack{\text{при } y\to\infty,\, E\to 0 \\ \text{противоречит} \\ \text{физическому} \\ \text{смыслу}}}$$

Окончательно поле в проводнике

$$E_z(y,t) = A_1 \exp\left(-\frac{y}{\delta}\right)\exp\left[i\left(\omega t - \frac{y}{\delta}\right)\right]$$

$$j_z(y,t) = \sigma E_z(y,t) = j_z(0)\exp\left(-\frac{y}{\delta}\right)\exp\left[i\left(\omega t - \frac{y}{\delta}\right)\right]$$

Т.о. плотность тока убывает вглубь проводника по экспоненциальному закону

$$\boxed{\delta \cong \sqrt{\frac{2}{\mu\mu_0\sigma\omega}}}$$

Толщина скин-слоя, зависит от частоты

$\nu = \omega/(2\pi) = 50$ Гц толщина $\delta = 9$ мм, а при $\nu = 1$ МГц $\delta = 66$ мкм.

Последнее означает, что можно убрать весь проводящий материал, оставив только тонкую проводящую трубку. Из-за скин-эффекта сопротивление проводника возрастает с увеличением частоты тока, т.к. уменьшается рабочее сечение проводника