Сегодня: понедельник, 20 ноября 2023 г.

Лекция 16. Самоиндукция. Взаимная индукция. Энергия

- **Самоиндукция**
- **Взаимная индукция**
- **Энергия магнитного поля**

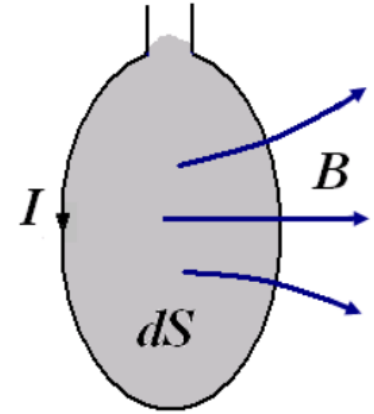
Явление самоиндукции

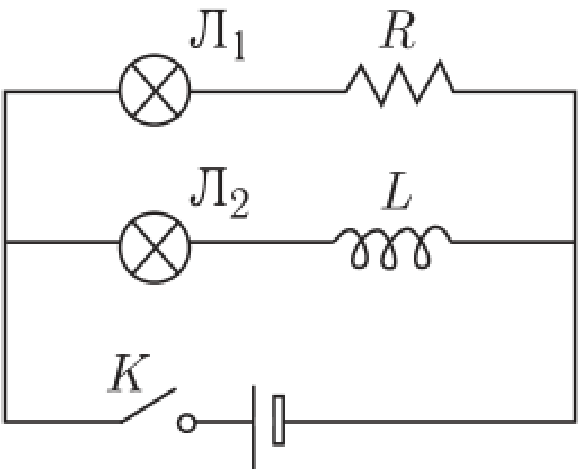
Вокруг любого проводника с током возникает магнитное поле. Следовательно, с любым контуром тока всегда связан поток магнитной индукции. Этот поток будет изменяться при изменении силы тока в контуре, а также формы контура или магнитной проницаемости окружающей среды.

При изменении тока I в контуре изменяется создаваемое им магнитное поле и магнитный поток сквозь контур, изменяется во времени. Следовательно, в контуре индуцируется ЭДС.

Этот процесс называется самоиндукцией.

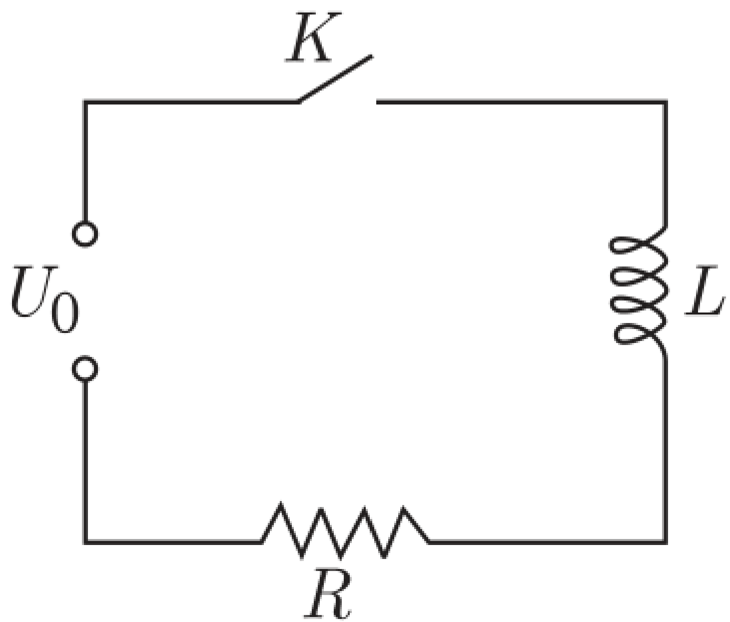
$$\Phi = L \cdot I$$





$$\varepsilon_{Si} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Явление самоиндукции при замыкании и размыкании электрической цепи



С учетом ЭДС самоиндукции, закон Ома для RL - цепи

$$IR = U_0 - L\frac{dI}{dt}$$

здесь стоит полный ток в цепи, включая экстраток. В силу правила Ленца (знака минус)

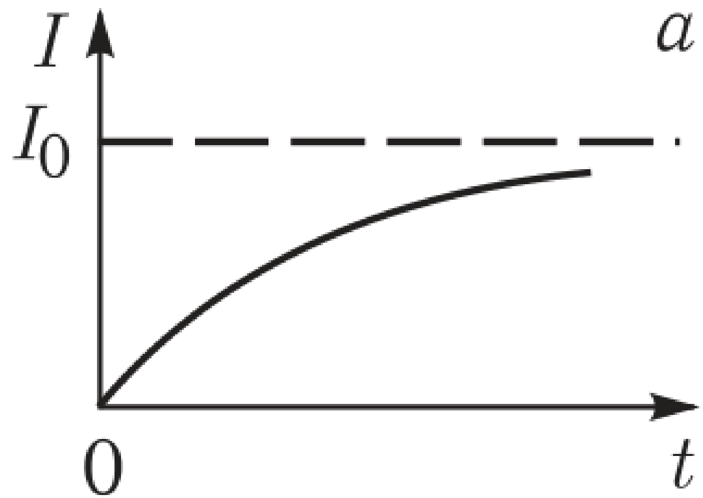
$$U_L = -\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$$

поэтому закон Ома

$$U_0 = U_L(t) + U_L(t) = L\frac{dI(t)}{dt} + I(t)R$$

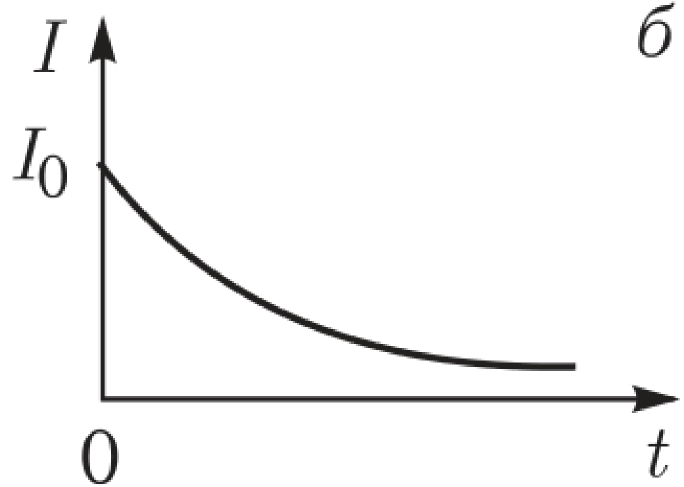
Введем постоянную времени

$$\tau = \frac{L}{R}$$



$$U_0 = L\frac{dI(t)}{dt} + I(t)R$$

$$\frac{U_0}{L} = \frac{dI(t)}{dt} + I(t)\underbrace{\frac{R}{L}}_{=\tau}$$



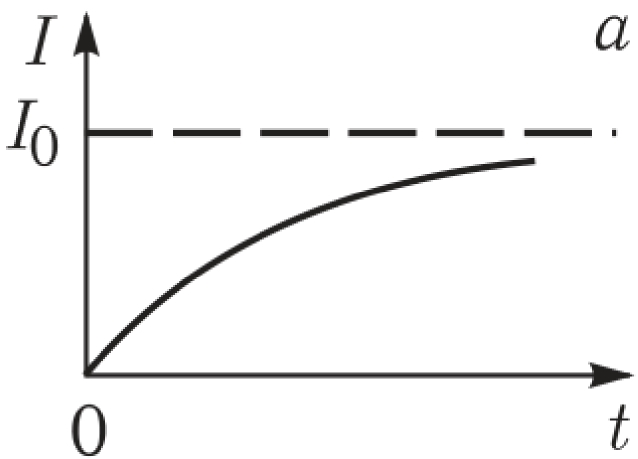
При t = 0,
I(0) = 0

$$\boxed{I(t) = \frac{U_0}{R}\left(1 - exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right) = \frac{U_0}{R}\left(1 - exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)}$$

$$\boxed{I(t) = I_0 exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}$$

При замыкании цепи $I_0=0$ при $t=0$

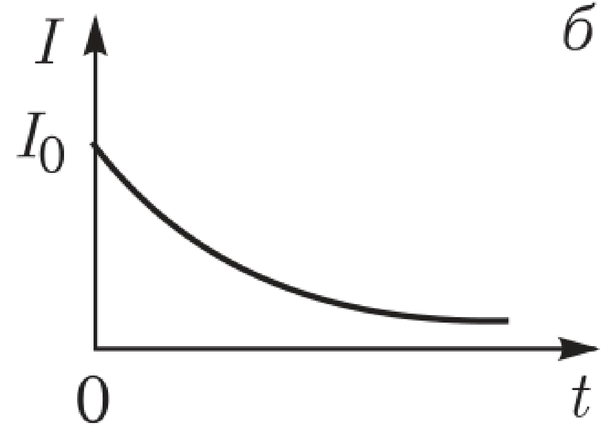
$$\boxed{I=\frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)}$$



При размыкании цепи при $t=0$

$I=I_0,\ \varepsilon=0$

$$\boxed{I=I_0\cdot e^{-\frac{R}{L}t}}$$



Если цепь переключается на очень большое внешнее сопротивление R, например, происходит разрыв цепи ($R \gg R_0$), то может стать огромным и образуется вольтова дуга между разомкнутыми концами выключателя.

Закон Фарадея для самоиндукции

$$\varepsilon_{Si} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\left(LI\right)}{dt} = -\left(L\frac{dI}{dt} + \underbrace{I\frac{dL}{dt}}_{\substack{=0,\,\text{если} \\ L=const}} \right) = -L\frac{dI}{dt}$$

- ***Знак «минус» в соответствии с правилом Ленца означает, что наличие индуктивности L приводит к замедлению изменения тока I в контуре.***
- ***Если ток I возрастает, то dI / dt > 0 и, соответственно, < 0, т.е. ток самоиндукции I_{Si} направлен навстречу току I внешнего источника и замедляет его нарастание.***
- ***Если ток I убывает, то dI / dt < 0 и, соответственно, > 0, т.е. ток самоиндукции I_{Si} имеет то же направление, что и убывающий ток I внешнего источника и замедляет его убывание.***

ЭДС самоиндукции в бесконечно длинном соленоиде

$$\boxed{\varepsilon_{Si} = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

Магнитный поток Φ_1, пронизывающий каждый виток

$$\Phi_1 = BS = \mu\mu_0 HS = \mu\mu_0 \frac{IN}{l} S$$

При изменении тока в каждом витке возникает ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon_{Si1} = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\mu\mu_0 \frac{IN}{l} S\right)$$

В N последовательно соединенных витках соленоида возникает ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon_{Si} = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_{Si1} = N\varepsilon_{Si1} = -\frac{d}{dt}\left(\mu\mu_0 \frac{IN^2}{l} S\right) =$$

$$= -\frac{d}{dt}\left(\mu\mu_0 n^2 IlS\right) = -\frac{d}{dt}\left(\mu\mu_0 n^2 IV\right) = -\frac{d}{dt}(LI)$$

$$\boxed{L = \frac{\mu\mu_0 N^2}{l} S}$$

– **индуктивность соленоида**.

[L] = 1 Генри (Гн).

зависит от формы, размеров проводника и магнитной проницаемости среды, окружающей проводник.

Если L = const

$$\boxed{\varepsilon_C = -L\frac{dI}{dt}}$$

ЭДС самоиндукции прямо пропорциональна скорости изменения тока в проводнике (справедливо для любых проводников)

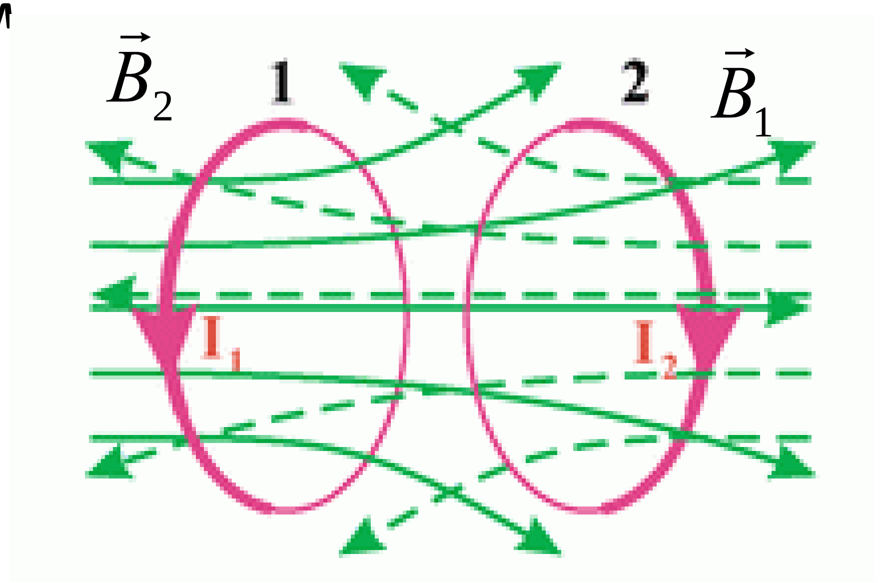
Если L ≠ const, что возможно при μ = f(H)

$$\boxed{\varepsilon_C = -L\frac{dI}{dt} - I\frac{dL}{dt}}$$

То есть при наличии ферромагнетиков и в переменных МП коэффициент пропорциональности в выражении для ЭДС самоиндукции не равен L: в проводниках с переменным током существуют одновременно две ЭДС - источника тока и самоиндукции

Взаимная индукция

Взаимная индукция, явление, в котором обнаруживается магнитная связь двух или более электрических цепей. Благодаря этой связи возникает ЭДС индукции в одном из контуров при изменении тока в другом. Количественной характеристикой магнитной связи электрических цепей является взаимная индуктивность.



Коэффициент взаимной индукции

Магнитный поток через первый контур с током I_1 частично пронизывает площадь, ограниченную вторым контуром:

$$\boxed{\Phi_{12} = L_{12} I_1}$$

L_{12} – коэффициент взаимной индукции контуров.

Если ток I_2 течет в контуре «два», то магнитный поток Φ_{21} через контур «один» также пропорционален току:

$$\boxed{\Phi_{21} = L_{21} I_2}$$

По закону электромагнитной индукции

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12}\frac{dI_1}{dt}$$

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_2}{dt}$$

Явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется взаимной индукцией

Энергия тока

Кратковременный экстраток размыкания является свидетельством существования запасенной энергии в электрической цепи.
Поскольку эта энергия превращается в теплоту, то ее легко можно вычислить с помощью закона Джоуля–Ленца

$$W = \int_0^\infty RI^2(t)\,dt$$

$$= RI_0^2 \int_0^\infty \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right) dt = \frac{RI_0^2 \tau}{2} = \frac{LI_0^2}{2}$$

Эта энергия заимствуется у источника постоянного тока.

$$U_0 I dt = LI dI + I^2 R dt = 2\left(\frac{LI^2}{2}\right) + I^2 R dt$$

Здесь работа, совершаемая источником постоянного тока за время dt, затрачивается на нагревание резистора и на создание запаса энергии электрического тока. Таким образом, энергия тока

$$\boxed{W = \frac{LI^2}{2}}$$

Энергия магнитного поля

Опыт показывает, что «носителем» запасенной энергии является не электрический ток, а создаваемое им магнитное поле: электромагнитное поле, порожденное переменным током в проводе (антенне), может переносить энергию в окружающем пространстве.

Проще всего связать энергию с магнитным полем можно, рассмотрев энергию, запасенную в длинном соленоиде, заполненном магнитной средой с проницаемостью μ.

Напряженность поля в длинном магнетике равна напряженности поля катушки

$$H = H_0 = \frac{NI}{l}$$

индукция поля в магнетике

$$B = \mu_0 \mu H = \mu_0 \mu \frac{NI}{l}$$

Поэтому индуктивность соленоида в присутствии магнетика

$$\boxed{L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l}}$$

запасенная энергия

$$\boxed{W = \frac{1}{2} \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l} I^2}$$

Объемная плотность энергии для однородного МП в соленоиде (Дж/м³)

$$\boxed{\omega = \frac{W_m}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{BH}{2} = \frac{\mu\mu_0 H}{2}}$$

Для ферромагнетика, у которого магнитная проницаемость зависит от напряженности поля

$$\boxed{\omega = \int_0^B \left(\vec{H}, d\vec{B}\right)}$$

Энергия магнитного поля при наличии магнитной связи токов

Рассмотрим два соленоида одинаковой длины и приблизительно одинакового сечения витка, однако у первого соленоида общее число витков равно N_1, а у второго соленоида оно равно N_2. Вставим соленоид с чуть меньшим сечением витка плотно во второй соленоид и пустим по катушкам электрические токи.

$$H_1 = \frac{N_1 I_1}{l}$$

$$H_2 = \frac{N_2 I_2}{l}$$

$$H = H_1 + H_2$$

$$W = \omega V = \frac{1}{2}\mu_0 \mu H^2 S l$$

$$= \frac{1}{2}\mu_0 \mu \left(H_1^2 + 2H_1 H_2 + H_1^2\right) S l$$

Если принять во внимание, что

$$\boxed{L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l}}$$

$$L_1 = \mu_0 \mu \frac{N_1^2 S}{l}$$

$$L_2 = \mu_0 \mu \frac{N_2^2 S}{l}$$

$$L_{12} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2 S}{l} = L_{21}$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_{12} I_1 I_2 + \frac{1}{2} L_{21} I_2 I_1 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2}$$

Таким образом, при наличии магнитной связи энергия токов зависит от величины этой связи (коэффициентов взаимной индукции)

Токи смещения

Анализируя закон электромагнитной индукции, Максвелл пришел к заключению, что изменяющееся магнитное поле порождает вихревое электрическое поле, что нашло отражение в предложенном им уравнении

$$\boxed{\oint\left(\vec{E}, d\vec{l}\right) = -\int\left(\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, d\vec{S}\right)}$$

$$\boxed{rot\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}}$$

Вместе с тем он обратил внимание, что уравнение $\boldsymbol{rot\overrightarrow{H} = \vec{j}}$ противоречиво.

$$\mathrm{div}\,\mathrm{rot}\vec{H} = 0 \qquad \mathrm{div}\,\vec{j} \neq 0$$

Чтобы устранить это противоречие, Максвелл в правую часть добавил плотность тока смещения

$$\boldsymbol{rot\overrightarrow{H} = \vec{j} + \vec{j}_{\text{см}}}$$

при этом должно выполняться условие

$$\boldsymbol{div(\vec{j} + \vec{j}_{\text{см}}) = 0}$$

Используя уравнение непрерывности

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\mathrm{div}\,\vec{j}$$

и уравнение Максвелла $$\operatorname{div}\vec{D} = \rho$$

$$\operatorname{div}\vec{j}_{см} = -\operatorname{div}\vec{j} = \frac{\partial\rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\operatorname{div}\vec{D}\right) = \operatorname{div}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

$$\boxed{\vec{j}_{см} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}}$$

$$\boxed{\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}}$$

$$\boxed{\oint\left(\vec{H}, d\vec{l}\right) = I + \int\left(\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}, d\vec{S}\right)}$$

два уравнения Максвелла (в дифференциальной и интегральной формах) показывают, что изменяющееся во времени электрическое поле порождает в окружающем пространстве вихревое магнитное поле