

**Сегодня:
воскресенье, 12
ноября 2023 г.**

Лекция 15. Магнитное взаимодействие токов и зарядов

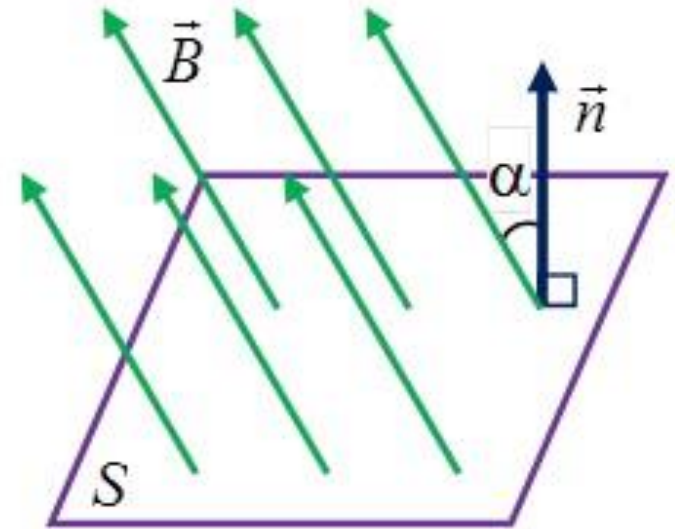
- Поток вектора магнитной индукции
- Работа по перемещению проводника в МП
- Явление электромагнитной индукции
- Самоиндукция
- Взаимная индукция
- Энергия магнитного поля

Поток вектора магнитной индукции

$$d\Phi_m = (\vec{B}, d\vec{S}) = (\vec{B} \cdot dS\vec{n})$$
$$= (B_n dS) = BdS \cos(\vec{n}, \vec{B})$$

Единицы измерения

$$[\Phi_m] = \text{Вебер} = \text{Вб}$$



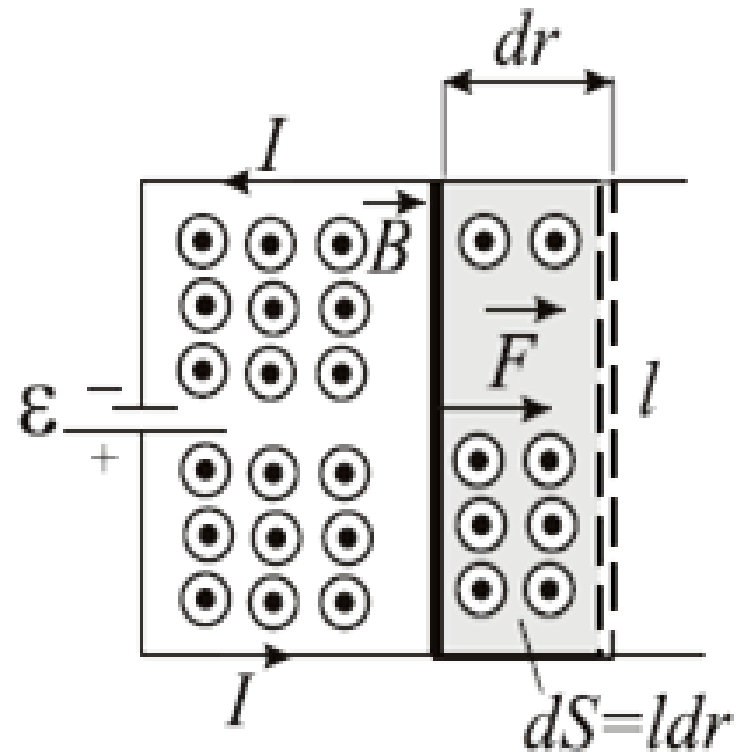
Теорема Остроградского–Гаусса: поток вектора магнитной индукции через произвольную замкнутую поверхность равен нулю

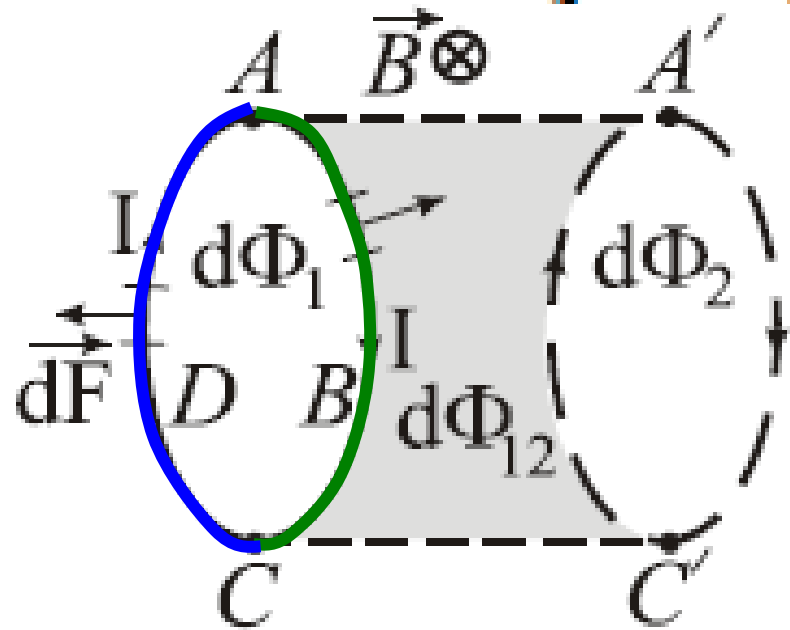
$$\oint_S (\vec{B}, d\vec{S}) = 0$$

Работа по перемещению проводника с током в МП

равна произведению силы тока на магнитный поток, пересеченный движущимся проводником.

$$\begin{aligned}\delta A &= (\vec{F}, d\vec{r}) = Id\vec{r} [d\vec{l}, \vec{B}] \\ &= I (\vec{B}d\vec{S}) = Id\Phi\end{aligned}$$





Разобьем контур на два **ABC** и **CDA**, соединенных концами.

Работа сил Ампера

$$\delta A = \delta A_{ABC} + \delta A_{CDA}$$

Силы к **ABC** образуют с направлением перемещения острые углы

$$\delta A_{ABC} > 0$$

$$\delta A_{ABC} = I(d\Phi_{12} + d\Phi_2)$$

$$\delta A_{CDA} < 0$$

$$\delta A_{CDA} = -I(d\Phi_1 + d\Phi_{12})$$

Результирующая работа

$$\delta A = I(d\Phi_{12} + d\Phi_2) - I(d\Phi_1 + d\Phi_{12}) = I(d\Phi_2 - d\Phi_1)$$

Силы на **CDA** образуют тупые углы

Сила, действующая на dl в направлении перемещения,

$$dF = I \cdot dl \cdot B_n$$

он описывает площадку

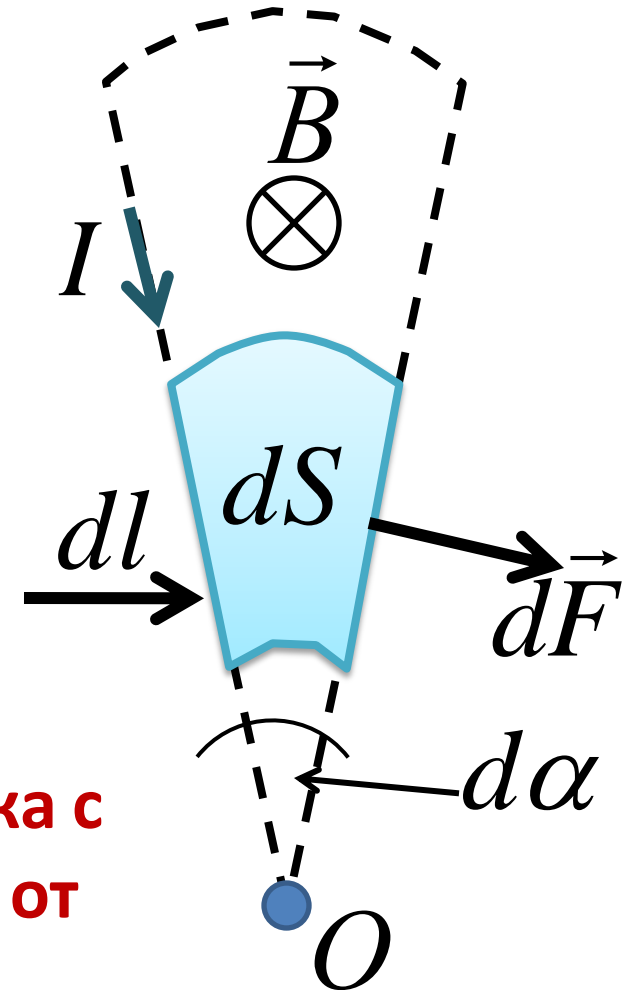
$$dS = dl \cdot l \cdot d\alpha$$

l - расстояние элемента от оси вращения O

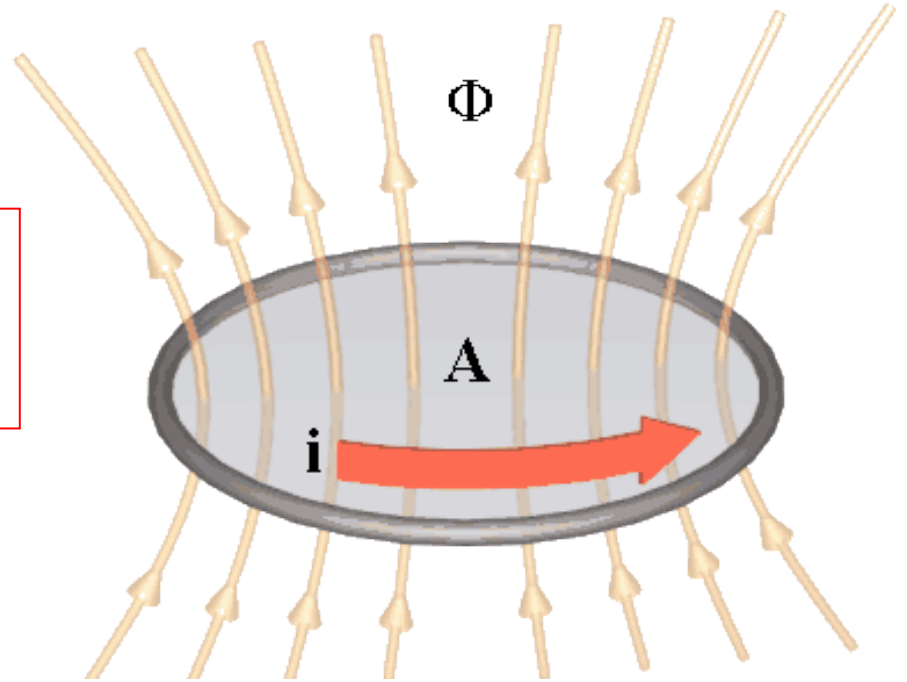
Совершаемая этой силой работа

$$\begin{aligned} dA &= I \cdot dl \cdot B_n \cdot l d\alpha = \\ &= IB_n \cdot dS = I \cdot d\Phi_M \end{aligned}$$

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле не зависит от вида движения проводника.



$$A = \int \delta A = I \Delta \Phi$$



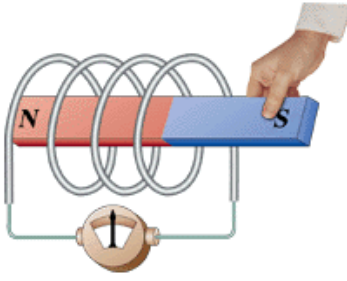
Работа по перемещению замкнутого контура произвольной формы с током в МП равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока, сцепленного с этим контуром.

Если перемещаемый контур состоит из N витков

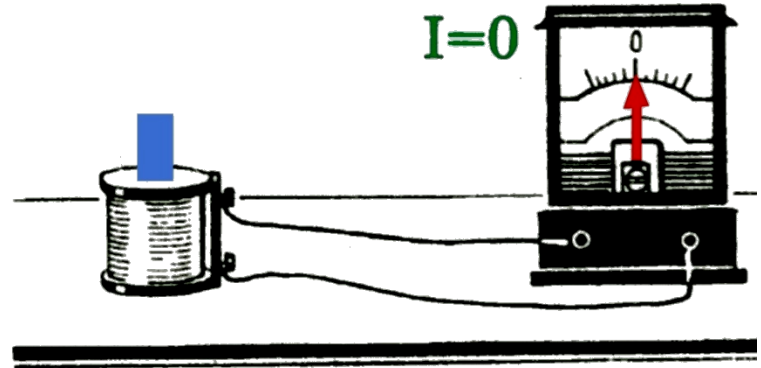
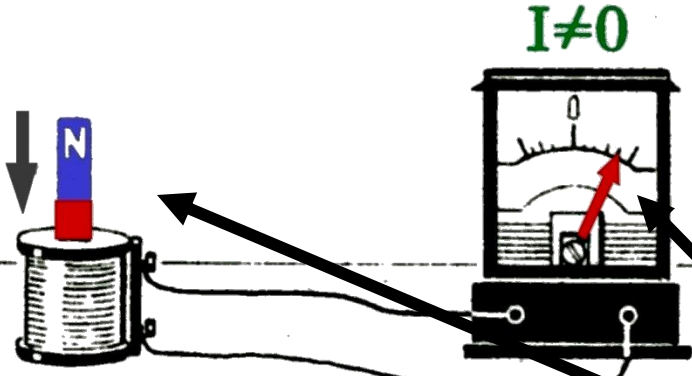
$$\begin{aligned} dA &= \sum_{i=1}^N dA_i = \sum_{i=1}^N I d\Phi_{M_i} = \\ &= I \left(\sum_{i=1}^N d\Phi_{M_i} \right) = I \cdot d\Psi \end{aligned}$$

$$\Psi = \sum_{i=1}^N d\Phi_{M_i}$$

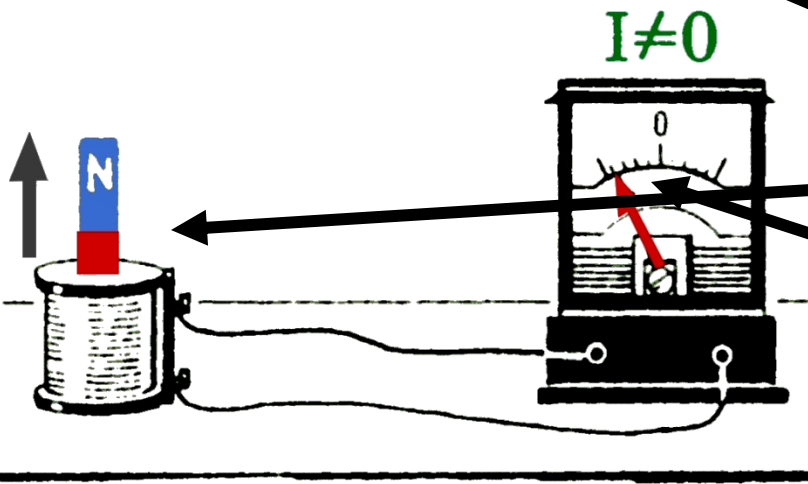
- **потокосцепление** или полный магнитный поток, пронизывающий N витков контура



Опыты Фарадея



магнит неподвижен
индукционного тока нет



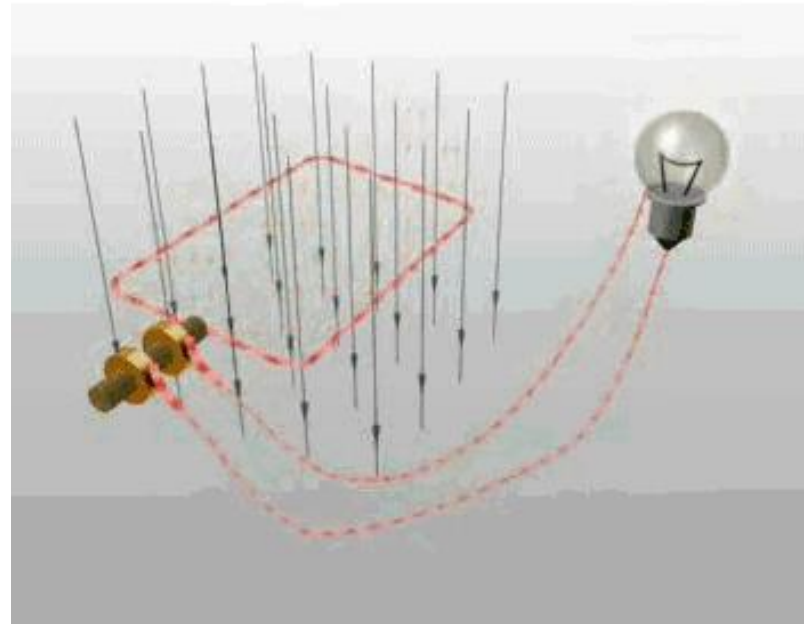
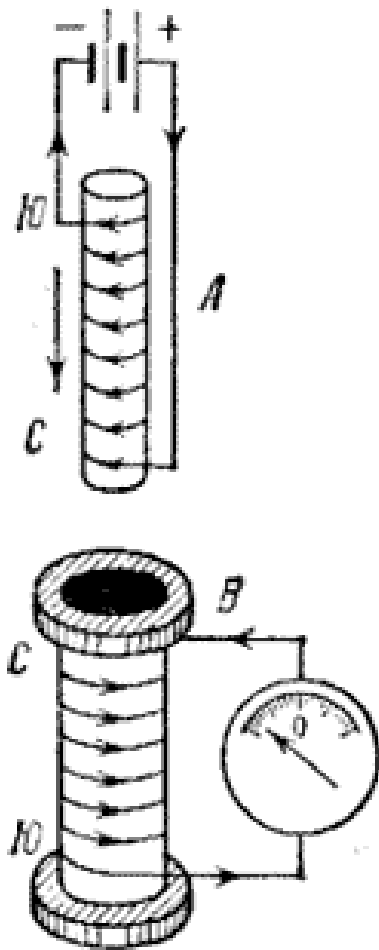
при движении
магнита
относительно
катушки возникает
индукционный ток

Опыты Фарадея

электрический ток в катушке 2 возникает в моменты замыкания и размыкания ключа катушки 1



В соленоиде возникает **индукционный ток**, только при относительном перемещении соленоида *B* и катушки *A*.



ЭДС индукции = электродвижущая сила, связанная с **индукционным током**.

Вывод: индукционный ток (и эдс индукции) в замкнутом контуре появляется только в том случае, когда изменяется магнитный поток, который проходит через площадь, охваченную контуром

Явление электромагнитной ИНДУКЦИИ

Электромагнитная индукция - возникновение электродвижущей силы в проводящем контуре, находящемся в переменном магнитном поле или движущимся в постоянном магнитном поле.

Необходимые условия возникновения ЭДС индукции в любом из двух (нескольких) взаимодействующих контуров, в одном из которых существует ток

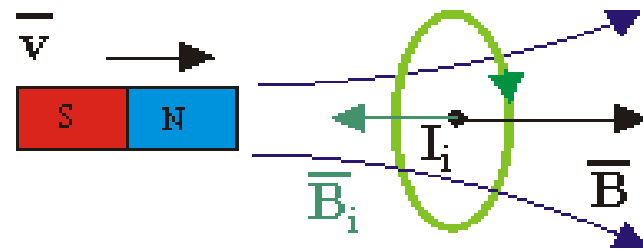
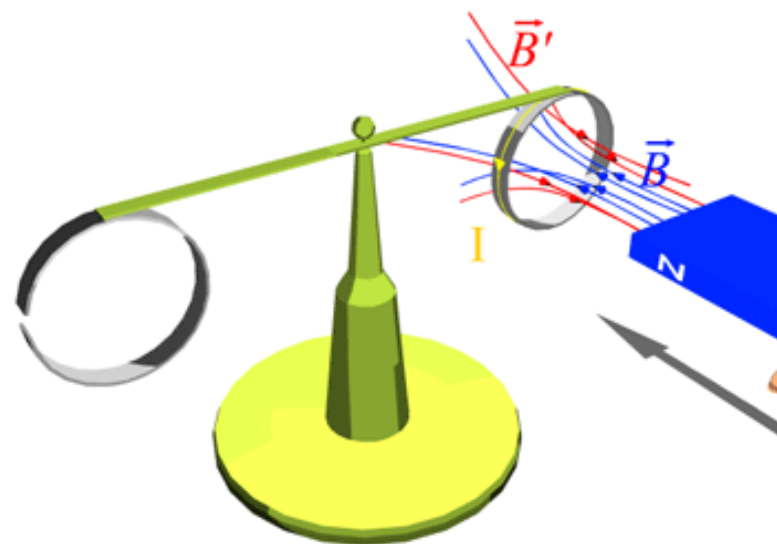
- а) изменение силы тока
- б) изменение положения одного из контуров
- в) изменение направления тока
- в) изменение магнитной проницаемости среды в одном из контуров
- г) поворот контура (без тока) в магнитном поле на некоторый угол

Правило Ленца

Индукционный ток всегда имеет такое направление, что его магнитное поле противодействует изменению магнитного потока, пронизывающего контур

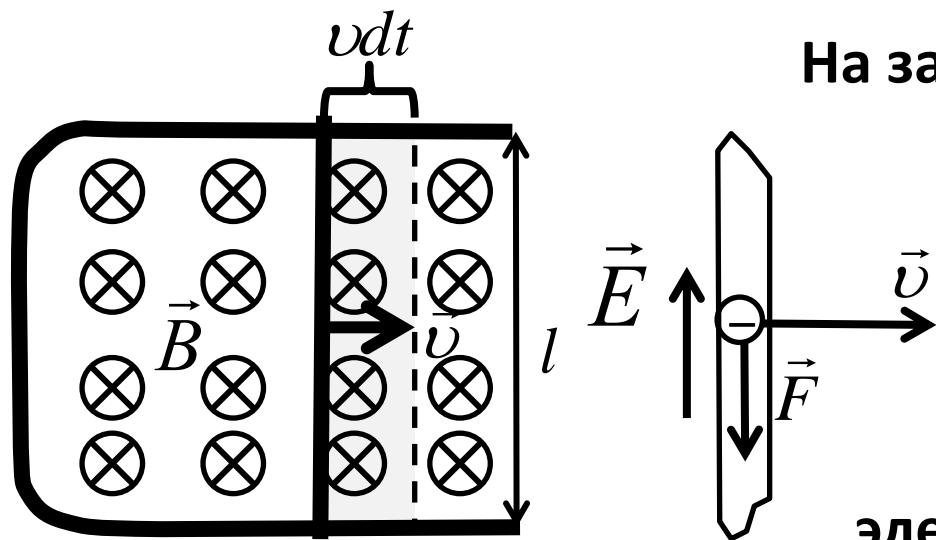
$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\mathcal{E}_i = - \sum_i \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d\Psi}{dt}$$



**Физически правило связано с законом сохранения энергии.
Математически правило отображается знаком минус в уравнении Фарадея.**

Электронный механизм возникновения ЭДС индукции



На заряд в движущемся проводнике действует сила Лоренца:

$$\vec{F} = e[\vec{v}, \vec{B}]$$

Наличие силы эквивалентно действию эффективного электростатического поля на заряд:

При равенстве численных значений силы Лоренца и силы электростатического поля перемещение электронов по проводнику прекращается. Следовательно, ЭДС индукции между некоторыми точками 1 и 2 проводника

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{эф}} &= \frac{\vec{F}}{e} = [\vec{v}, \vec{B}] \\ (\Delta \varepsilon_i)_{21} &= \int_1^2 (\vec{E}_{\text{эф}}, d\vec{l}) = \\ &= \int_1^2 ([\vec{v}, \vec{B}], d\vec{l}) \end{aligned}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\varepsilon_i = -vBl = -\frac{dx}{dt} Bl = -\frac{dS}{dt} B = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Следовательно, при движении замкнутого проводника во внешнем магнитном поле в нем возникает электродвижущая сила индукции, равная скорости изменения потока индукции внешнего магнитного поля через поверхность, ограниченную контуром.

общий случай

Рассмотрим элемент длины проводника dl , движущийся со скоростью $v = dr/dt$.

На этой длине создается электродвижущая сила:

$$d\varepsilon_i = \left(\left[\vec{v}, \vec{B} \right], d\vec{l} \right) = \frac{d}{dt} \left(\left[\vec{r}, \vec{B} \right], d\vec{l} \right)$$

Смешанное произведение

$$\left(\left[d\vec{r}, \vec{B} \right], d\vec{l} \right) = \left(\left[d\vec{l}, d\vec{r} \right], \vec{B} \right) = - \left(\left[d\vec{r}, d\vec{l} \right], \vec{B} \right) = - \left(d\vec{S}, \vec{B} \right) = -d\Phi$$

Положительное направление нормали к элементу поверхности совпадает с положительным направлением нормали к поверхности, ограничиваемой контуром

$$d\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\varepsilon_i = - \oint_L \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Формула совпадает с полученной ранее. Поэтому справедлива при произвольных движениях и деформациях замкнутого контура. Однако физическое содержание иное.

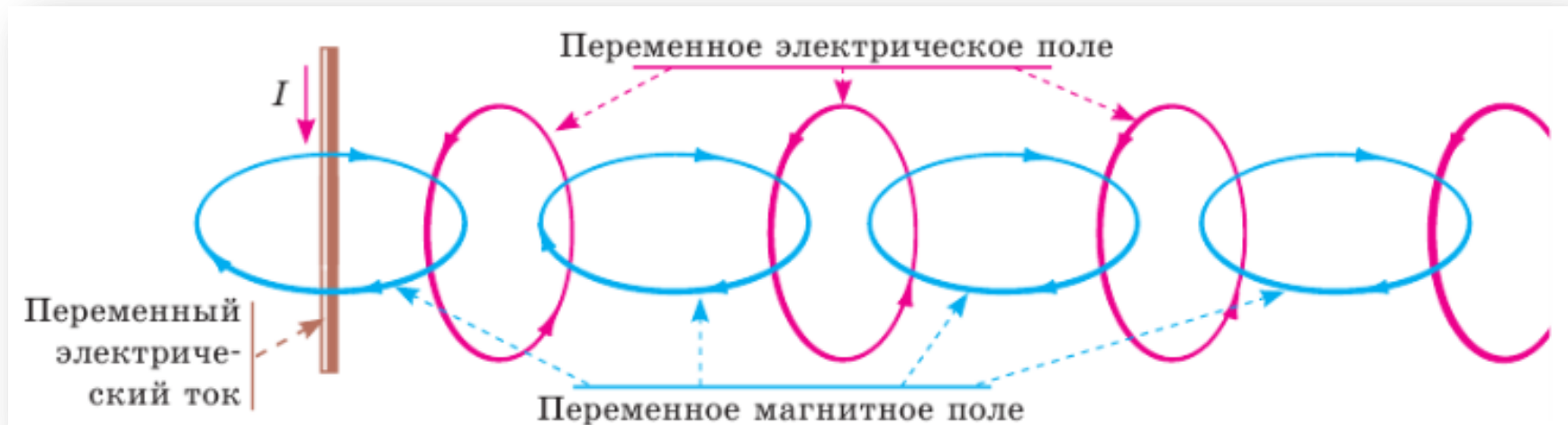
Там действует сила Лоренца на движущиеся заряды. Здесь проводники могут быть неподвижными. То есть сила Лоренца не участвует. Но в проводнике возникает электрический ток, поэтому в нем имеется ЭП

Таким образом, закон Фарадея выражает новое физическое явление:

изменяющееся магнитное поле порождает электрическое поле.

То есть, **электрическое поле порождается не только электрическими зарядами, но и изменяющимся магнитным полем.**

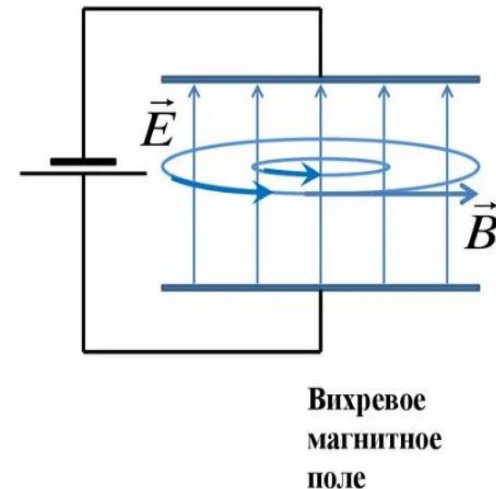
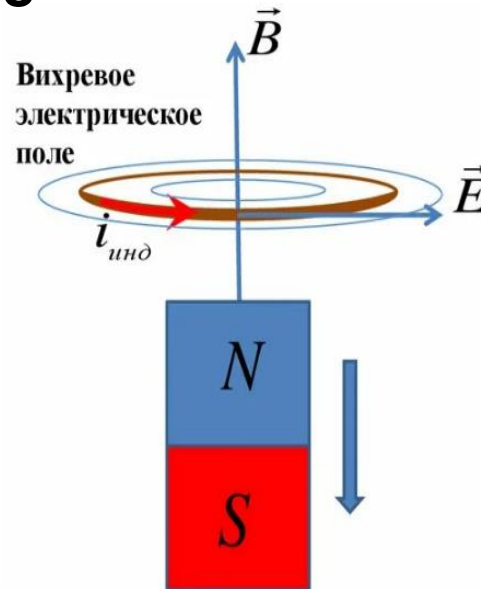
$$\oint_L (\vec{E}, d\vec{l}) = - \frac{d}{dt} \int_S (\vec{B}, d\vec{S})$$



Вихревое электрическое поле

Отличие вихревого электрического поля от электростатического:

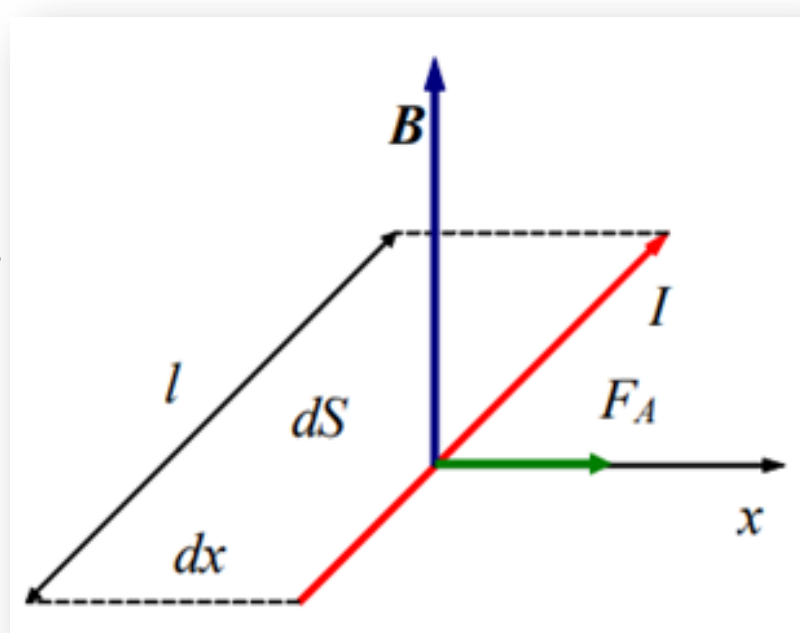
1. Силовые линии вихревого электрического поля – замкнуты.
2. Работа по перемещению единичного положительного точечного заряда в вихревом электрическом поле (циркуляция вектора \vec{E}) не равна нулю, а равна эдс индукции ε_i .



Закон ЭМИ = как следствие сохранения энергии

Пусть дан плоский контур с подвижной стороной, включенной в цепь гальванического элемента, полное сопротивление R , сила тока в цепи I . Количество энергии, затрачиваемое источником ЭДС за dt

$$dW = I\varepsilon \cdot dt$$



Если внешнее МП отсутствует или контур неподвижен, тогда вся энергия превращается в тепло (закон Джоуля-Ленца):

$$dQ = I^2 R dt$$

При перемещении такого контура с источником ЭДС в МП часть энергии источника тока расходуется на совершение работы против перемещения контура в магнитном поле, а часть выделяется в контуре в виде тепла.

$$dA = Id\Phi$$

Из закона сохранения энергии

$$dW = dQ + dA$$

$$I = \frac{\varepsilon - \frac{d\Phi}{dt}}{R} = \frac{\varepsilon_i}{R}$$

$$I\varepsilon dt = I^2 R dt + Id\Phi$$

$$\varepsilon = IR + \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Закон электромагнитной индукции в дифференциальной форме

Контур не изменяет форму, следовательно, операции дифференцирования и интегрирования можно поменять местами и перейти к частной производной:

$$\oint_L (\vec{E}, d\vec{l}) = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{d}{dt} \int_S (\vec{B}, d\vec{S})$$

$$\oint_L (\vec{E}, d\vec{l}) = -\int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S} \right)$$

$$\Rightarrow \underbrace{\oint_L (\vec{E}, d\vec{l})}_{\int (\text{rot} \vec{E}, d\vec{S})} = -\int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S} \right) \quad \Rightarrow \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

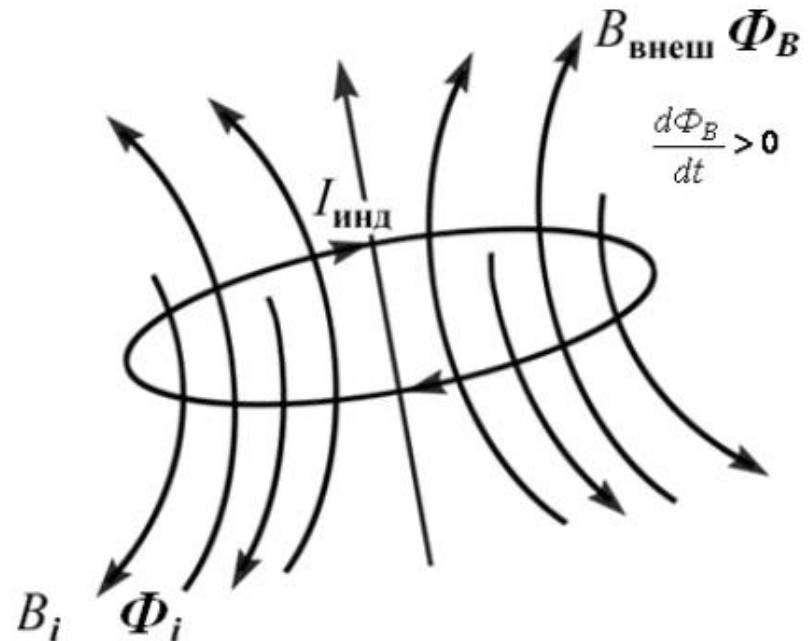
Токи Фуко (вихревые токи)

Токи Фуко (вихревые токи) – индукционные токи, возникающие в массивных сплошных проводниках, помещенных в переменное магнитное поле.

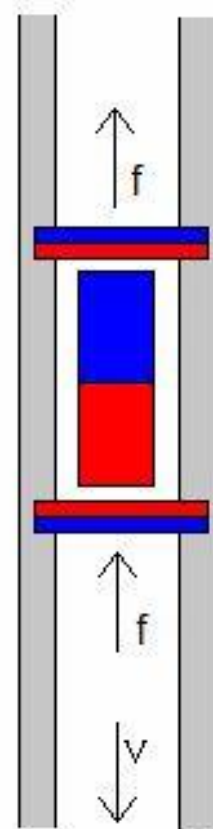
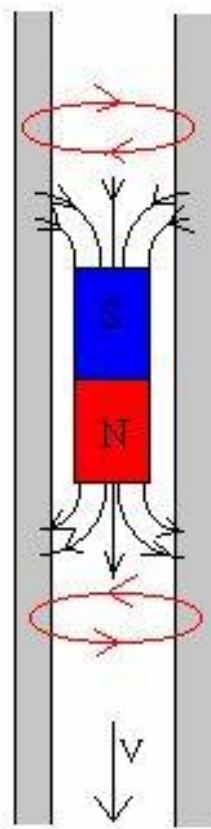
Массивные проводники – поперечные размеры, которых соизмеримы с длиной проводника. В отличие от линейных проводников в массивных проводниках токи (токи Фуко) замкнуты в объёме, поэтому они называются **вихревыми**.

Они подчиняются правилу Ленца, т.е. их магнитное поле направлено таким образом, чтобы противодействовать изменению магнитного потока, индуцирующего вихревые токи.

$$\frac{\varepsilon}{R} = - \frac{d\Phi}{dt} \frac{S}{\rho l}$$

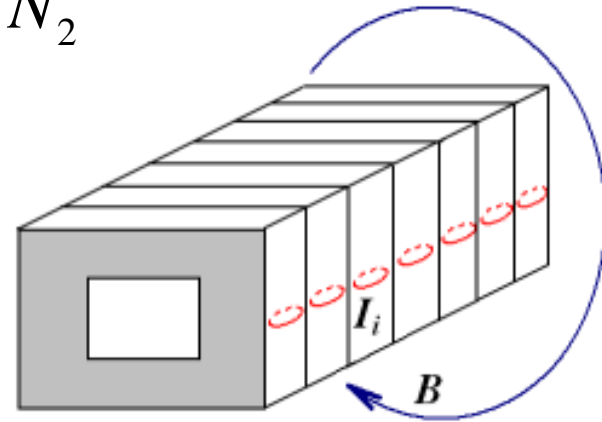
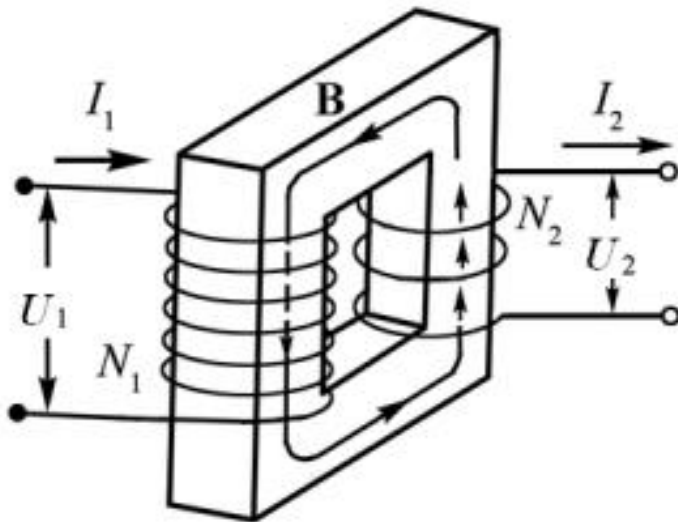


токи Ж.Фуко



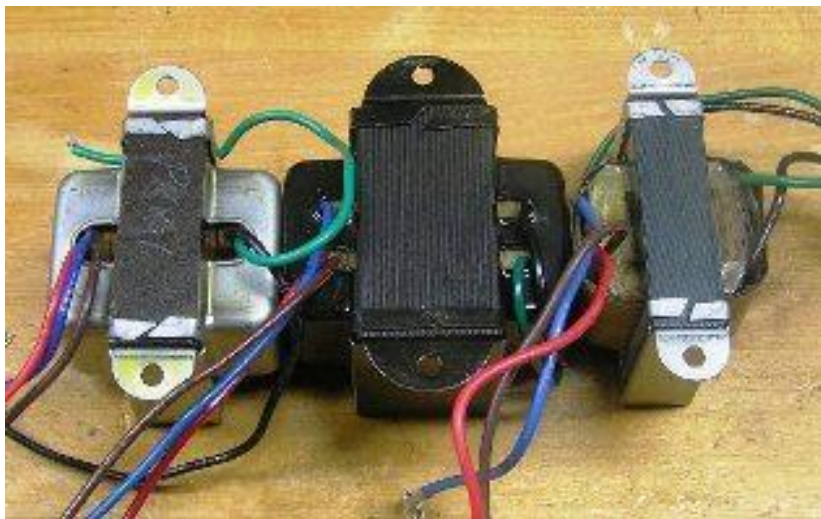
Трансформаторы

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = k$$



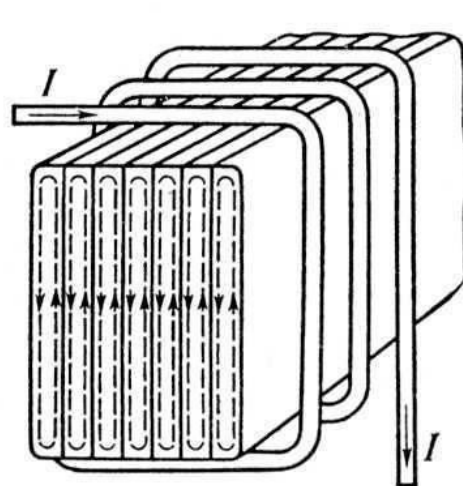
Для уменьшения нагрева деталей, находящихся в переменном магнитном поле, токами Фуко, эти детали (сердечники трансформаторов, якоря генераторов)

- 1) делают из тонких пластин, отделенных друг от друга слоями изолятора,
- 2) устанавливают так, чтобы вихревые токи были направлены поперек пластин.



Для уменьшения мощности вихревых токов, увеличивают электрическое сопротивление магнитопровода: набирают сердечники из отдельных тонких (0,1- 0,5 мм) пластин, изолированных друг от друга с помощью специального лака или окалины. В материал сердечника вводят специальные добавки, также увеличивающие его электрическое сопротивление.

Лицендрат - система переплетенных медных проводов, в которой каждая жила изолирована от соседних.



Применение:

1. Для гашения колебаний подвижных частей электроизмерительных приборов.

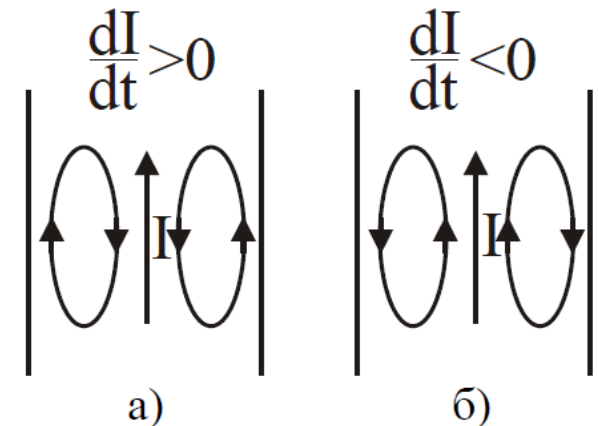
На вихревые токи, которые возникают в массивных проводниках, движущихся в МП, действуют силы Ампера. При движении массивного проводника в МП возникает магнитное торможение проводника.

2. Плавка металлов (руды) в индукционных печах.

По закону Ома $I_j = \varepsilon_j / R$, $R = \rho l / S$, то есть в массивных проводниках R может быть мало, а токи Фуко значительны. При этом могут происходить нагрев проводника и потери энергии – негативная роль вихревых токов. Позитивное использование вихревых токов – плавка руды. Для увеличения величины сопротивления R и уменьшения потерь энергии сердечники трансформаторов делают из пластин с изоляцией между ними специальными лаками.

3. Поверхностная закалка металлов (skin-эффект)

При возрастании или убывании тока в проводах индукционные вихревые токи противодействуют изменению тока внутри и способствуют на поверхности. Поэтому токи высокой частоты текут по поверхности проводов, которые делают полыми. Постоянные токи до некоторых значений напряжения опаснее переменных токов высокой частоты - поражают внутренние органы, переменные вызывают ожог кожи.



По закону сохранения энергии для замкнутой электрической цепи R , L и суммарной ЭДС источников электрической энергии ε будет выполняться равенство

$$\varepsilon I dt = I^2 R dt + \underbrace{I d\Phi}_{= \delta A} \quad \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{dI}{dt}$$

под действием
силы Ампера

Работа сил МП, численно равная энергии МП

$$A = \int_0^I L I dI = \frac{L I^2}{2} = W_m$$

энергия МП тока I в цепи с индуктивностью L

$$W_m = A = \frac{L I^2}{2} = \frac{L \Psi_m}{2}$$

Для соленоида

V – объем соленоида.

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \left\{ \begin{array}{l} L = \frac{\mu\mu_0 N^2}{l} S \\ B = \frac{\mu\mu_0 NI}{l} \end{array} \right\} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V$$

**Объемная плотность энергии для однородного МП
в соленоиде (Дж/м³)**

$$w = \frac{W_m}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{BH}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$