

**Сегодня:  
воскресенье, 29  
октября 2023 г.**

## **Лекция 12. Магнитное взаимодействие токов и зарядов**

- **Основные этапы развития учения о магнетизме.**
- **Законы Ампера, Лоренца и Био–Савара–Лапласа**

# Магнесия, Турция (Меандр)





# МАГНЕТИТ (магнитный железняк)



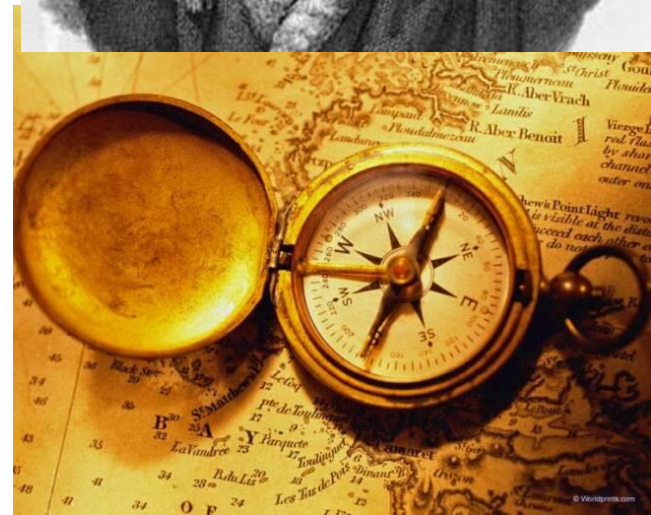
китайцы - **чу-ши**;  
греки – **геркулесов камень**;  
французы – **айман**;  
индусы – **тхумбака**;  
египтяне – **кость Ора**,  
испанцы – **пьедрамант**;  
немцы – **магнесс**;  
англичане – **лоудстоун**.

"любящий" - притягивать,  
«любить» железо

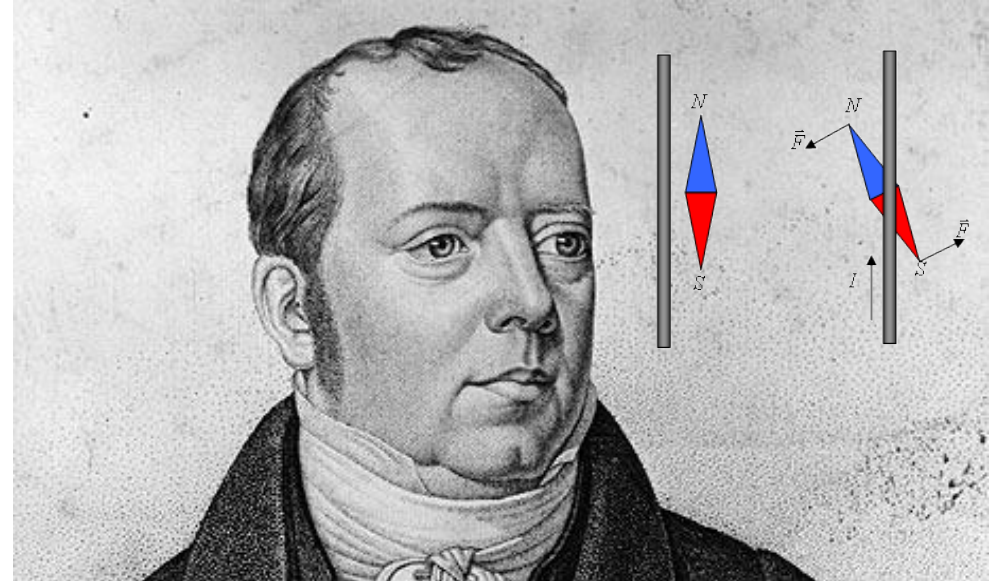
П. Перегринус

В. Гильберт

А. Эрстед



**Силовое поле, создаваемое магнитами, называется магнитным полем**

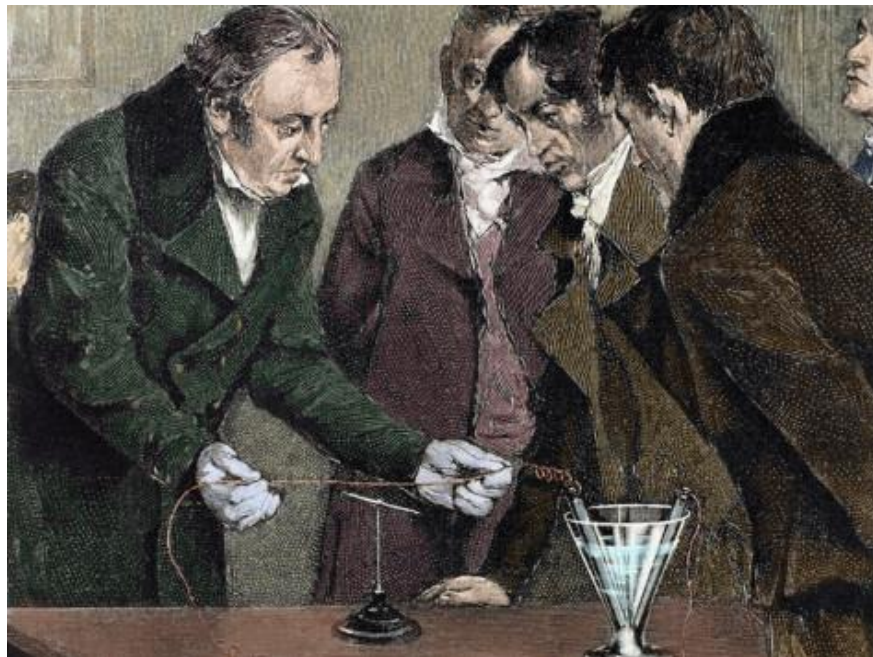


Ханс Кристиан Эрстед

## **Источники магнитного поля**

- 1. Постоянные магниты,**
- 2. Электрические токи.**
- 3. Микротоки или молекулярные токи**

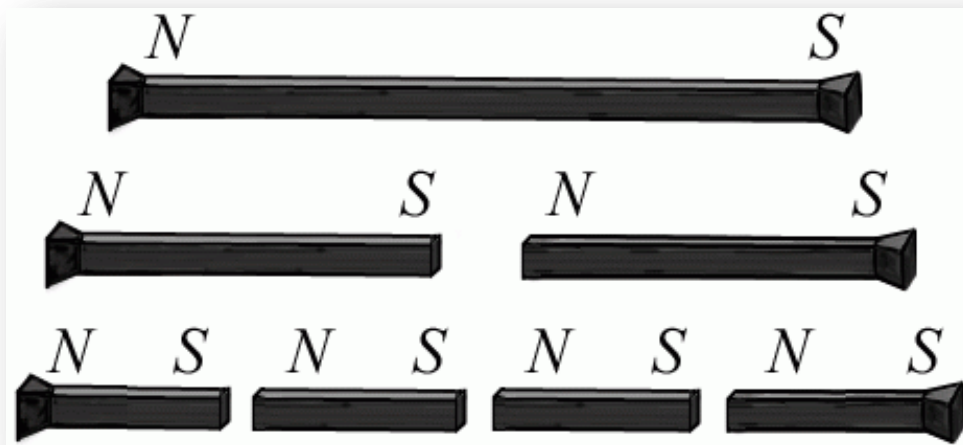
Магнитное поле можно рассматривать отдельно от электрического, если оно создается стационарными – не меняющимися со временем – токами.

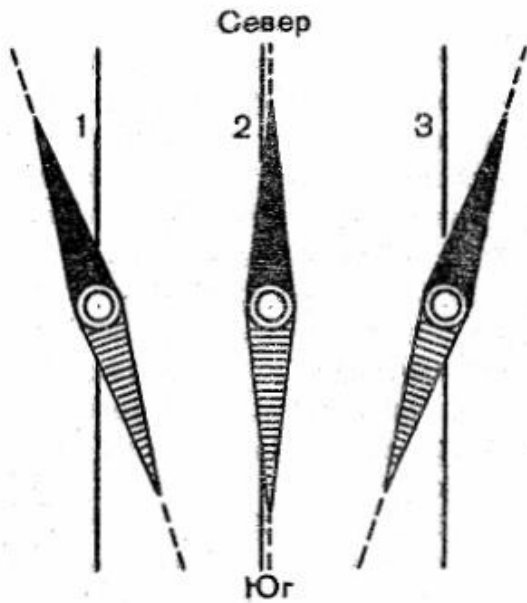




## Отличие постоянных магнитов от электрических диполей:

1. Электрический диполь состоит из зарядов, равных по величине и противоположных по знаку.
2. Постоянный магнит, будучи разрезан пополам, превращается в два меньших магнита, каждый из которых имеет северный и южный полюса.

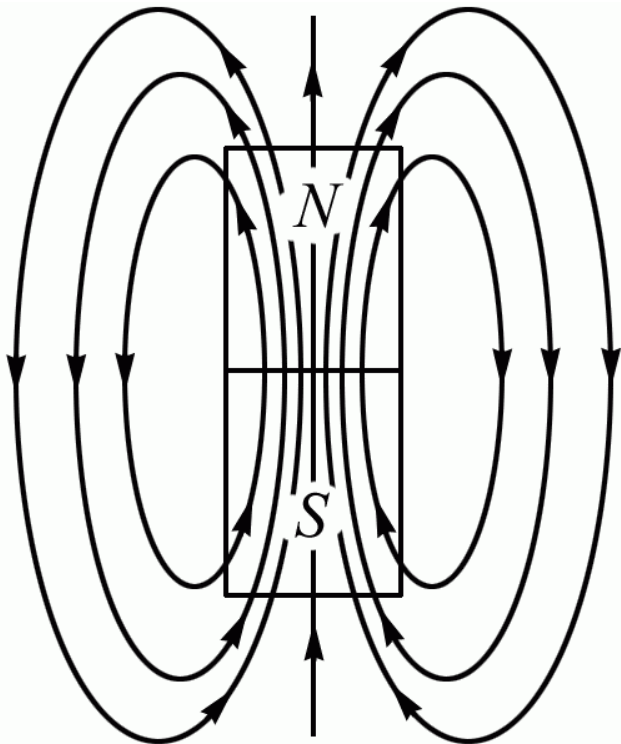




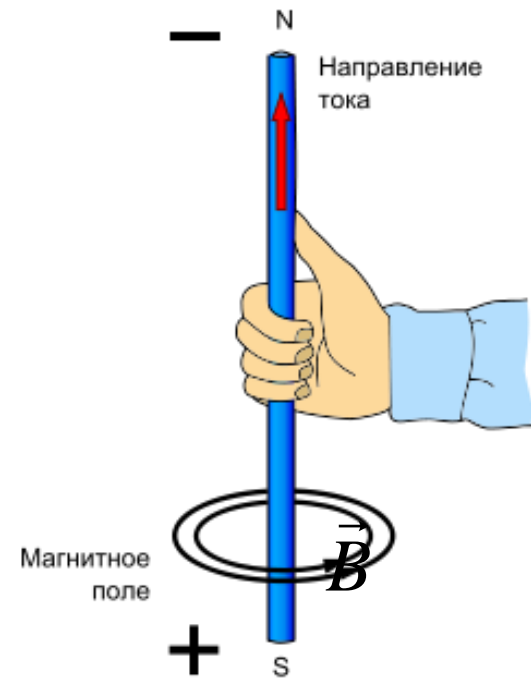
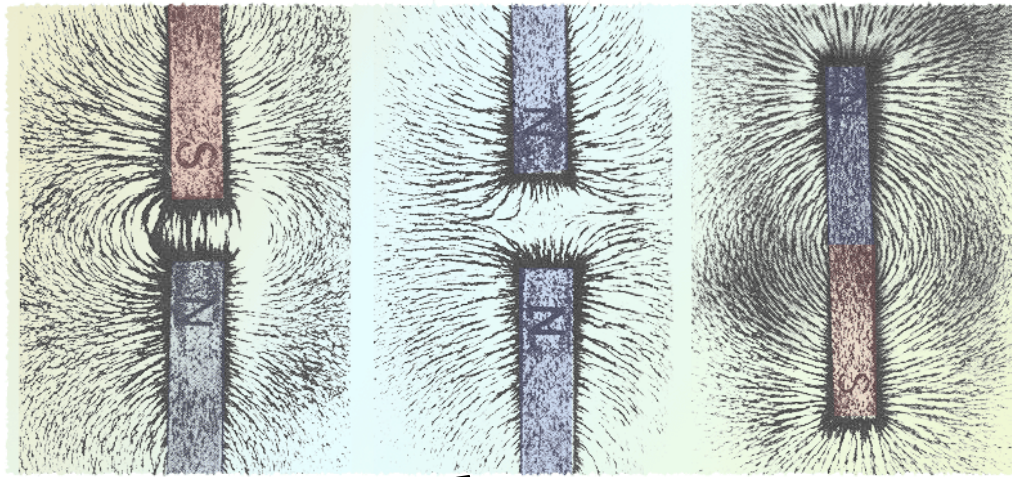
Основная характеристика МП  
**Вектор магнитной индукции  $B$**  -  
вектор, касательный к силовой линии,  
проходящей через данную точку

**Свойства:**

1. В разных точках поля  $B$  имеет различные значения по величине и по направлению.
2. Линии магнитной индукции всегда замкнуты (отличие от линий ЭП).



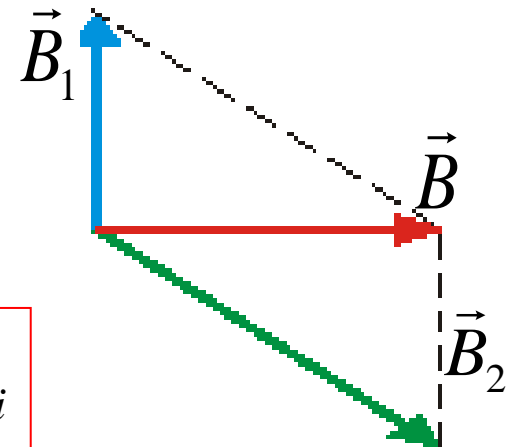
Принято считать, что линии  $B$  в случае постоянных магнитов **выходят из северного полюса, входят в южный и замыкаются внутри магнита.**



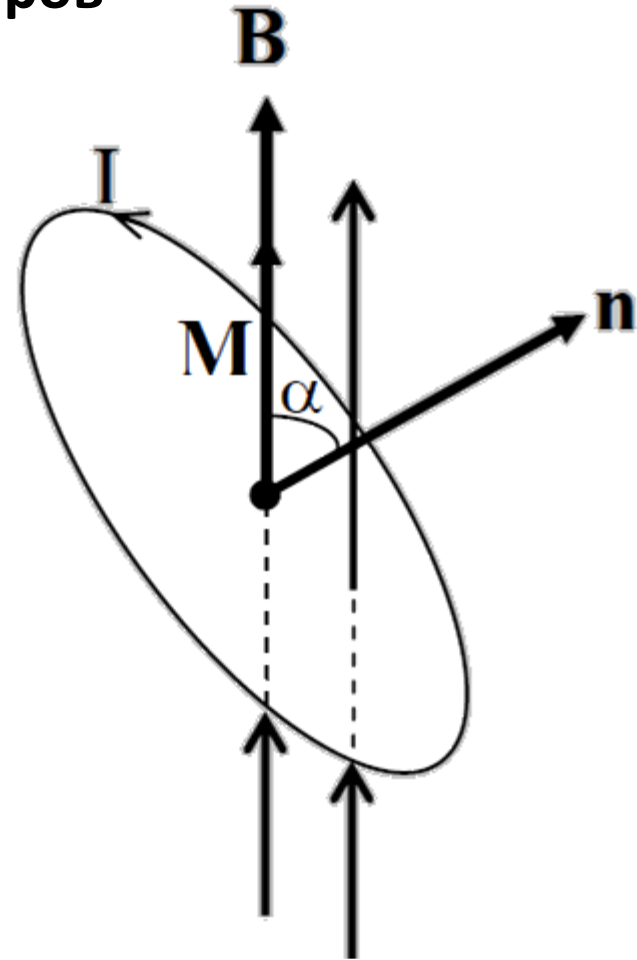
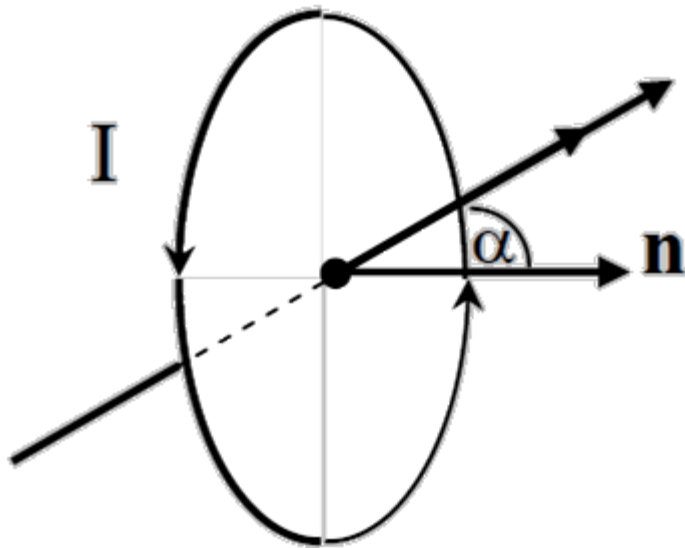
**СИЛОВАЯ ЛИНИИ** - линия, «обладающая свойством что, в каком бы месте ее не находился центр магнитной стрелки, стрелка сама по себе расположится так, что совпадает с касательной к этой кривой».

**Принцип суперпозиции:** магнитная индукция (силовая характеристика МП), создаваемая произвольным проводником с током равна геометрической сумме магнитных индукций, создаваемых элементами данного проводника

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i$$



**Пробный ток** – ток, существующий в плоском контуре малых размеров



Положение контура в пространстве определяется с помощью положительной нормали (правило правого винта)

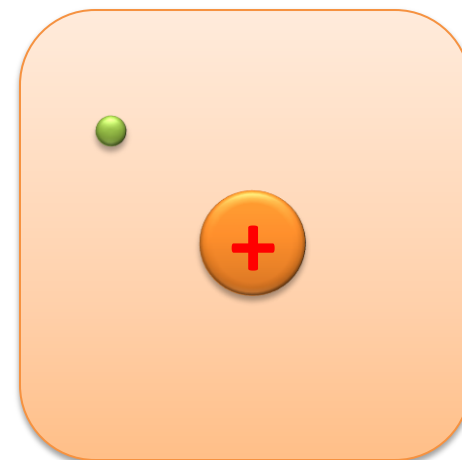
$$\vec{p}_m = I\vec{S}$$



Принято характеризовать магнитное поле макротоков вектором напряженности  $H$  (А/м), а результирующее магнитное поле микро- и макротоков вектором магнитной индукции  $B$ .

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$$

Магнитная проницаемость  $\mu$  – величина, показывающая, во сколько раз магнитное поле макротоков усиливается или ослабляется за счет магнитного поля микро-токов среды



# Магнетизм как релятивистский эффект

Пусть в неподвижной системе  $K$  вдоль  $OX$  расположен проводник с током. Выделим элемент длиной  $dl$ , в объеме которого находится заряд

$$q = ne \cdot \Delta S \cdot \Delta l$$

$v$  - скорость направленного движения зарядов.

Допустим, что на расстоянии  $r$  от проводника в подвижной  $K'$  со скоростью  $v$  движется  $q'$ .

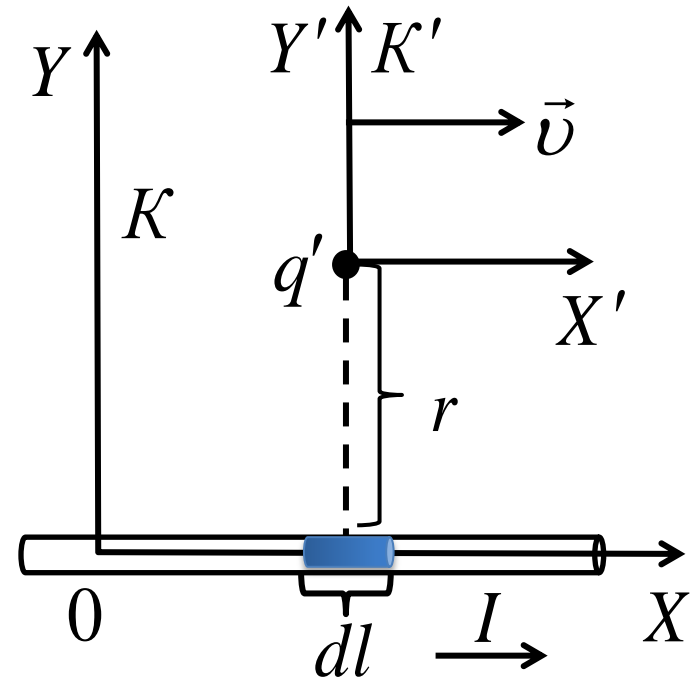
Направление движения системы  $K'$  (заряда  $q'$ ) совпадает с направлением тока в  $dl$

Запишем связь между силами в подвижной и неподвижной СО:

$$F_y = F'_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

неподвижная

подвижная



По закону Кулона сила на заряд в подвижной системе:

$$F'_y = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Сила на заряд в неподвижной системе

$$F_y = \frac{qen\Delta S\Delta l'}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Учтем Лоренцево сокращение длины, фиксируемое в системе K'

$$\Delta l' = \Delta l \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$F_y = \frac{qen\Delta S\Delta l}{4\pi\epsilon_0 r^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{qen\Delta S\Delta l}{4\pi\epsilon_0 r^2} - \frac{qen\Delta S\Delta l}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{v^2}{c^2}$$

кулоновская сила взаимодействия двух точечных зарядов  
«+» - т.е. сила отталкивания

превосходит второе слагаемое и полностью скомпенсировано кулоновской силой со стороны ионов кристаллической решётки



Нескомпенсировано второе слагаемое, обусловленное магнитным взаимодействием движущихся зарядов:

$$\left(F_y\right)_{\text{магн}} = -\frac{qen\Delta S\Delta l}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{v^2}{c^2}$$

«-» - это сила притяжения – магнитная сила

Т.о., с точки зрения СТО, между движущимися электрическими зарядами, помимо силы электрического происхождения, действует сила магнитного происхождения.

**В пространстве вокруг движущихся зарядов существует магнитное поле!**

# Закон Био-Савара-Лапласа

Из СТО для численное значение магнитной составляющей силы взаимодействия заряда и элемента тока:

$$F_{\text{магн}} = \frac{qen\Delta Sdl v^2}{4\pi\epsilon_0 r^2 c^2}$$

Обозначение

$$\frac{1}{\epsilon_0 c^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{М}} = \mu_0$$

Учтем, что

$$env \cdot \Delta S = I$$

$$dF = qv \left( \frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2} \right) = qv \cdot dB$$

$$dB = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2}$$



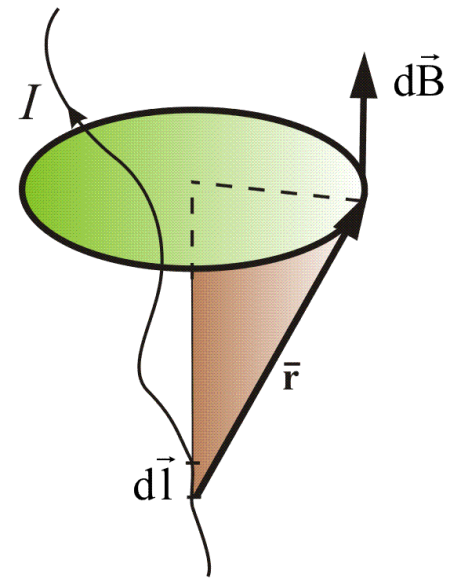
Жан Био



Феликс Савар



Пьер Лаплас



**Закон Био–  
Савара–  
Лапласа**

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}$$

**$\mu$  – магнитная проницаемость среды**

**показывает во сколько раз индукция МП в вакууме  $\mu = 1$  меньше индукции в среде при прочих равных условиях.**



Следовательно, магнитное поле является частью более общего электромагнитного поля. При этом важно выбрать СО:

$$v = 0, I = 0, dB = 0;$$

$$v \neq 0, I \neq 0, dB \neq 0$$

Учитывая

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$$

$$dH = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}$$

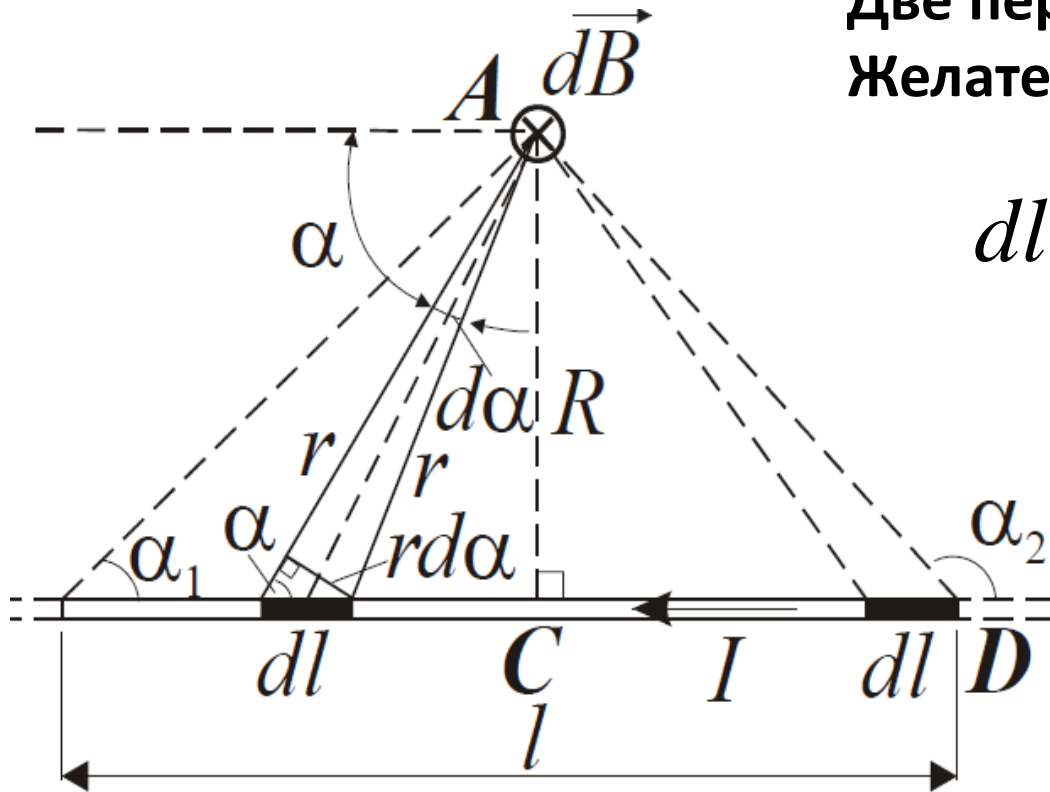
$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$$

# Примеры расчета $B$ в вакууме ( $\mu = 1$ )

1. На расстоянии  $R$  от конечного (бесконечного) прямого проводника с током  $I$

Две переменных  $dl$  и  $r$ .

Желательно иметь одну:



$$dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}, \quad r = \frac{R}{\sin \alpha}$$

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dB =$$

$$= \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I \sin \alpha \cdot dl}{4\pi r^2} =$$

$$= \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I \sin \alpha \cdot r d\alpha}{4\pi r^2 \sin \alpha} = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi r} d\alpha =$$

$$\begin{aligned} &= \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I \sin \alpha}{4\pi R} d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \left( -\cos \alpha \right) \Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2} \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \left( \cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 \right) \end{aligned}$$

$$\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \left( \cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 \right) = B_{\text{кон}}$$

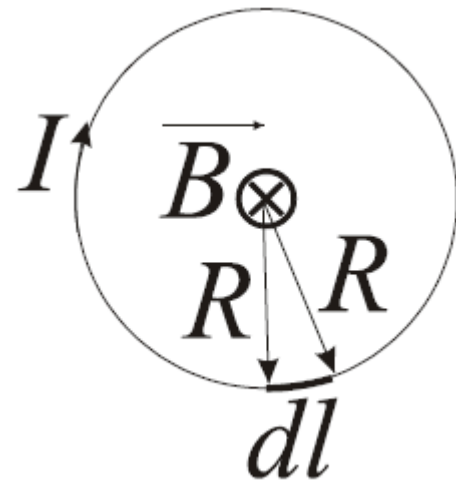
**Для бесконечного провода  $\alpha_1 \rightarrow 0$ ,  $\alpha_2 = \pi / 2$  (отсчет от середины провода  $A$ , середина у бесконечного провода – в любом месте, интеграл удваиваем)**

$$B_{\infty} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



## 2. В центре кругового витка $R$ с током $I$ .

Согласно принципу суперпозиции все  $d\vec{B}$  от всех  $d\vec{l}$  с током  $I$  складываются вдоль одного направления



$$B = \int d\vec{B} = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} 2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}$$

$$B_{\text{центр}} = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

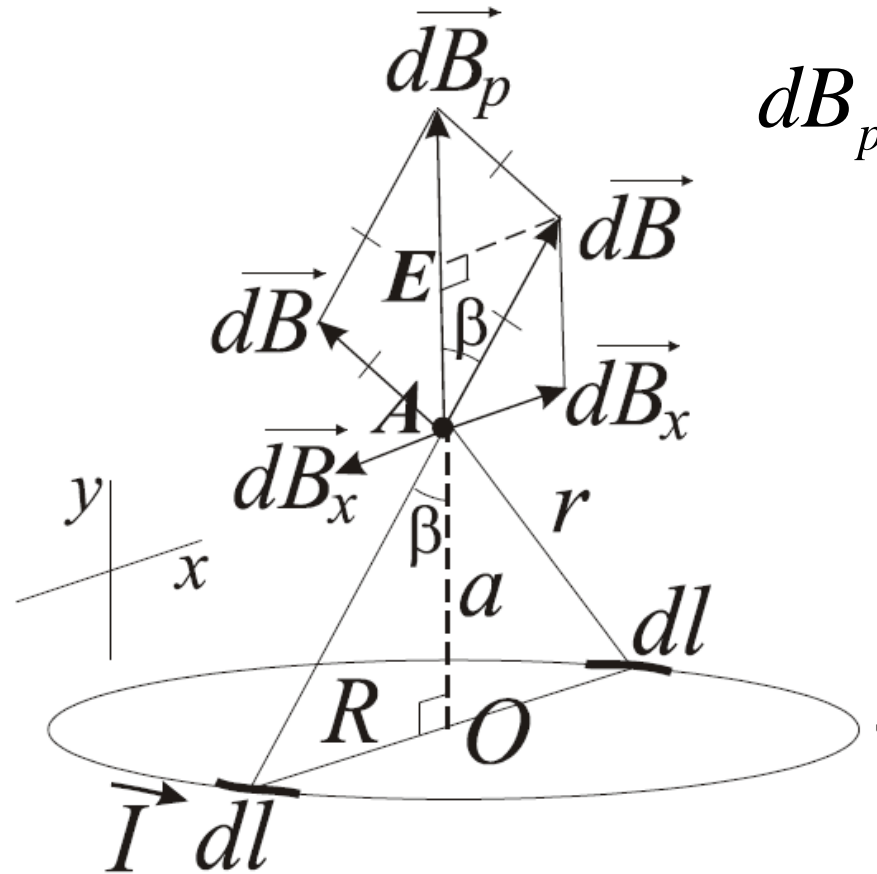
### 3. На перпендикуляре из центра проводящего кольца радиуса $R$ с током, на расстоянии $a$ от кольца

В силу симметрии  $\int d\vec{B}_x = 0$

$$dB_p = 2dB \sin \beta = 2 \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} dl$$

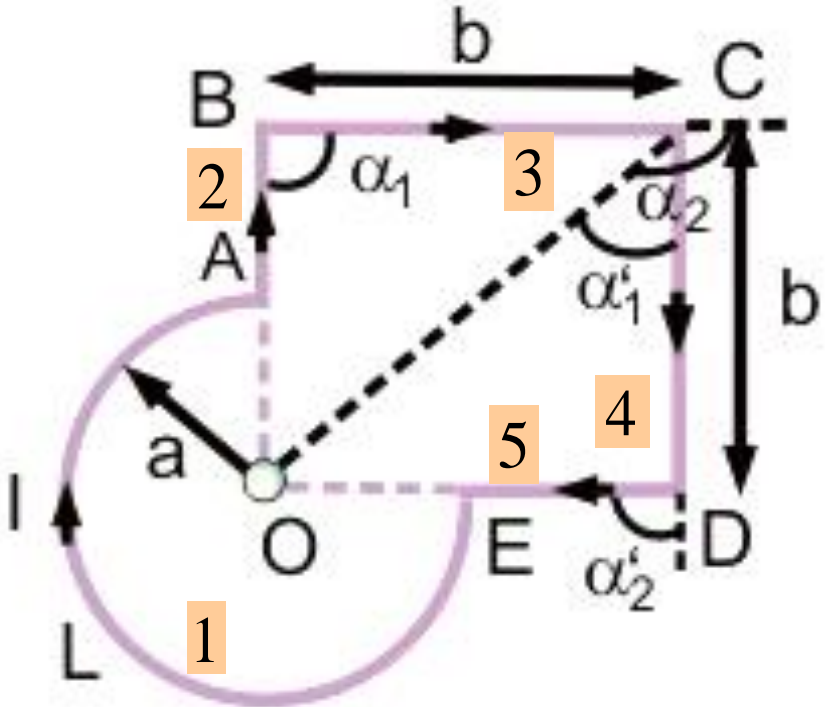
$$B_p = \int_0^{\pi R} dB_p = \frac{\mu_0 IR}{2\pi r^3} \pi R =$$

$$= \frac{\mu_0 IR^2}{2\sqrt{(R^2 + a^2)^3}}$$



В случае сложной формы проводника его мысленно разделяют на части (дуги и прямые участки) + принцип суперпозиции

**Задача.** Найти индукцию магнитного поля в точке O



$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 + \vec{B}_5$$

$$\left. \begin{matrix} d\vec{l}_2 \uparrow \uparrow \vec{r}_2 \\ d\vec{l}_5 \uparrow \uparrow \vec{r}_5 \end{matrix} \right\} \vec{B}_2, \vec{B}_5 = 0$$

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$$

$$B = B_1 + B_3 + B_4$$

$$B = \frac{3}{4} \cdot \frac{\mu_0 I}{2a} + 2 \cdot \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \left( \cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{2} \right)$$

индукция  
в центре  
кругового  
витка

индукция проводника  
конечной длины

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left( \frac{3\pi}{2a} + \frac{\sqrt{2}}{b} \right)$$

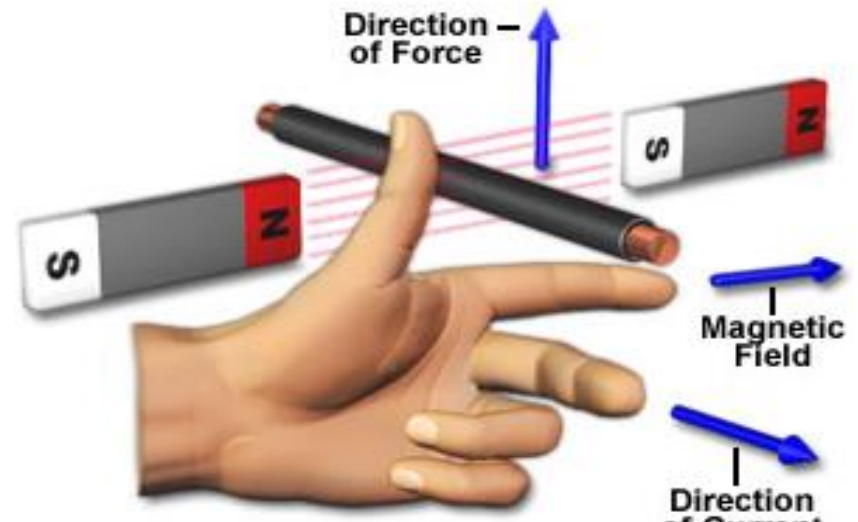
# Магнитное взаимодействие токов

Проводники с током (движущимися электрическими зарядами) создают вокруг себя магнитное поле и изменяют окружающее их магнитное поле. Следовательно, магнитное поле действует как на движущиеся электрические заряды, так и на проводники с током.

Обобщенная формула для силы взаимодействия между движущимся электрическим зарядом и элементом тока

$$F_y = \frac{qen\Delta Sdl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)$$

после преобразований в векторной форме можно переписать:



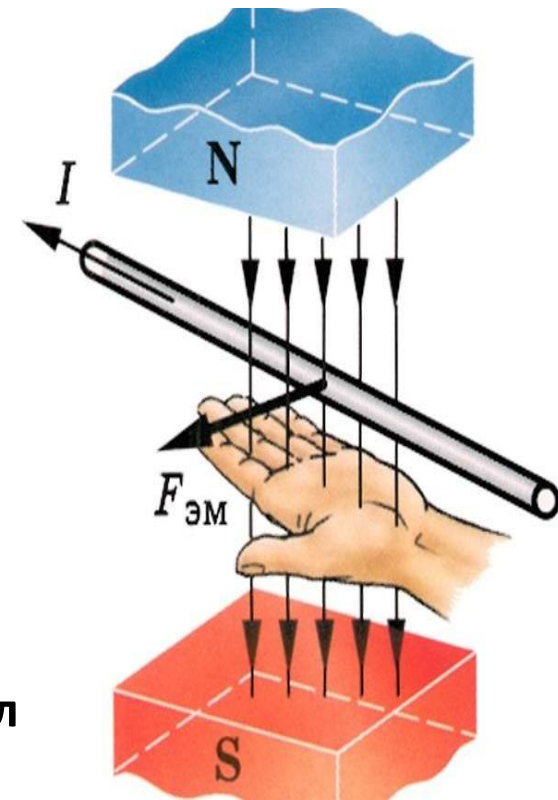
$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\vec{E} + q[\vec{v}\vec{B}]$$

**Обобщенная сила Лоренца** - сила, действующая на движущиеся электрические заряды в электромагнитном поле

$$\vec{F}_l = q[\vec{v}, \vec{B}] \quad F_l = qvB \cdot \sin\alpha$$

$$[B] = [F][q]^{-1}[v]^{-1} = 1\text{Н} \cdot 1\text{с} / (1\text{Кл} \cdot 1\text{м}) = 1\text{Н} / (1\text{А} \cdot 1\text{м}) = 1\text{Тл}$$

магниты с полем 8-10 Тл относят к рекордным



Если кисть левой руки расположить так, что четыре вытянутых пальца указывают направление скорости положительного заряда, а вектор магнитной индукции входит в ладонь, то отогнутый на 90° большой палец покажет направление силы действующей на данный заряд



# Свойства силы Лоренца

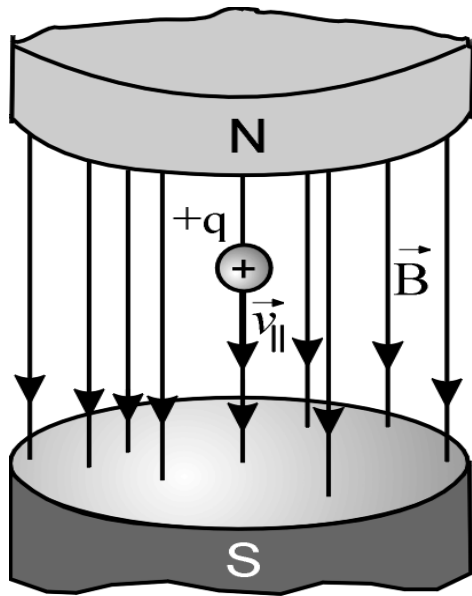
1. Сила Лоренца  $F_l \perp v$ , не совершает работы. Следовательно, кинетическая энергия заряженной частицы при движении в магнитном поле не изменяется = не меняется величина скорости частицы

2. Сила Лоренца изменяет направление вектора скорости, сообщает частице нормальное ускорение

3. Если заряд движется в области, где существует и электрическое и магнитное поле, то на него действует полная сила Лоренца

$$\vec{F}_l = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]$$

# Движение заряда в однородном магнитном поле

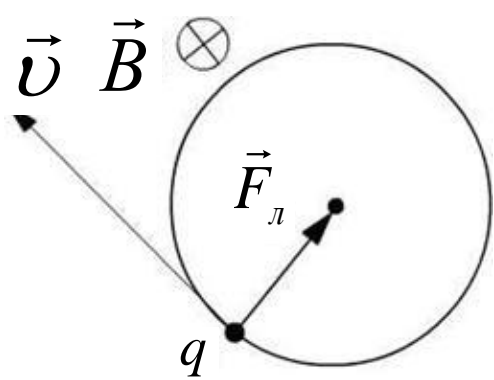


$$\vec{v} \uparrow \uparrow \vec{B}$$

Частица будет двигаться в том же направлении прямолинейно и равномерно

$$\vec{v} \perp \vec{B} (q > 0) \quad \vec{v} \perp \vec{B} (q < 0)$$

Под действием силы Лоренца частица будет двигаться по окружности постоянного радиуса  $R$



$$б, в) F_{л} = qvB \sin \alpha = \left\{ \sin \alpha = 1, \vec{v} \perp \vec{B} \right\} = qvB$$

$$F_{л} = ma_{ц.с.} = \frac{mv^2}{R} = qvB$$

Угловая скорость

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Период обращения  
не зависит от энергии частицы

$$R = \frac{mv}{qB}$$

Радиус орбиты зависит от скорости и  
энергии частицы

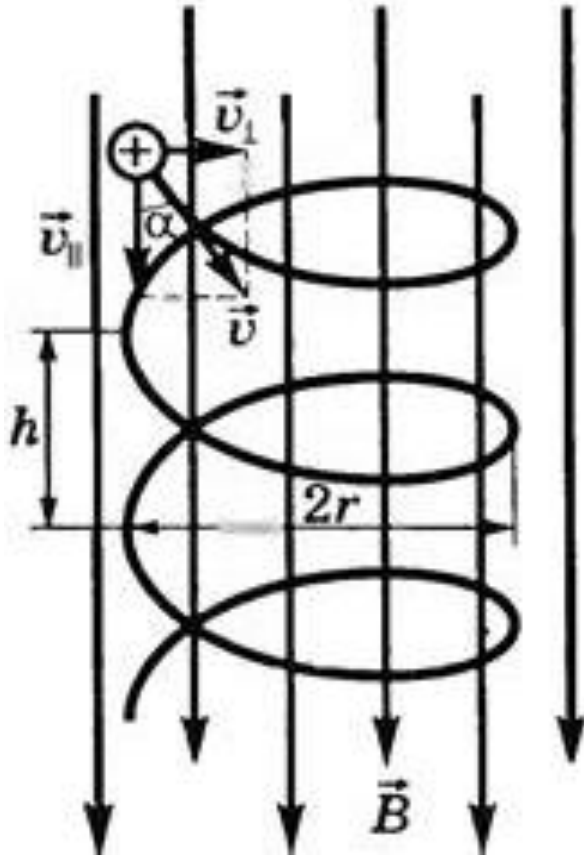
Сила Лоренца должна быть направлена к центру.

Направление вращения положительной частицы:

вращающийся в том же направлении штопор ввинчивается  
против поля. Отрицательно заряженная частица вращается в  
противоположном направлении

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp} \quad v_{\parallel} = v \cos \Theta,$$

$$v_{\perp} = v \sin \Theta$$



**Движение частицы = сумма 2 движений:**

**1. равномерного вдоль поля со скоростью  $v \cos \Theta$**

**2. вращения по окружности с угловой скоростью**

$$\omega = \frac{qB}{m}$$

**Траектория частицы – спираль**

$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv \sin \Theta}{qB}$$

**Шаг траектории**

$$h = vT = v \cos \Theta \cdot T = \frac{2\pi m v \cos \Theta}{qB} = 2\pi R \operatorname{ctg} \Theta$$