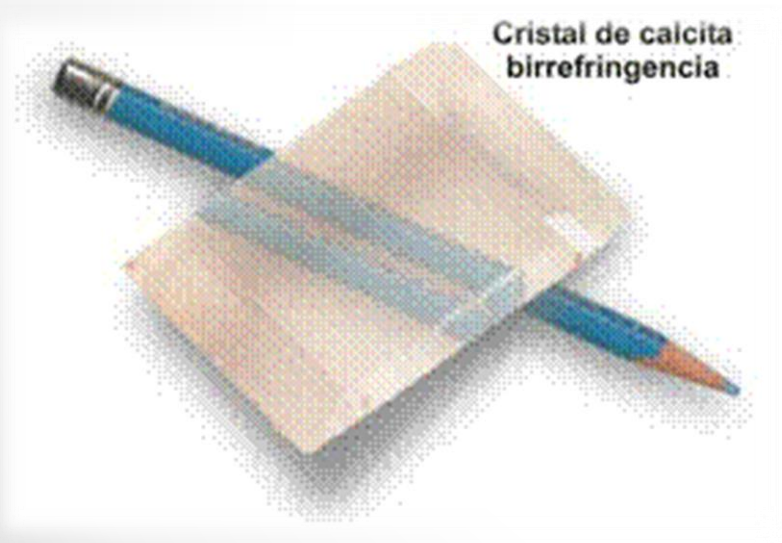


**Сегодня: пятница, 15
марта 2024 г.**

Лекция 9. Волны в анизотропных средах



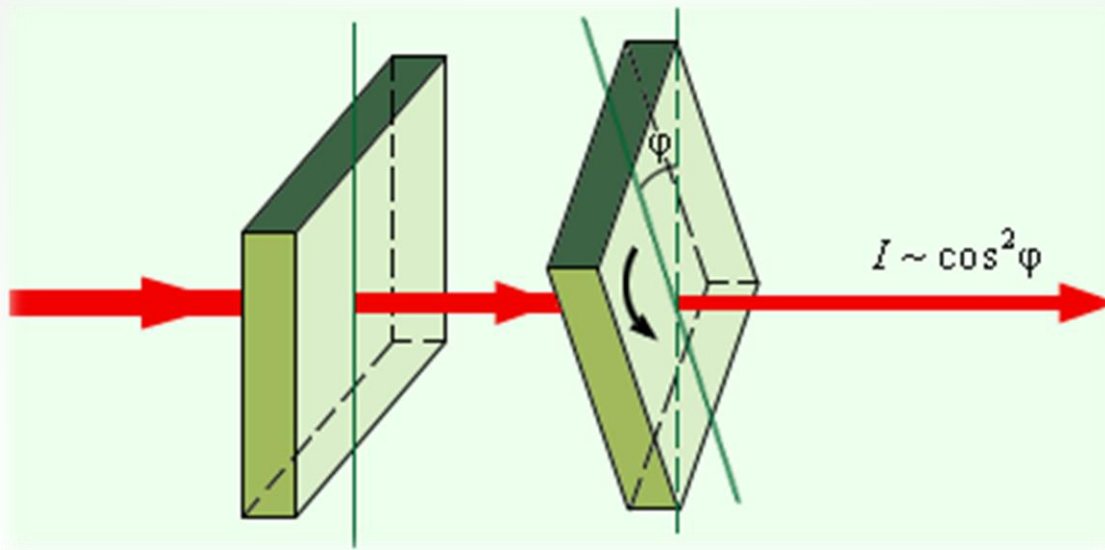
- 1. Главные показатели преломления и главные скорости волны**
- 2. Скорость и поверхность нормалей**
- 3. Лучевая скорость и поверхность.**
- 4. Двойное лучепреломление**

Волны в анизотропных средах



Оптические кристаллы – характер распространения волны может изменяться в зависимости от направления и поляризации волны

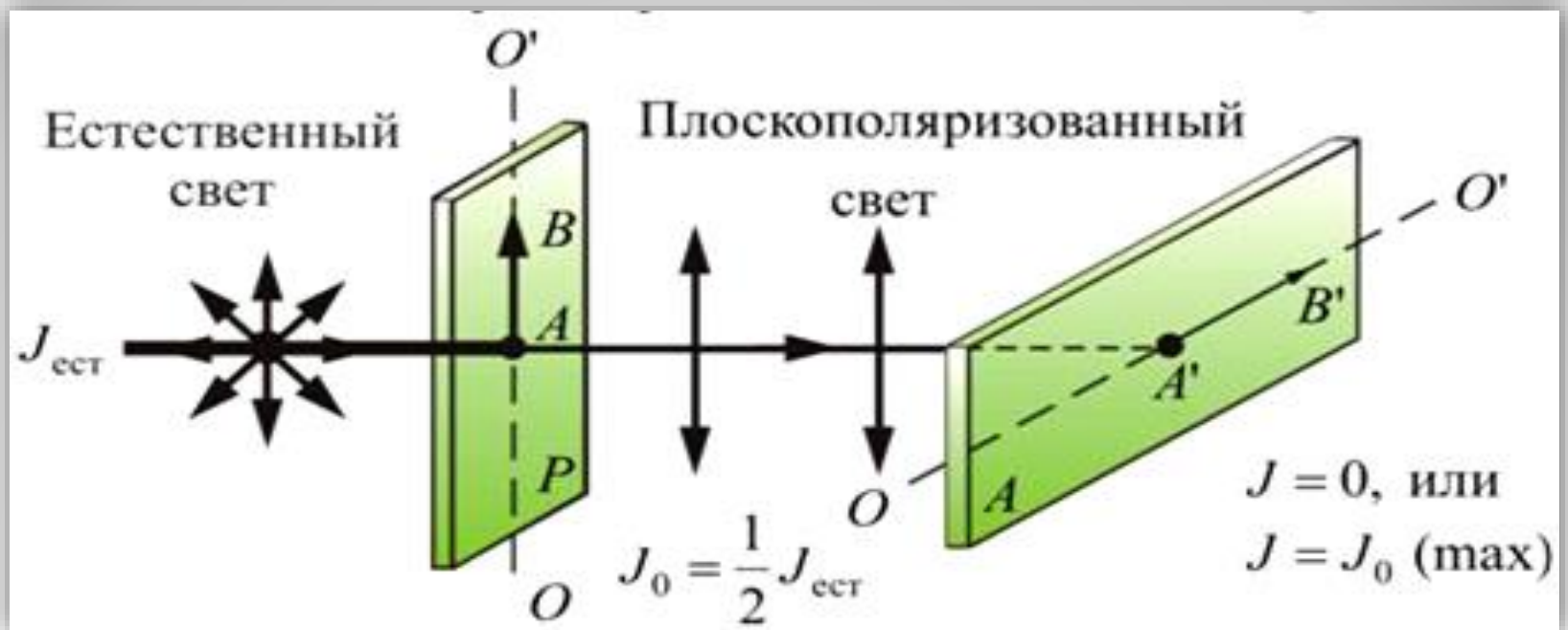
Если пластинку, вырезанную из кристалла кальцита, определенным образом положить на поверхность рисунка, то возникнут два изображения рисунка – **явление двойного лучепреломления**



Интенсивность света изменяется при повороте пластинок друг относительно друга. При некоторой взаимной ориентации пластинок солнечный свет не проходит

Причина: поглощение в кристалле зависит от ориентации \vec{E} относительно кристаллографических осей – от **поляризации света.**

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_x(t) + \vec{E}_y(t) = A_x \vec{i} \cos(\omega t + \varphi_1) + A_y \vec{j} \cos(\omega t + \varphi_2)$$



Первая пластинка одну из этих волн с «нужной поляризацией» пропускает, а другую - поглощает. На выходе формируется плоско-поляризованная волна. Попадая на вторую пластинку, эта волна также в зависимости от взаимной ориентации E и кристаллографических осей, претерпевает разное поглощение. Может быть полностью поглощена.

Дихроизм – зависимость поглощения от поляризации света

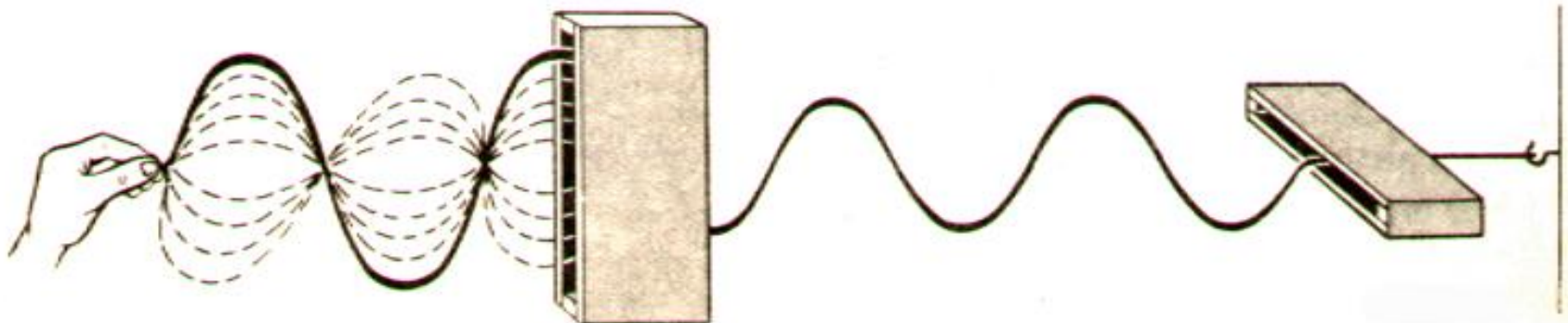
Плоско-поляризованный

СВЕТ



Естественный
(неполяризованный) свет

Поляризатор (на примере
поляризационных очков)



Главные показатели преломления и главные скорости волны

$$D_x = \varepsilon_0 \varepsilon_x E_x$$

$$n_x = \sqrt{\varepsilon_x}$$

$$v_x = \frac{c}{n_x} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_x}}$$

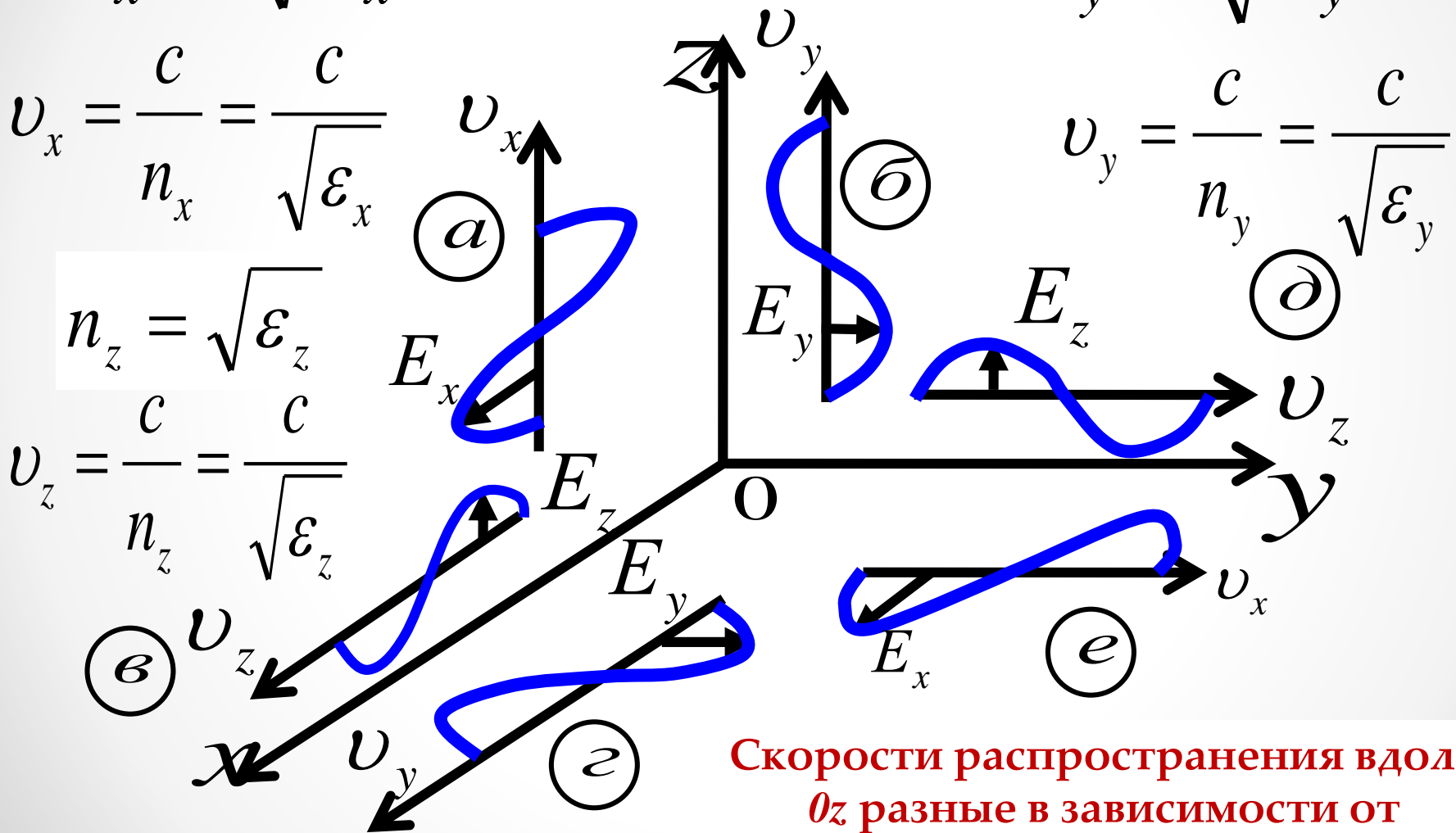
$$n_z = \sqrt{\varepsilon_z}$$

$$v_z = \frac{c}{n_z} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_z}}$$

$$D_y = \varepsilon_0 \varepsilon_y E_y$$

$$n_y = \sqrt{\varepsilon_y}$$

$$v_y = \frac{c}{n_y} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}}$$



Скорости распространения вдоль $0z$ разные в зависимости от поляризации волны (!)

n_x, n_y, n_z = главные показатели преломления

v_x, v_y, v_z = главные скорости волны

Важно:

- индексы у главных скоростей x, y, z никак не связаны с направлением распространения волны. Они описывают лишь направление векторов E и D вдоль соответствующей главной оси.
 - в общем случае, когда волновой вектор имеет произвольное направление E и D не совпадают между собой: $D \perp k$, $\angle(E, D) = \vartheta$ - **угол анизотропии**

Частные случаи:

1. $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon$ (изотропная среда): один показатель преломления и одна фазовая скорость во всех направлениях распространения волны

$$n = \sqrt{\varepsilon}, \quad v = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$$

2. $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$, тогда $v_x = v_y \neq v_z$: обе волны вдоль Oz , имеют одинаковую скорость $v_x = v_y = v_0$.
Сумма этих волн = волна с эллиптической поляризацией, движется со скоростью v_0 , и $E \uparrow \uparrow D$, т.к. в Oxz среда изотропна

Независимость скорости волны ν_0 от состояния поляризации дает основание говорить о выделенном направлении Oz как об оптической оси кристалла – одноосный кристалл

Если $\epsilon_x \neq \epsilon_y \neq \epsilon_z$ таких направлений будет два – двуосный кристалл.

(г, е) - распространение света \perp -но
 оптической оси с v_0 .
Обыкновенная волна

$$v_{ordinary} = v_0$$

Оптическая
 ось

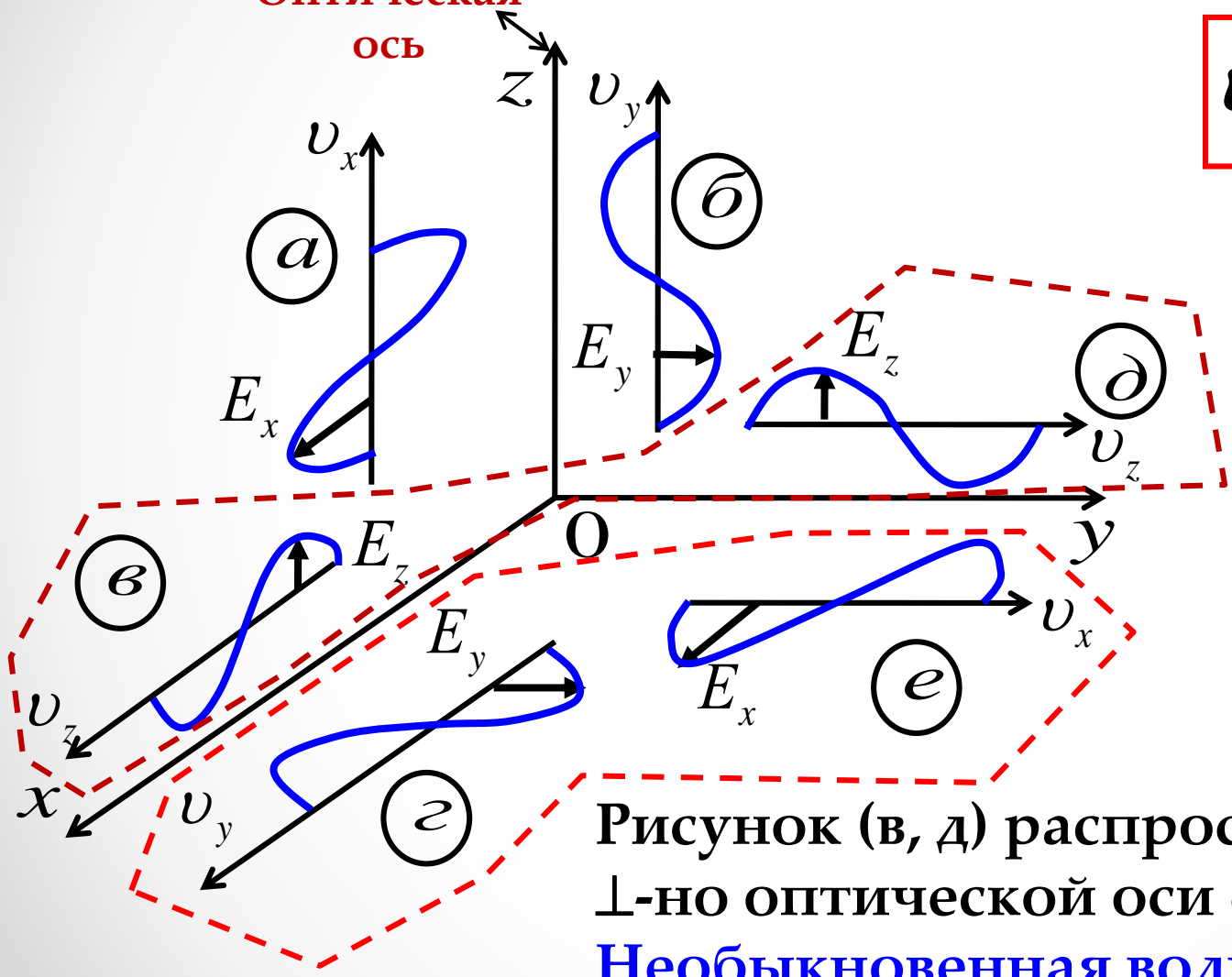
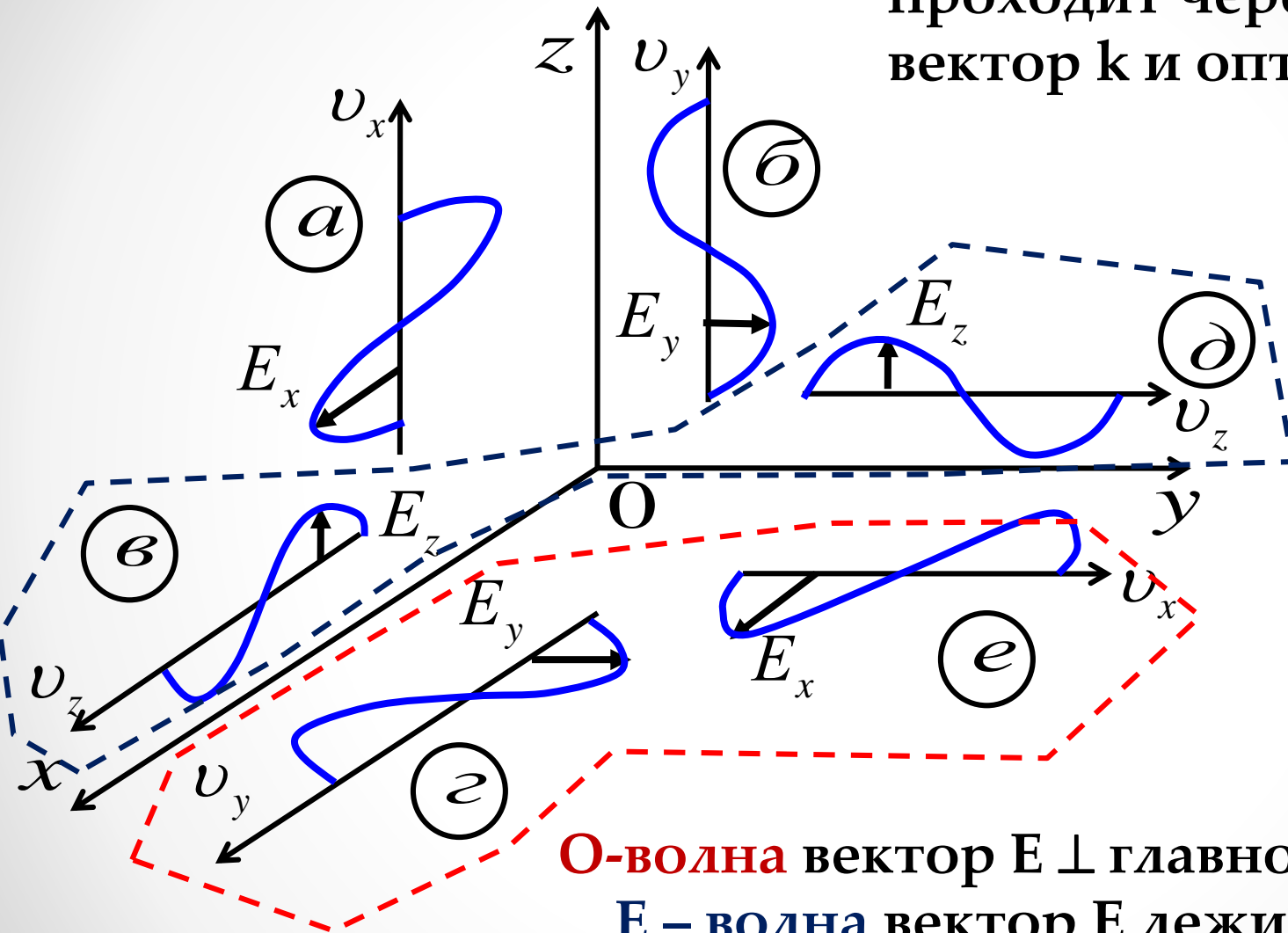


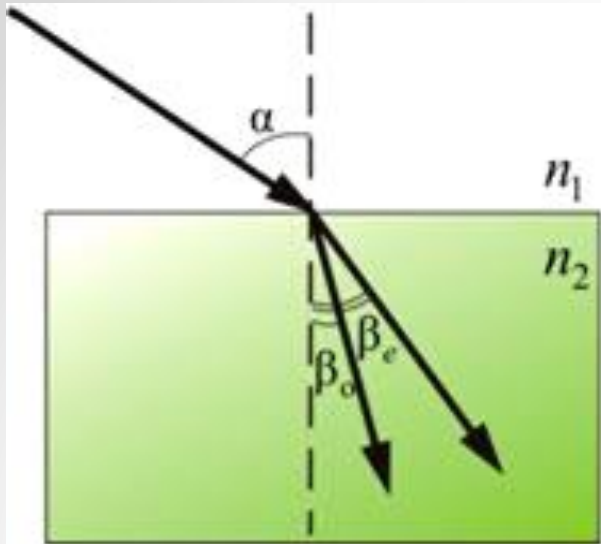
Рисунок (в, д) распространение света \perp -но оптической оси с
Необыкновенная волна

$$v_z = v_e$$

Главная плоскость –
проходит через волновой
вектор k и оптическую ось

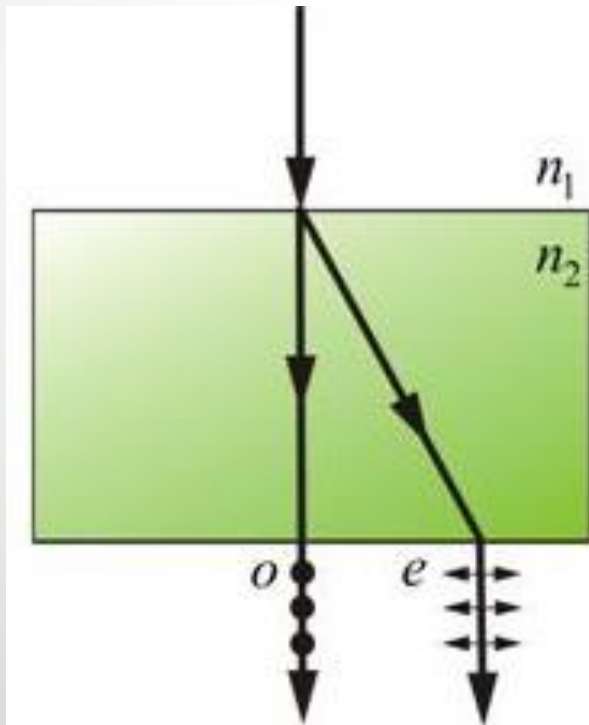


O-волна вектор $E \perp$ главной плоскости,
E-волна вектор E лежит в главной
плоскости



Луч, поляризованный в плоскости, перпендикулярной плоскости падения, = **обыкновенный луч (o)**.

Луч, поляризованный в плоскости падения = **необыкновенный луч (e)**.



Обыкновенный луч (o) подчиняется законам геометрической оптики, **необыкновенный луч (e)** не подчиняется – не выполняется закон преломления:

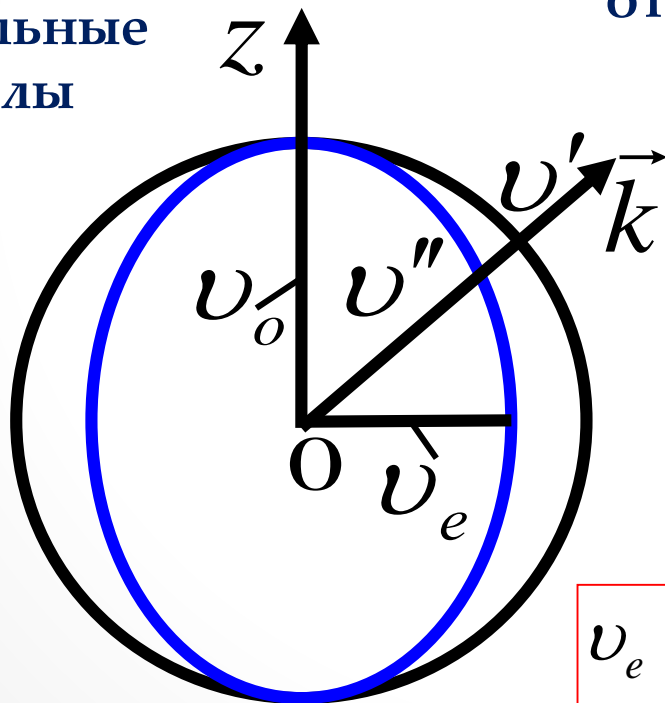
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_e} \neq \frac{n_2}{n_1}$$

поверхность нормалей

Диаграмма зависимости скорости распространения по нормали (в направлении \vec{k} , \perp -ном волновому фронту) обыкновенной и необыкновенной волн от направления \vec{k} в одноосном кристалле

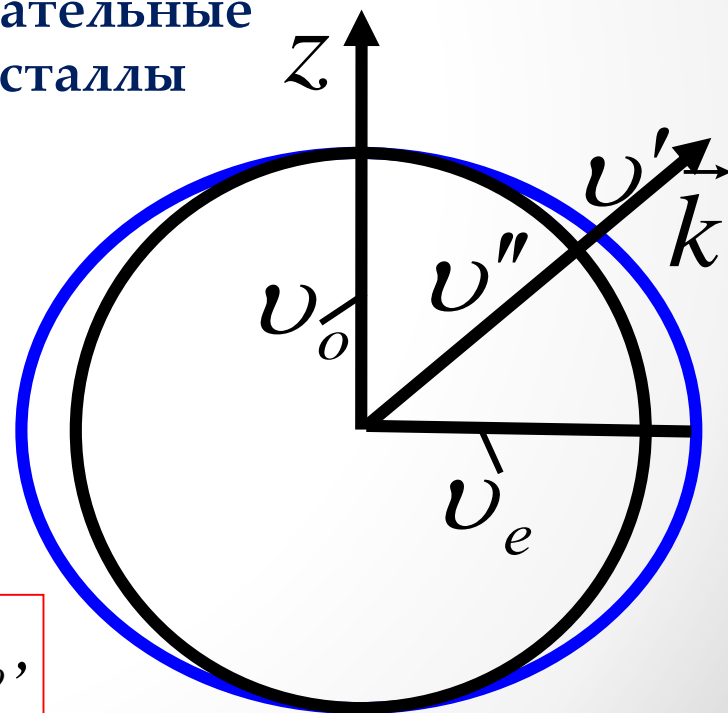
Оптически
положительные
кристаллы

$$\begin{aligned} v_e &< v_o, \\ n_e &> n_o \end{aligned}$$



Оптически
отрицательные
кристаллы

$$\begin{aligned} v_e &> v_o, \\ n_e &< n_o \end{aligned}$$

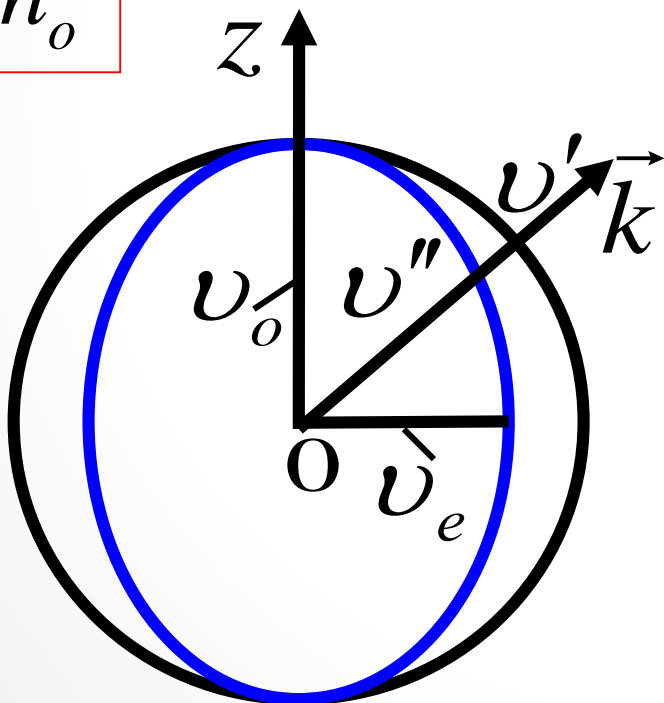


Сфера – поверхность нормалей (нормальных скоростей) Френеля для обыкновенной волны,
ОВАЛОИД – для необыкновенной волны

$$v_e < v_o,$$

$$n_e > n_o$$

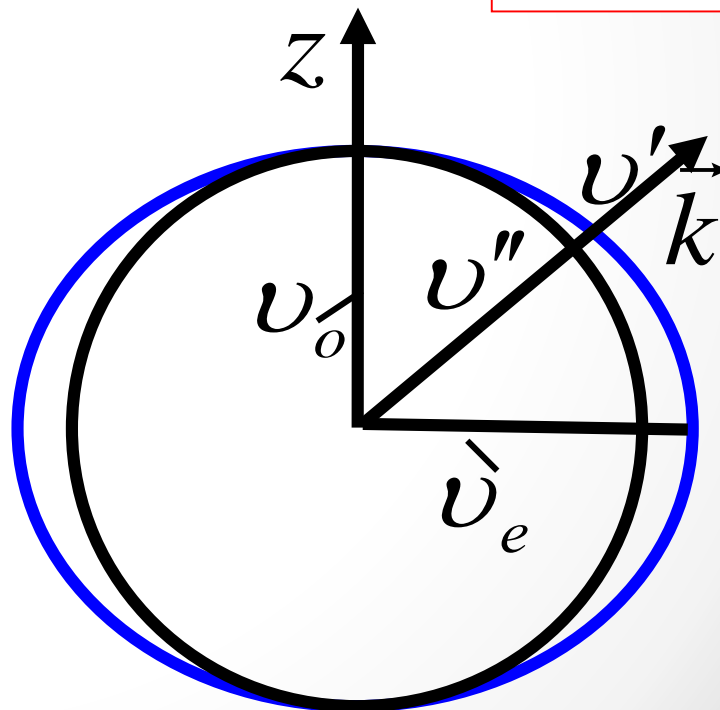
Оптически
положительные
кристаллы

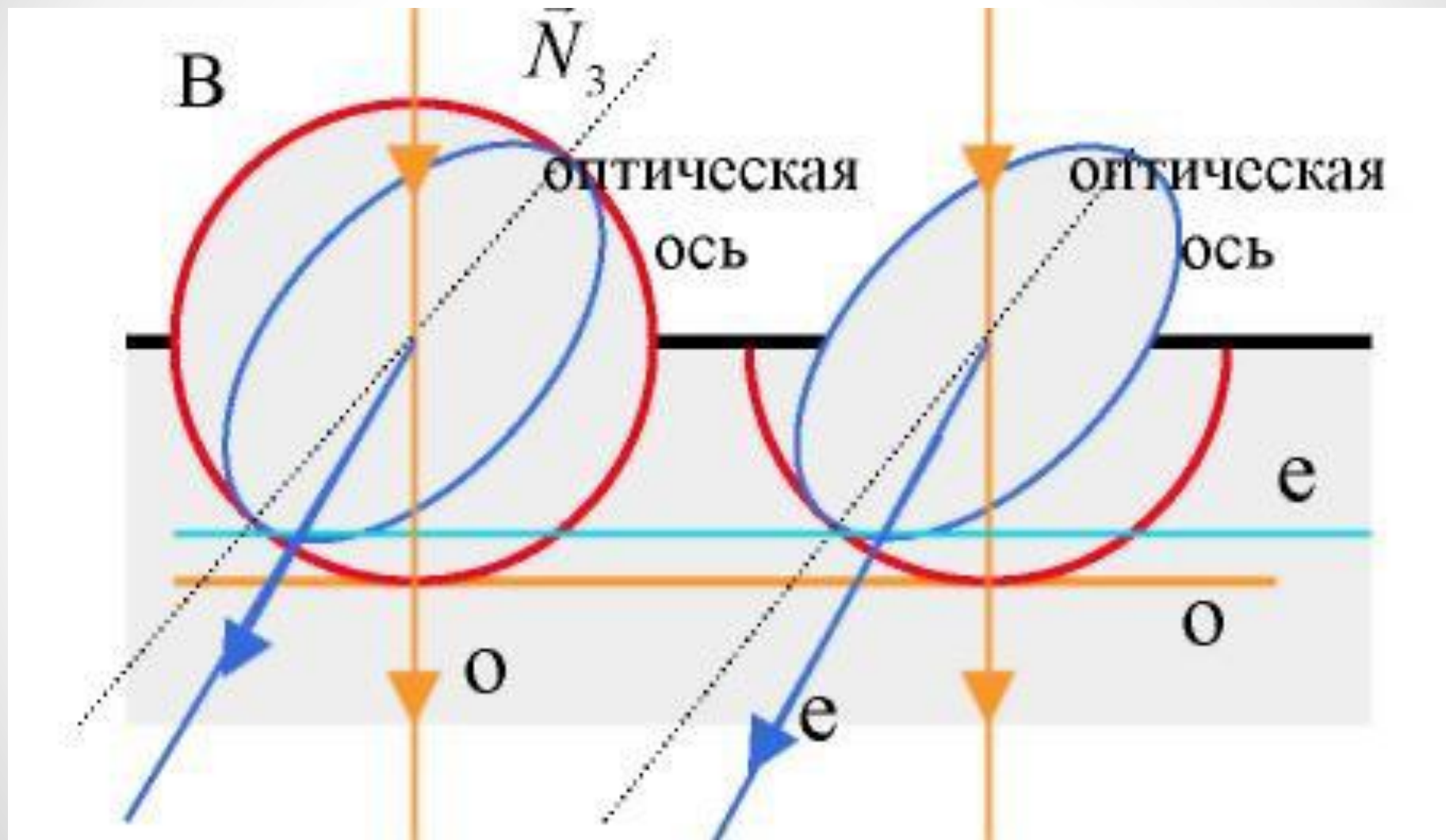


Оптически
отрицательные
кристаллы.

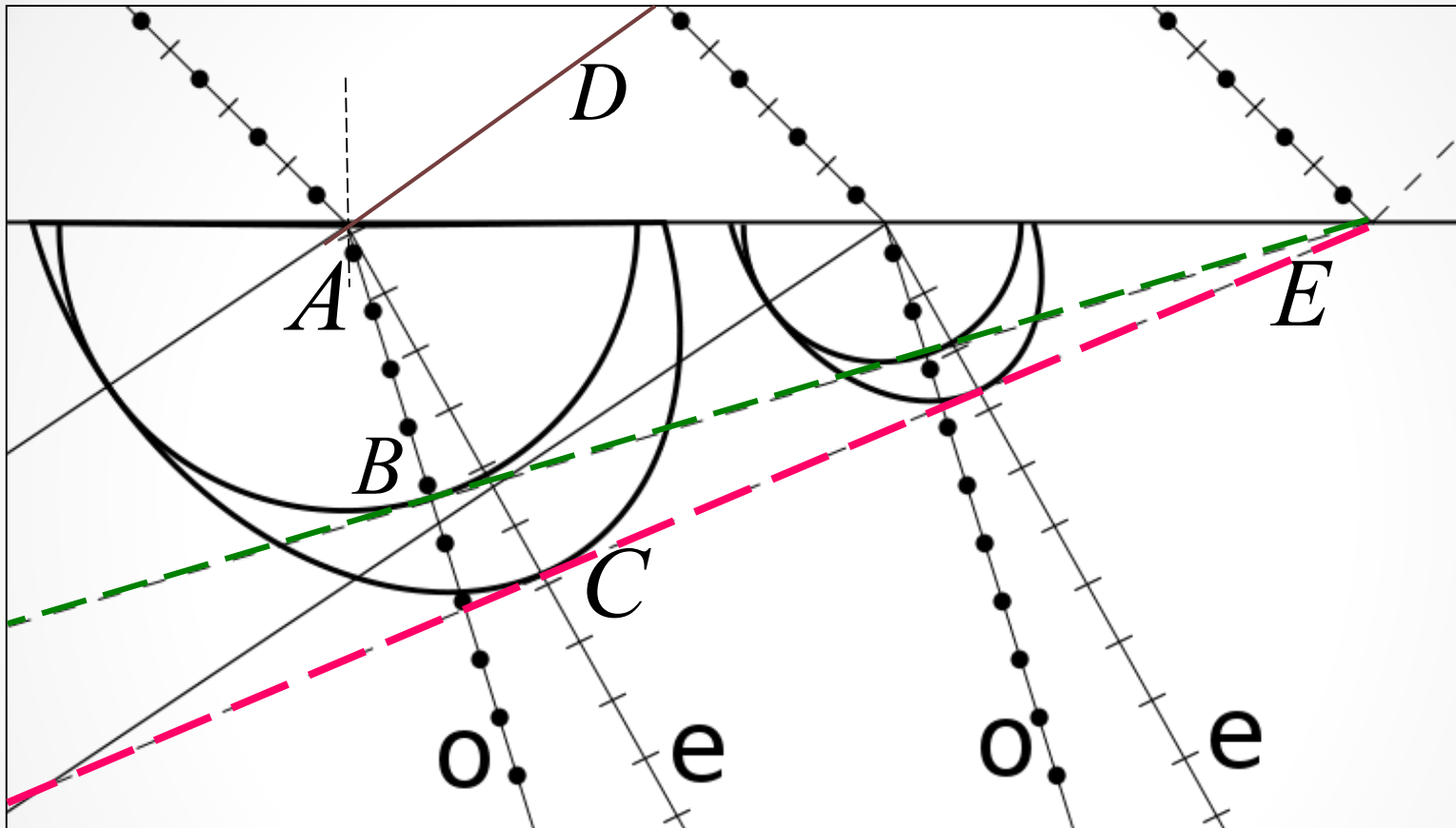
$$v_e > v_o,$$

$$n_e < n_o$$





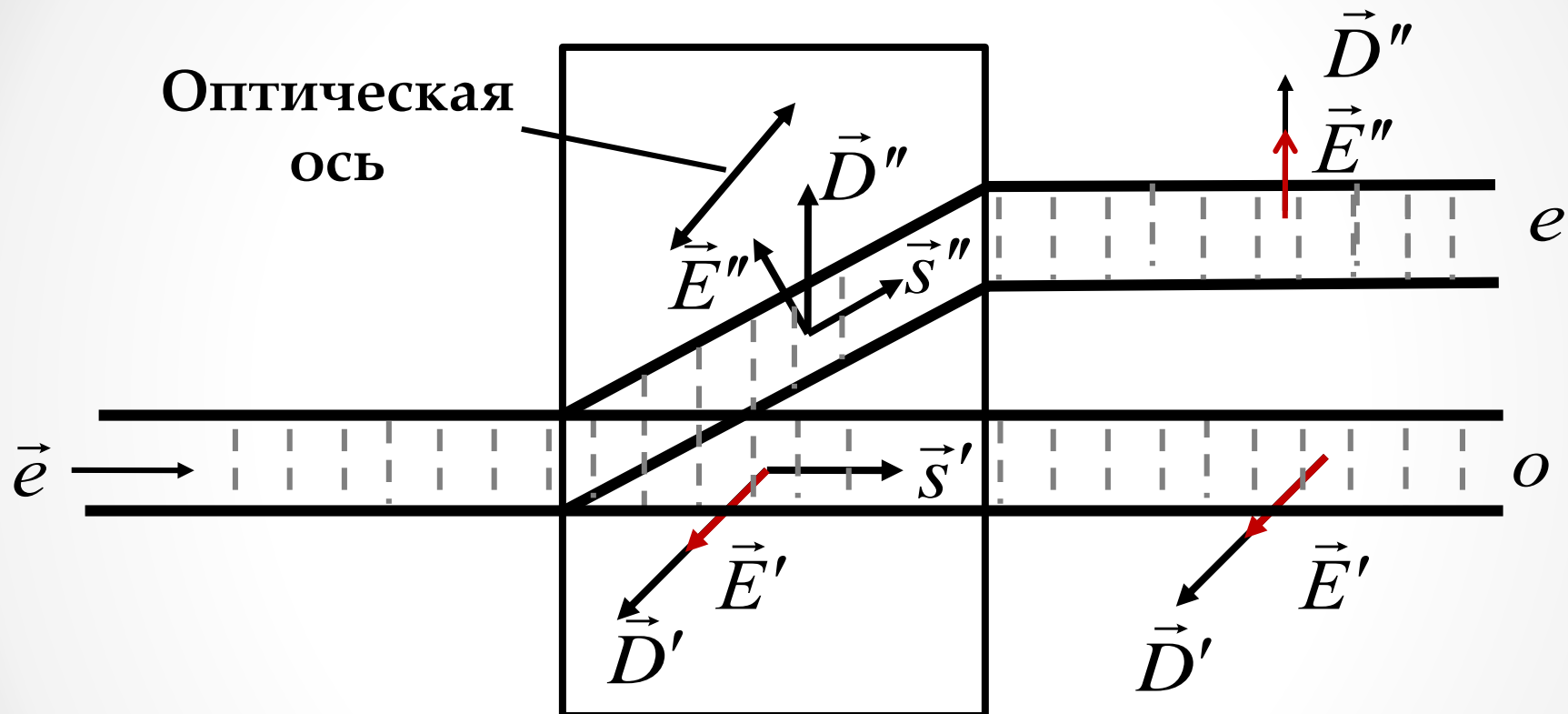
Модель двойного лучепреломления



AD – положение фронта падающей волны при
достижении лучом поверхности раздела

BE – положение фронта обыкновенной волны;

EC – положение фронта необыкновенной волны.



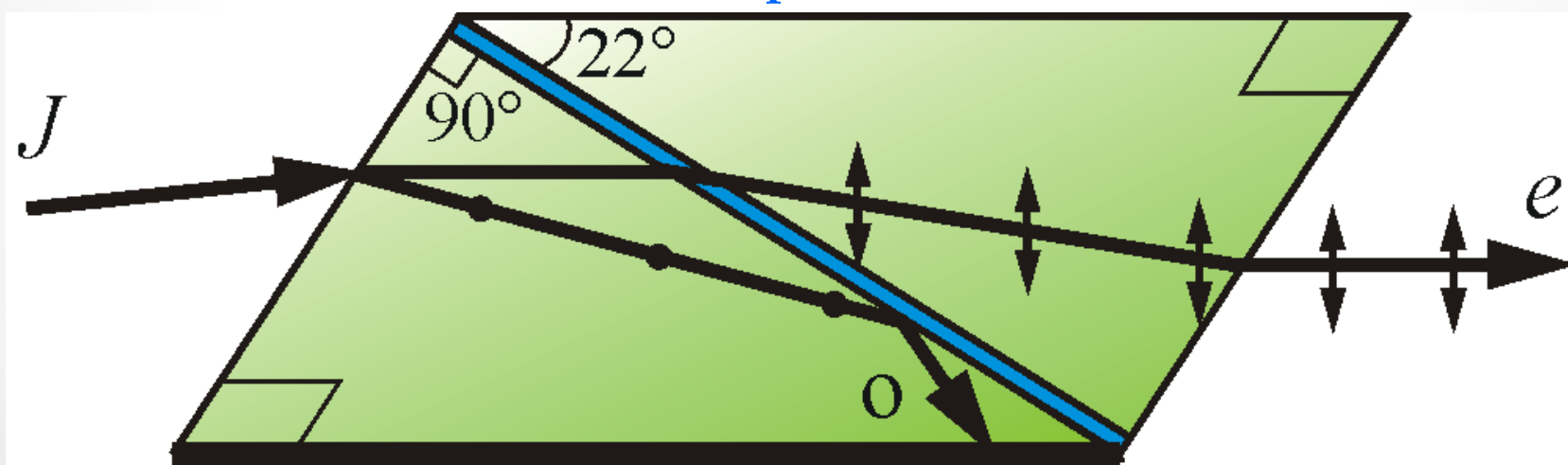
Поляризаторы

Если одну из волн устранить, то свет становится **плоскополяризованным**.

Устройства, работающие по такому принципу = **поляризаторы**

– двоякопреломляющие призмы и поляроидные пленки.

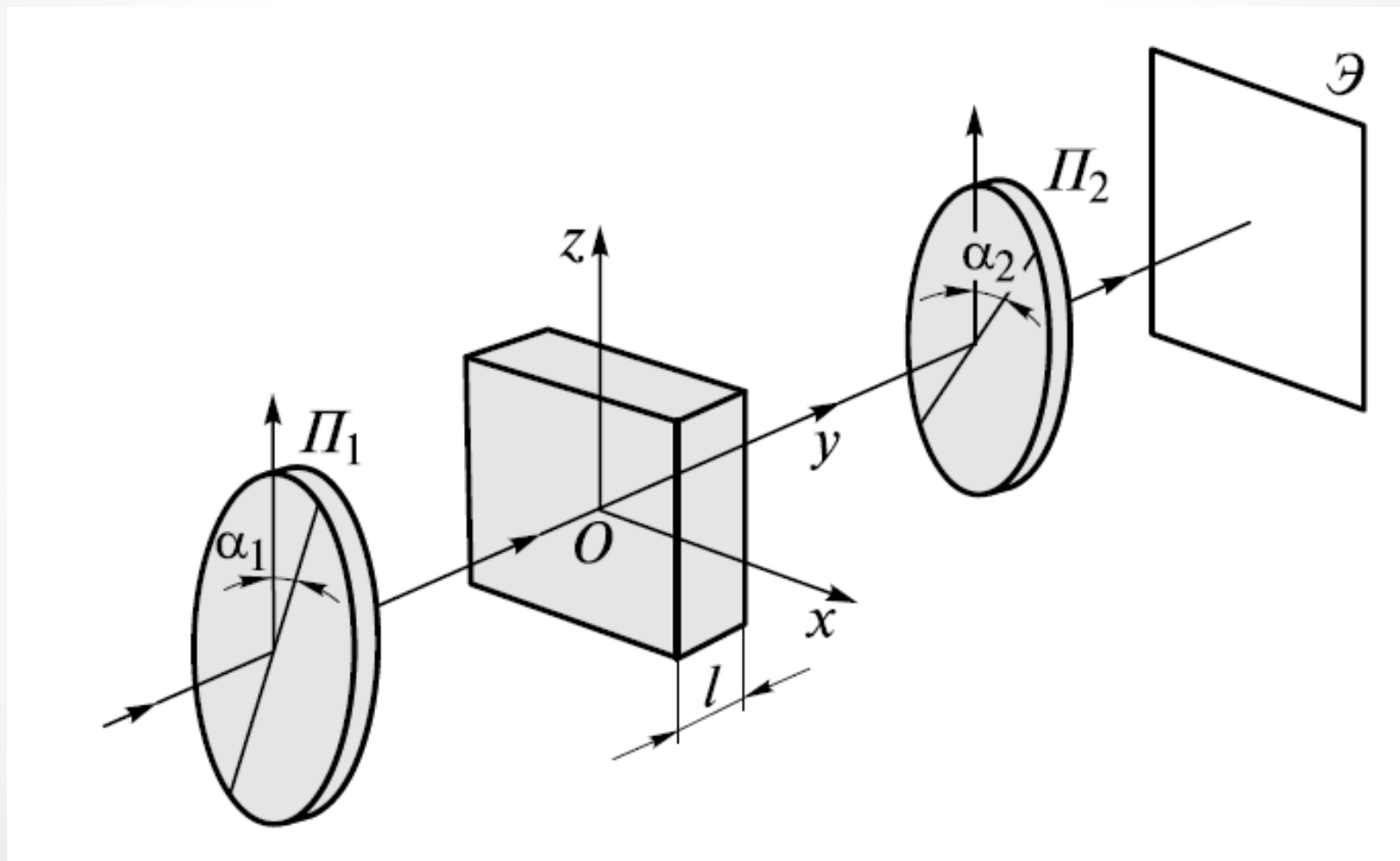
Призма Николя (николь)

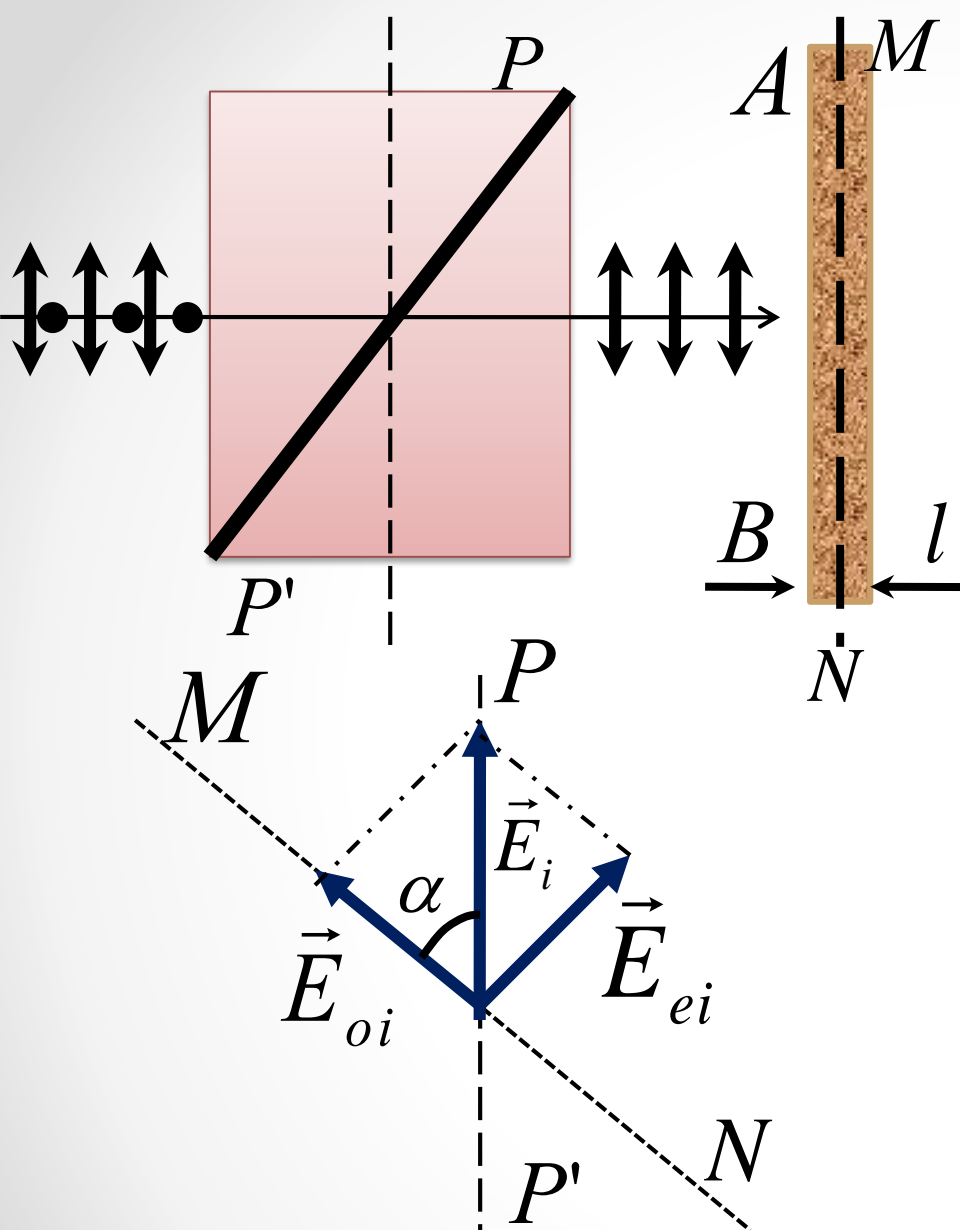


Показатель преломления n канадского бальзама

$$n_o > n > n_e ; n = 1,550; n_o = 1,658; n_e = 1,515$$

Интерференция поляризованного света





Свет падает нормально на АВ пластинку из одноосного кристалла. Оптическая ось пластинки MN образует угол α с главной осью поляризатора PP' . E_i – амплитуда некоторой волны вклад в E-волну:

$$\vec{E}_{ei} = \vec{E}_i \cos \alpha$$

В O-волну:

$$\vec{E}_{oi} = \vec{E}_i \sin \alpha$$

$$\frac{E_{ei}}{E_{oi}} = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{const}$$

Отношение этих вкладов постоянно и определяет когерентность O и E-лучей.

На входе в пластинку фазы колебаний o и e лучей одинаковы. По мере распространения фаза колебаний одной волны будет отставать от другой. На выходе:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_e - n_o)$$

Колебание результирующего E будет результатом сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний:

$$\frac{x^2}{A_o^2} + \frac{y^2}{A_e^2} - \frac{2xy}{A_o A_e} \cos\Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi$$

В общем случае свет поляризован по эллипсу.

Частные случаи:

1. Пластинка в полволны.

$$\Delta = l(n_e - n_o) = \pm(2m - 1)\frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

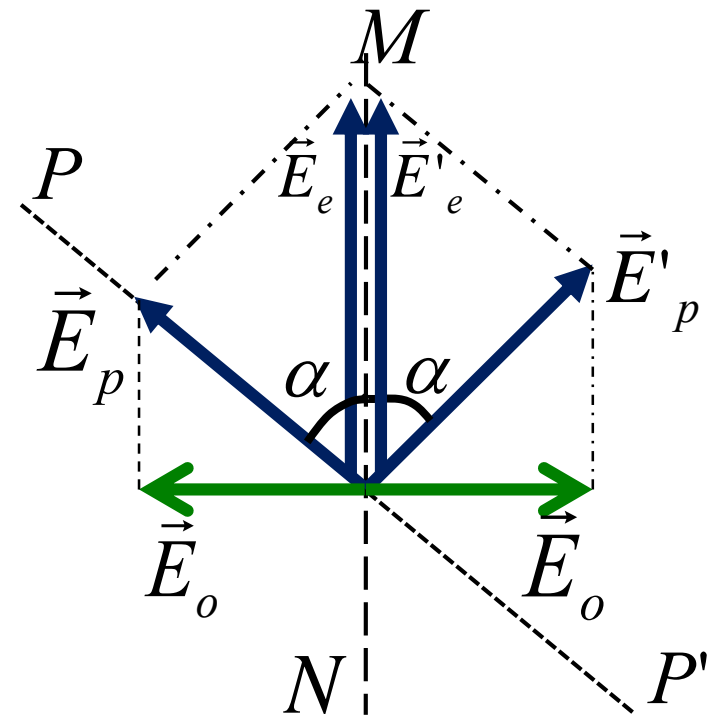
$$\Delta\varphi = (2m - 1)\pi$$

$$\frac{x}{A_o} + \frac{y}{A_e} = 0$$

$$y = -\frac{A_e}{A_o} x$$

на выходе

- ✓ свет линейно поляризован.
- ✓ плоскость поляризации симметрична плоскости поляризации на входе относительно оптической оси пластинки.
- ✓ Угол между плоскостями поляризации падающего и выходящего света равен 2α .



Частные случаи:

2. Пластинка в четверть длины волны.

$$\Delta = l(n_e - n_o) = \pm(2m - 1)\frac{\lambda}{4}, m = 1, 2, 3, \dots$$

«+» – оптически отрицательные кристаллы,

«-» – оптически положительные кристаллы.

$$\Delta\varphi = (2m - 1)\frac{\pi}{2}$$

$$I = I_0$$

$$\frac{x^2}{A_o^2} + \frac{y^2}{A_e^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{A_o^2} + \frac{y^2}{A_e^2} - \frac{2xy}{A_o A_e} \cos \frac{\pi}{2} = \sin^2 \frac{\pi}{2}$$

Уравнение эллипса, одна из осей которого параллельна, а другая - перпендикулярна плоскости поляризации.

Если еще и угол между оптическими осями поляризатора и пластинки $\alpha = \pi/4$, то $A_o = A_e$ и свет циркулярно-поляризован.

Частные случаи:

3. Пластинка в целую волну

$$\Delta = d(n_o - n_e) = \pm m\lambda, \quad m = 1, 2, \dots$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \lambda m = 2\pi m$$

$$\frac{x}{A_o} - \frac{y}{A_e} = 0$$

Свет на выходе пластинки линейно поляризован в той же плоскости, что и на входе.



Смена цветов изображения бабочки при повороте поляризатора на 90°

Состояние поляризации произвольной электромагнитной волны задается **степенью поляризации P** по формуле Френеля:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

I_{\max} и I_{\min} - максимальная и минимальная интенсивности света, соответствующие двум взаимно перпендикулярным компонентам вектора E .

Для плоскополяризованного света

$$I_{\min} = 0 \text{ и } P = 1.$$

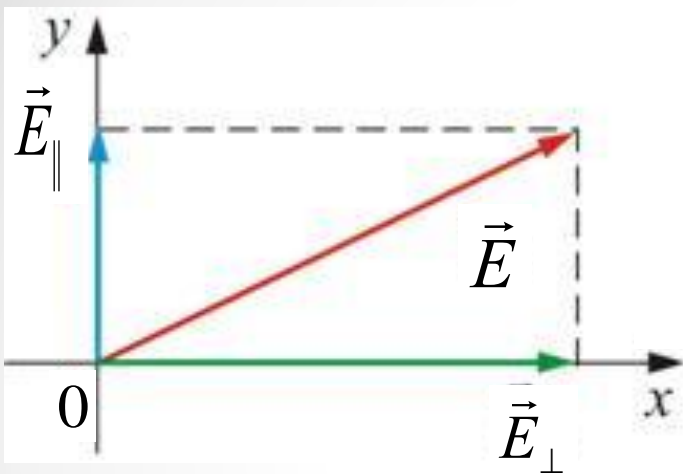
Для естественного света

$$I_{\max} = I_{\min} \text{ и } P = 0.$$

Закон Малюса

Естественный свет распространяется перпендикулярно плоскости рисунка.

Е можно разложить на два колебания :



$$E_{\parallel} = E \cos \varphi, \quad E_{\perp} = E \sin \varphi$$

первое колебание
пройдет через
поляризатор

второе колебание
будет поглощено

Интенсивность прошедшей волны :

$$I \approx E_{\parallel}^2 \cos^2 \varphi$$

Усредняя по углам, интенсивность
света на выходе :

$$I_{\text{прош}} \approx I_0 \langle \cos^2 \varphi \rangle$$

Интенсивность света, прошедшего
через поляризатор:

$$\langle \cos^2 \varphi \rangle = 1/2$$

$$I_{\text{прош}} \approx I_0 / 2$$

Рассмотрим падение линейно поляризованного света с интенсивностью I_0 на тот же поляризатор.

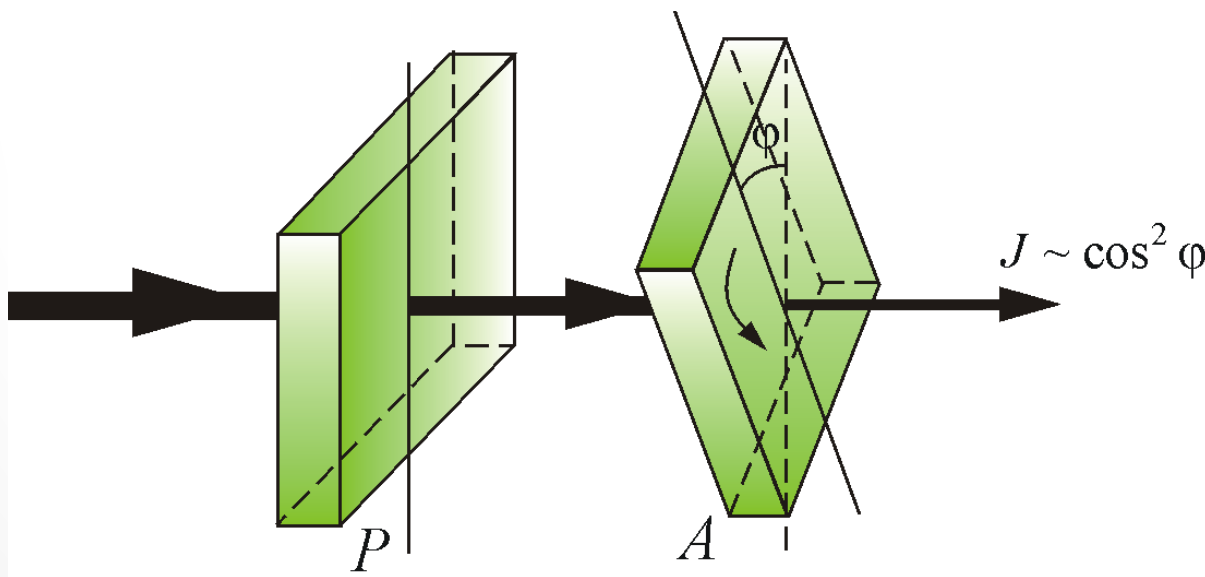
Сквозь прибор пройдет составляющая колебаний с амплитудой

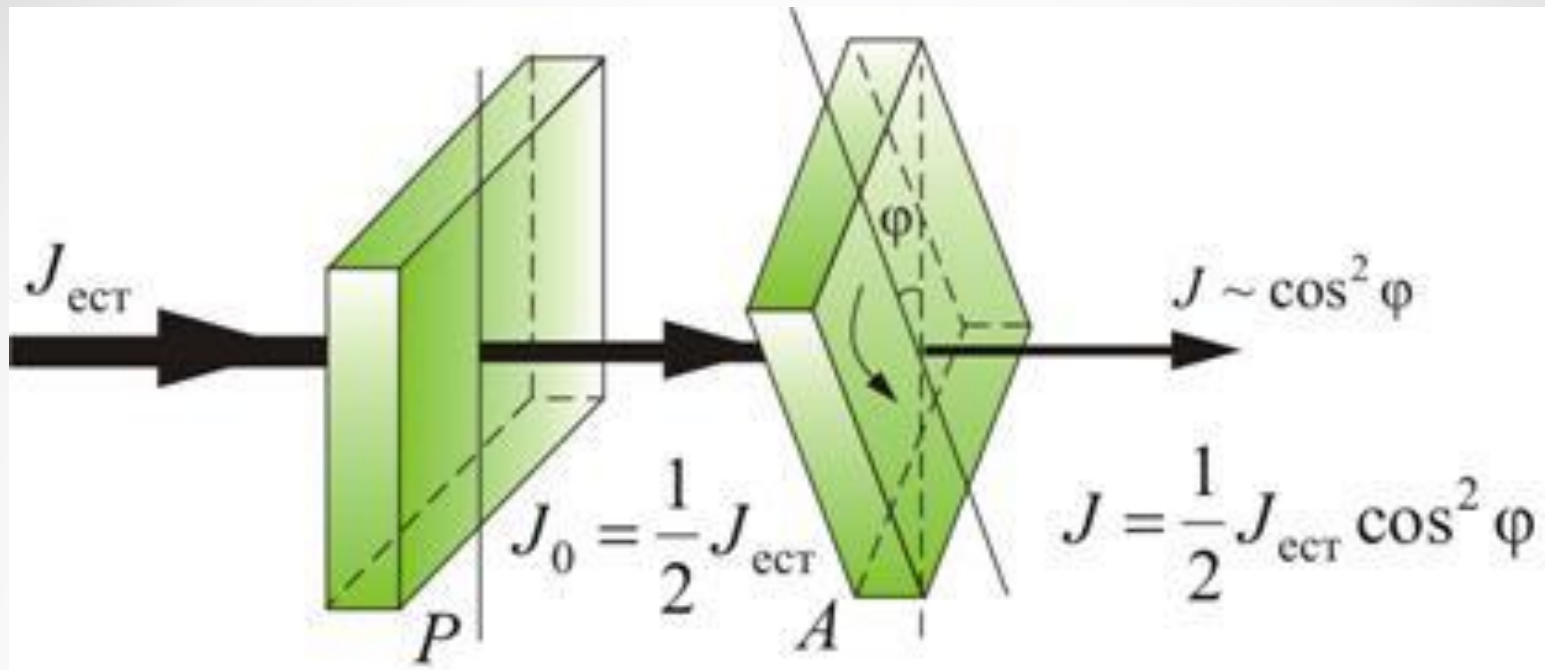
$$E_{\parallel} = A \cos \varphi.$$

ИНТЕНСИВНОСТЬ
прошедшего света

$$I = I_0 \cos^2 \varphi$$

Закон Малюса.

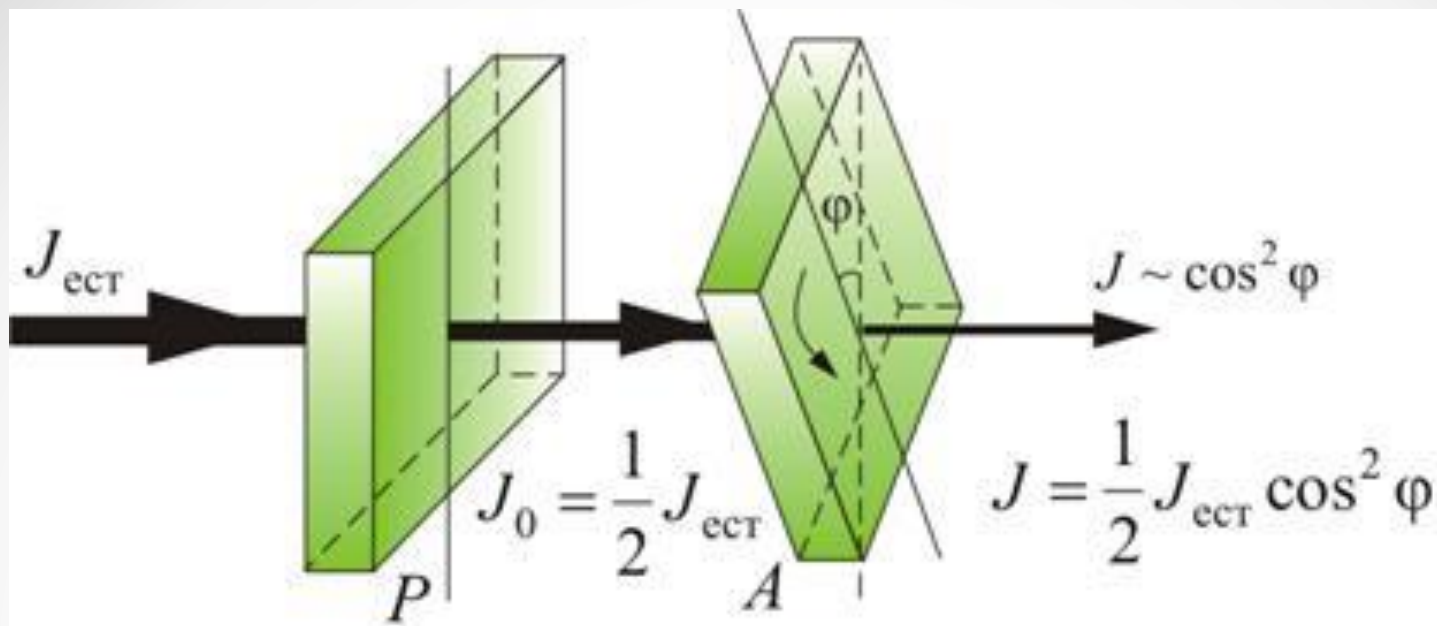




Поставим на пути естественного света два поляризатора, плоскости которых образуют угол φ .

Из 1-го поляризатора выйдет линейно поляризованный свет $I_0 = \frac{I_{\text{ест}}}{2}$

Из 2-го поляризатора по закону Малюса выйдет свет $I = I_0 \cos^2 \varphi$



Интенсивность света, прошедшего через два поляризатора

$$I = \frac{I_{\text{ест}}}{2} \cos^2 \varphi$$

При $\varphi = 0$ плоскости поляризатора и анализатора параллельны

$$I_0 = \frac{I_{\text{ест}}}{2}.$$

При $\varphi = \pi/2$ плоскости поляризатора и анализатора скрещены

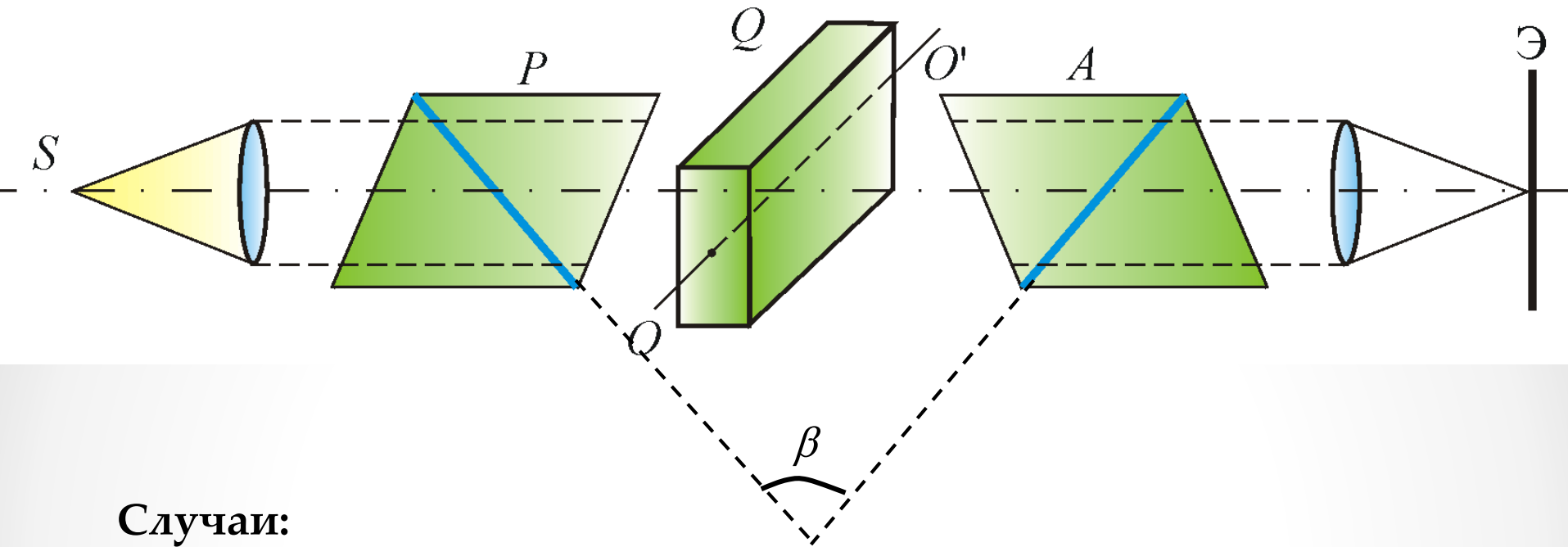
$$I_0 = 0.$$

Закон Малюса: Интенсивность света, вышедшего из анализатора, равна произведению интенсивности света, вышедшего из поляризатора на косинус в квадрате угла между главными сечениями поляризатора и анализатора.

$$I = I_0 \cos^2 \varphi.$$

В общем случае в правую часть формулы Малюса надо ввести коэффициент пропускания в поляризаторе и анализаторе:

$$I_a = \frac{1}{2} k_p I_0 k_a \cos^2 \varphi.$$



Случаи:

1. Пластика в длину волны.

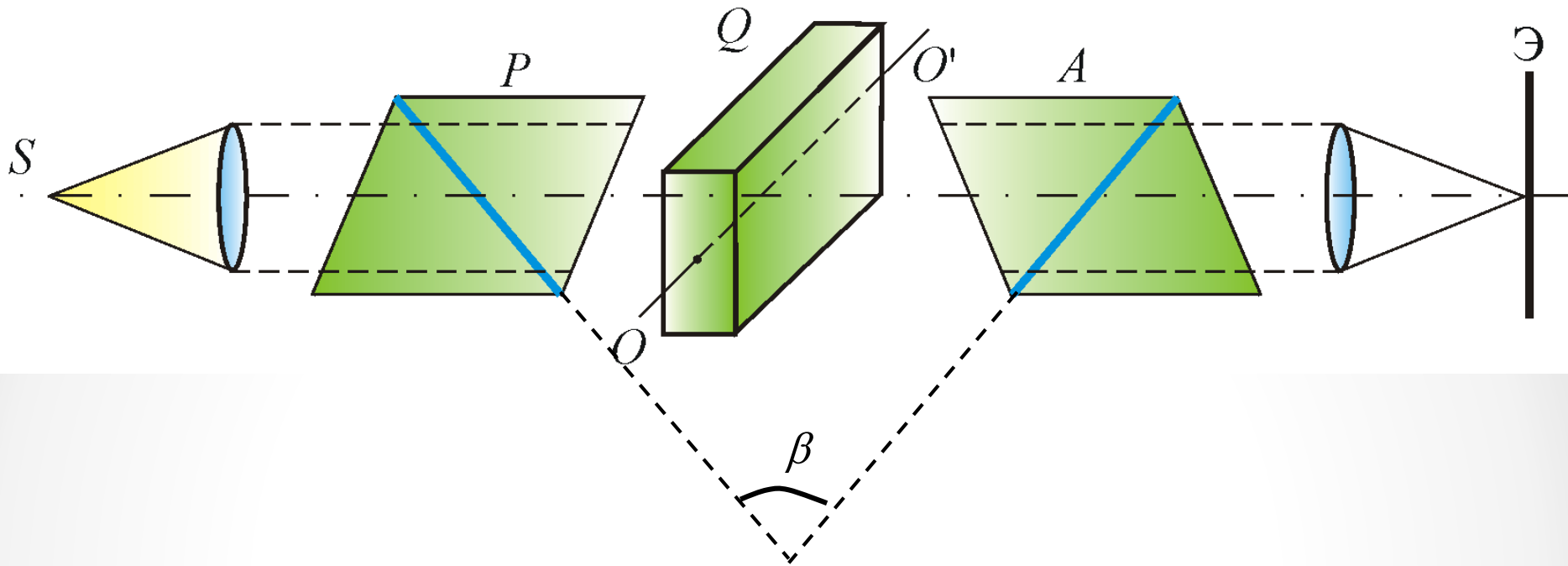
На входе в анализатор свет поляризован в главной плоскости поляризатора.

а) николи параллельны ($\beta = 0$), по закону Малюса
максимальна, поле освещено.

$$I = I_0 \cos^2 \beta = I_0$$

б) николи скрещены ($\beta = 90^\circ$), по закону Малюса
минимальна, поле погашено.

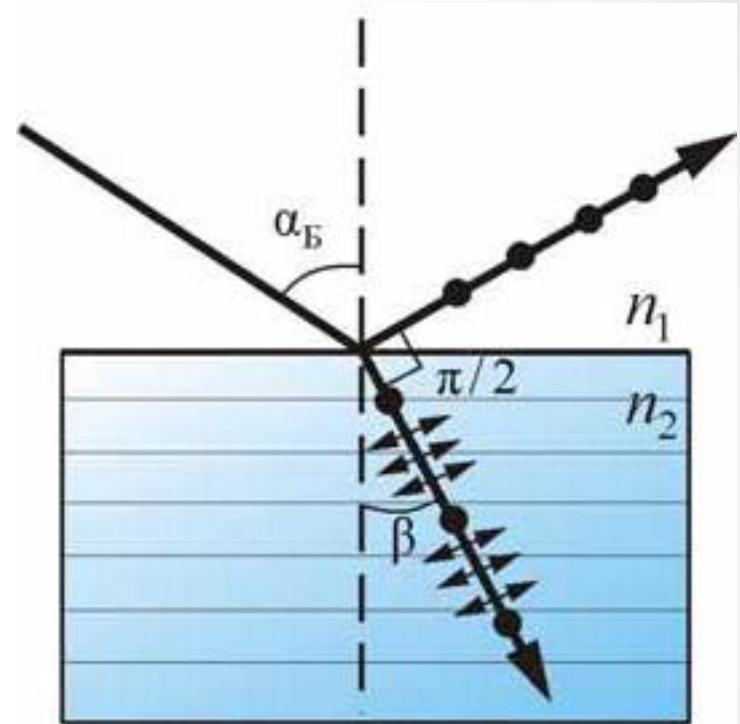
$$I = I_0 \cos^2 \beta = 0$$



2. Пластинка в полволны. На входе в анализатор свет линейно поляризован, но его плоскость поляризации составляет угол 2α с плоскостью анализатора, (α - угол между главной плоскостью поляризатора и оптической осью пластинки).
 Если $\alpha = 45^\circ$, то $\beta = 2\alpha = 90^\circ$, т.е. на входе в анализатор свет поляризован в направлении, перпендикулярном главной плоскости поляризатора. При вращении анализатора получаем эффект, обратный пластинке в целую волну: при скрещенных николях - поле освещено, при параллельных - затемнено.

Закон Брюстера:

При падении света на границу раздела двух сред ($n_2 > n_1$) под углом Брюстера, преломленный и отраженный лучи взаимно перпендикулярны, при этом отраженный луч полностью линейно поляризован в плоскости, перпендикулярной плоскости падения света, а преломленный луч – частично поляризован, и тангенс угла Брюстера равен относительному показателю преломления этих сред.

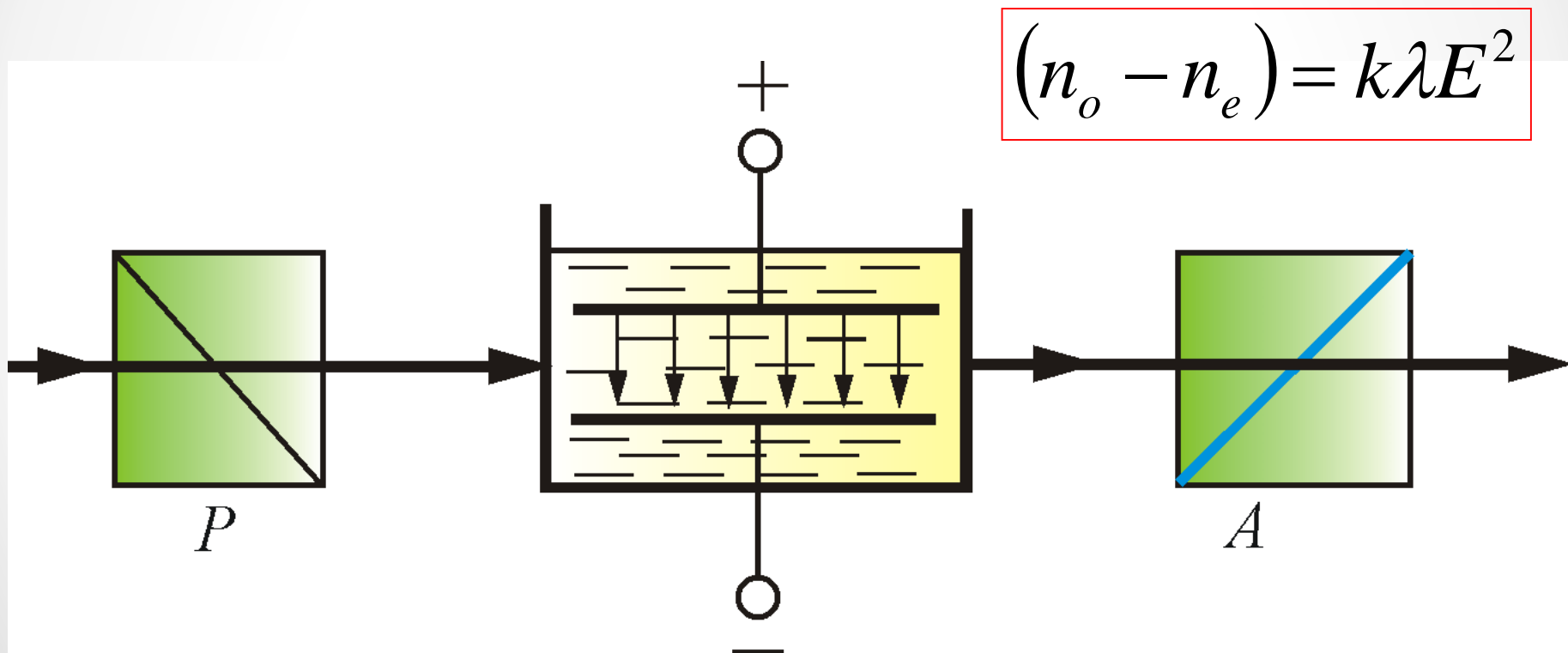


$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Бр}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

Искусственная поляризация

Эффект Керра

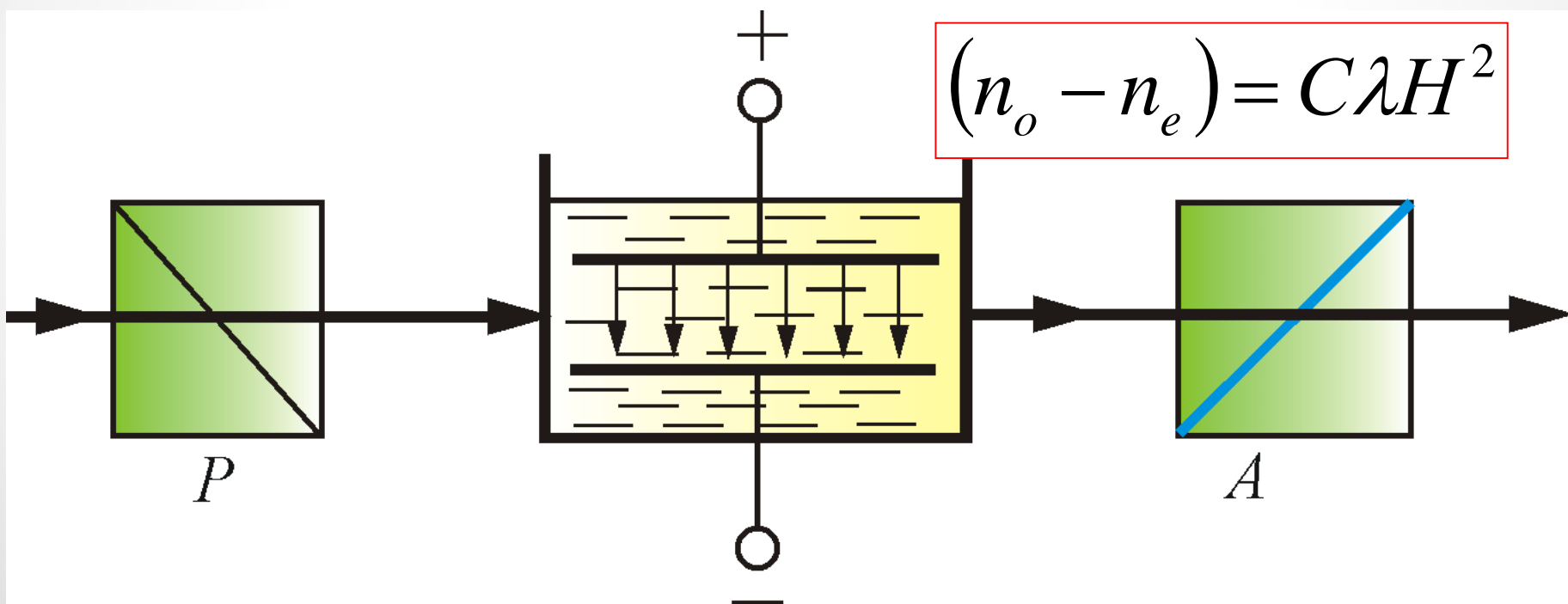
Возникновение анизотропии при действии электрического поля



k – коэффициент Керра, λ – длина волны проходящего света.

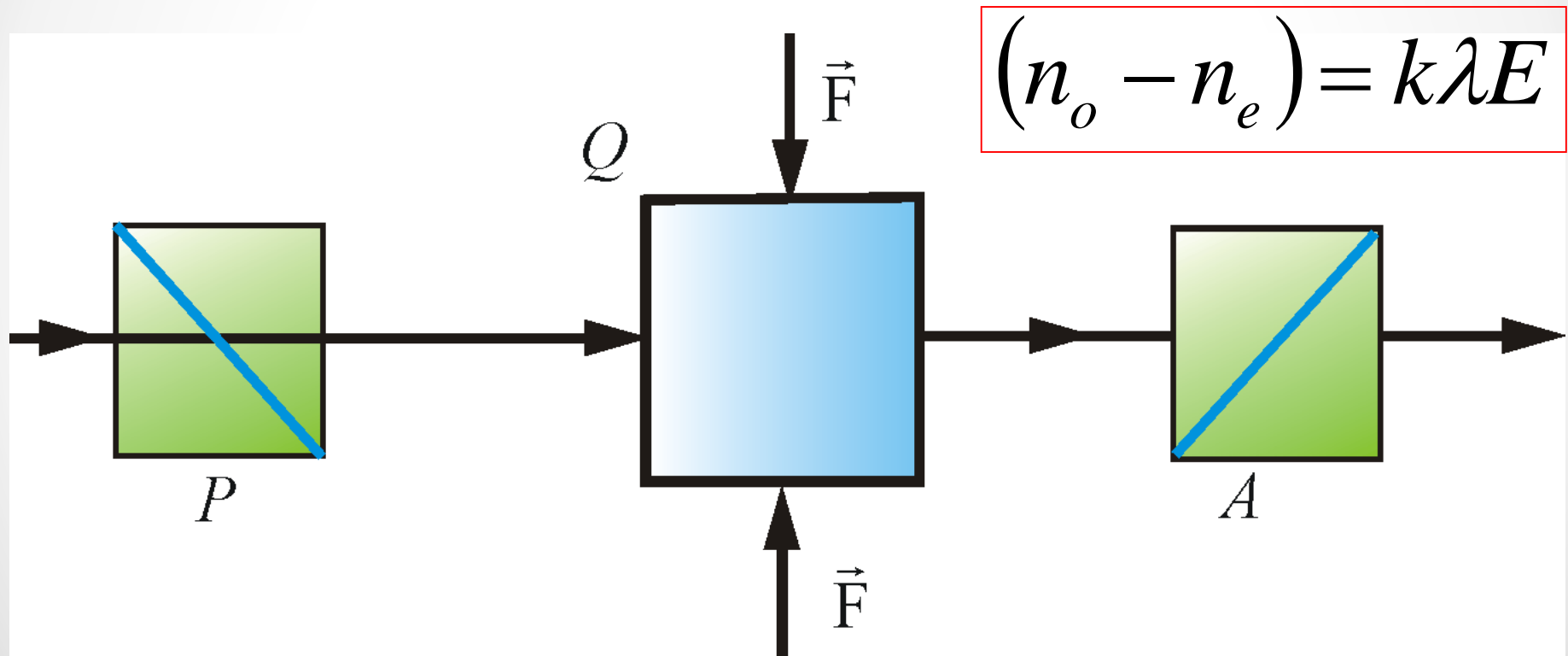
Эффект Коттона-Мутона

Появление анизотропии при действии на вещество магнитного поля



C – коэффициент Коттона-Мутона.

Эффект Поккельса (электрооптический)



Вращение плоскости поляризации



Оптически активные вещества – вещества, при прохождении через которые плоскость поляризации поворачивается.

Пример: кварц, киноварь, скипидар, никотиновая кислота, водный раствор сахара.

Для чистых кристаллов и жидкостей

$$\varphi = |\alpha| \cdot d$$

α - удельное вращение,

φ - угол поворота плоскости поляризации.

Для растворов – угол поворота зависит от концентрации:

$$\varphi = |\alpha| \cdot C \cdot d.$$