

Сегодня: пятница, 15
марта 2024 г.

Общая физика
Модуль: Волновая оптика

Лекция 9. Дисперсия света



1. Взаимодействие света с веществом
2. Дисперсия света
3. Геометрический принцип расчета дисперсии
4. Частотная и пространственная дисперсия среды
5. Классическая элементарная теория дисперсии

Классическая элементарная теория дисперсии

Базируется на рассмотрении
воздействия светового поля на
оптический электрон в атоме,
обладающий осциллирующим
дипольным моментом в
эффективном поле

$$p(t) = ex(t)$$

$$E_{\text{эф}}(t) = E_0 e^{i\omega t}$$

Электрон совершает вынужденные колебания

$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = eE_0 e^{i\omega t}$$

m, e – масса и заряд электрона,
 k – коэффициент упругой силы,
 β – коэффициент
«радиационного трения»

$$P_i = \varepsilon_0 \sum_{j=1}^3 \alpha_{ij}(\omega) E_{эфj}$$

$\alpha_{ij}(\omega)$ = компонента тензора
поляризуемости
 N – число молекул в единице
объема

$$P_i = \sum_{j=1}^3 P_{ij} = N \langle P_i \rangle$$

$\langle P_i \rangle$ = среднее значение проекции
дипольного момента молекулы
(по всем ориентациям молекул в
единице объема)

В газе все ориентации молекул одинаковы

$$\langle P_i \rangle = \varepsilon_0 \sum_{j=1}^3 \langle \alpha_{ij} \rangle E_{\varepsilon\phi j} = \varepsilon_0 \frac{\alpha_{11} + \alpha_{22} + \alpha_{33}}{3} E_{\varepsilon\phi i}$$

$$P_i = N \varepsilon_0 \alpha E_{\varepsilon\phi i}$$

газ из анизотропных молекул, является изотропным

$$P = \varepsilon_0 \chi E; \quad D = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon_0 (1 + \chi) E = \varepsilon_0 \varepsilon E$$

Для разреженных газов

$$E_{\varepsilon\phi} = E$$

$$\chi = N \alpha; \quad \varepsilon - 1 = N \alpha$$

Для плотных газов, жидкостей, кристаллов

$$E_{\text{эф}} = E + \frac{P}{3\epsilon_0} \longleftrightarrow \boxed{P_i = N\epsilon_0\alpha E_{\text{эф}i}}$$

Поле, действующее на молекулу, больше поля E , на $P/3\epsilon_0$, определяющего напряженность поля соседних поляризованных молекул - **поле Лоренца**

$$P = \epsilon_0 \frac{N\alpha}{1 - \frac{N\alpha}{3}} E = \epsilon_0 \chi E = \epsilon_0 (\epsilon - 1) E$$

$$\epsilon - 1 = \frac{N\alpha}{1 - \frac{N\alpha}{3}}$$

$$\boxed{\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{N\alpha}{3}}$$

Формула Х. Лоренц-Л. Лоренца (Клаузиуса-Моссоти)

Перейдем к дипольному
моменту

$$\ddot{p} + 2\delta\dot{p} + \omega_0^2 p = \frac{e}{m} E_0 e^{i\omega t}$$

$$\delta = \frac{\beta}{2m}$$

Показатель затухания

Собственная частота
колебаний электрона

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Решение

$$p(t) = \frac{e^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\delta\omega} E_0 e^{i\omega t}$$

$$\langle p \rangle = \varepsilon_0 \sum_{j=1}^3 \langle \alpha_{ij} \rangle E_{\text{эф}j} = \varepsilon_0 \frac{\alpha_{11} + \alpha_{22} + \alpha_{33}}{3} E_{\text{эф}i}$$

Средняя
поляризуемость

$$\alpha(\omega) = \frac{e^2}{m\varepsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\delta\omega}$$

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{Ne^2}{3m\varepsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\delta\omega}$$

Формула Лоренц-
Лоренца

Диэлектрическая проницаемость комплексна, что обусловлено поглощением, когда ω приближается к ω_0 .

$$\frac{n_k^2 - 1}{n_k^2 + 2} = \frac{Ne^2}{3m\varepsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\delta\omega}$$

В разреженных газах $\mathbf{E}_{\text{эф}} = \mathbf{E}$, $|\varepsilon| \sim 1$.

$$n_k^2 + 2 \cong \left\{ \sqrt{n_k} = \varepsilon \right\} = 3$$

$$n_k^2 - 1 = (n_k - 1)(n_k + 1) \approx 2(n_k - 1)$$

$$n_k - 1 = \frac{Ne^2}{2m\varepsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\delta\omega}$$

$$n_k = n - i\eta$$

**Показатель
преломления**

$$n = 1 + \frac{Ne^2}{2m\varepsilon_0} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}$$

**Показатель
поглощения**

$$\eta = \frac{Ne^2}{2m\varepsilon_0} \frac{2\delta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}$$

Изменяются наиболее сильно при $\omega \rightarrow \omega_0$.

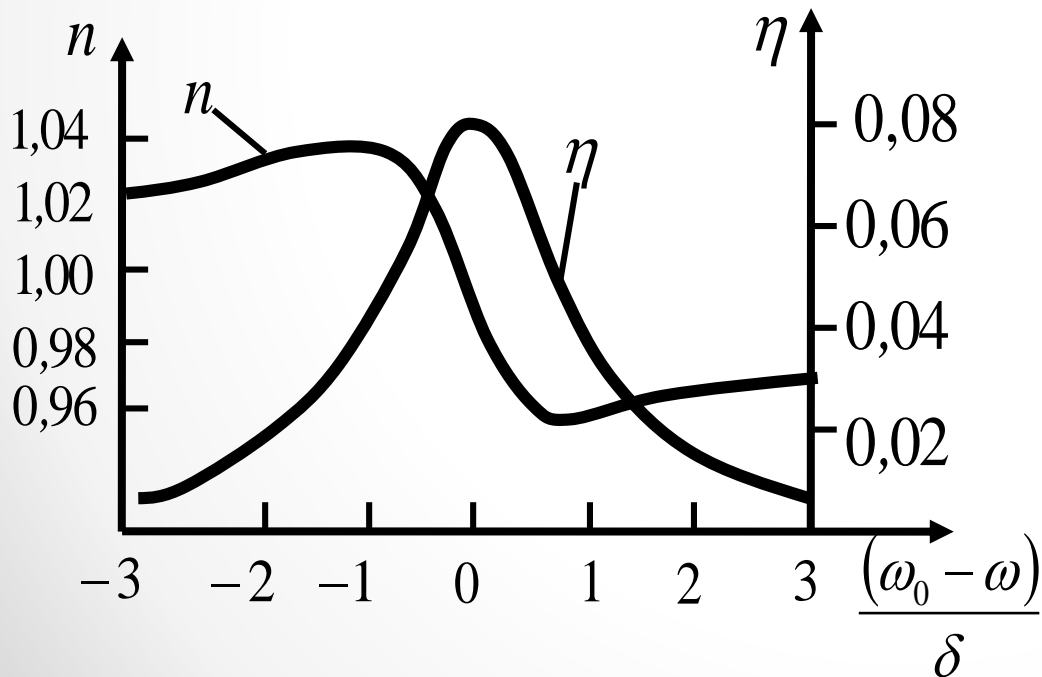
$$\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}$$

Плазменная частота

$$n = 1 + \frac{\omega_p^2}{4\omega_0\delta} \frac{\frac{(\omega_0 - \omega)}{\delta}}{\frac{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}{\delta^2} + 1}$$

$$\eta = \frac{\omega_p^2}{4\omega_0\delta} \frac{1}{\frac{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}{\delta^2} + 1}$$

$\omega_0 = 10^{16} \text{ c}^{-1}$ (УФ диапазон). При времени затухания $\tau = 10^{-11} \text{ c}$
 $\delta = 1/\tau = 10^{11} \text{ c}^{-1}$. Если принять $N = 10^{23} \text{ м}^{-3}$, то $\omega_p = 2,93 \cdot 10^{13} \text{ c}^{-1}$ $\frac{\omega_p^2}{4\omega_0\delta} = 0,08$



В областях частот, близких к собственным частотам электронов (ω_0) = **аномальная дисперсия** $dn/d\omega > 0$, а в остальных областях – **нормальная дисперсия** $dn/d\omega < 0$.

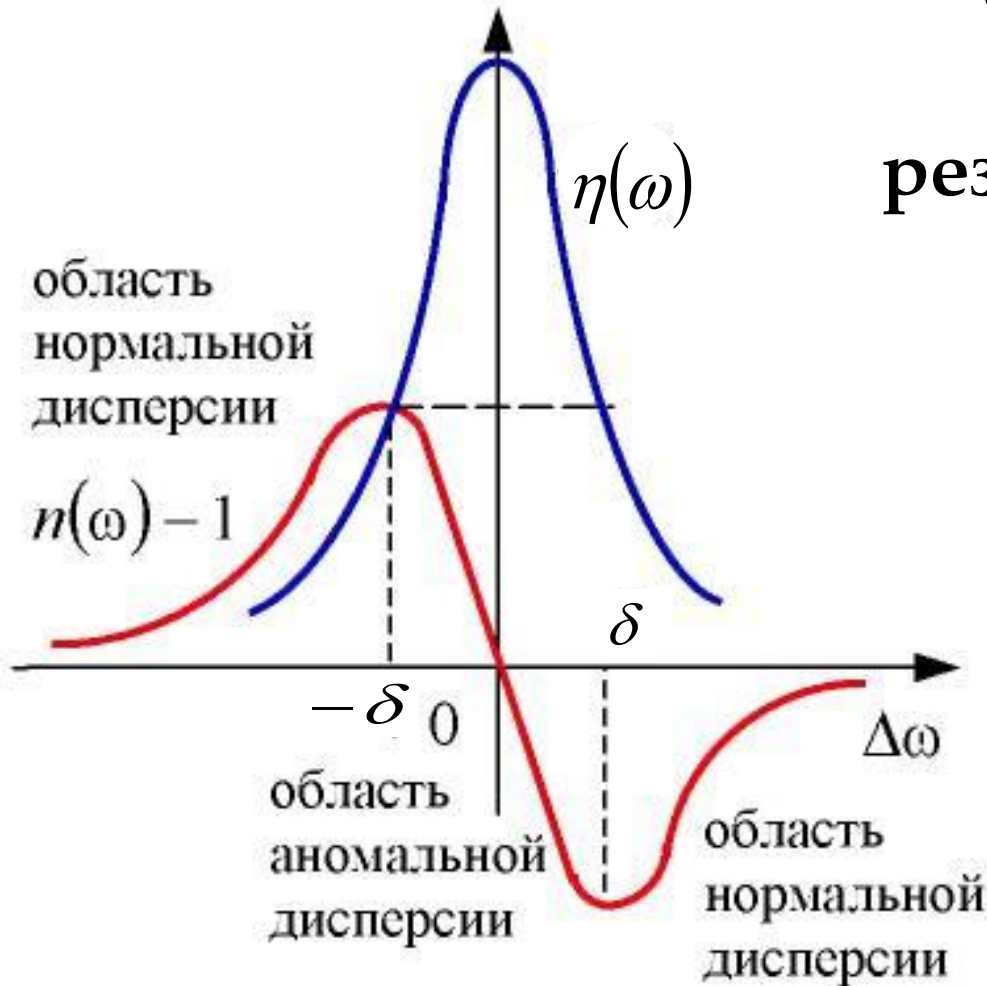
Дисперсия - зависимость фазовой скорости монохроматических волн от частоты (зависимость показателя преломления от частоты).

Если показатель преломления возрастает с увеличением частоты ω , то есть $dn/d\omega > 0$, то дисперсия называется **«нормальной»**.
Если $dn/d\omega < 0$, то дисперсия называется **«аномальной»**.

Области аномальной дисперсии являются резонансными областями.

При резонансе обеспечивается максимальная скорость поступления энергии в систему. Скорость поступления энергии сбалансирована скоростью потерь на работу против сил сопротивления. Часть энергии, от первичной волны, вновь излучается в виде вторичных волн, а другая часть преобразуется в энергию поступательного движения атомов и молекул, т.е. во внутреннюю энергию вещества.

Области аномальной дисперсии – области эффективного поглощения (полосы поглощения).



Поглощение и дисперсия в линейной изотропной среде

Схема опыта по наблюдению дисперсии материала призм

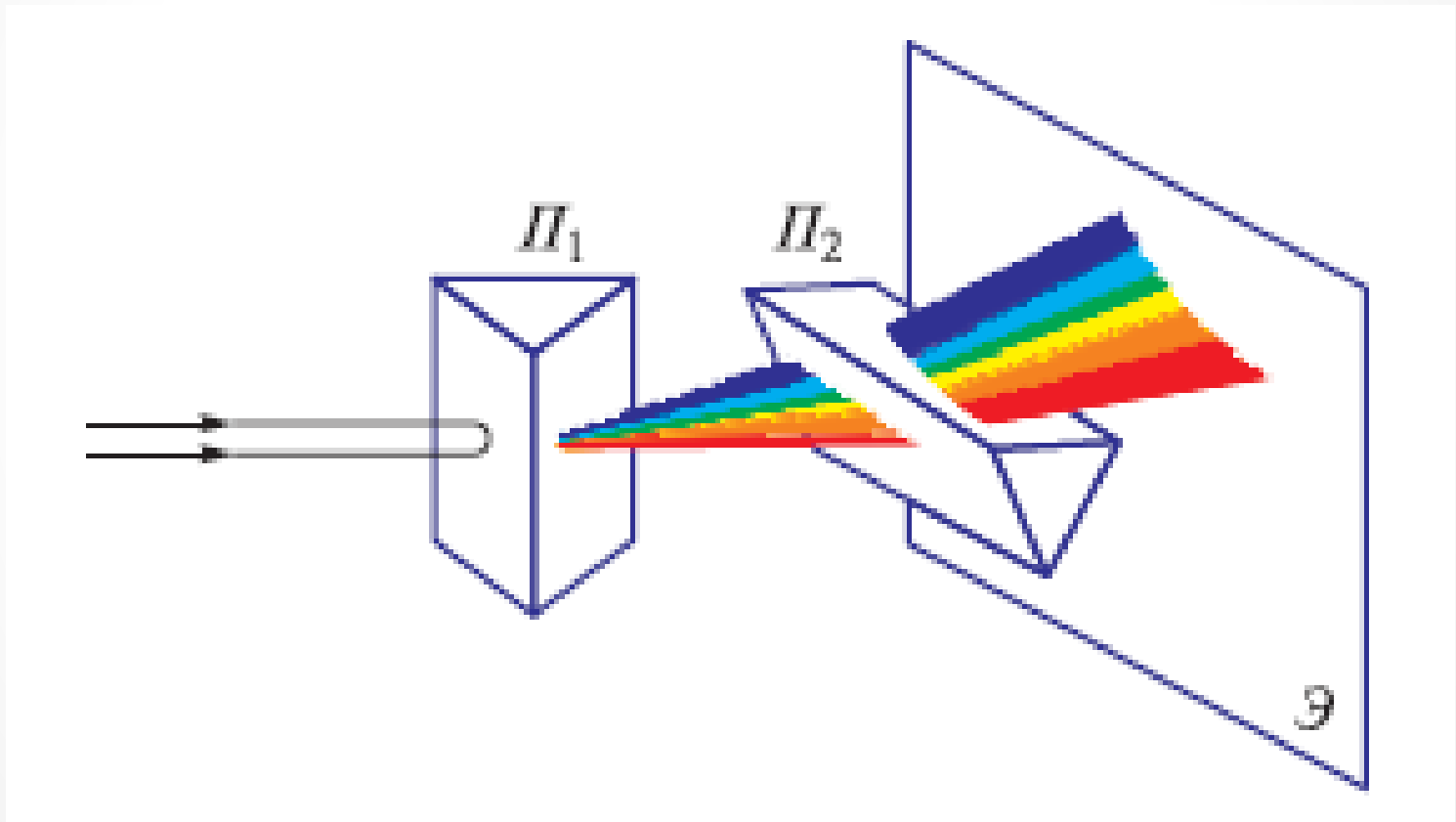
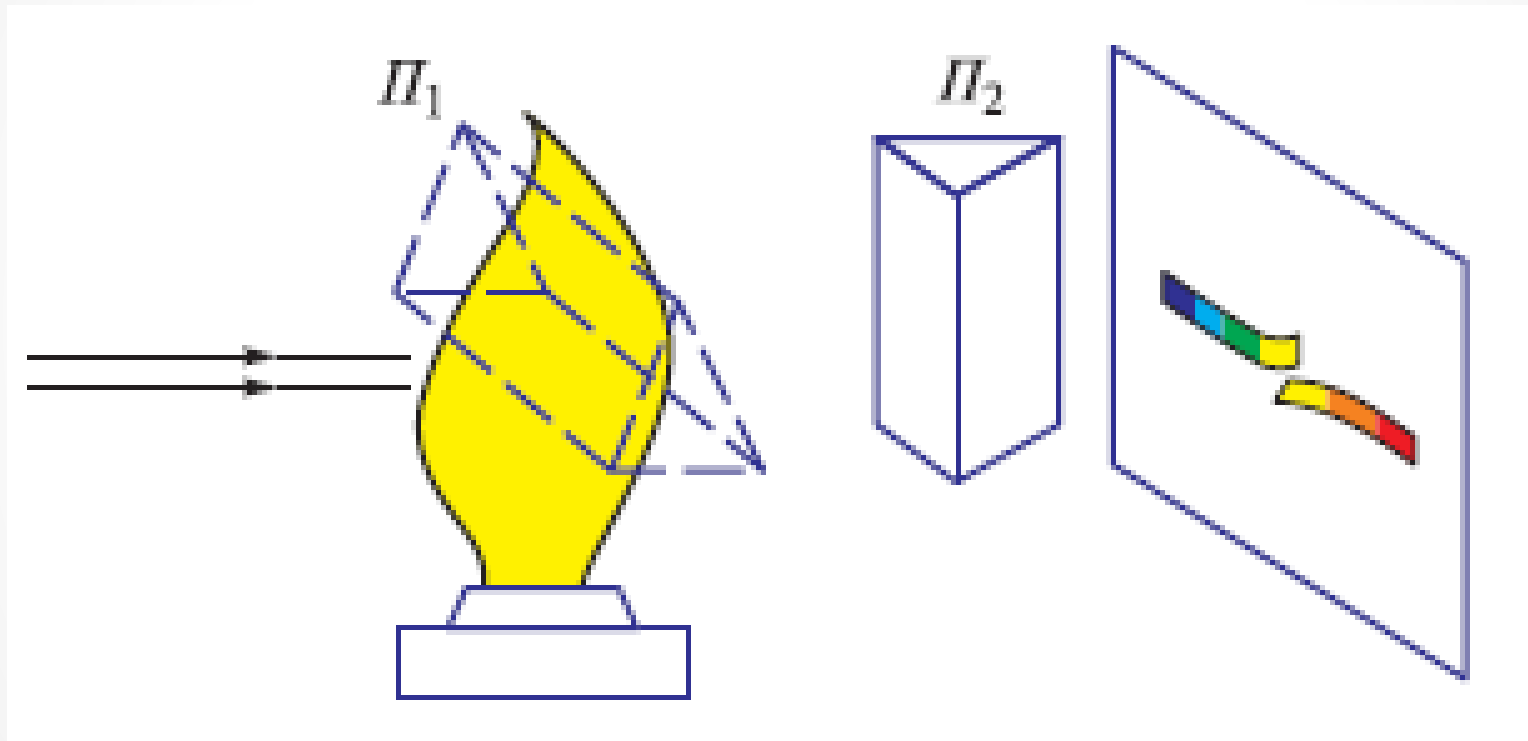


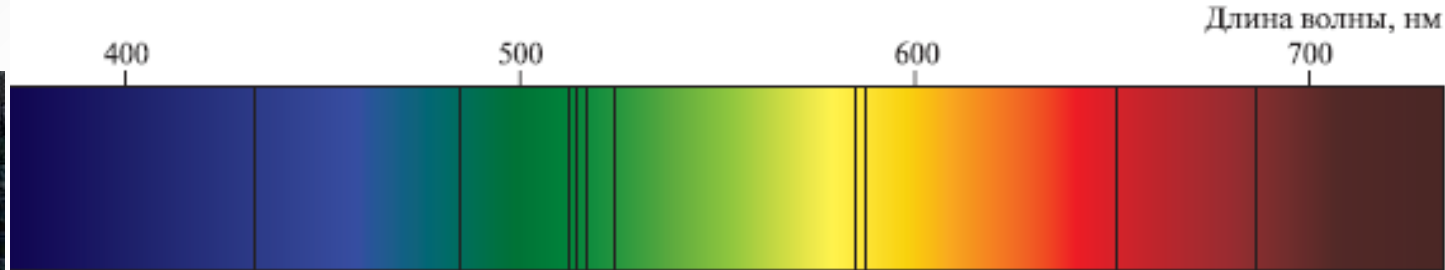
Схема опыта по наблюдению дисперсии света вблизи линии поглощения



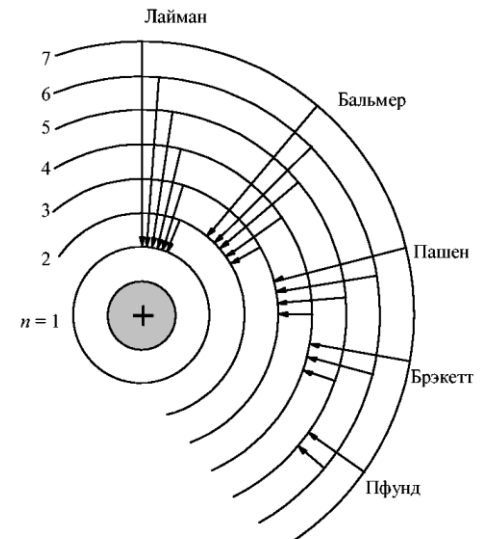
Спектры поглощения газов



Уильям Хайд
Волластон



Темные линии в спектре Солнца – результат поглощения света газами, входящими в состав земной атмосферы.



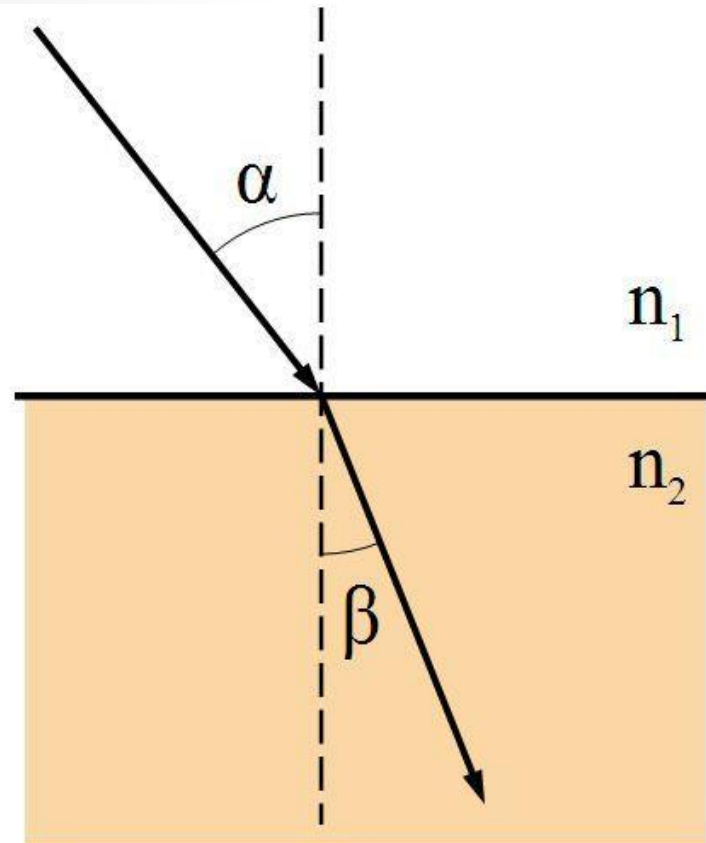
$$T = e^{-\alpha l}$$

пропускание

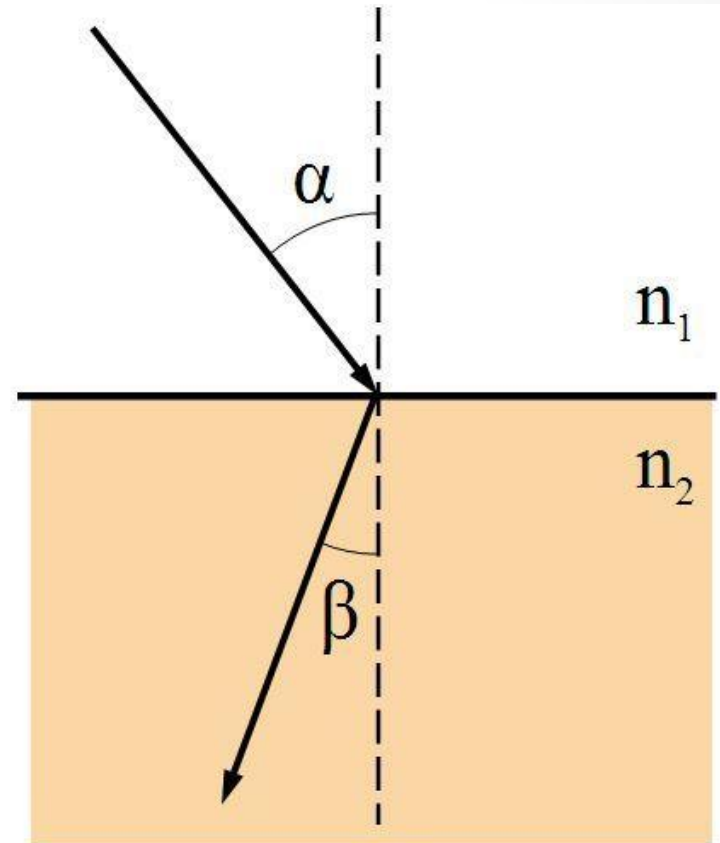
$D = \alpha l$ – оптическая плотность среды



Среды с отрицательным показателем преломления



(a)



(б)

1968 г. в СССР В.Г. Веселаго - идея о возможности создания сред с отрицательным показателем преломления.

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} \quad (\mu \neq 1) \quad \longrightarrow \quad n = \sqrt{\mu\varepsilon}$$

Если $\mu < 0$ и $\varepsilon < 0$

$$n = \pm\sqrt{\mu\varepsilon}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$$

