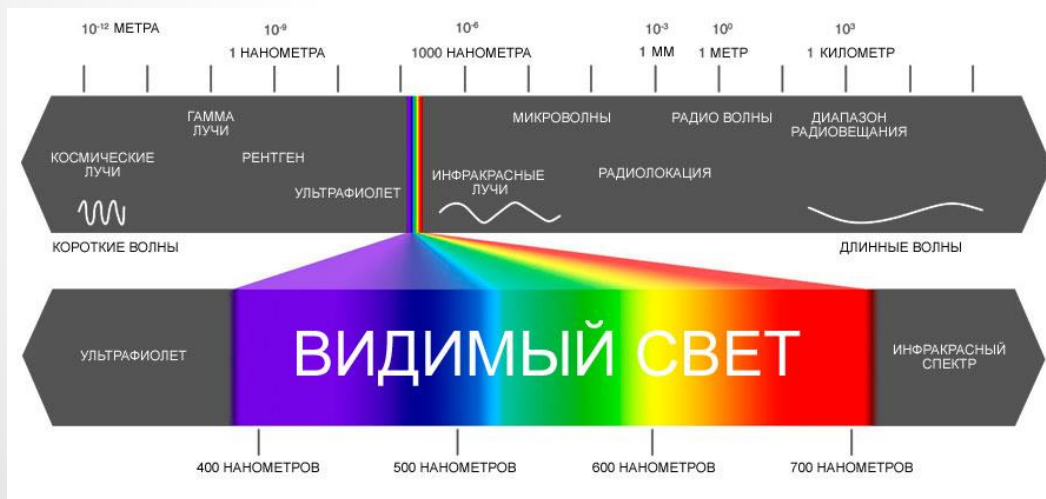


**Сегодня:  
воскресенье, 18  
февраля 2024 г.**

**Общая физика  
Модуль: Волновая оптика**

# Лекция 3. Оптические явления на границе раздела сред



- ✓ Волны
- ✓ Шкала ЭМВ
- ✓ Оптические явления на границе раздела сред

# Энергия электромагнитной волны

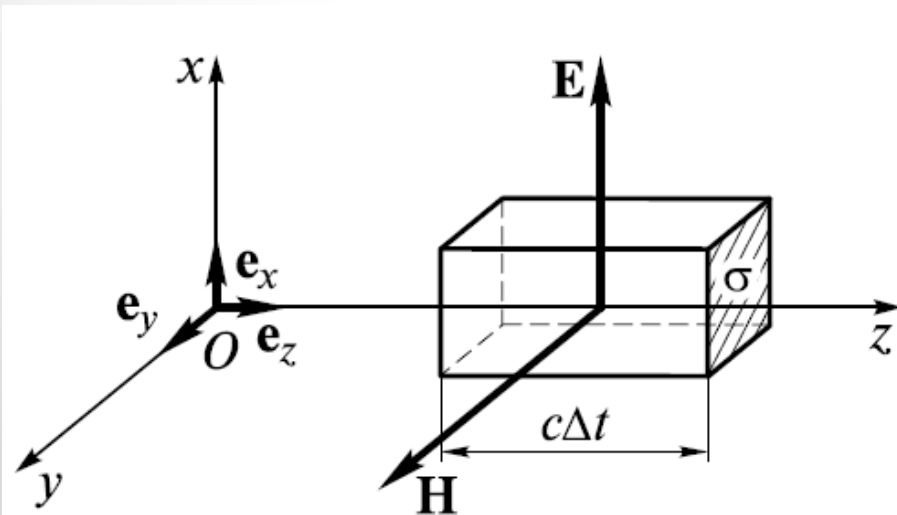
Посчитаем поток энергии, переносимый плоской волной через сечение, ориентированное перпендикулярно направлению распространения волны (ось Oz). Объемная плотность энергии ЭМП

$$\omega = \frac{1}{2} [\varepsilon_0 \varepsilon E^2 + \mu_0 \mu H^2]$$

$$\omega = \frac{dW}{dt dS}, \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{М}^2} \right]$$

Считаем, что волна плоскополяризована:  $\vec{E} = \vec{e}_x E_x, \vec{H} = \vec{e}_y H_y$

Через заштрихованную поверхность площади  $\sigma$  за время  $\Delta t$  будет перенесена энергия, заключенная в параллелепипеде длиной  $c\Delta t$ :



$$\begin{aligned} \Delta W &= \omega \sigma c \Delta t = \\ &= \frac{1}{2} (\varepsilon \varepsilon_0 E_x^2 + \mu \mu_0 H_y^2) \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \sigma \Delta t = \\ &= \left\{ \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu \mu_0} H_0 \right\} = \\ &= \left\{ \varepsilon = 1, \mu = 1 \right\} \end{aligned}$$

$$= \varepsilon_0 E_x^2 \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \sigma \Delta t = E_x \underbrace{H_y}_{=S_z} \sigma \Delta t$$

**вектор Пойнтинга** - количество энергии, переносимой волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярно распространяющейся волне.

Сейчас вектор Пойнтинга имеет одну компоненту вдоль Oz

$$S_z = \frac{\Delta W}{\sigma \Delta t} = E_x H_y$$

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]$$

**Вектор Умова-Пойнтинга** –

- ✓ равен по модулю плотности энергии,
- ✓ направленный в сторону распространения волны
- ✓ количественная характеристика потока энергии

В бегущей плоской волне

$$S = EH = \left\{ \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu \mu_0} H \right\} =$$
$$= \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu \mu_0}} E^2 = \left\{ \omega = \varepsilon \varepsilon_0 E^2 \right\} = \frac{\omega}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu \mu_0}} = \omega \cdot v_{\phi}$$

Если волна гармоническая

$$S = \omega \cdot v_{\phi}$$

$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t - kz),$$

$$H_y = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_x = c \varepsilon_0 E_x$$

$$S_z = c \varepsilon_0 E_{0x}^2 \cos^2(\omega t - kz)$$

Поток энергии «пульсирует» с течением времени

**Интенсивность волны** – энергия, переносимая волной в единицу времени через единичную площадку, нормальную к скорости распространения волны - усредненная за период величина плотности потока энергии

$$I = \langle S_z \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T S_z dt = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_{0x}^2$$

$$[I] = 1 \text{ Вт/м}^2, [E_{0x}] = 1 \text{ В/м}$$

$$I (\text{Вт/м}^2) = 1,32 \cdot 10^{-3} (E_{0x} (\text{В/м}))^2$$

$$I = E_{0x}^2$$

**В оптике интенсивность определяют, как квадрат амплитуды электрической компоненты ЭМП**

# Шкала электромагнитных волн

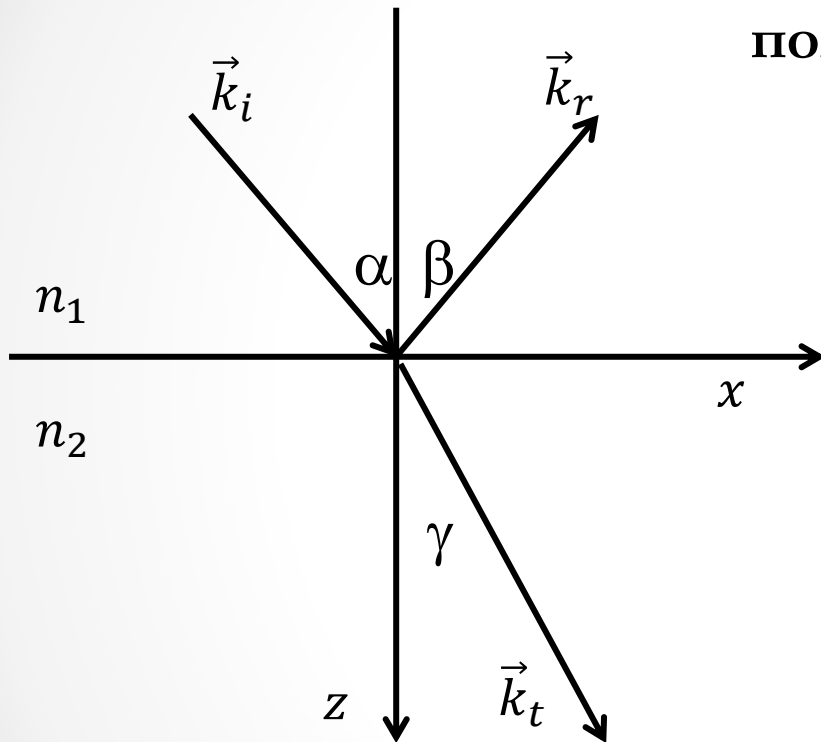
<i>Диапазон</i>	<i>Длина волны</i>	<i>Способ получения</i>
Радиоволны	$> 5 \cdot 10^{-5}$ м	Излучение диполя, вибратор
Оптическое излучение: инфракрасное излучение видимый свет ультрафиолетовое излучение	1 мм ÷ 770 нм (770 ÷ 380) нм (380 ÷ 10) нм	Внутриатомные переходы
Рентгеновское излучение	(10 ÷ 100) нм – (0,01 ÷ 1) нм	Взаимодействие заряженных частиц с веществом
Гамма-излучение	$< 0,1$ нм	Радиоактивные превращения, ядерные реакции, распад частиц и т. п.

# Оптические явления на границе раздела изотропных немагнитных диэлектриков

$$\mu_1 \cong \mu_2 \cong 1, \vec{j} = 0, \varepsilon_1, \varepsilon_2$$

# Законы геометрической оптики

Плоская монохроматическая линейно поляризованная световая волна:



$$\vec{E} = \vec{A}e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_i + \vec{E}_r, \quad \vec{E}_2 = \vec{E}_t$$

Граничное условие:

$$\vec{E}_{1\tau} = \vec{E}_{2\tau}$$

$$A_{i\tau} e^{i(\omega_i t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})} + A_{r\tau} e^{i(\omega_r t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})} = \\ = A_{t\tau} e^{i(\omega_t t - \vec{k}_t \cdot \vec{r})}$$

На границе раздела двух сред:

$$\omega_i = \omega_r = \omega_t$$



Плоскость падения луча –  
плоскость, образованная  
волновым вектором падающей  
волны и нормалью к  
поверхности раздела сред

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = (\mathbf{k}_n + \mathbf{k}_\tau) \cdot \mathbf{r}_\tau$$

$$k_{i\tau} = k_{r\tau} = k_{t\tau}$$

$$k_i \sin \alpha = k_r \sin \beta = k_t \sin \gamma$$

$$k_0 n_1 \sin \alpha = k_0 n_1 \sin \beta = k_0 n_2 \sin \gamma$$

$$n_1 \sin \alpha = n_1 \sin \beta = n_2 \sin \gamma$$

1. Частоты падающей, отраженной и преломленной волн равны.
2. Волновые вектора падающей, отраженной и преломленной волн лежат в одной плоскости с нормалью к поверхности раздела двух сред в точке падения.
3. Угол падения равен углу отражения
4. Закон Снеллиуса:

$$\omega_i = \omega_r = \omega_t$$

$$\alpha = \beta$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1} \equiv n_{21}$$

**Принцип Ферма:** Свет распространяется по такому пути, для прохождения которого требуется минимальное время.

Время, необходимое для прохождения участка пути  $ds$

$$v = \frac{c}{n}$$

$$dt = \frac{ds}{v} = n \frac{ds}{c}$$

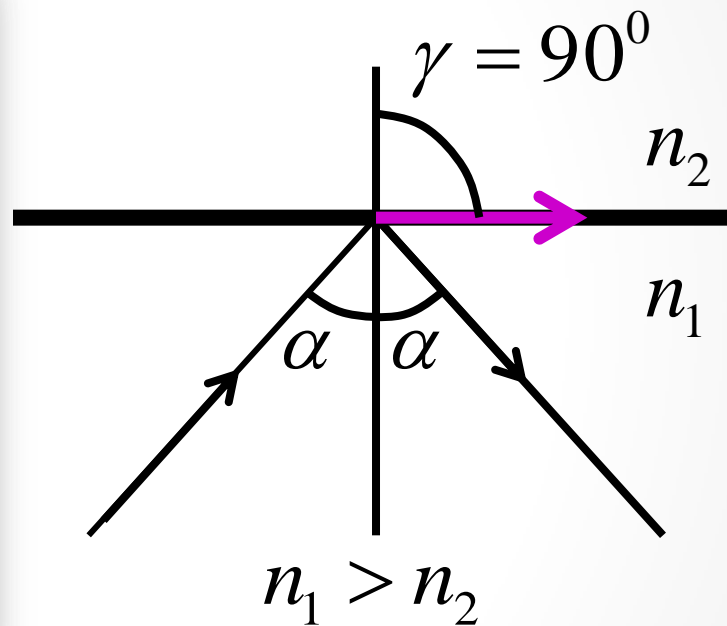
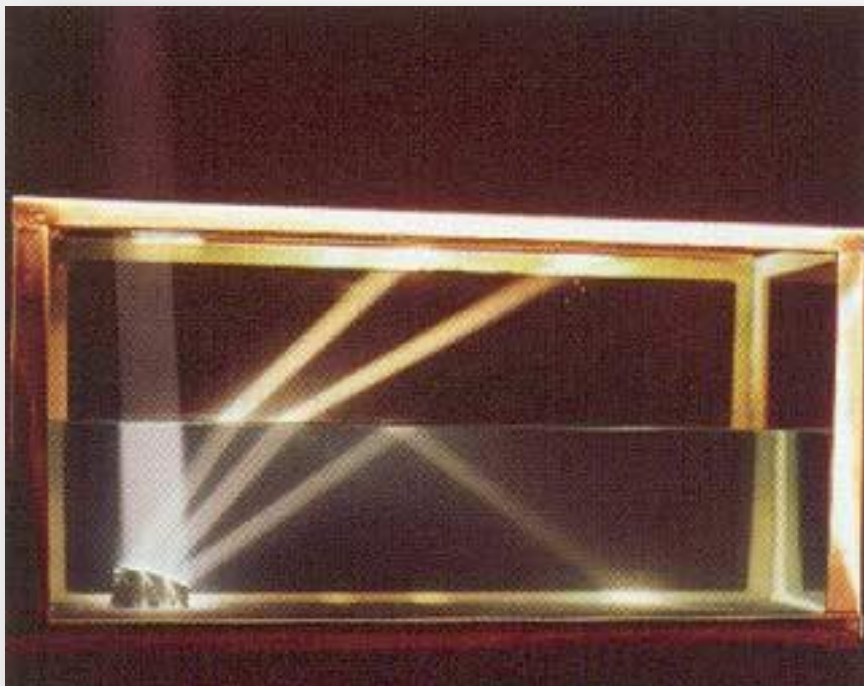
$$t = \frac{1}{c} \int_1^2 n ds$$

время, затрачиваемое светом на путь от точки 1 до точки 2

$$L = \int_1^2 n ds$$

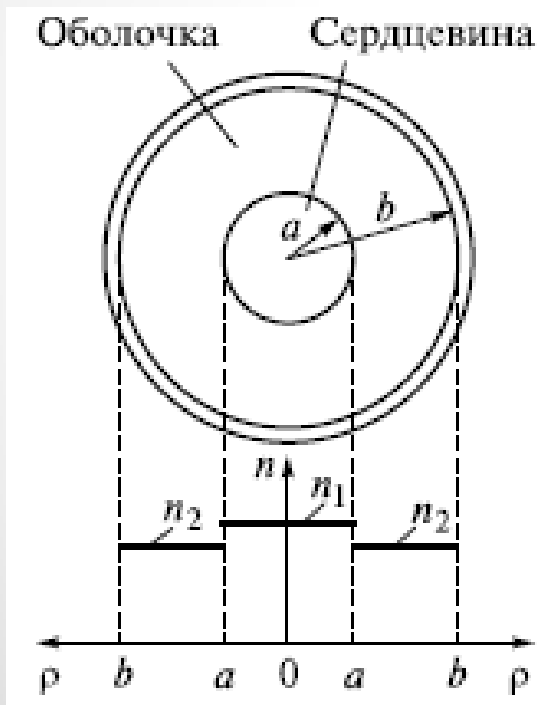
Свет распространяется по такому пути, оптическая длина которого минимальна.

Если направить луч света из оптически более плотной в оптически менее плотную среду, то возможна ситуация, когда падающий луч будет полностью отражаться



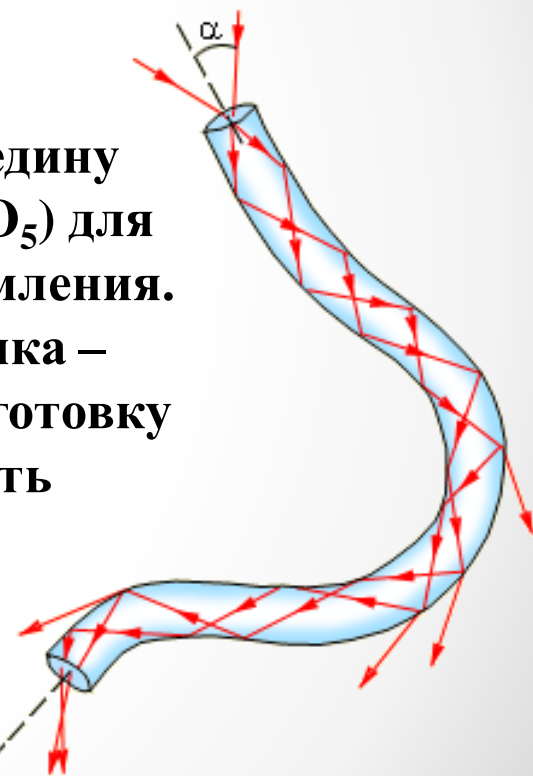
**Предельный угол** – угол падения, которому соответствует угол преломления  $90^\circ$ .

**Явление полного внутреннего отражения реализуется в волоконных световодах, предназначенных для канализации и передачи информации и световой энергии на большие расстояния.**



**$\text{SiO}_2$  ( $d \sim 1$  см,  $l \sim 1$  м). В середину добавляют примеси ( $\text{GeO}_2$ ,  $\text{PO}_5$ ) для увеличения показателя преломления. В остальную часть – оболочка – добавляют фториды. Затем заготовку вытягивают в тонкую нить**

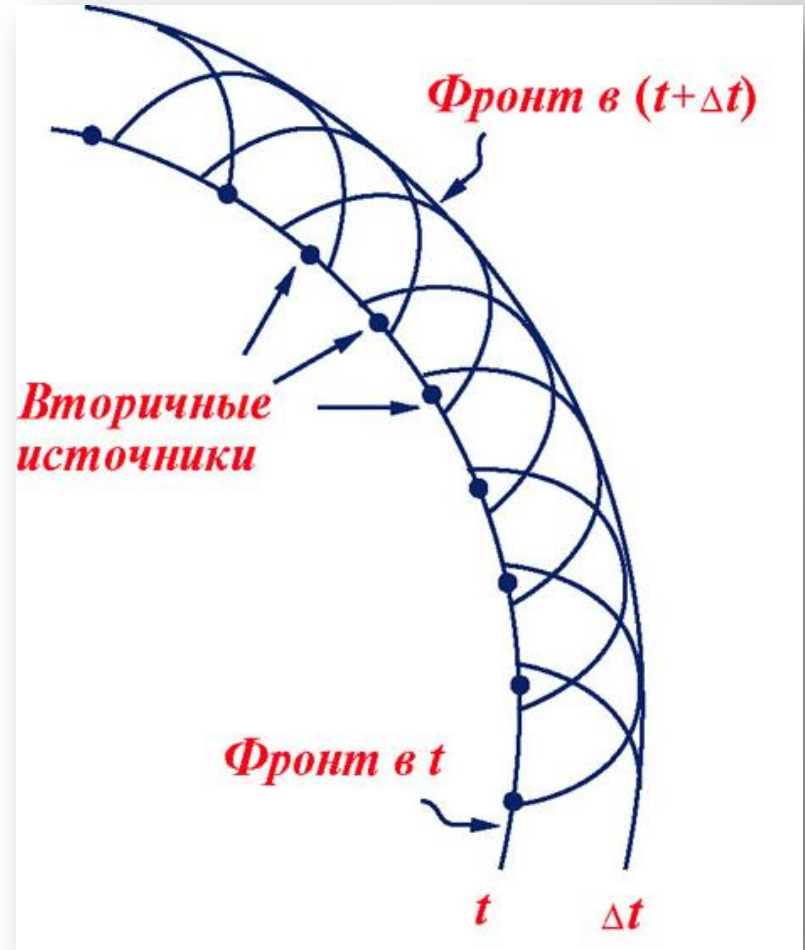
$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \approx 3 \cdot 10^{-2}$$



# Принцип Гюйгенса

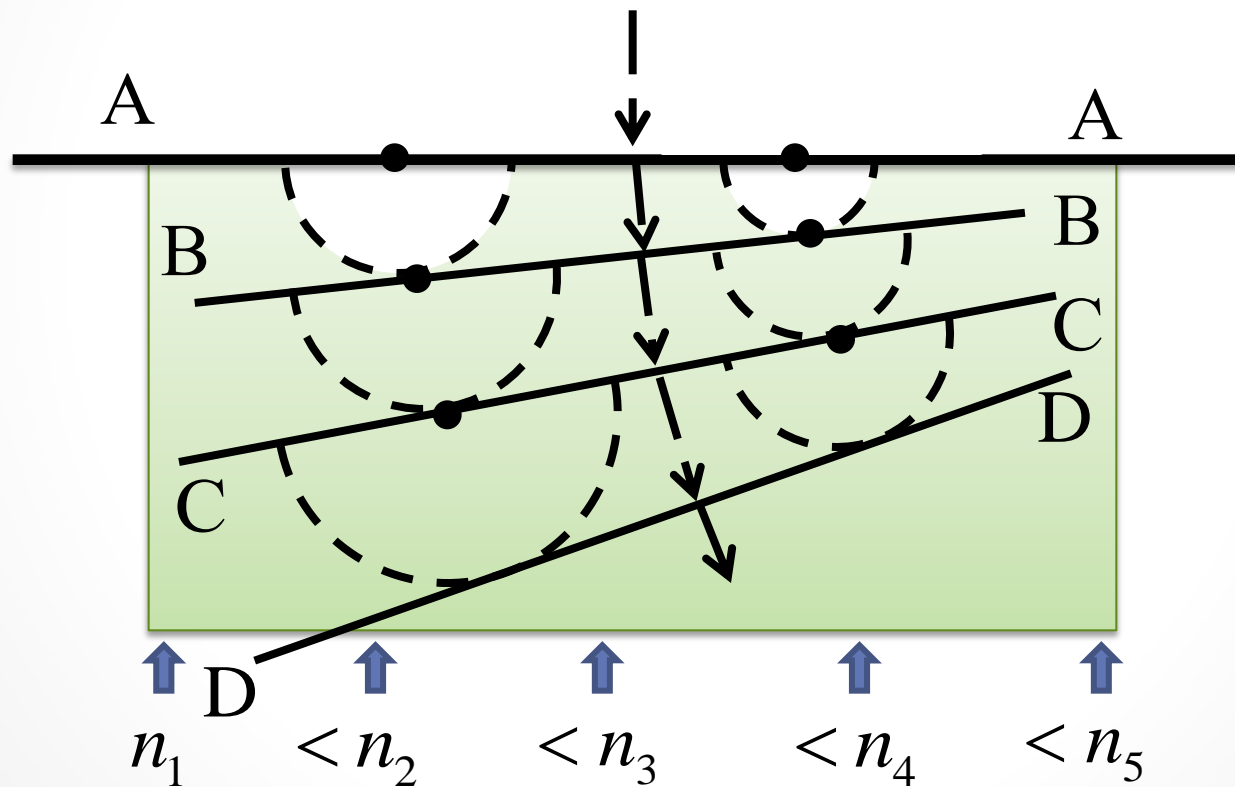
Каждая точка среды, до которой доходит световое возбуждение, является центром вторичных волн.

- Поверхность, огибающая вторичные волны, указывает действительное положение фронта распространяющейся волны в данный момент времени



**Волновой фронт** – геометрическое место точек, колеблющихся в одной фазе

**Задача:** На плоскую границу раздела двух сред падает нормально луч света. Показатель преломления среды непрерывно увеличивается от ее левого края к правому. Как будет идти луч света в среде?

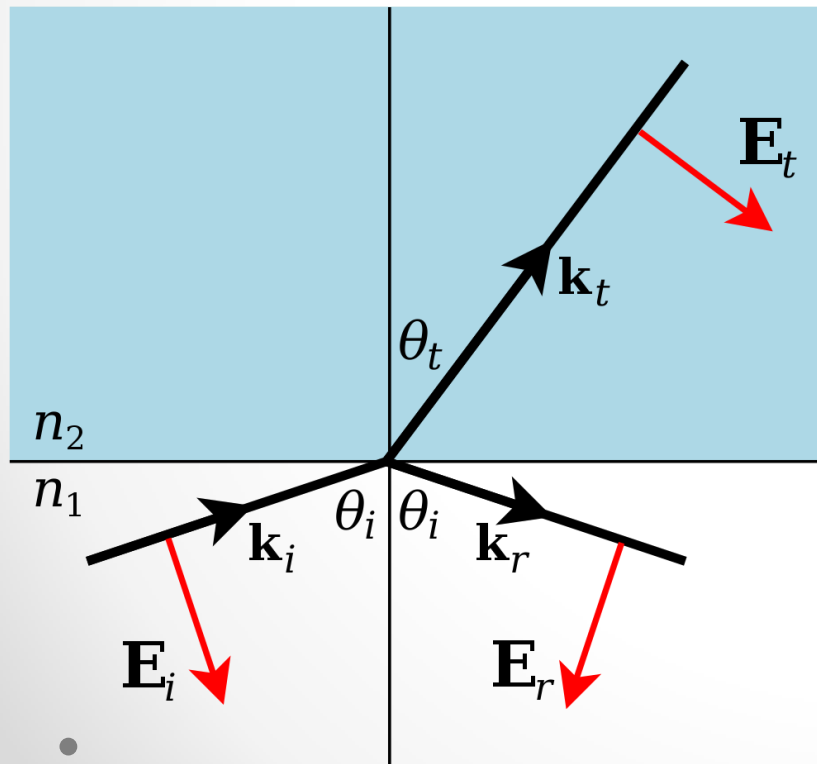


# Формулы Френеля

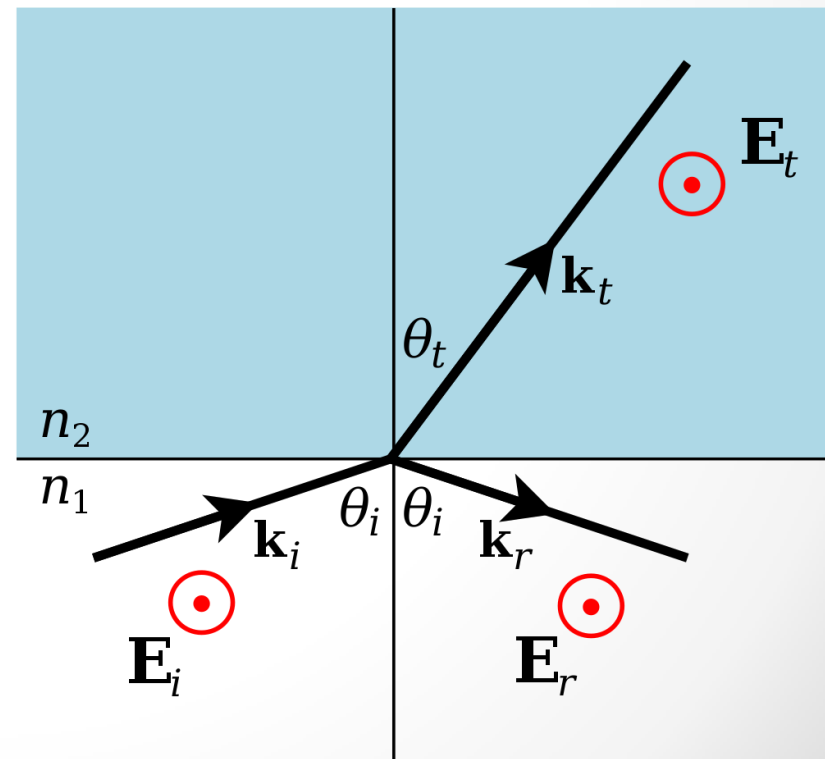
выражения для амплитуд поля в отражённой и преломлённой волне при известных амплитудах падающей волны

В падающей волне выделим **p-волну** — колебания  $E$  в плоскости и **s-волну** — колебания  $E$ , перпендикулярные плоскости падения.

*p-волна*



*s-волна*



Решая совместно получаем **формулы Френеля:**

$$E_{ip}^{\max} = -E_{0p}^{\max} \frac{\operatorname{tg}(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{tg}(\theta_i + \theta_t)}$$

$$E_{rp}^{\max} = E_{0p}^{\max} \frac{2 \cos \theta_i \sin \theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)}$$

$$E_{is}^{\max} = -E_{0s}^{\max} \frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

$$E_{rs}^{\max} = E_{0s}^{\max} \frac{2 \cos \theta_i \sin \theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

**Коэффициент отражения** — отношение интенсивности отражённой волны к интенсивности падающей волны:

$$\rho = \frac{I_i}{I_0} = \left( \frac{E_i^{\max}}{E_0^{\max}} \right)^2 = \frac{\operatorname{tg}^2(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{tg}^2(\theta_i + \theta_t)} = \frac{n^2 \cos \vartheta_i - \sqrt{n^2 - \sin^2 \vartheta_i}}{n^2 \cos \vartheta_i + \sqrt{n^2 - \sin^2 \vartheta_i}}$$

**Коэффициент пропускания** — отношение интенсивности преломлённой волны к интенсивности падающей волны:

$$t = \frac{I_r}{I_0} = \left( \frac{E_r^{\max}}{E_0^{\max}} \right)^2 = \frac{4 \sin^2 \theta_t \cos^2 \theta_i}{\sin^2(\theta_i + \theta_t) \cos^2(\theta_i - \theta_t)} = \frac{2n \cos \theta_i}{n^2 \cos \theta_i + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}}$$



# Фазовые соотношения

$$\rho_{\parallel} = -\frac{\operatorname{tg}(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{tg}(\theta_i + \theta_t)}$$

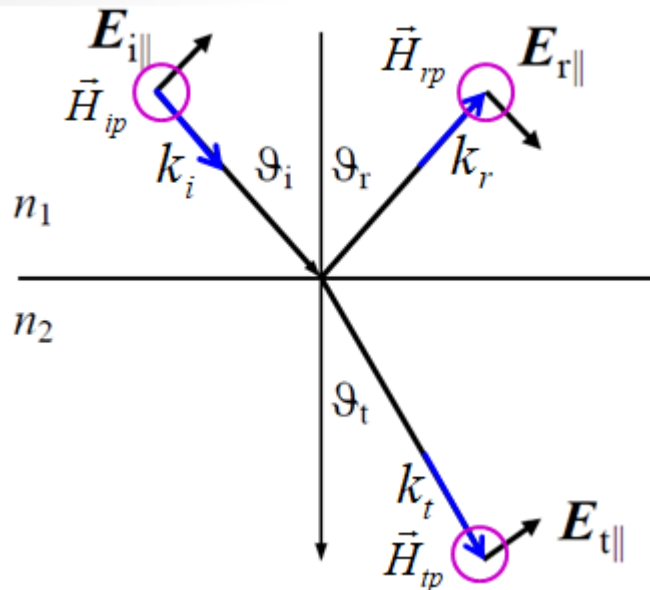
Коэффициент может изменять знак при изменении угла падения:

- если  $\rho_{\parallel} > 0$ , то отраженная волна находится фазе с падающей (рис)
- если  $\rho_{\parallel} < 0$ , то  $E_{r\parallel}$  направлен в другую сторону.

**Отраженная волна приобретает по отношению к падающей волне скачок фазы, равный  $\pi$**

1. Пусть свет падает из менее в более плотную среду:  $n_1 < n_2$ . Тогда  $\theta_i > \theta_t$ . При малых углах, когда  $\theta_i + \theta_t \leq \pi/2$ ,  $\rho_{\parallel} < 0$  и  $\rho_{\perp} < 0$

**Обе волны находятся в противофазе с падающей, приобретают по отношению к падающей волне скачок фазы, равный  $\pi$  (кольца Ньютона)**



$$\rho_{\perp} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

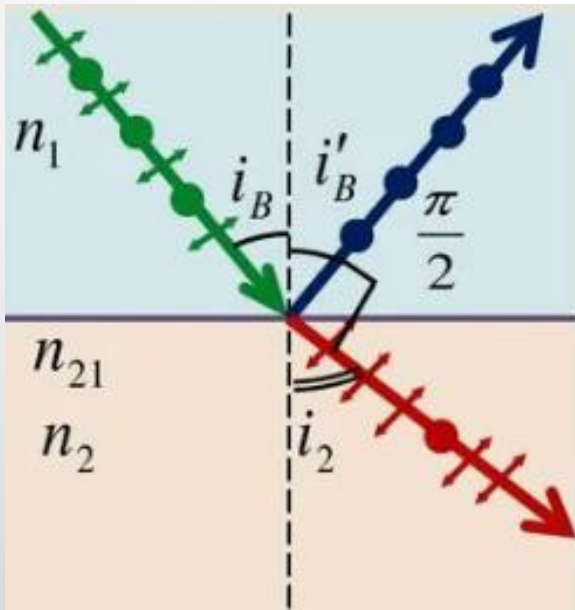
$$\rho_{\parallel} = -\frac{\operatorname{tg}(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{tg}(\theta_i + \theta_t)}$$

$$\rho_{\perp} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

При  $\theta_i > \theta_B$ , уже  
 $\rho_{\parallel} > 0$  и  $\rho_{\perp} < 0$

2. При  $\theta_i + \theta_t = \pi/2$ , одна из  
 компонент не отражается  $\rho_{\parallel} = 0$   
**Закон Брюстера ( $\theta_i = \theta_B$ )**

$$\frac{\sin \theta_B}{\sin \theta_t} = \frac{\sin \theta_B}{\sin(\pi/2 - \theta_B)} = \operatorname{tg} \theta_B = \frac{n_2}{n_1} < 1$$



**При падении под углом Брюстера  
 света, поляризованного в  
 плоскости падения, его  
 отражения не происходит**

$$\rho_{\parallel} = -\frac{\operatorname{tg}(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{tg}(\theta_i + \theta_t)}$$

$$\rho_{\perp} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

3. Свет падает из более в менее плотную среду:

$$n_1 > n_2.$$

Каждая из компонент отраженной волны всегда будет в фазе с соответствующей компонентой падающей волны, т.к.

$\rho_{\parallel} > 0$  и  $\rho_{\perp} > 0$  при всех углах падения