

**Сегодня: среда, 13
декабря 2023 г.**

Общая физика. Часть 2

Семинар 13

ЭНЕРГИЯ И СИЛЫ В МАГНИТОСТАТИКЕ

Теоретический материал

$$d\vec{F} = I \left[d\vec{l}, \vec{B} \right]$$

Закон Ампера

Объёмная плотность энергии МП в вакууме

$$\omega = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m, \vec{B} \right]$$

Момент сил, действующий на магнитный диполь в поле B

$$W = -\left(\vec{p}_m, \vec{B} \right)$$

Энергия магнитного диполя во внешнем поле B

$$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{I\Phi}{2}$$

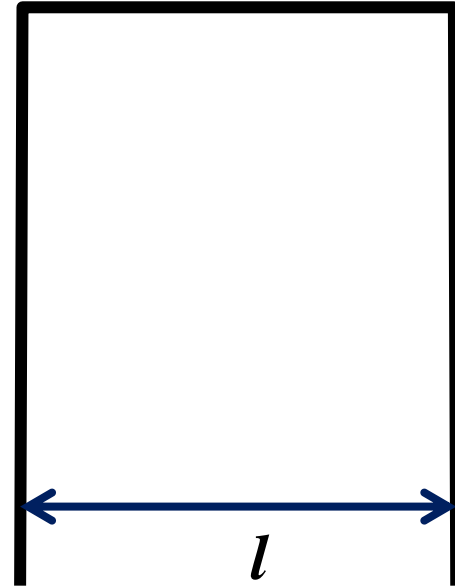
Энергия магнитного поля, создаваемого линейным контуром с индуктивностью L и током I

$$\delta A = \sum_i I_i d\Phi_i$$

Механическая работа при бесконечно малом изменении конфигурации системы проводников с токами в магнитном поле

1. Определение энергии магнитного поля и магнитных сил в системах безграничных проводников с линейным, поверхностным или объёмным током

Задача 1. Бесконечно длинный тонкий проводник с током I изогнут в форме буквы П. Расстояние между длинными частями провода равно l . Найти величину и направление силы F_l , действующей на единицу длины проводника в точке O , находящейся в центре горизонтальной перемычки.



Дано:

$I, l.$

Определите:

F_l - ?

Зададим направление тока:
предположим, ток течет по часовой
стрелке

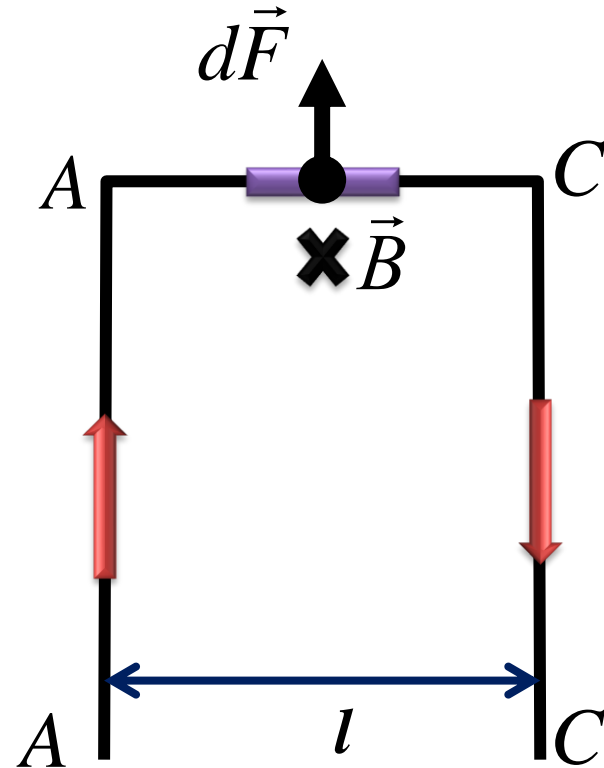
$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}]$$

$$F_l = \frac{dF}{dl} = IB$$

$$\vec{B} = \vec{B}_{AA} + \vec{B}_{CC}$$

$$B = B_{AA} + B_{CC} = 2 \frac{\mu_0 I}{4\pi (l/2)}$$

сила перпендикулярна короткой стороне
проводника и её направление не зависит от
направления тока.



$$F_l = \frac{\mu_0 I^2}{\pi l}$$

Задача 2. Два параллельных тонких провода длиной l каждый находятся на расстоянии d друг от друга ($l \gg d$). В них поддерживаются постоянные токи $I_1 = I_2 = I$, направленные в противоположные стороны. Какую работу совершают силы магнитного поля при удалении проводов на расстояние $2d$ друг от друга? Краевыми эффектами пренебречь.

Дано:

$l, d, I_1 = I_2 = I (l \gg d)$.

Определите:

A -?

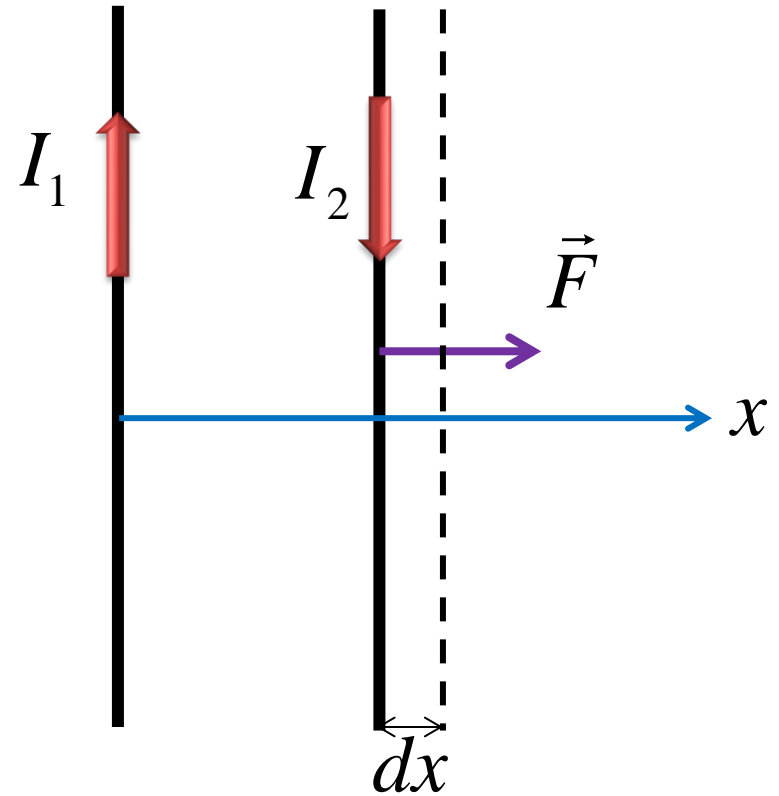
Два параллельных проводника, по которым токи текут в противоположных направлениях, отталкиваются. Поэтому при удалении проводников друг от друга работа сил магнитного поля будет положительной.

Рассмотрим один провод в поле другого.

$$F = IBl = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi x} l$$

$$\delta A = F dx = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi x} l dx$$

$$A = \int_d^{2d} \frac{\mu_0 I^2}{2\pi x} l dx = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} l \ln 2$$



2. Определение энергии магнитного поля и магнитных сил, действующих на проводники с током, ограниченные в пространстве

Задача 3. По тонкой проволоке диаметром D , согнутой в виде окружности радиуса R , течет постоянный ток I . Проволока разрывается, если величина механического напряжения в ней достигает величины σ_0 . При каком значении индукции однородного магнитного поля, перпендикулярного плоскости кольца, произойдет разрыв проволоки?

Дано:

D, R, I, σ_0 .

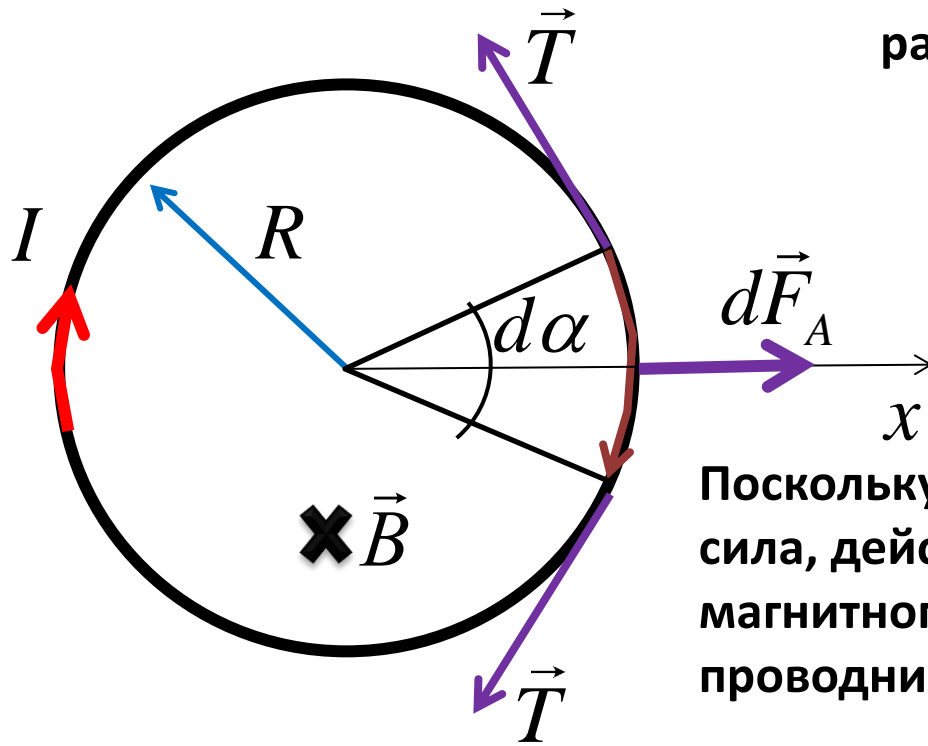
Определите:

B -?

Замкнутое кольцо с током можно рассматривать как магнитный момент

$$\vec{p}_m = I [d\vec{l}, \vec{B}]$$

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}] = 0$$



Поскольку магнитное поле однородно, полная сила, действующая на кольцо со стороны магнитного поля, также равна нулю, т.е. проводник находится в положении равновесия.

На элемент тока действует сила Ампера

$$dF_a = I [dl, \vec{B}]$$

Эта сила должна быть скомпенсирована равнодействующей сил натяжения, приложенных к концам элемента

$$dF_T = T d\alpha = T \frac{dl}{R}$$

$$I dl B = T \frac{dl}{R}$$

$$IBR = T = \sigma_0 S = \sigma_0 \frac{\pi D^2}{4}$$

$$B = \frac{\sigma_0 \pi D^2}{4IR}$$

3. Определение вращающего момента и сил, действующих на проводник с током и магнитный диполь во внешнем магнитном поле

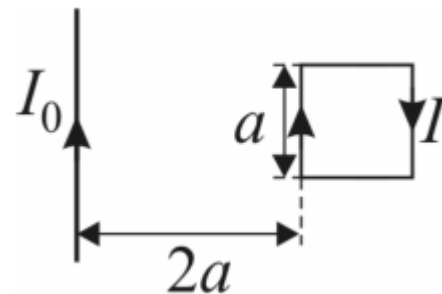
Задача 4. Квадратная рамка со стороной a , изготовленная из тонкого проводника, расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом, по которому течет ток I_0 . Определить внешнюю силу, которая удерживает рамку в равновесии, если по ней течёт ток I , а расстояние между проводом и ближней к нему стороной рамки равно $2a$

Дано:

a, I_0, I

Определить:

F -?



При постоянстве токов, текущих в проводниках

$$\delta A = F dx = \delta W \Big|_{I=\text{const}}$$

$$F = \frac{\partial W}{\partial x} \Big|_{I=\text{const}}$$

Энергия магнитного поля, созданного двумя контурами с токами складывается из собственных магнитных энергий контуров и их взаимной энергии. Собственные магнитные энергии контуров – постоянные величины. От координаты x зависит только энергия взаимодействия

$$W(x) = W_{\text{взаим}} = L_{12}(x) I_0 I$$

$$\Phi = \int_S B dS = L_{12} I_0 = \int_x^{x+a} \frac{\mu_0 I_0}{2\pi x} a dx = \frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi} \ln \frac{x+a}{x}$$

$$L_{12} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln \frac{x+a}{x}$$

$$F = \left. \frac{\partial W}{\partial x} \right|_{I=\text{const}} = \left. \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{I_0 I \mu_0 a}{2\pi} \ln \frac{x+a}{x} \right) \right|_{I=\text{const}} \\ = - \frac{I_0 I \mu_0 a}{2\pi} \frac{a}{x(x+a)}$$

При $x = 2a$

$$F = - \frac{I_0 I \mu_0 a}{12\pi}$$

величина отрицательна, т.е. искомая сила направлена против направления оси x , что соответствует притяжению рамки к проводу.