

Сегодня: среда, 13 декабря  
2023 г.

Общая физика. Часть 2

## Семинар 9

# МАГНИТНОЕ ПОЛЕ СТАЦИОНАРНОГО ТОКА В ВАКУУМЕ

Взаимодействие элементов  
линейного тока - **закон Био –  
Савара – Лапласа – Ампера:**  
сила, действующая на элемент  
линейного тока  $I_2 dl_2$  со  
стороны элемента линейного  
тока  $I_1 dl_1$

$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 I_2}{r_{12}^3} \left[ d\vec{l}_2, \left[ d\vec{l}_1, \vec{r}_{12} \right] \right]$$

**Закон Ампера:** сила, действующая на  
элемент линейного тока, помещенный в  
магнитное поле индукции  $B$

$$d\vec{F} = I \left[ d\vec{l}, \vec{B} \right]$$

**Закон Био – Савара – Лапласа:**  
элемент линейного тока  $I dl$  создает  
магнитное поле, индукция  
которого в точке с  $r$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \left[ d\vec{l}, \vec{r} \right]}{r^3}$$

$$\vec{F} = qE + q[\vec{v}, \vec{B}]$$

**Сила Лоренца:** сила, действующая на точечный заряд, движущийся в электромагнитном поле со скоростью  $v$

Теорема о циркуляции вектора индукции МПв интегральной форме (**закон полного тока**):

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$

дифференциальная формулировка закона полного тока

$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Вихревой характер магнитного поля:

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

Это означает, что не существует «магнитных зарядов».

**Математически:** условие вихревого характера поля некоторого вектора  $A$  является условие  $\text{div} A = 0$ .

**Физически:** Силовые линии вихревого поля являются замкнутыми.

Так как  $\text{div} B = 0$ , то магнитное поле является вихревым.

# Задачи

## Определение индукции магнитного поля линейного тока заданной конфигурации

**Метод решения.** Если необходимо определить индукцию магнитостатического поля линейного тока, то универсальный метод решения - использование закона Био – Савара –Лапласа и принципа суперпозиции.

**Задача 1.** Два бесконечно длинных, параллельных провода, по которым текут в одном направлении токи силой  $I = 60$  А, расположены на расстоянии  $d = 10$  см друг от друга. Определить магнитную индукцию в точке, отстоящей от одного проводника на расстоянии  $r_1 = 5$  см и от другого на расстоянии  $r_2 = 12$  см.

**Дано:**  $I = 60$  А,

$d = 10$  см,

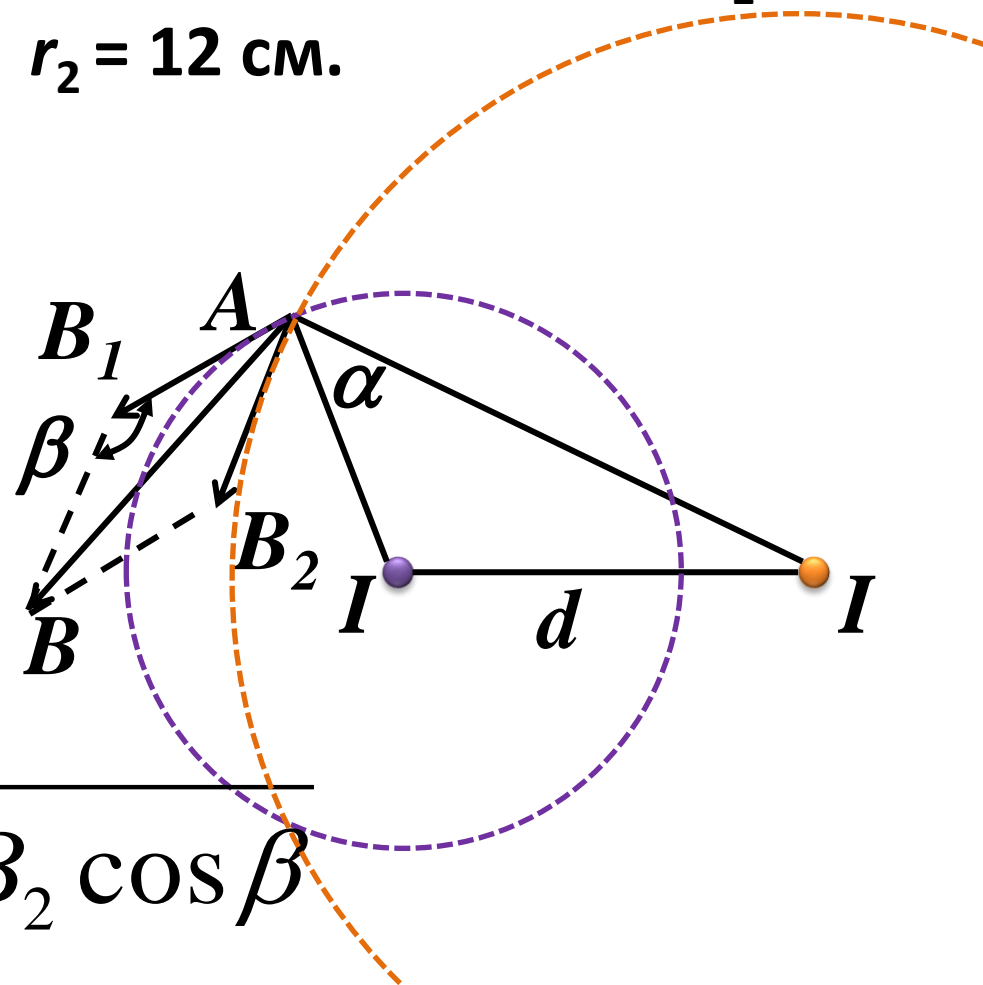
$r_1 = 5$  см,

$r_2 = 12$  см.

**Определить**  $B$  -?

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1B_2 \cos \beta}$$



$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha}$$

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_1} \quad B_2 = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_2}$$

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + 2\frac{1}{r_1} \frac{1}{r_2} \cos \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}$$

**Ответ: B = 286 мкТл.**

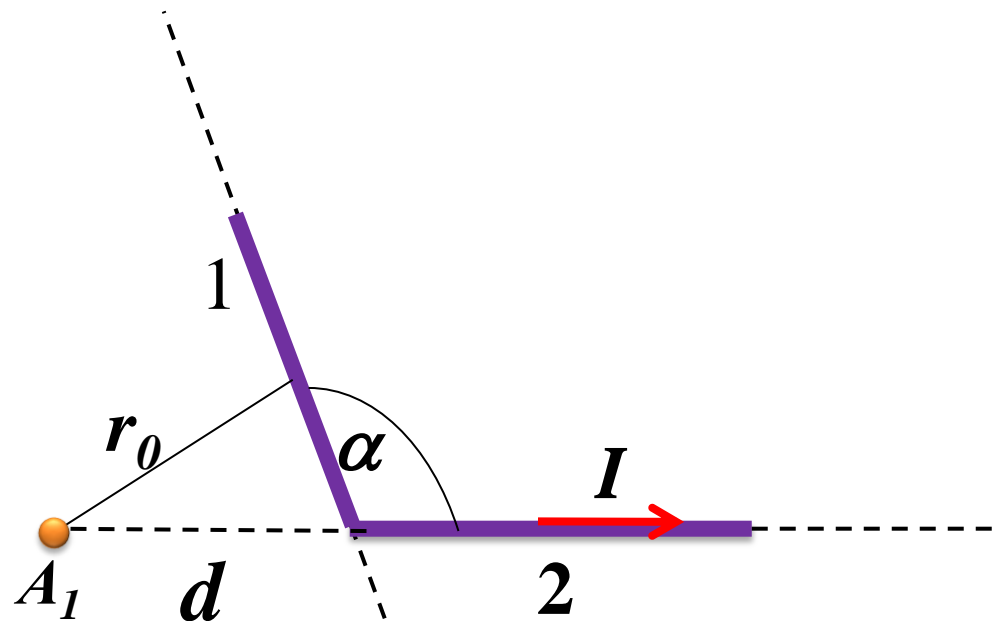
**Задача 2.** Длинный провод с током  $I = 50$  А изогнут под углом  $\alpha = 2\pi/3$  и находится в воздухе. Определить магнитную индукцию в точке  $A_1$ , находящуюся на продолжении одной из сторон угла на расстоянии  $d = 5$  см от его вершины, и в точке  $A_2$ , находящейся на биссектрисе угла на расстоянии  $d = 5$  см от его вершины.

**Дано:**  $I = 50$  А

$\alpha = 2\pi/3$

$d = 5$  см

**Определить  $B$ .**



Можно разбить фигуру на два участка 1 и 2.

Результирующая магнитная индукция :

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \quad \vec{B}_2 = 0$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot [d\vec{l}, \vec{r}] \frac{I}{r^3} = ([d\vec{l}, \vec{r}] = 0 \text{ на оси проводника})$$

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_0} (\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)$$

$r_0$  – кратчайшее расстояние от точки до проводника

$$r_0 = d \sin\left(\pi - \frac{2\pi}{3}\right) = d \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

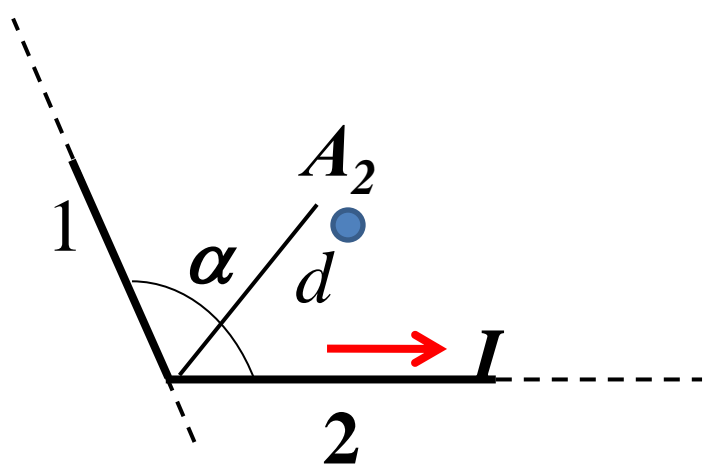
$$\varphi_1 = 0$$

$$\varphi_2 = \frac{2\pi}{3}$$

$$\begin{aligned} B(A_1) &= \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)} \left( \cos 0 - \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right) \\ &= \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)} \left( 1 + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \right) = 17 \text{ мТл} \end{aligned}$$



По правилу буравчика магнитная индукция будет лежать вдоль прямой, перпендикулярной плоскости чертежа, и направлена на нас.



$$B = B_1 + B_2 =$$

$$= \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_{01}} (\cos \phi_{11} - \cos \phi_{21}) + \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_{02}} (\cos \phi_{12} - \cos \phi_{22}) =$$

$$= \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d \sin(\pi/3)} \left( \cos 0 - \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right) + \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d \sin(\pi/3)} \left( \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos \pi \right) =$$

$$= \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d \sin(\pi/3)} \left( 1 + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + 1 \right)$$

$$= \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{I}{d \sin(\pi/3)} \left( \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + 1 \right)$$

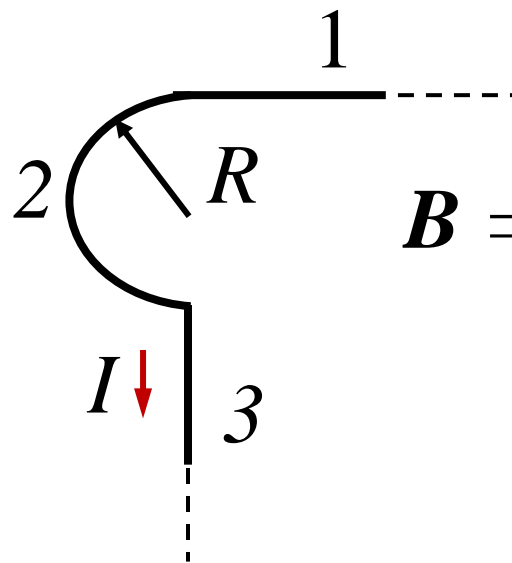
$$B(A_2) = 35 \text{ мТл.}$$

**Задача 3.** Бесконечно длинный проводник, находящийся в воздухе, изогнут. Радиус дуги  $R = 10$  см. Определить магнитную индукцию поля, создаваемого в точке  $O$  током  $I = 80$  А, текущем в этом проводнике.

**Дано:**  $R = 10$  см

$I = 80$  А.

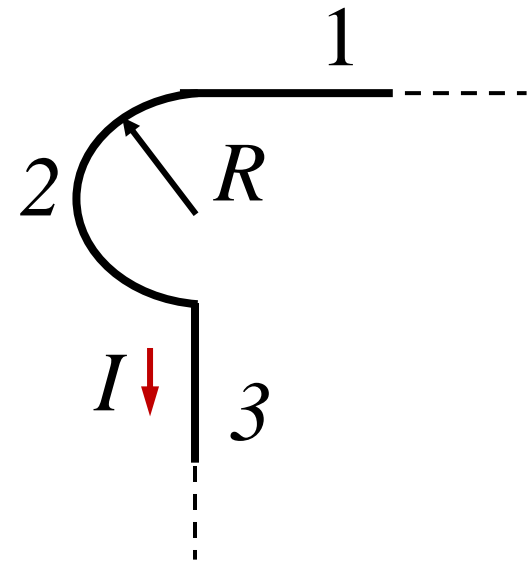
**Определить:**  $B$  - ?



$$B = B_1 + B_2 + B_3$$

$$B_3 = 0$$

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} (\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2) =$$



$$= \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \left( \cos 0 - \cos \left( \frac{\pi}{2} \right) \right) =$$

$$= \frac{\mu\mu_0}{4\pi} (1 - 0) = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R}$$

$$B_2 = \frac{1}{2} \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{I}{R} = \frac{\mu\mu_0}{4} \frac{I}{R}$$

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} + \frac{\mu\mu_0}{4} \frac{I}{R} =$$

$$= \frac{\mu\mu_0}{4R} \left( \frac{1 + \pi}{\pi} \right) = 4,14 \text{ мкТл}$$