

Сегодня: среда, 13 декабря
2023 г.

Общая физика. Часть 2

Семинар 9

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ СТАЦИОНАРНОГО ТОКА В ВАКУУМЕ

Взаимодействие элементов
линейного тока - **закон Био –
Савара – Лапласа – Ампера:**
сила, действующая на элемент
линейного тока $I_2 dl_2$ со
стороны элемента линейного
тока $I_1 dl_1$

$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 I_2}{r_{12}^3} \left[d\vec{l}_2, \left[d\vec{l}_1, \vec{r}_{12} \right] \right]$$

Закон Ампера: сила, действующая на
элемент линейного тока, помещенный в
магнитное поле индукции B

$$d\vec{F} = I \left[d\vec{l}, \vec{B} \right]$$

Закон Био – Савара – Лапласа:
элемент линейного тока $I dl$ создает
магнитное поле, индукция
которого в точке с r

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^3} \left[d\vec{l}, \vec{r} \right]$$

$$\vec{F} = qE + q[\vec{v}, \vec{B}]$$

Сила Лоренца: сила, действующая на точечный заряд, движущийся в электромагнитном поле со скоростью v

Теорема о циркуляции вектора индукции МПв интегральной форме (**закон полного тока**):

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$

дифференциальная формулировка закона полного тока

$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Вихревой характер магнитного поля:

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

Это означает, что не существует «магнитных зарядов».

Математически: условие вихревого характера поля некоторого вектора A является условие $\text{div} A = 0$.

Физически: Силовые линии вихревого поля являются замкнутыми.

Так как $\text{div} B = 0$, то магнитное поле является вихревым.

Задачи

Определение индукции магнитного поля линейного тока заданной конфигурации

Метод решения. Если необходимо определить индукцию магнитостатического поля линейного тока, то универсальный метод решения - использование закона Био – Савара –Лапласа и принципа суперпозиции.

Задача 1. Два бесконечно длинных, параллельных провода, по которым текут в одном направлении токи силой $I = 60$ А, расположены на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить магнитную индукцию в точке, отстоящей от одного проводника на расстоянии $r_1 = 5$ см и от другого на расстоянии $r_2 = 12$ см.

Дано: $I = 60$ А,

$d = 10$ см,

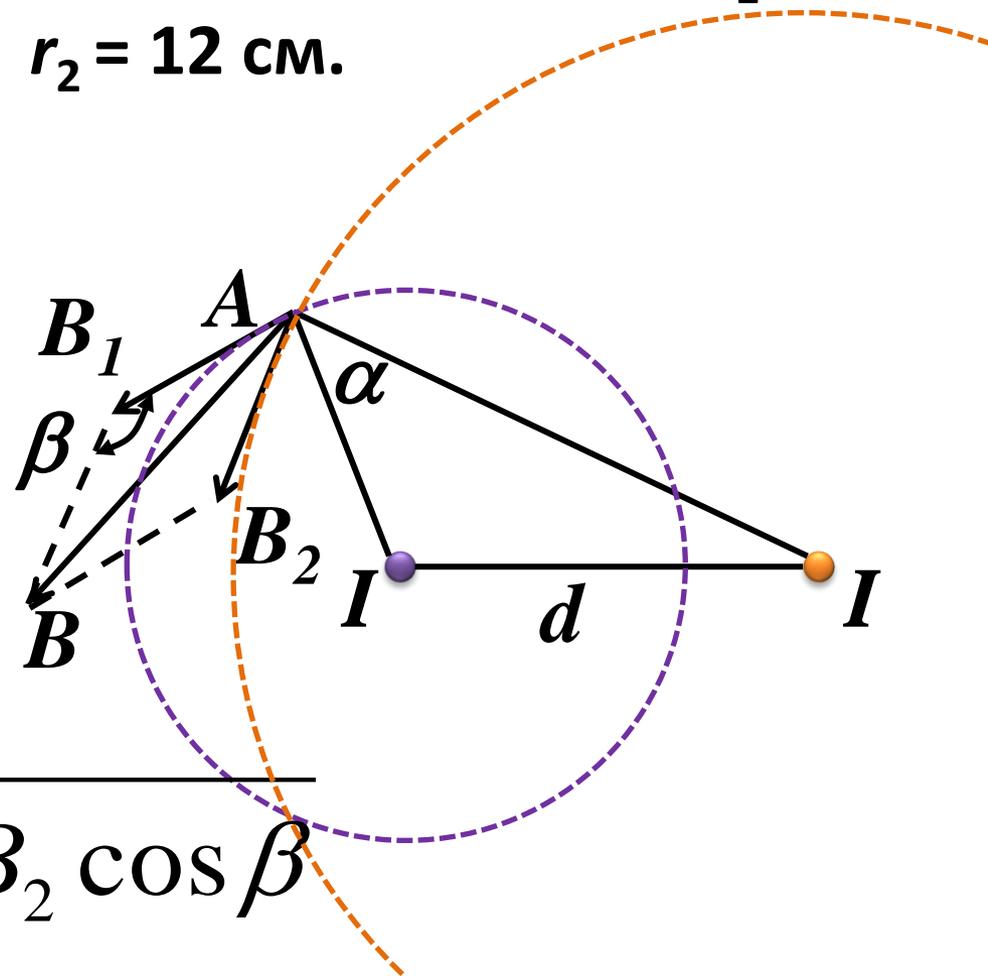
$r_1 = 5$ см,

$r_2 = 12$ см.

Определить B -?

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1B_2 \cos \beta}$$



$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha}$$

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_1} \quad B_2 = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_2}$$

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + 2\frac{1}{r_1} \frac{1}{r_2} \cos \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}$$

Ответ: B = 286 мкТл.

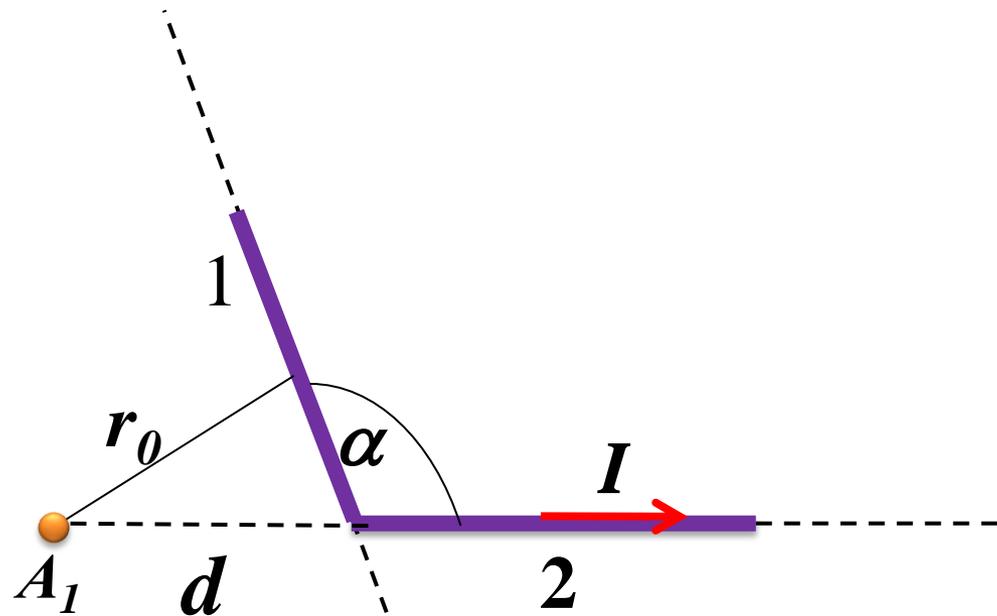
Задача 2. Длинный провод с током $I = 50$ А изогнут под углом $\alpha = 2\pi/3$ и находится в воздухе. Определить магнитную индукцию в точке A_1 , находящуюся на продолжении одной из сторон угла на расстоянии $d = 5$ см от его вершины, и в точке A_2 , находящейся на биссектрисе угла на расстоянии $d = 5$ см от его вершины.

Дано: $I = 50$ А

$\alpha = 2\pi/3$

$d = 5$ см

Определить B .



Можно разбить фигуру на два участка 1 и 2.

Результирующая магнитная индукция :

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \quad \vec{B}_2 = 0$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot [d\vec{l}, \vec{r}] \frac{I}{r^3} = ([d\vec{l}, \vec{r}] = 0 \text{ на оси проводника})$$

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_0} (\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)$$

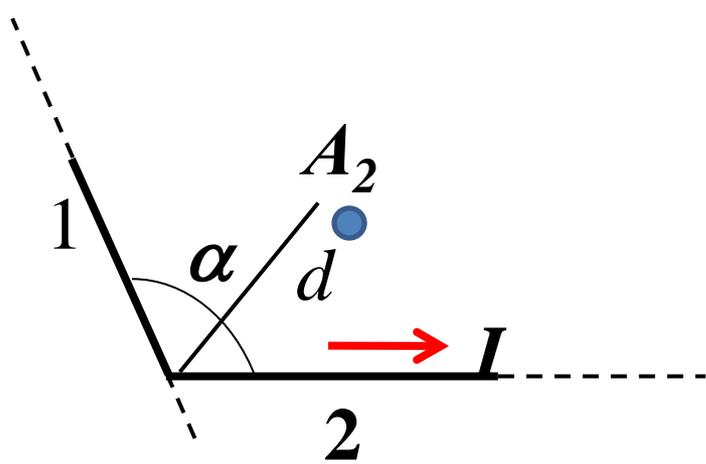
r_0 – кратчайшее расстояние от точки до проводника

$$r_0 = d \sin\left(\pi - \frac{2\pi}{3}\right) = d \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\varphi_1 = 0 \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{3}$$

$$\begin{aligned} B(A_1) &= \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)} \left(\cos 0 - \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right) \\ &= \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \right) = 17 \text{ мТл} \end{aligned}$$

По правилу буравчика магнитная индукция будет лежать вдоль прямой, перпендикулярной плоскости чертежа, и направлена на нас.



$$B = B_1 + B_2 =$$

$$= \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_{01}} (\cos \phi_{11} - \cos \phi_{21}) + \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_{02}} (\cos \phi_{12} - \cos \phi_{22}) =$$

$$= \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d \sin(\pi/3)} \left(\cos 0 - \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right) + \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d \sin(\pi/3)} \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos \pi \right) =$$

$$= \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d \sin(\pi/3)} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + 1 \right)$$

$$= \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{I}{d \sin(\pi/3)} \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + 1 \right)$$

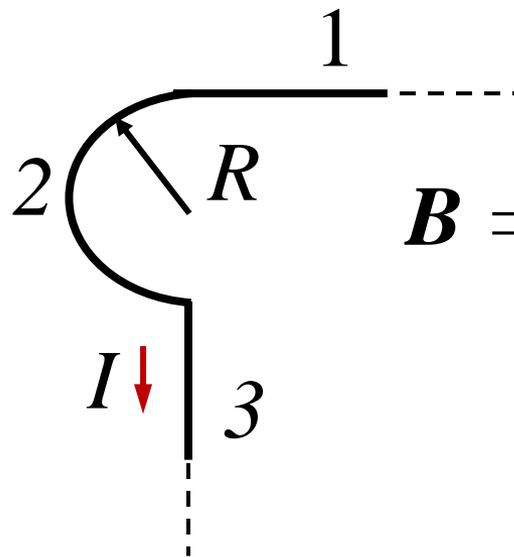
$$B(A_2) = 35 \text{ мТл.}$$

Задача 3. Бесконечно длинный проводник, находящийся в воздухе, изогнут. Радиус дуги $R = 10$ см. Определить магнитную индукцию поля, создаваемого в точке O током $I = 80$ А, текущем в этом проводнике.

Дано: $R = 10$ см

$I = 80$ А.

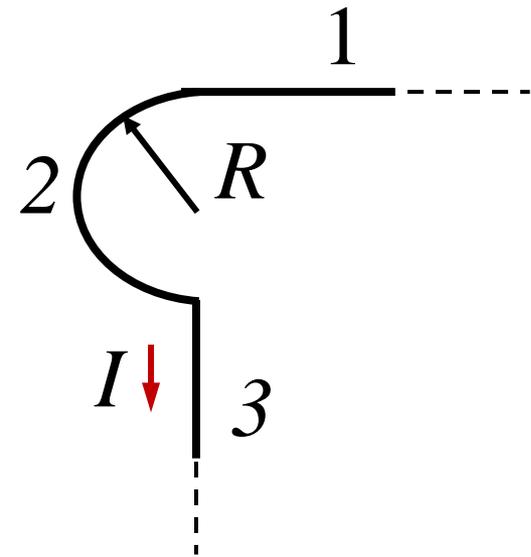
Определить: $B - ?$



$$B = B_1 + B_2 + B_3$$

$$B_3 = 0$$

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} (\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2) =$$



$$= \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \left(\cos 0 - \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) =$$

$$= \frac{\mu\mu_0}{4\pi} (1 - 0) = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R}$$

$$B_2 = \frac{1}{2} \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{I}{R} = \frac{\mu\mu_0}{4} \frac{I}{R}$$

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} + \frac{\mu\mu_0}{4} \frac{I}{R} =$$

$$= \frac{\mu\mu_0}{4R} \left(\frac{1 + \pi}{\pi} \right) = 4,14 \text{ мкТл}$$