

**Сегодня:
понедельник, 20
ноября 2023 г.**

Лекция 17. МАГНЕТИКИ (НАМАГНИЧИВАЮЩИЕСЯ СРЕДЫ)

- **Магнитное поле в веществе**
- **Намагниченность**
- **Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость**

Магнитное поле в веществе

При внесении некоторых тел во внешнее МП они намагничиваются и становятся его источниками. В результате, магнитное поле будет являться суперпозицией внешнего и индуцированного полей

$$\vec{B} = \vec{B}_{\text{внеш}} + \vec{B}_{\text{внутр}} = \frac{1}{\Delta V} \int_V \vec{B}_{\text{микро}} dV$$

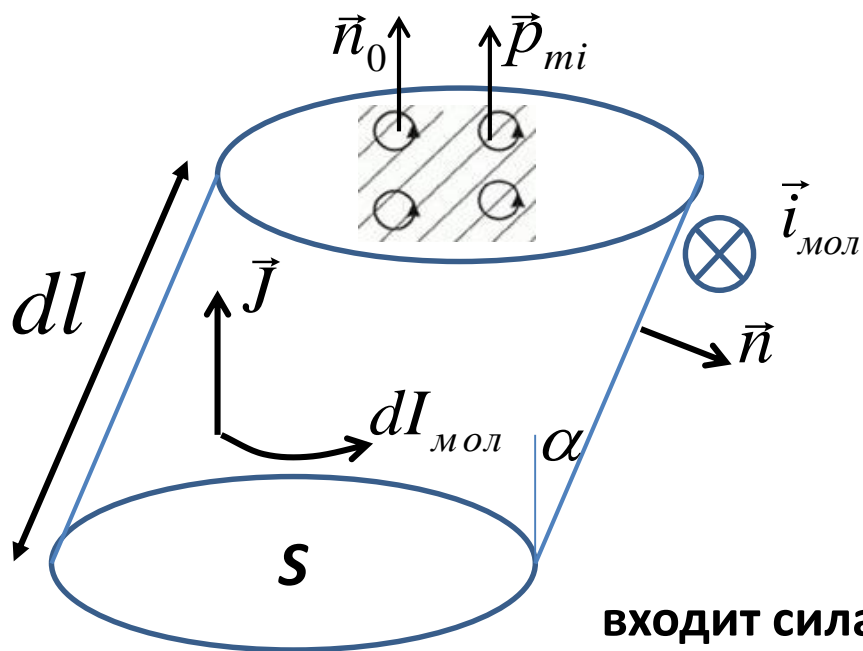
Магнетики - вещества, способные намагничиваться.

Большинство веществ намагничиваются слабо. Сильными свойствами обладают только ферромагнетики: Fe, Ni, Co, их сплавы и редкоземельные элементы.

Источники индуцированного магнитного поля:

1. Орбитальное движение электронов (микротоки Ампера)
2. Собственное вращение электронов и ядер (спин)

Если формально принять, что источниками магнитного поля являются токи проводимости I в проводниках и молекулярные токи $I_{\text{мол}}$ (также усредненные по малому объему), то уравнения Максвелла для постоянного магнитного поля в интегральной и дифференциальной формах, с учетом вещества, примут вид:



$$\oint (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 I + \mu_0 I_{\text{мол}}$$

$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \vec{j}_{\text{мол}}$$

$$\iint (\vec{B}, d\vec{S}) = 0$$

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

входит сила молекулярного тока и объемная плотность этого тока, которые нам пока неизвестны

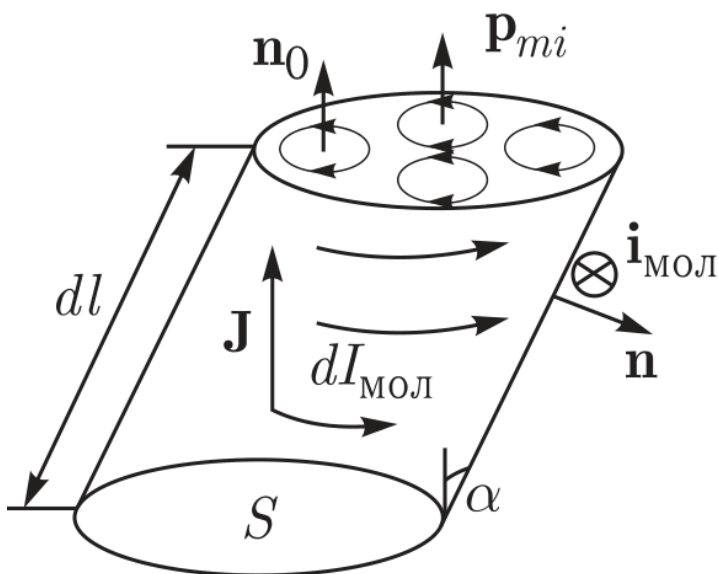
Вектор намагниченности

- суммарный магнитный момент единицы объема тела

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_i}{V}$$

P_i – магнитный момент i -го атома

Рассмотрим кусочек магнетика = скошенный цилиндр $dV = dl \cdot S$.



Если в намагниченном состоянии все магнитные моменты атомов выстроились вдоль единичного вектора $n_0 \perp S$, то сумма всех микротоков атомов будет эквивалентна поверхностному молекулярному току $dI_{\text{мол}}$, протекающему по боковой поверхности цилиндра. Тогда магнитный момент кусочка

$$\begin{aligned} d\vec{p}_m &= \vec{J} dV \\ &= \vec{J} \cdot dS \cdot dl \cdot \cos \alpha = dI_{\text{мол}} S \vec{n}_0 \end{aligned}$$

$$dI_{\text{мол}} = \vec{J} \cdot d\vec{l}$$

Это выражение можно записать в векторном виде для поверхностной плотности молекулярных токов

$$\vec{i}_{\text{мол}} = \left[\vec{J}, \vec{n} \right]$$

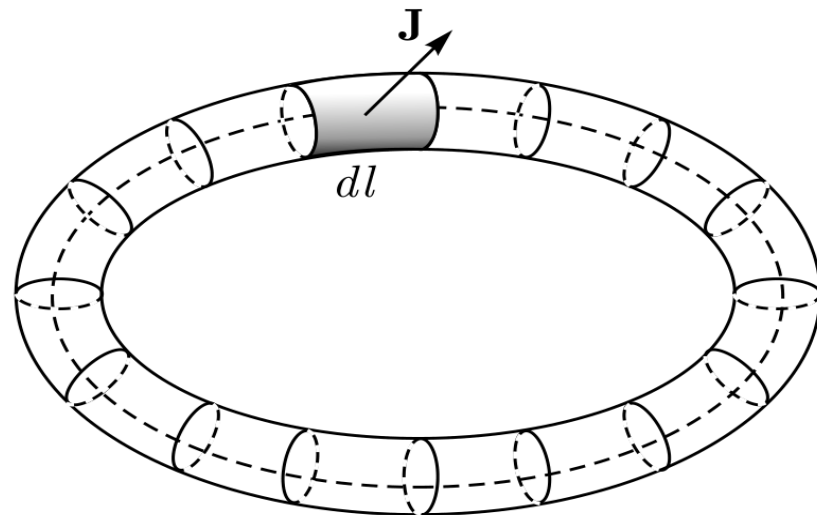
n — внешняя нормаль к поверхности магнетика

$$i_{\text{мол}} = \frac{dI_{\text{мол}}}{dl}$$

молекулярный ток, протекающий внутри контура

$$I_{\text{мол}} = \oint dI_{\text{мол}} = \oint \vec{J} \cdot d\vec{l}$$

$$\oint (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 I + \mu_0 \oint (\vec{I}, d\vec{l})$$



Вектор напряженности магнитного поля

Введем вектор напряженности магнитного поля

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$$

$$\oint (\vec{H}, d\vec{l}) = I$$

Если устремить радиус тора к нулю, то переходим к объемной плотности молекулярного тока

$$\vec{j}_{\text{мол}} = \text{rot} \vec{J}$$

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j}$$

Итак, напряженность МП определяется токами проводимости. Единицей ее измерения является 1 А/м.

Аналогия между электрическим и магнитными полями

Электричество	Магнетизм
<p>Потенциальное поле E</p> <p>Вектор поляризации P</p> <p>Индукция $D = \epsilon_0 E + P$</p> <p>Плотность связанного заряда</p> $\rho' = -\operatorname{div} P$ $\operatorname{div} E \neq 0$ <p>(силовые линии имеют начало и конец)</p> $\operatorname{div} D = \rho \neq 0$ <p>(Линии D имеют начало и конец)</p>	<p>Вихревое поле B</p> <p>Вектор намагниченности J</p> <p>Напряженность $H = \frac{B}{\mu_0} - J$</p> <p>Плотность молекулярного тока</p> $j_{\text{мол}} = \operatorname{rot} J$ $\operatorname{div} B = 0$ <p>(Линии индукции замкнуты)</p> $\operatorname{div} H = -\operatorname{div} J \neq 0$ <p>Линии H имеют начало и конец</p>

Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость

в слабых магнетиках $\vec{J} = \frac{const}{\mu_0} \vec{B}$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$$

Однако исторически так сложилось, что принято описывать связь между намагниченностью вещества и напряженностью магнитного поля в нем.

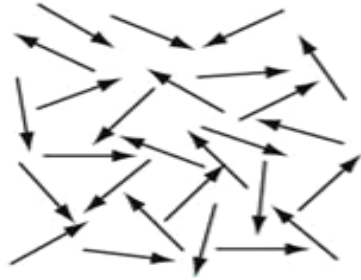
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м –
магнитная проницаемость
вакуума.

$$\vec{J} = \left(\frac{1 - const}{const} \right) \vec{H} = \chi \vec{H}$$

$$B = \mu_0 H + \mu_0 \chi H = (1 + \chi) \mu_0 H = \mu_0 \mu H$$

$\mu = 1 + \chi$ – относительная магнитная проницаемость

Виды магнетиков



магнетики

$$\chi \leq 10^6$$

магнитно-
неупорядоченные

магнитно-
упорядоченные

диамагнетики

парамагнетики

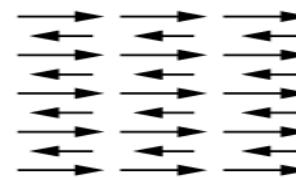
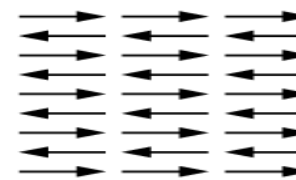
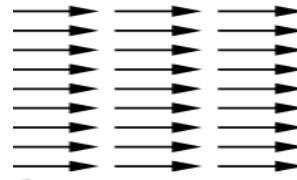
ферромагнетики

антиферромагнетики

ферримагнетики

$$\chi \approx -(1 \div 10) 10^{-6}$$

$$\chi \approx (1 \div 10^3) 10^{-6}$$



N_2, CO_2, H_2O, Ag, Bi

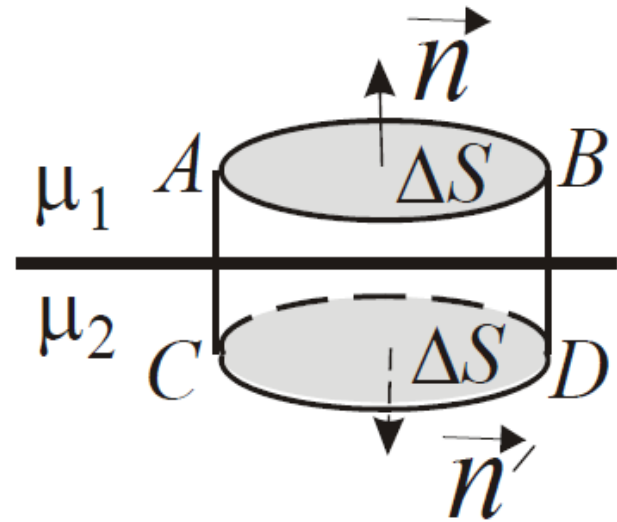
O_2, Al, Pt

Граничные условия для векторов B и H

$$\Phi_B = B_{n1} \Delta S - B_{n2} \Delta S = 0$$

$$B_{n1} = B_{n2}$$

$$\frac{H_{n1}}{H_{n2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$



нормальная компонента вектора индукции на границе раздела двух магнетиков непрерывна

Граничные условия для векторов \vec{B} и \vec{H} (преломление линий индукции)

Для изотропных неферромагнитных сред $\mu = \text{const} \neq f(H)$.

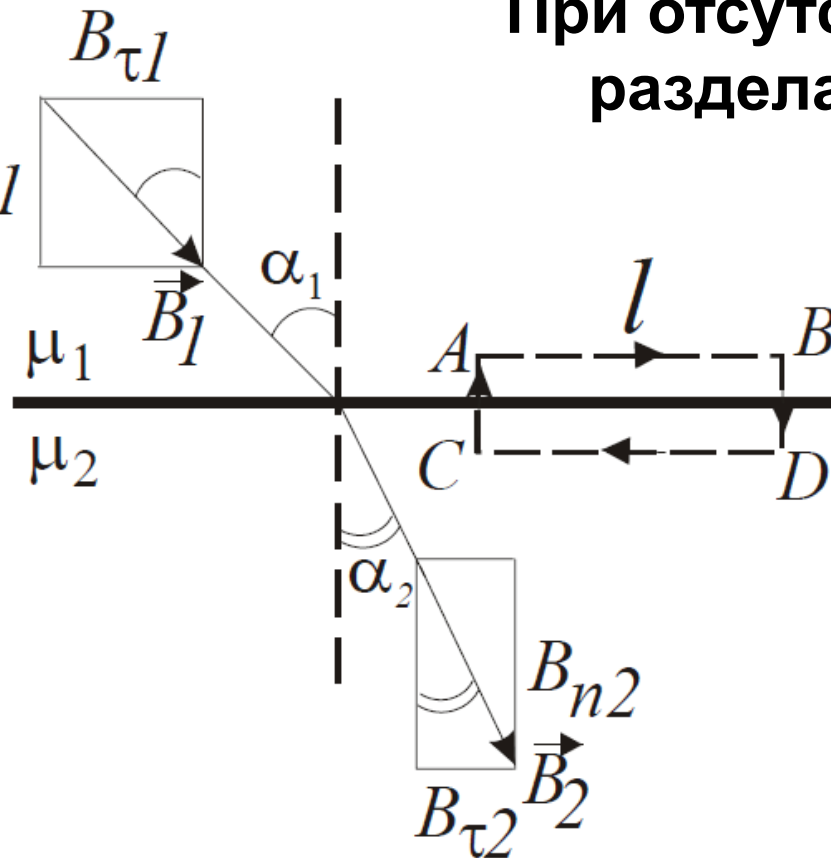
При отсутствии макротоков на границе раздела сред по закону полного тока

$$H_{\tau 1} dl - H_{\tau 2} dl = 0$$

$$H_{\tau 1} = H_{\tau 2}$$

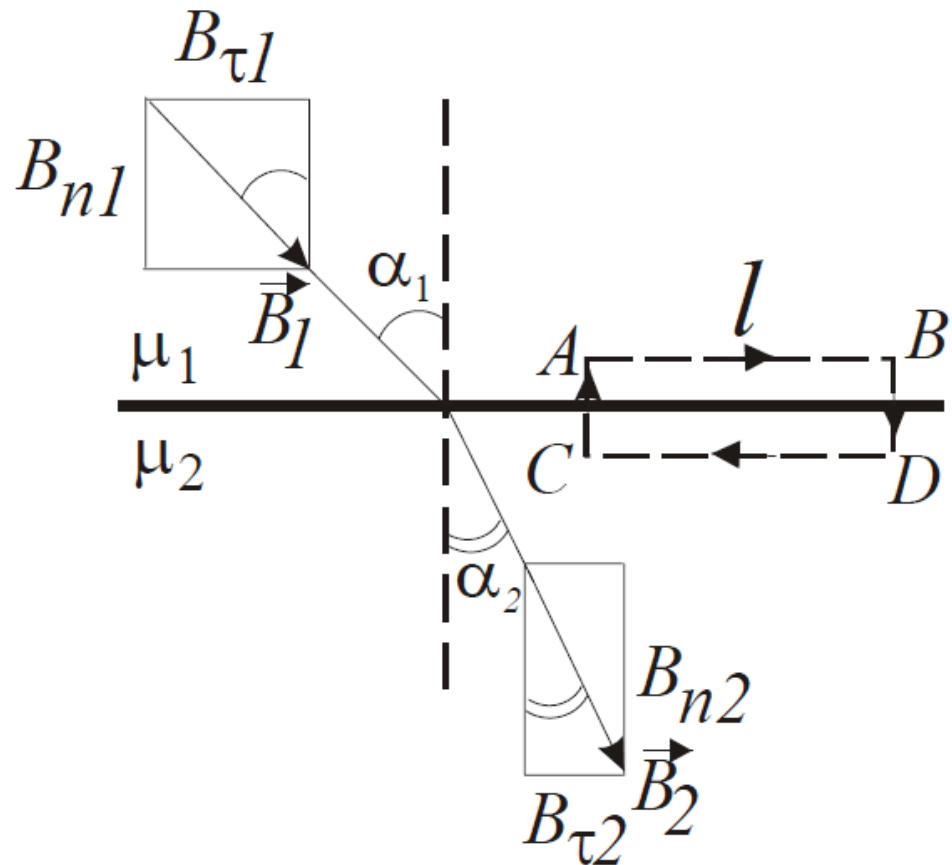
$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$$

$$\frac{B_{\tau 1}}{B_{\tau 2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$



тангенциальная компонента вектора индукции при $\mu_1 \neq \mu_2$ даже в отсутствие токов претерпевает разрыв

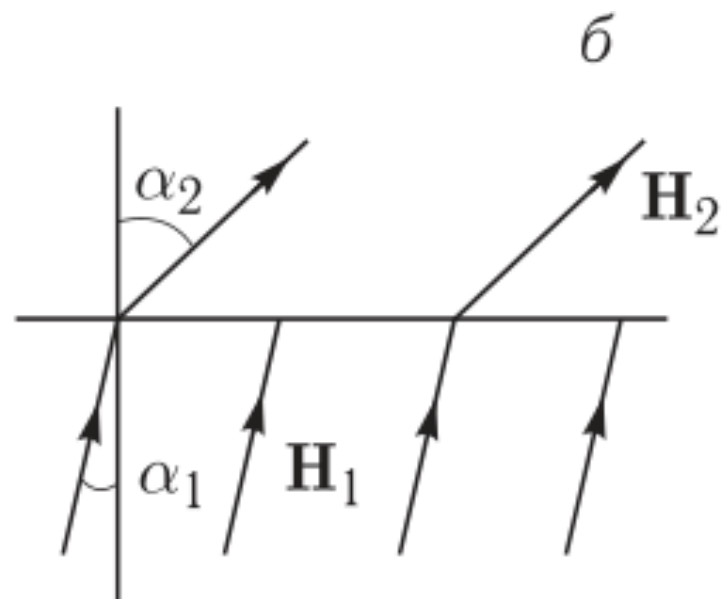
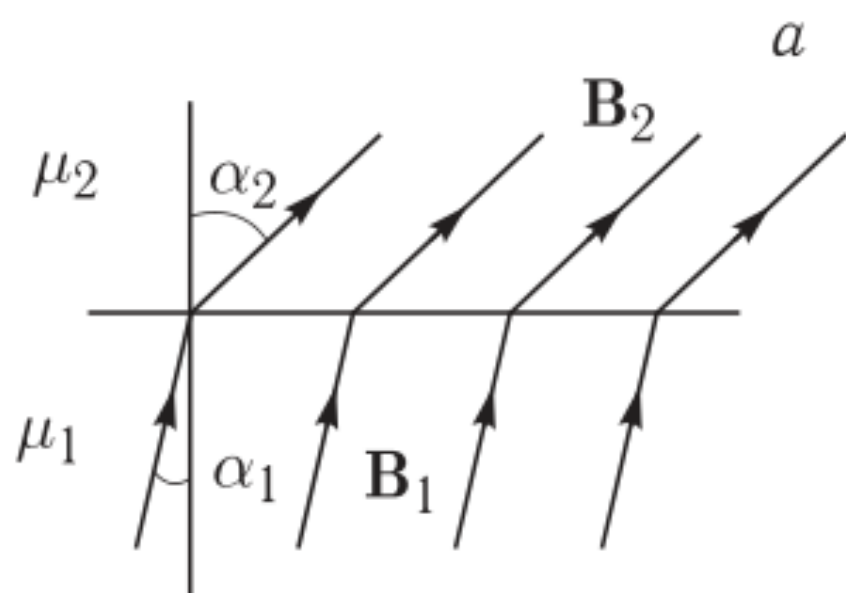
$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{B_{\tau 1}}{B_{n 1}}, \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{B_{\tau 2}}{B_{n 2}}$$



$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{B_{\tau 2}}{B_{\tau 1}} = \frac{\mu_2}{\mu_1},$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right) \operatorname{tg} \alpha_1$$

закон преломления на поверхности раздела двух изотропных магнетиков при условии отсутствия макротоков вблизи поверхности раздела



$$\mu_1 < \mu_2$$

Механизмы намагничивания различных магнетиков

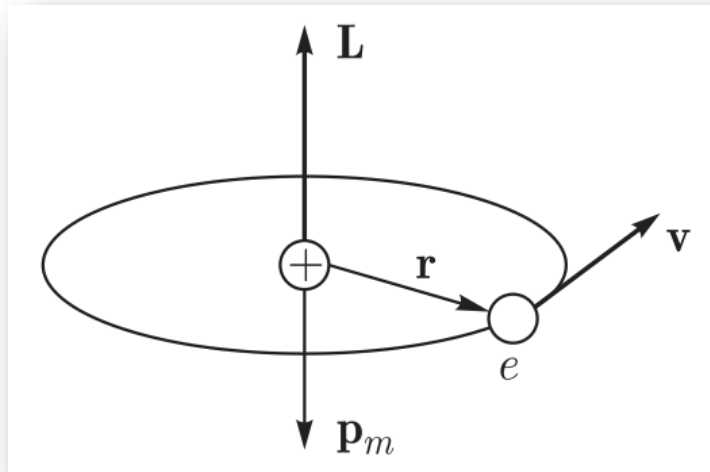
В случае диа- и парамагнетиков можно использовать полуклассическое–полуквантовое представление атома на основе боровской теории. Такой подход позволяет описать основные закономерности намагничивания вещества.

Описание свойств ферромагнетиков требует привлечения таких понятий, как спин электрона, обменные силы, условия квантования, поэтому классическое описание становится неприемлемым.

Прецессия Лармора

Рассмотрим атом, находящийся во внешнем поле с индукцией B .
В отсутствии поля, по классике, электрон движется вокруг ядра атома по круговой орбите радиуса r со скоростью v :

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$



С одной стороны, он обладает моментом импульса

$$L = mvr$$

а с другой стороны - магнитным моментом

$$p_m = IS$$

$$= I\pi r^2 = \frac{e}{T}\pi r^2 = \frac{evr}{2}$$

$e < 0$, поэтому эти векторы направлены в разные стороны

гиромагнитное отношение для орбитального движения электрона

$$\Gamma = \frac{p_m}{L} = \frac{e}{2m} < 0$$

При включении внешнего поля \mathbf{B} на магнитный момент будет действовать момент силы

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$$

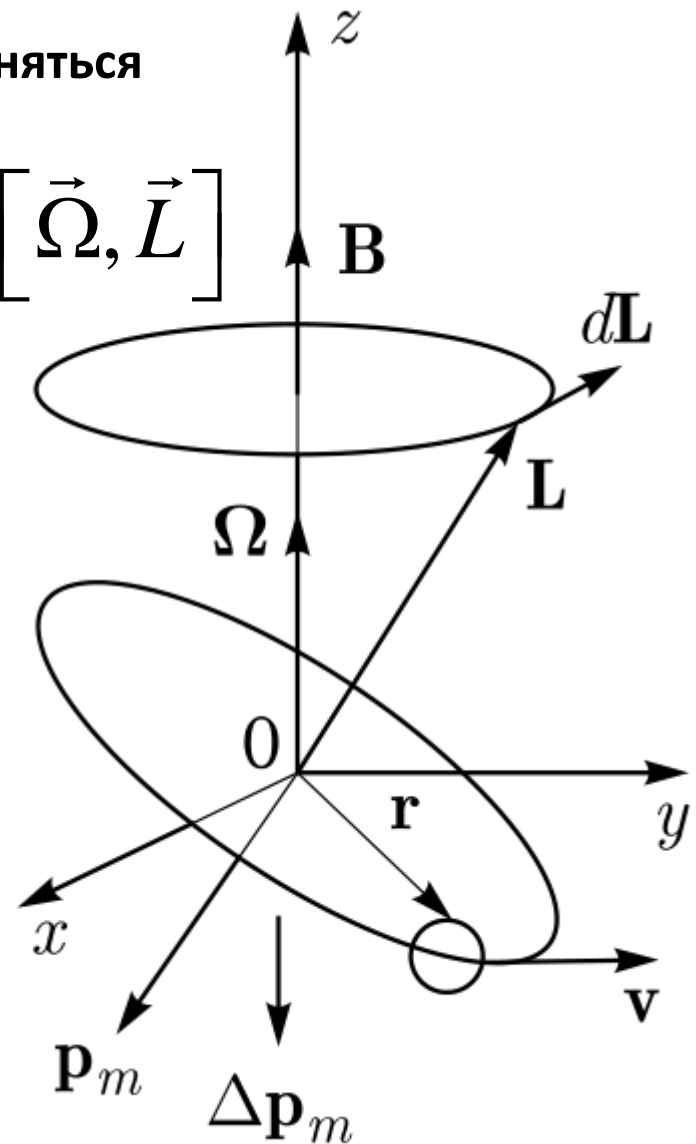
В результате орбитальный момент будет изменяться

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}] = \Gamma [\vec{L}, \vec{B}] = [\vec{\Omega}, \vec{L}]$$

Конец вектора \mathbf{L} начнет вращаться (прецессировать) по окружности с угловой скоростью

$$\vec{\Omega} = -\Gamma \cdot \vec{B}$$

Теорема Лармора: действие магнитного поля на движущийся электрон заключается в наложении на первоначальное движение прецессии электронной орбиты. Прецессия называется **ларморовой**.



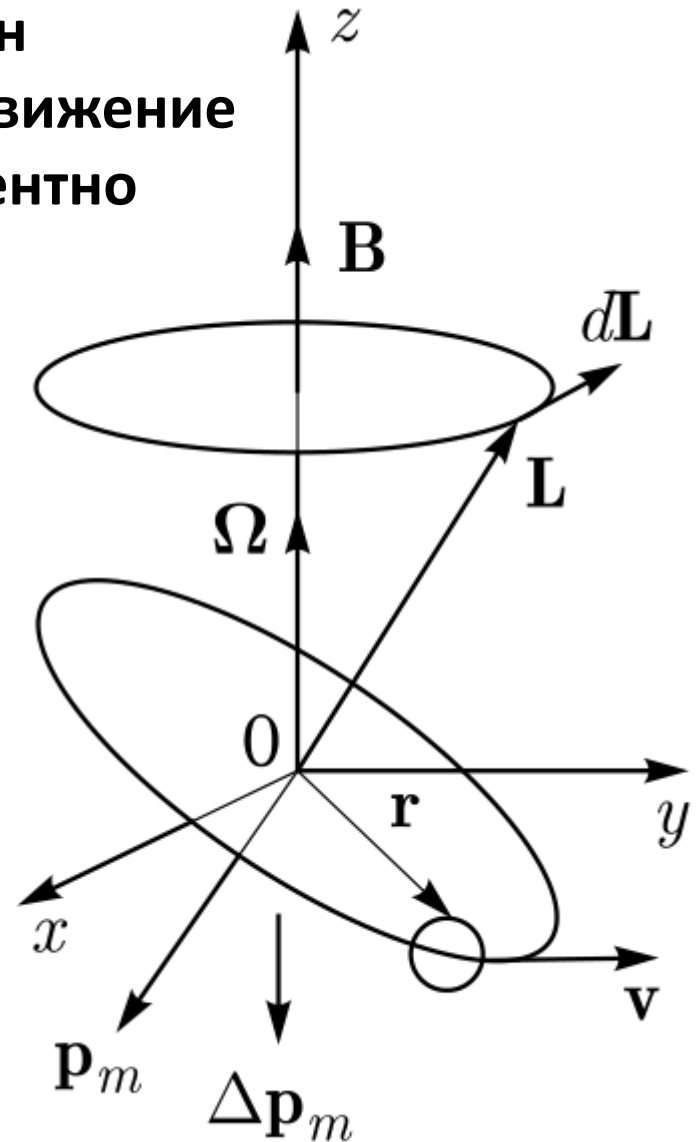
Диамагнетизм

В результате прецессии орбиты электрон совершает дополнительное круговое движение вокруг направления поля. Оно эквивалентно замкнутому току

$$\Delta I = -ev = -\frac{e\omega_L}{2\pi} = \left\{ \omega_L = \frac{eB}{2m} \right\}$$
$$\Delta I = -\frac{e^2 B}{4\pi m}$$

Возникший замкнутый ток вызывает появление добавочного орбитального магнитного момента

$$\Delta P = \Delta IS = -\frac{e^2 B}{4\pi m} \pi \langle a^2 \rangle$$



$$\Delta P = -\frac{e^2 B}{4m} \langle a^2 \rangle$$

- Средний квадрат расстояния от электрона до оси, проходящей через ядро параллельно полю

Если атом содержит Z электронов:

$$\Delta P = -\frac{e^2 B}{4m} \sum_{i=1}^Z \langle a_i^2 \rangle$$

Для сферически симметричной электронной оболочки атома

$$\langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = \langle z^2 \rangle$$

$$\langle r^2 \rangle = \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle + \langle z^2 \rangle = 3\langle x^2 \rangle$$

$$\langle a^2 \rangle = \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle = 2\langle x^2 \rangle = \frac{2}{3}\langle r^2 \rangle$$

Дополнительный магнитный момент сферически симметричного атома

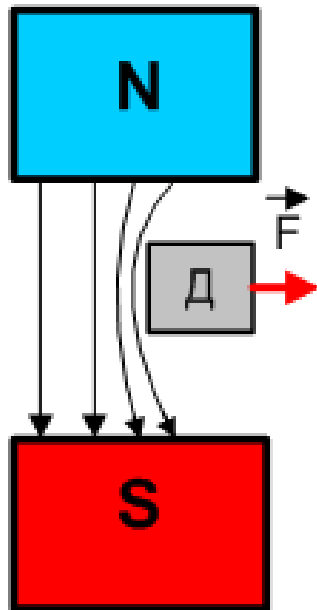
$$\Delta P = -\frac{e^2 B}{4m} \sum_{i=1}^Z \frac{2}{3} \langle r_i^2 \rangle$$

$$\Delta P = -\frac{e^2 B}{6m} \sum_{i=1}^Z \langle r_i^2 \rangle = -\frac{Ze^2 B_0}{6m} \langle r^2 \rangle$$

Намагниченность тела:

$$J = n \Delta P = -\frac{Zne^2 \langle r^2 \rangle}{6m} B = \chi H$$

$= \frac{N}{V}$



магнитная
восприимчивость
диамагнетика

$$\chi = -\frac{\mu_0 Ze^2 N}{6m} \langle r^2 \rangle$$

