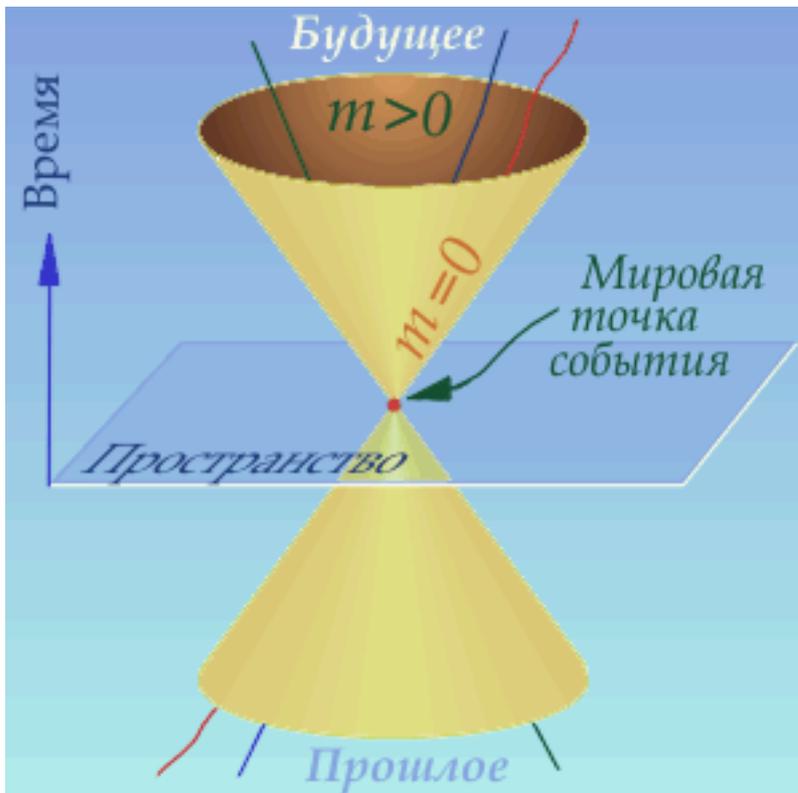


Сегодня: четверг, 23  
марта 2023 г.

Общая физика. Часть 1

## Лекция 11.

# Основы релятивистской механики.



1. Исходные положения механики Ньютона.
2. Постулаты Эйнштейна
3. Преобразования Лоренца и их следствия
4. Преобразования скоростей
5. Релятивистские импульс и масса
6. Работа силы и энергия частицы

# Исходные положения механики Ньютона

$$\vec{r}(t) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

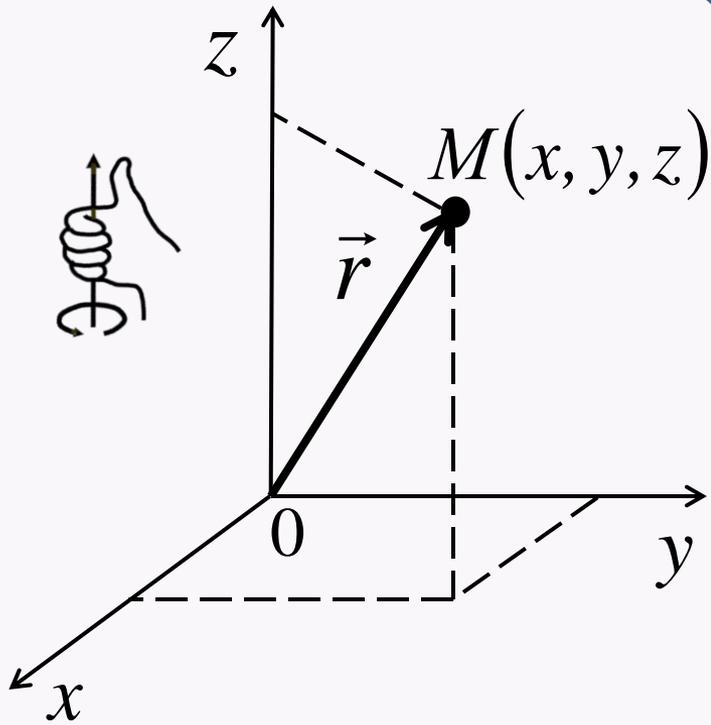
Выбор этих координат никак не связан с определением времени и произволен

Пространственный интервал всегда положительный и одинаковый во всех ИСО, т.е. является инвариантом.

$$\Delta l_{12} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} = \text{inv}$$

Промежутки времени между двумя событиями не зависят от координат и в разных ИСО остаются постоянными

$$t_{12} = t_2 - t_1 = \text{inv}$$



Следствием таких представлений о пространстве и времени являются преобразования Галилея. Согласно которым ускорение материальной точки и сила, действующая на нее со стороны другой МТ одинаковы во всех ИСО. Поэтому и уравнения Ньютона инвариантны относительно преобразований Галилея

$$x = x' + Vt',$$

$$y = y',$$

$$z = z',$$

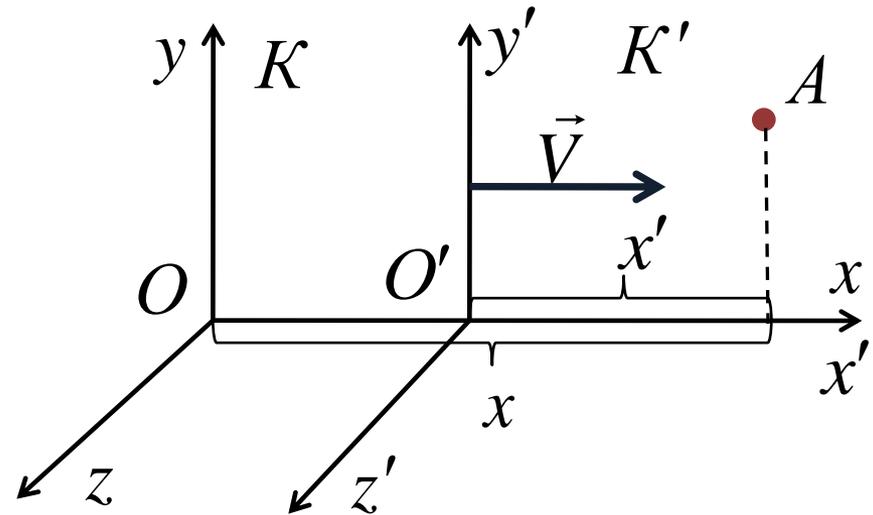
$$t = t'$$

$$x' = x - Vt,$$

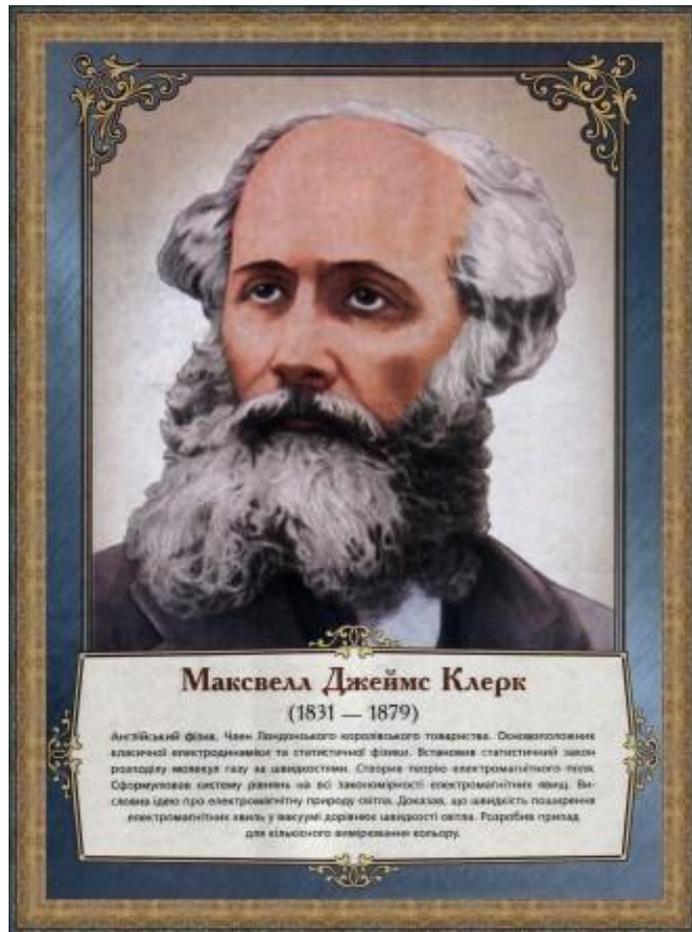
$$y' = y,$$

$$z' = z,$$

$$t' = t$$



«Мгновенность» распространения взаимодействия: Ньютон не допускал возможность распространения взаимодействий в «пустом» пространстве – существует эфир



**Уравнения Максвелла не инвариантны относительно преобразований Галилея**

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho; \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0.$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad \vec{j} = \gamma \vec{E}$$

# Постулаты Эйнштейна

**1. Принцип постоянства скорости света в вакууме:** скорость света в вакууме одинакова во всех системах отсчета и не зависит от движения источников и приемников света, т.е. является универсальной постоянной:

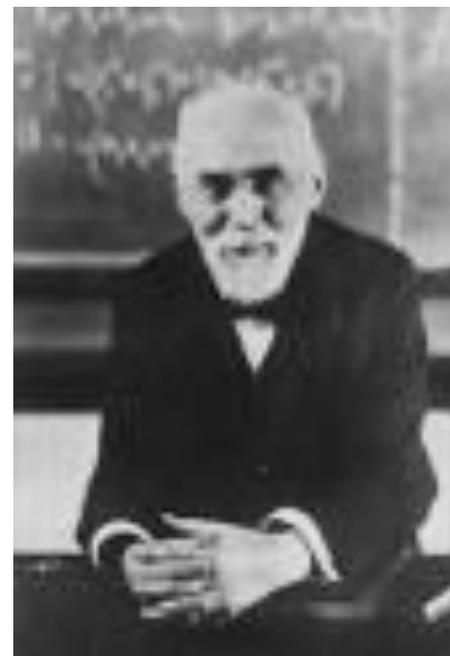
$$c = 2,99793 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

**2. Принцип относительности:** все физические явления в ИСО протекают одинаково.

# Преобразования Лоренца

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}},$$
$$y' = y,$$
$$z' = z.$$

$$t' = \frac{t - \frac{xV}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$



При малых по сравнению со скоростью света скоростях движения, т.е.  $V/c \ll 1$  преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея:

$$x' = x - Vt, y' = y, z' = z, t' = t.$$

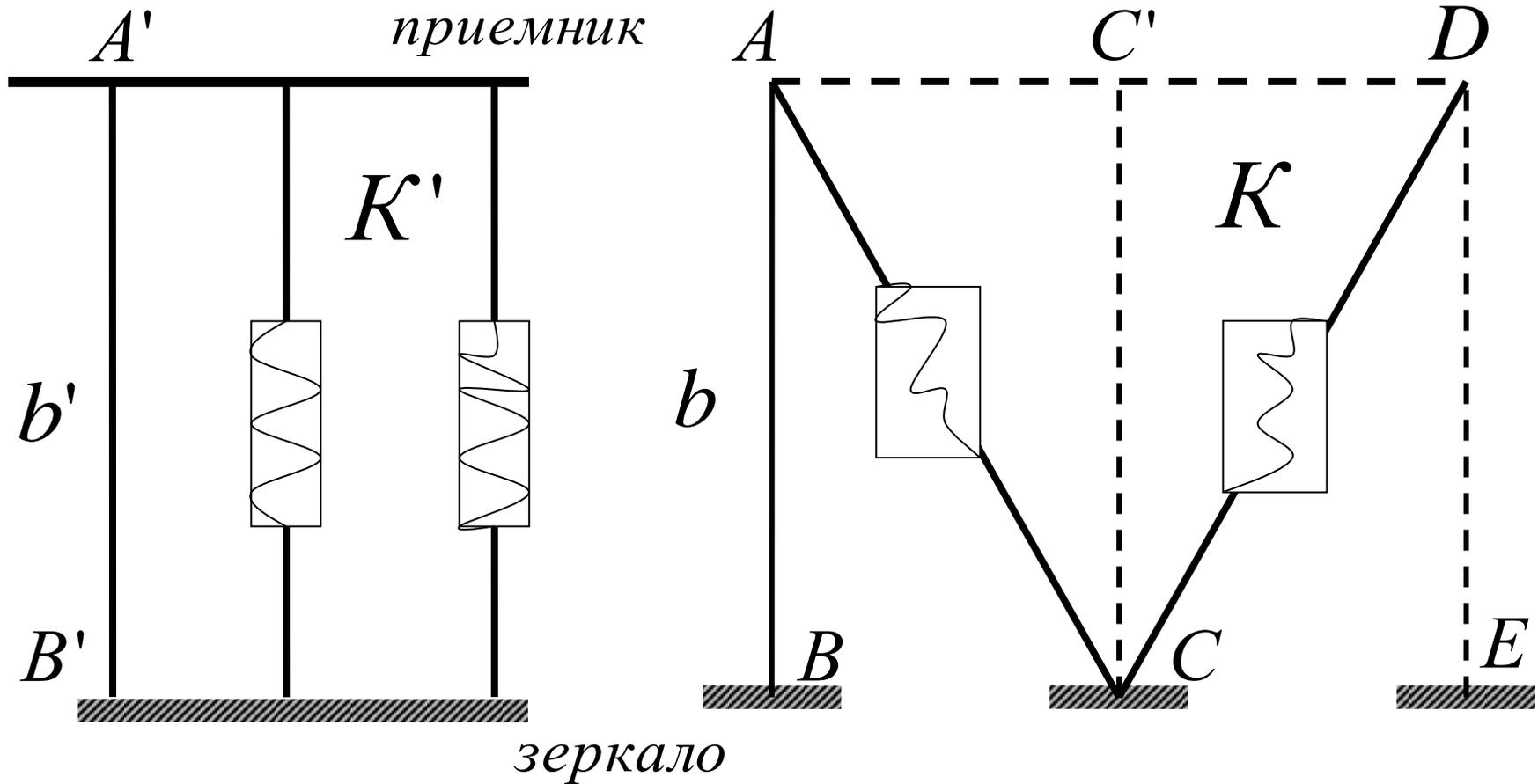
## Следствия преобразований Лоренца

1. Преобразования Лоренца наглядно демонстрируют неразрывную связь пространственных и временных свойств нашего мира (**мир четырехмерен**).
2. На основе преобразований Лоренца можно описать **относительность одновременности**.

# **Следствия основных принципов теории относительности:**

- 1. Относительность временных  
интервалов.**

# Время течет по-разному в разных ИСО!!!



$$b' = \frac{c' \Delta t'}{2}$$

$$b^2 + \left( \frac{v \Delta t}{2} \right)^2 = \left( \frac{c \Delta t}{2} \right)^2$$

Согласно принципу относительности, **размеры перпендикулярные вектору скорости не изменяются**, т.е.

$$b = b'$$

А согласно принципу постоянства скорости света:

$$c = c'$$

$$\left(\frac{c\Delta t'}{2}\right)^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2$$

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Время, отсчитываемое по часам, движущимся вместе с объектом, называется **собственным временем объекта  $\tau_0$** .

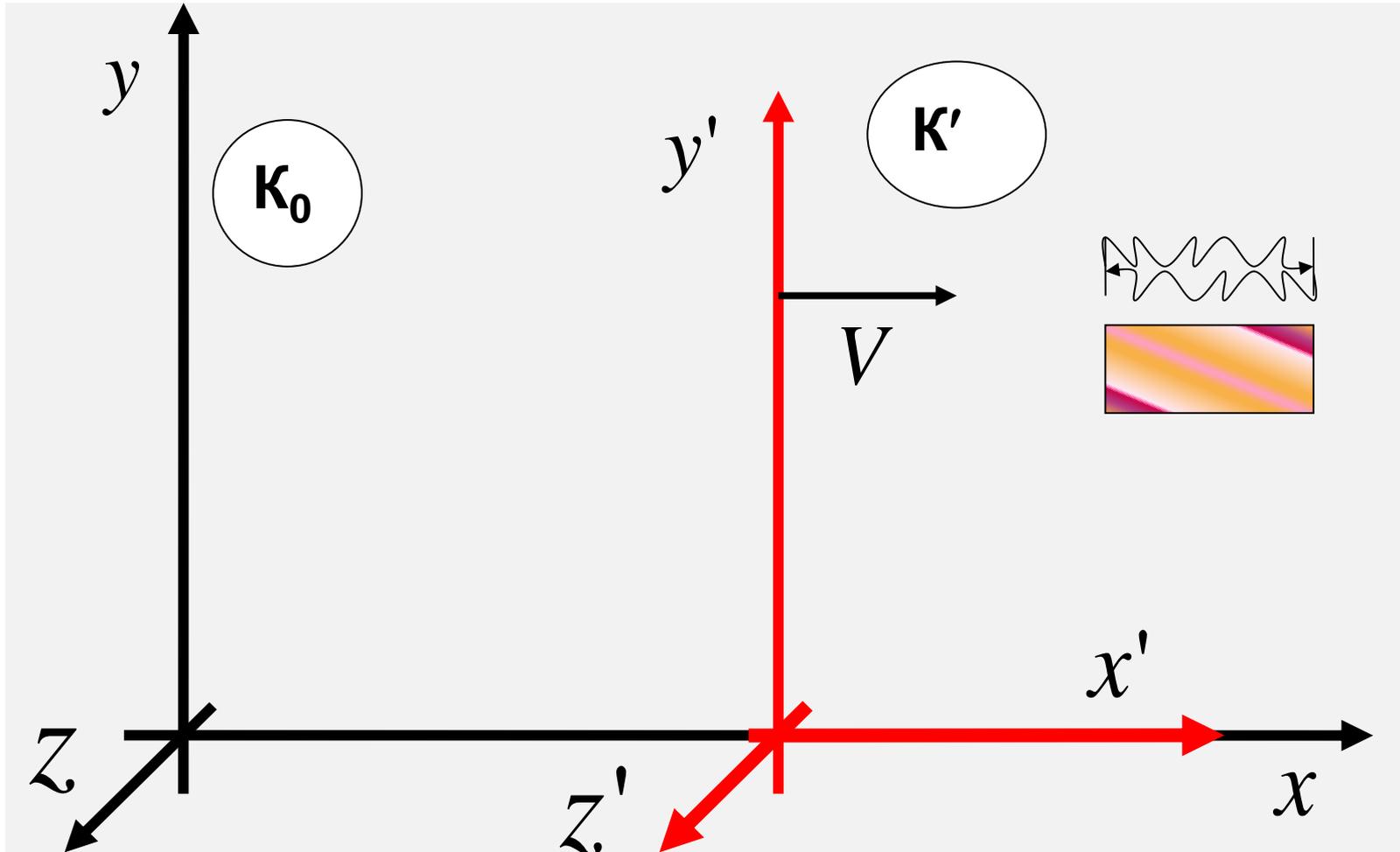
$$\Delta t = \frac{\Delta \tau_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

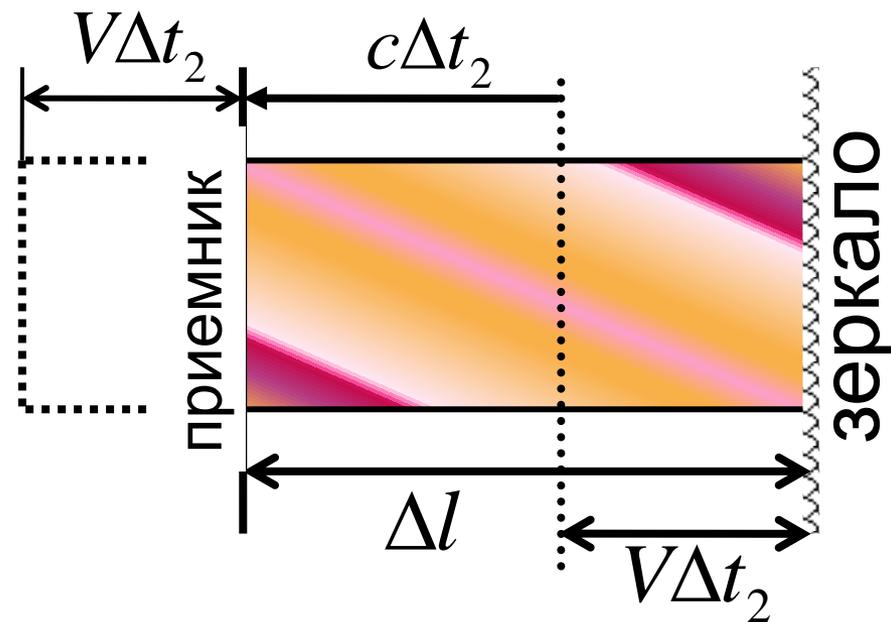
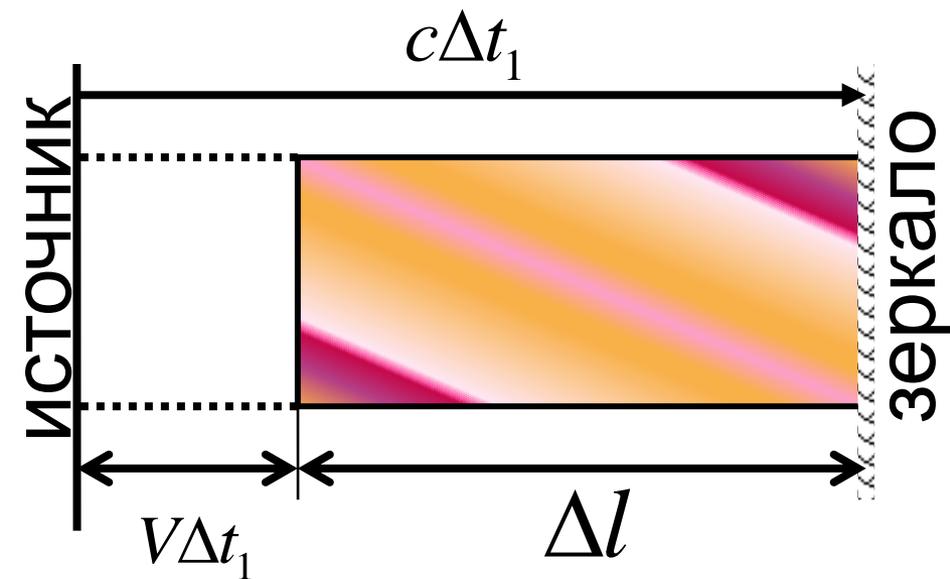
**Движущиеся часы идут медленнее неподвижных.**

не существует единого мирового времени. Время, его течение, понятие одновременности событий – относительны.

## **2. Сокращение продольных размеров движущихся тел**

# Размеры тел, поперечные по отношению к движению, не изменяются.





В системе  $K'$  длина стержня:

$$\Delta l' = \frac{c\Delta t'}{2}$$

Время движения света от зеркала к приемнику:

$$\Delta t_2$$

Расстояние, пройденное светом до приемника:

$$c\Delta t_1 = \Delta l + V\Delta t_2$$

**Общее время движения света до зеркала и обратно к приемнику:**

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{\Delta l}{c - V} + \frac{\Delta l}{c + V} = \frac{2\Delta l}{c(1 - V^2/c^2)}$$

**стержня в системе  $K_0$ :**

$$\Delta l = \frac{c\Delta t}{2} \left( 1 - \frac{V^2}{c^2} \right)$$

**Заменяя  $\Delta t$  на  $\Delta t'$ , учитывая, что обозначение  $\Delta l' = \Delta l$**

$$\Delta l' = \frac{c\Delta t'}{2}$$

$$\Delta l = \Delta l_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Во всех системах отсчета длина тел уменьшается по сравнению с собственной.

Это явление называется **лоренцевым сокращением** размеров тел в направлении движения.

$$\Delta l = \Delta l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

**Поперечные размеры движущихся тел инвариантны**

# Интервалы

$$\Delta S^2 = c^2 (t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta l^2$$

**Инвариантом в СТО является  
пространственно-временной интервал**

# Виды пространственно-временных интервалов между событиями:

## 1. **Времениподобные интервалы:** действительные интервалы, для которых

$$c^2 \Delta t^2 > \Delta l_{12}^2$$

Для событий, связанных такими интервалами,  $\Delta t > \Delta l / c$ ,

т.е. во всех системах **время между событиями больше времени, в течение которого свет проходит расстояние между точками, в которых эти события произошли.**

Световой луч, испущенный из первой точки в момент первого события, может быть использован для инициирования второго события во второй точке. Времениподобные интервалы связывают такие события, между которыми существует или может существовать причинно-следственная связь.

## 2. Пространственно-подобные интервалы: мнимые интервалы, для которых.

$$c^2 \Delta t^2 < \Delta l_{12}^2$$

Для событий, связанных такими интервалами,  $\Delta t < \Delta l / c$ , т.е. событие во второй точке происходит раньше, чем туда прибудет свет, испущенный из первой точки в момент первого события.

Поэтому причинно-следственная связь между такими событиями невозможна и эти события между собой абсолютно независимы.

# Преобразование скоростей

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}},$$

$$y' = y, \quad z' = z,$$

$$t' = \frac{t - \frac{xV}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$u_x = \frac{u_x' + V}{1 + \frac{Vu_x'}{c^2}}$$
$$u_y = \frac{u_y' \sqrt{1 - V^2 / c^2}}{1 + \frac{Vu_x'}{c^2}}$$
$$u_z = \frac{u_z' \sqrt{1 - V^2 / c^2}}{1 + \frac{Vu_x'}{c^2}}$$

# Релятивистские импульс и масса

$$\vec{p} = m(v) \cdot \vec{v}$$

При малых скоростях - масса:  $m(0)=m$ .

При больших скоростях  $v \sim c$ :  $m(v)$  -?

Пусть в неподвижной системе отсчета вдоль ОХ движется тело  $m$  и на него в направлении движения в течение короткого времени  $dt$  действует сила  $F$ . Под действием этой силы тело приобретает скорость  $v + dv$ .

Изменение импульса

$$dp = (v + dv)m(v + dv) - vm(v) = dv \frac{d}{dv} [vm(v)]$$

Возьмем систему отсчета  $K'$ , движущуюся  
вдоль оси  $OX$  со скоростью  $V = v$ .

В этой СО тело первоначально покоилось,  
а после действия силы приобрело скорость  
 $dv'$

$$dv' = \frac{F}{m} dt'$$

Приращения скоростей в разных системах отсчета связаны через  
закон сложения скоростей ( $V = v$ ):

$$v + dv = \frac{dv' + v}{1 + dv' \cdot v / c^2} \approx \left\{ \frac{1}{1+x} \approx 1 - x + \frac{x^2}{2} - \dots \right\} \approx$$

$$\approx (dv' + v) \left( 1 - dv' \cdot v / c^2 \right) \approx v + dv' \left( 1 - v^2 / c^2 \right)$$

$$dv \approx dv' \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \quad dp = \frac{F}{m} dt' \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \frac{d}{dv} (vm(v))$$

$$dt' \approx dt \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{F}{m} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2} \frac{d}{dv} (vm(v)) \qquad \frac{dp}{dt} = F$$

$$\frac{d}{dv} (vm(v)) = \frac{m}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}$$

$$m(v) = \frac{m}{v} \int_0^v \frac{dv}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} = \frac{m}{v} \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$m(v) = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

**Релятивистский  
импульс:**

$$\vec{p} = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m v$$

**В релятивистском законе динамики в общем случае  
направления векторов ускорения тела и действующей  
силы не совпадают; нарушается и пропорциональность  
между ускорением и силой.**

# Релятивистское выражение для кинетической энергии

$$d\vec{s} = \vec{v} dt \cdot \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$\left( \vec{F} \cdot d\vec{s} \right) = dT$$

$$d\vec{p} = d\vec{v} \frac{m}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} + \vec{v} dv \frac{m \frac{v}{c^2}}{\left(1 - (v/c)^2\right)^{3/2}}$$

$$\vec{v} \cdot d\vec{v} = \frac{d\vec{v}^2}{2} = \frac{dv^2}{2} = v \cdot dv$$

$$\vec{v} dt \cdot \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{v} \cdot d\vec{p} =$$

$$= v \cdot dv \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + v^2 dv \frac{mv/c^2}{(1-v^2/c^2)^{3/2}} =$$

$$\frac{mv dv}{(1-v^2/c^2)^{3/2}} = d \left( \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right) = (\vec{F} \cdot d\vec{s}) = dT$$

$$dT = d \left( \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right)$$

$$T = \int_0^v d \left( \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - mc^2$$

**Кинетическая энергия тела в СТО**

$$T = E - T_0 = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right)$$

$$T_0 = mc^2 \neq 0$$

**энергия покоя**

**- внутренняя энергия тела, не связанная с движением тела как целого и его взаимодействием с внешними силовыми полями.**

В случае **сложного тела**, состоящего из многих частиц, его **энергия покоя** складывается из

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > 0$$

- **энергии покоя частиц,**
- **их кинетической энергии** (обусловленной движением частиц относительно центра инерции тела)
- **потенциальной энергии взаимодействия частиц между собой.**

**Потенциальная энергия частиц во внешнем поле в энергию покоя и в полную энергию не включается.**

# Инварианты СТО

## 1. Пространственно-временной интервал:

$$\begin{aligned}\Delta S^2 &= c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 = \\ &= c^2 \Delta t^2 - \Delta l^2 = \Delta S'^2 = \text{inv}\end{aligned}$$

## 2. Связь полной энергии и импульса:

$$E = c\sqrt{p^2 + m^2 c^2}$$

$$\frac{E^2}{c^2} - p^2 = m^2 c^2$$

Взятые друг от друга отдельно, энергия и импульс относительно, т.е. различны в разных СО.

Однако их комбинация – абсолютная характеристика состояния частицы:

$$E^2 - c^2 p^2 = \text{inv}$$

1. Частицы, для которых  $E = cp$  называются **ультрарелятивистскими**, для них  $E \gg mc^2$ .

Такие частицы способны к множественному рождению других частиц (если ультрарелятивистские частицы присутствуют в космических лучах, то при их столкновении с атомами атмосферы возникают ливни рожденных частиц ).

2. Выражение 
$$E = c\sqrt{p^2 + m^2 c^2}$$

не утрачивает смысл при  $m = 0$ .

$$W = cp \text{ и } v = c.$$

*т.е.* частицы с  $m = 0$  движутся со скоростью света. Эти скорости являются врожденными для них, изначальными.

Представители – фотоны  $\gamma$ , нейтрино  $\nu$ .

# Лекция окончена

Нажмите клавишу <ESC> для выхода