ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Электротехнический институт

Кафедра теоретической и прикладной механики

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1

Тема: «Определение реакций связей, наложенных на невесомую уравновешенную раму»

Работу выполнил

студент группы 9А82 _____ *Иванов И.И.*

(дата, подпись)

Руководитель _____ *Дробчик В.В.*

(дата ,подпись)

Томск – 2009

Определение реакций связей, наложенных на невесомую уравновешенную раму

Пример выполнения задания.

Дано: схема конструкции (рис. 1); $G = 3\,\text{кН}$; $P_1 = 2\,\text{кН}$; $P_2 = 0$; $P_3 = 5\,\text{кН}$; $q = 8\,\text{кН/м}$; $M = 4\,\text{кН}\cdot\text{м}$; $\alpha_1 = 30^\circ$; $\alpha_2 = 60^\circ$; $a = 1\,\text{м}$. *Рама невесома. Система находится в равновесии.*

Определить реакции связей, наложенных на невесомую уравновешенную раму.

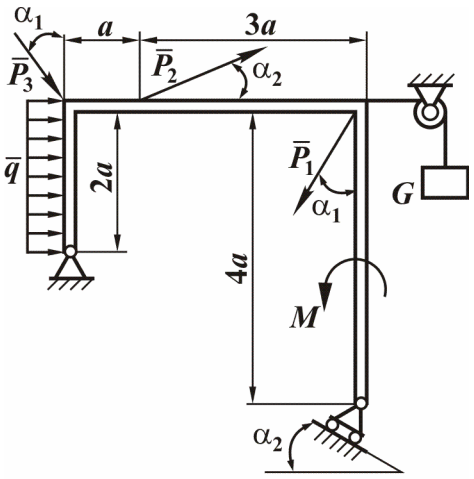

Рис. 1

Решение.

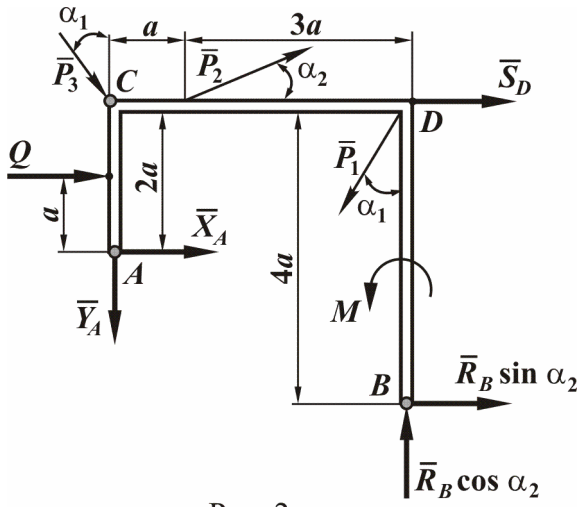

Рис. 2

Заменим связи, наложенные на раму, их реакциями (см. рис. 2). Направление реакции шарнира A неизвестно, следовательно, определяем составляющие по осям координат $\overline{X}_A$ и $\overline{Y}_A$. Реакция $\overline{R}_B$ подвижной опоры направлена перпендикулярно плоскости опоры и разложена на составляющие $\overline{R}_B \cdot \cos\alpha_2$ и $\overline{R}_B \cdot \sin\alpha_2$. Реакция нити $\overline{S}_D$ направлена по нити в сторону натяжения и равна по величине весу груза, т.е. $\overline{S}_D = G = 3\,\text{кН}$.

Равномерно распределённую нагрузку интенсивностью q заменим её равнодействующей $Q = 2a \cdot q = 2 \cdot 1 \cdot 8 = 16\,\text{кН/м}$, приложенной в середине участка AC.

Для плоской системы сил, приложенных к раме, составим три уравнения равновесия:

$$\sum M_A = 0;$$
$$\sum X_i = 0;$$
$$\sum Y_i = 0.$$

$$\sum M_A = -Q \cdot a - P_3 \cdot \sin\alpha_1 \cdot 2a - P_2 \cdot \cos\alpha_2 \cdot 2a +$$
$$+P_2 \cdot \sin\alpha_2 \cdot a - S_D \cdot 2a + P_1 \cdot \sin\alpha_1 \cdot 2a - P_1 \cdot \cos\alpha_1 \cdot 4a + ; \quad (1)$$
$$M + R_B \cdot \sin\alpha_2 \cdot 2a + R_B \cdot \cos\alpha_2 \cdot 4a = 0$$
$$\sum X_i = X_A + Q + P_3 \cdot \sin\alpha_1 + P_2 \cdot \cos\alpha_2 +$$
$$+S_D - P_1 \cdot \sin\alpha_1 + R_B \cdot \sin\alpha_2 = 0 ; \quad (2)$$
$$\sum Y_i = -Y_A - P_3 \cdot \cos\alpha_1 + P_2 \cdot \sin\alpha_2 - P_1 \cdot \cos\alpha_1 + R_B \cdot \cos\alpha_1 = 0 . \quad (3)$$

Из уравнения (1) определяем реакцию связи опоры B, принимая $P_2 = 0$:

$$R_B = \frac{\left(+Q \cdot a + P_3 \cdot \sin\alpha_1 \cdot 2a + S_D \cdot 2a - P_1 \cdot \sin\alpha_1 \cdot 2a + P_1 \cdot \cos\alpha_1 \cdot 4a - M\right)}{\sin\alpha_2 \cdot 2a + \cos\alpha_2 \cdot 4a};$$

$$R_B = \frac{\left(+16 \cdot 1 + 5 \cdot 1/2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1/2 \cdot 2 + 2 \cdot \sqrt{3}/2 \cdot 4 - 4\right)}{\sqrt{3}/2 \cdot 2 + 1/2 \cdot 4} = +7{,}4833\,\text{кН}.$$

Из уравнения (2) определяем X_A:

$$X_A = -Q - P_3 \cdot \sin\alpha_1 - S_D + P_1 \cdot \sin\alpha_1 - R_B \cdot \sin\alpha_2;$$
$$X_A = -16 - 5 \cdot 1/2 - 3 + 2 \cdot 1/2 - 7{,}4833 \cdot \sqrt{3}/2 = -26{,}9807\,\text{кН}.$$

Из уравнения (3) определяем Y_A:

$$Y_A = -P_3 \cdot \cos\alpha_1 + P_2 \cdot \sin\alpha_2 - P_1 \cdot \cos\alpha_1 + R_B \cdot \cos\alpha_1;$$
$$Y_A = -5 \cdot \sqrt{3}/2 - 2 \cdot \sqrt{3}/2 + 7{,}4833 \cdot \sqrt{3}/2 = +0{,}4185\,\text{кН} .$$

Знаки плюс, полученные при вычислении, означают, что выбранные направления векторов $\overline{R}_B \cdot \cos\alpha_2$; $\overline{R}_B \cdot \sin\alpha_2$ и Y_A совпадают с их действительными направлениями; знак минус при вычислении величины вектора X_A указывает на то, что вектор направлен в противоположную сторону от показанного на рисунке.

Для определения правильности вычисленных величин реакций связи составляем уравнение равновесия относительно произвольно выбранной точки (точки C):

$$\sum M_C = +Q \cdot a + X_A \cdot 2a + P_2 \cdot \sin\alpha_2 \cdot a - P_1 \cdot \cos\alpha_1 \cdot 4a +$$
$$+M + R_B \cdot \sin\alpha_2 \cdot 4a + R_B \cdot \cos\alpha_2 \cdot 4a = 0 ;$$

$$\sum M_C = +16 \cdot 1 + (-26{,}9807 \cdot 2) - 2 \cdot \sqrt{3}/2 \cdot 4 + 4 -$$
$$+7{,}4833 \cdot \sqrt{3}/2 \cdot 4 + 7{,}4833 \cdot 1/2 \cdot 4 = 0 .$$