



# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ

**Никитин Дмитрий Сергеевич, к.т.н., ассистент ОЭЭ ИШЭ  
8 корпус (248 аудитория)  
*[nikitindmsr@yandex.ru](mailto:nikitindmsr@yandex.ru)***



Основными **элементами электроэнергетических систем** являются:

- источники электроэнергии;
- повышающие и понижающие трансформаторы;
- воздушные и кабельные линии электропередачи;
- потребители электроэнергии.

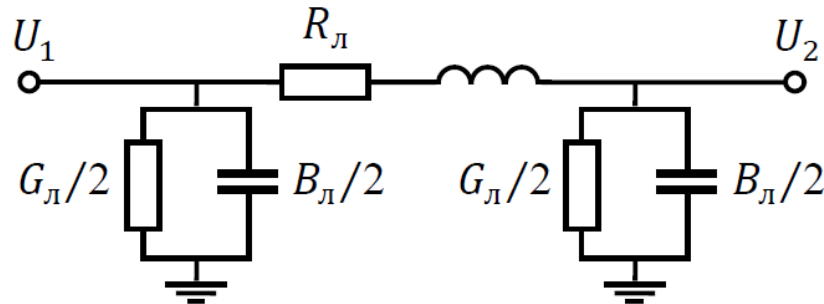
Под схемой замещения элемента электрической сети трехфазного переменного тока частотой 50 Гц понимается совокупность **фазных сопротивлений и проводимостей**, позволяющая достаточно точно моделировать элемент при расчетах установившихся режимов электрических сетей





Схемы замещения элементов электроэнергетических систем, предназначенные для анализа установившихся режимов

**Трехфазная линия переменного тока** напряжением  $U \leq 500$  кВ и длиной до 250-300 км может быть представлена  $\Pi$ -образной схемой замещения в однолинейном виде с сосредоточенными параметрами





Полное продольное сопротивление схемы замещения

$$Z = R + jX.$$

В справочных материалах приводятся удельные (погонные) активные и усредненные реактивные сопротивления линий для стандартных сечений, Ом/км. Полные продольные активные и реактивные сопротивления определяются по формулам, Ом:

$$R = R_0 \ell / n,$$

$$X = X_0 \ell / n,$$

где  $\ell$  — длина линий электропередачи;  $n$  — число параллельных линий.



Уточненное индуктивное сопротивление фазы одноцепной транспонированной линии, Ом/км, с проводами из цветных металлов (медь, алюминий, сталеалюминий) определяется с учетом взаимодействия фаз по соотношению

$$X_0 = 0,1445 \lg \frac{D_{\text{ср}}}{r_{\text{э}}} + \frac{0,0157}{m},$$

$$D_{\text{ср}} = \sqrt[3]{D_{12}D_{13}D_{23}},$$

где  $D_{\text{ср}}$  — среднегеометрическое расстояние между фазами, м;  
 $r_{\text{э}}$  — эквивалентный радиус фазы, м;  
 $n$  — число проводов в фазе.

Для линий, у которых каждая фаза имеет только один провод,  $r_{\text{э}} = r$ ,  $r$  — радиус провода



$$r_{\Sigma} = \sqrt[m]{r \prod_{i=2}^m a_{1i}},$$

где  $a_{1i}$  — расстояние между 1-м и  $i$ -м проводами в фазе, м;

$\Pi$  — знак произведения.

Полная (активная и емкостная) проводимость (шунты узлов 1 и 2) схемы замещения имеет вид:

$$Y_1 = Y_2 = \frac{G}{2} + j \frac{B}{2}.$$

В справочной литературе приводятся максимальные и минимальные удельные (на 1 км длины ВЛ) потери активной мощности на корону ( $\Delta P_{к.о}$ ). По этой величине определяется удельная активная проводимость ВЛ, См/км:

$$G_0 = \frac{\Delta P_{к.о}}{U_{НОМ}^2}.$$



Эквивалентная активная проводимость  $n$  параллельных ВЛ длиной  $\ell$  определяется по формуле

$$G = G_0 \ell n.$$

Емкостная проводимость линии определяется токами смещения, обусловленными электростатическими полями линии (между фазами и по отношению к земле). Величина удельной емкостной проводимости, См/км,

$$B_0 = \frac{7,58}{\lg \frac{D_{\text{ср}}}{r_3}} \cdot 10^{-6},$$

а эквивалентная емкостная проводимость

$$B = B_0 \ell n.$$

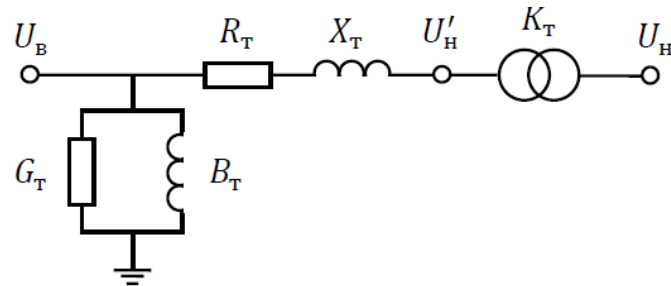


**Трехфазный или однофазный трансформатор** при расчетах установившихся режимов обычно представляют однолинейной Г-образной схемой замещения. На рис. 1.2 приведена схема замещения двухобмоточного трансформатора.

Активное сопротивление трансформатора определяется через каталожные параметры, Ом:

$$R_T = \frac{\Delta P_{к.з} U_H^2}{S_H^2},$$

где  $U_H$  — номинальное линейное (обычно высшее) напряжение обмотки, к которой приводится сопротивление;  $S_H$  — номинальная трехфазная мощность трансформатора;  $\Delta P_{к.з}$  — потери активной мощности в трех фазах трансформатора в режиме короткого замыкания.



Реактивное сопротивление трансформатора определяется через каталожные параметры, Ом:

$$X_T = \frac{u_k \% U_H^2}{100 S_H}.$$

где  $u_k \%$  — напряжение короткого замыкания в % от высшего номинального линейного напряжения.



Активная проводимость трансформатора,  $G_m$ , обусловлена нагревом стали за счет вихревых токов и определяется по формуле:

$$G = \Delta P_{x.x} / U_{B.H}^2,$$

где  $\Delta P_{x.x}$  — потери активной мощности в трех фазах трансформатора в режиме холостого хода.

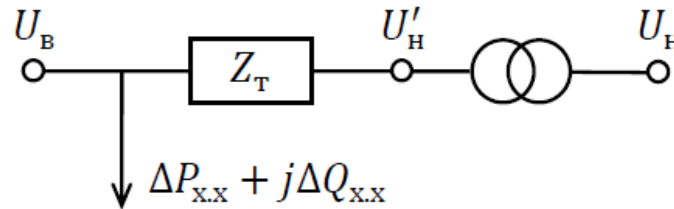
Индуктивная проводимость трансформатора,  $B_T$ , обусловлена потерями на намагничивание и определяется как

$$B_T = \sqrt{3} i_{x.x} / U_{B.H},$$

где  $i_{x.x}$  — ток холостого хода трансформатора.

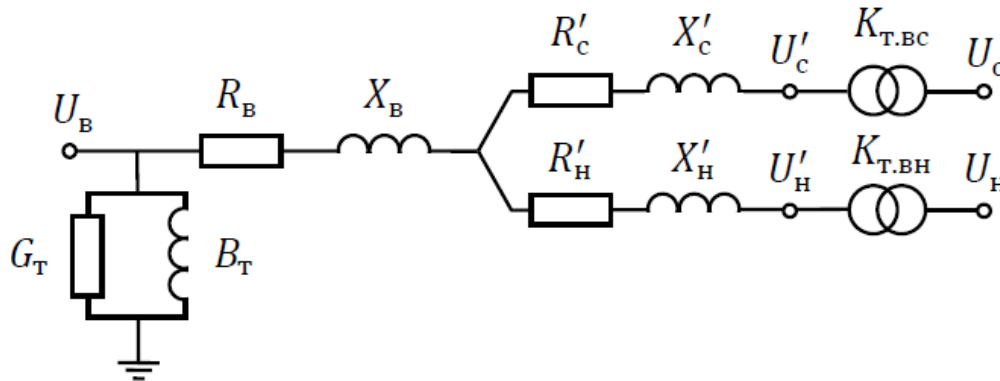


Зачастую при расчетах пренебрегают изменением напряжения на шинах трансформатора и используют схему замещения с постоянными потерями в шунте трансформатора. Эти потери принимаются равными потерям холостого хода.





На рис. приведена схема замещения трехобмоточного трансформатора. Проводимости  $G_T$  и  $B_T$  определяются по тем же формулам, что и для двухобмоточного трансформатора.





Сопротивления обмоток среднего  $R'_c, X'_c$  и низшего  $R'_н, X'_н$  напряжений приведены к стороне высшего напряжения через коэффициент трансформации:

$$R'_i = R_i (U_{в.н} / U_{i.н})^2, \quad X'_i = X_i (U_{в.н} / U_{i.н})^2, \quad i = н, с.$$

Активные и индуктивные сопротивления обмоток:

$$R_i = \frac{\Delta P_{i,к.з.} U_{в.н}^2}{2S_H^2},$$

$$X'_i = \frac{u_{i,к} \% U_{в.н}^2}{100 S_H}.$$

**Схема замещения автотрансформатора** не отличается от схемы замещения трехобмоточного трансформатора.

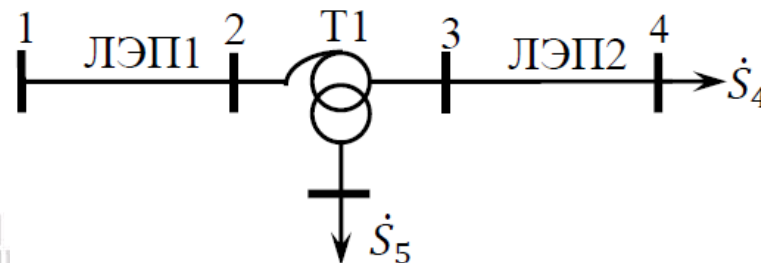


Составить схему замещения и выполнить расчет элементов электрической сети. Исходные данные:

ЛЭП1 длиной 160 км выполнена проводом АС-2(2х300), номинальное напряжение 330 кВ;

ЛЭП2 длиной 90 км выполнена проводом АС-4(1х300), номинальное напряжение 220 кВ;

Т1 — автотрансформатор ЗАТДЦТН-240000/330-220;  
мощности нагрузок  $P_4=400$  МВт,  $P_5=50$  МВт,  $\cos\varphi=0,9$ .



Расчетные данные ВЛ 220-1150 кВ со сталеалюминиевыми проводами (на 100 км)

| Номинальное сечение провода, мм <sup>2</sup> | Количество проводов в фазе | t <sub>0</sub> , Ом, при +20 °С | 220 кВ              |                                      |                       | 330 кВ              |                                      |                       | 500 кВ              |                                      |                       | 750 кВ              |                                      |                       | 1150 кВ             |                                      |                       |                     |                     |                       |
|----------------------------------------------|----------------------------|---------------------------------|---------------------|--------------------------------------|-----------------------|---------------------|--------------------------------------|-----------------------|---------------------|--------------------------------------|-----------------------|---------------------|--------------------------------------|-----------------------|---------------------|--------------------------------------|-----------------------|---------------------|---------------------|-----------------------|
|                                              |                            |                                 | x <sub>0</sub> , Ом | b <sub>0</sub> , 10 <sup>-4</sup> См | q <sub>0</sub> , МВАр | x <sub>0</sub> , Ом | b <sub>0</sub> , 10 <sup>-4</sup> См | q <sub>0</sub> , МВАр | x <sub>0</sub> , Ом | b <sub>0</sub> , 10 <sup>-4</sup> См | q <sub>0</sub> , МВАр | x <sub>0</sub> , Ом | b <sub>0</sub> , 10 <sup>-4</sup> См | q <sub>0</sub> , МВАр | Dcp=15 м            |                                      |                       | Dcp=24,2 м          |                     |                       |
|                                              |                            |                                 |                     |                                      |                       |                     |                                      |                       |                     |                                      |                       |                     |                                      |                       | x <sub>0</sub> , Ом | b <sub>0</sub> , 10 <sup>-4</sup> См | q <sub>0</sub> , МВАр | x <sub>0</sub> , Ом | x <sub>0</sub> , Ом | q <sub>0</sub> , МВАр |
| 240/32                                       | 1                          | 12,1                            | 43,5                | 2,60                                 | 13,9                  | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                   | -                     |
|                                              | 2                          | 6,0                             | -                   | -                                    | -                     | 33,1                | 3,38                                 | 40,6                  | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                   | -                     |
| 240/39                                       | 11                         | 1,1                             | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | 19,3                | 5,95                                 | 786,9                 | -                   | -                   | -                     |
| 249/56                                       | 5                          | 2,4                             | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | 30,8                | 3,76                                 | 211,5                 | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                   | -                     |
| 300/39                                       | 1                          | 9,8                             | 42,9                | 2,64                                 | 14,1                  | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                   | -                     |
|                                              | 2                          | 4,8                             | -                   | -                                    | -                     | 32,8                | 3,41                                 | 40,9                  | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                   | -                     |
| 300/48                                       | 8                          | 1,25                            | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | 26,6                | 4,43                | 585,9                 |
| 300/66                                       | 3                          | 3,4                             | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | 31,0                | 3,97                                 | 99,2                  | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                   | -                     |
|                                              | 5                          | 2,1                             | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | 28,8                | 4,11                                 | 231,2                 | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                   | -                     |
| 330/43                                       | 3                          | 2,9                             | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | 30,8                | 3,60                                 | 90,0                  | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                   | -                     |
|                                              | 8                          | 1,1                             | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | 27,0                | 4,38                | 579,3                 |
| 400/51                                       | 1                          | 7,5                             | 42,0                | 2,70                                 | 14,4                  | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                   | -                     |
|                                              | 2                          | 3,75                            | -                   | -                                    | -                     | 32,3                | 3,46                                 | 41,5                  | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                   | -                     |
|                                              | 3                          | 2,5                             | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | 30,6                | 3,62                                 | 90,5                  | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                   | -                     |
|                                              | 5                          | 1,5                             | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | 28,6                | 4,13                                 | 232,3                 | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                   | -                     |
| 400/93                                       | 4                          | 2,9                             | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | 28,9                | 4,13                                 | 232,3                 | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                   | -                     |
| 500/64                                       | 1                          | 6,0                             | 41,3                | 2,74                                 | 14,6                  | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                   | -                     |
|                                              | 2                          | 3,0                             | -                   | -                                    | -                     | 32,0                | 3,50                                 | 42,0                  | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                   | -                     |
|                                              | 3                          | 2,0                             | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | 30,4                | 3,64                                 | 91,0                  | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                   | -                     |
|                                              | 4                          | 1,5                             | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                                    | -                     | 30,3                | 3,9                                  | 219,4                 | -                   | -                                    | -                     | -                   | -                   | -                     |

**Потери на корону в ВЛ 220-1150 кВ**

| Напряже-<br>ние ВЛ,<br>кВ | Номинальное<br>сечение,<br>мм <sup>2</sup> | Коли-<br>чество<br>проводов<br>в фазе | $\Delta W_{\text{к max,}}$<br>тыс.<br>кВтч/км | $\Delta W_{\text{к min,}}$<br>тыс.<br>кВтч/км | $\Delta P_{\text{к max,}}$<br>кВт/км | $\Delta P_{\text{к min,}}$<br>кВт/км |
|---------------------------|--------------------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 220                       | 240/32                                     | 1                                     | 24                                            | 18                                            | 2,7                                  | 2,0                                  |
|                           | 300/39                                     | 1                                     | 22                                            | 16                                            | 2,5                                  | 1,8                                  |
|                           | 400/51                                     | 1                                     | 15                                            | 11                                            | 1,7                                  | 1,3                                  |
|                           | 500/64                                     | 1                                     | 13                                            | 9                                             | 1,5                                  | 1,0                                  |
| 330                       | 240/32                                     | 2                                     | 38                                            | 28                                            | 4,3                                  | 3,2                                  |
|                           | 300/39                                     | 2                                     | 30                                            | 22                                            | 3,4                                  | 2,5                                  |
|                           | 400/51                                     | 2                                     | 23                                            | 16                                            | 2,6                                  | 1,8                                  |
|                           | 500/64                                     | 2                                     | 17                                            | 12                                            | 1,9                                  | 1,4                                  |
| 500                       | 300/43                                     | 3                                     | 70                                            | 50                                            | 8,0                                  | 5,7                                  |
|                           | 400/51                                     | 3                                     | 60                                            | 44                                            | 6,2                                  | 5,0                                  |
|                           | 500/64                                     | 3                                     | 43                                            | 30                                            | 4,9                                  | 3,4                                  |
| 750                       | 240/56                                     | 5                                     | 140                                           |                                               | 16,0                                 |                                      |
|                           | 300/66                                     | 5                                     | 120                                           |                                               | 13,7                                 |                                      |
|                           | 400/22                                     | 5                                     | 100                                           |                                               | 11,4                                 |                                      |
|                           | 400/51                                     | 5                                     | 95                                            |                                               | 10,8                                 |                                      |
|                           | 400/93                                     | 4                                     | 160                                           |                                               | 18,3                                 |                                      |
|                           | 500/64                                     | 4                                     | 145                                           |                                               | 16,6                                 |                                      |
| 1150                      | 240/39                                     | 11                                    | 360                                           |                                               | 41,1                                 |                                      |
|                           | 330/43                                     | 8                                     | 240                                           |                                               | 27,4                                 |                                      |

Примечание. Минимальные потери соответствуют условиям ОЭС Северного Казахстана, максимальные – ОЭС Сибири, для других ОЭС следует принимать промежуточные значения.

### Трехфазные и однофазные автотрансформаторы 330 кВ

| Тип               | S <sub>ном</sub> ,<br>МВА | Каталожные данные                 |        |                         |                    |           |      |                       |     |     |                          |                       |
|-------------------|---------------------------|-----------------------------------|--------|-------------------------|--------------------|-----------|------|-----------------------|-----|-----|--------------------------|-----------------------|
|                   |                           | U <sub>ном</sub> , обмоток,<br>кВ |        |                         | U <sub>к</sub> , % |           |      | ΔР <sub>к</sub> , кВт |     |     | ΔР <sub>к</sub> ,<br>кВт | I <sub>к</sub> ,<br>% |
|                   |                           | ВН                                | СН     | НН                      | В-С                | В-Н       | С-Н  | В-С                   | В-Н | С-Н |                          |                       |
| АТДЦТН-125000/330 | 125                       | 330                               | 115    | 6,3;10,5;<br>15,75;38,5 | 10                 | 35        | 24   | 370                   | -   | -   | 115                      | 0,5                   |
| АТДЦТН-200000/330 | 200                       | 330                               | 115    | 6,6;10,5;38,5           | 10                 | 34        | 22,5 | 600                   | -   | -   | 180                      | 0,5                   |
| АТДЦТН-250000/330 | 250                       | 330                               | 158    | 10,5;38,5               | 10,5               | 54        | 42   | 660                   | 490 | 400 | 165                      | 0,5                   |
| АТДЦТН-240000/330 | 240                       | 330                               | 242    | 11;38,5                 | 7,3/<br>9,6        | 70/<br>74 | 60   | 430/560               | 260 |     | 130                      | 0,5                   |
| АТДЦН-400000/330  | 400                       | 330                               | -      | 165                     | -                  | 11,3      | -    | -                     | 750 | -   | 180                      | 0,3                   |
| АОДЦТН-133000/330 | 133                       | 330/√3                            | 230/√3 | 10,5;38,5               | 9                  | 60,4      | 48,5 | 280                   | 125 | 105 | 55                       | 0,15                  |



Для ВЛ  $l=45$  км напряжением 220 кВ с треугольным расположением проводов на опоре рассчитать параметры схемы замещения ВЛ. Марка провода АС-240/32 ( $d_{\text{пр}}=21,6\text{мм}$ ). Расстояния между точками крепления проводов к гирляндам изоляторов на опоре ВЛ:  $D_{AB}=9,8$  м,  $D_{BC}=10,0$  м,  $D_{CA}=7,0$  м. Температура окружающего воздуха  $\theta=-10$  °С ( $\delta=1,11$ ). Погода сухая.



Рассчитать погонные реактивные параметры  
ВЛ 500 кВ с горизонтальным расположением  
проводов. Марка провода 3хАС-300/66  
( $d_{\text{пр}}=24,5$  мм) .

Расстояние между соседними фазами ВЛ  $a=12$  м.

Задание: требуется определить параметры схемы замещения воздушной линии электропередачи 110 кВ, выполненной проводом АС-120/19 расположенными на П - образных опорах с расстояниями между соседними фазами по горизонтали  $D=4\text{ м}$ . Для провода марки АС 120/19 по справочным данным  $r_0=0,249\text{ Ом/км}$ ,  $d_{\text{пр}}=15,2\text{ мм}$ . Длина линии 15 км. Погодные условия плохие,  $t=25\text{ }^{\circ}\text{C}$ .



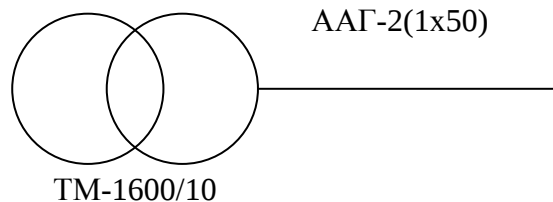
Определить параметры схемы замещения  
трансформатора типа ТМН-6300/35



Определить сопротивления обмоток и потери XX  
автотрансформатора типа АТДЦТН-200000/220.  
Типовая мощность автотрансформатора равна  
80 МВ·А.



Составить схему замещения и выполнить расчет элементов электрической сети. Исходные данные:





## Потери

### *Постоянные*

- Потери на корону в ВЛ –

$$\Delta P_{\text{кор.ср}};$$

- Потери в изоляции КЛ –

$$\Delta P_{\text{из}};$$

- Потери в стали ТР (ХХ) –

$$\Delta P_{\text{хх}}.$$

### *Переменные*

- Потери мощности в продольных активных сопротивлениях ЛЭП и ТР.



## Постоянные потери активной энергии за год:

- *Для воздушных линий:*

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{пост}} = \Delta P_{\text{кор.ср}} \cdot T_{\text{Г}}$$

- *Для кабельных линий:*

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{пост}} = \Delta P_{\text{из}} \cdot T_{\text{Г}}$$

- *Для трансформаторов и автотрансформаторов:*

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{пост}} = \Delta P_{\text{хх}} \cdot T_{\text{Г}},$$

где  $T_{\text{Г}}$  - число часов в году.



При расчете величины постоянных суточных потерь активной энергии используются те же, что и для года, соотношения для всех элементов электрических сетей, но с другой длительностью временного интервала,  $T_c$ .





## Переменные потери активной энергии:

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{пер}} = \Delta P_{\text{max}} \cdot \tau,$$

где  $\tau$  - время максимальных потерь.

## Потери активной мощности:

$$\Delta P_{\text{max}} = \left( \frac{S_{\text{max}}}{U} \right)^2 \cdot R,$$

где  $S_{\text{max}}$ ,  $U$  - поток мощности и напряжения в начале или в конце продольного элемента сети соответственно,  $I$  – ток в продольном элементе сети.



## Время максимальных потерь определяется:

- По суточному/годовому графику нагрузки:

$$\tau = \frac{\sum_{i=1}^N S_i^2 \cdot t_i}{S_{max}^2},$$

где  $S_i$  - мощность нагрузки на временном интервале  $i$ , где мощность нагрузки постоянна,  
 $S_{max}$  - максимальная мощность нагрузки за сутки/год.



## Время максимальных потерь определяется:

- По числу часов использования максимума нагрузки:

$$\tau = \left( 0,124 + \frac{T_M}{10000} \right)^2 \cdot T_{\Gamma},$$

где  $T_M$  - Число часов максимума нагрузки



## Время максимальных потерь определяется:

- По средневзвешенному числу часов максимальных потерь:

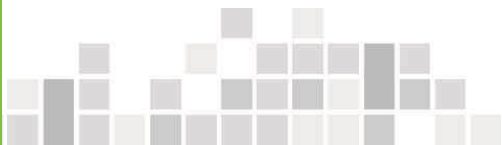
$$\tau_{\text{ср.вз}} = \frac{\sum_{k=1}^n S_{\text{max},k}^2 \cdot \tau_k}{\sum_{k=1}^n S_{\text{max},k}^2},$$

где  $S_{\text{max},k}$  - максимальная мощность нагрузки с номером  $k$ ,

$\tau_k$  - число часов максимальных потерь, найденное по графику нагрузки этого узла.



Определить потери мощности и годовые потери электроэнергии для сети, представленной на рис.1, нагрузки, показанные на схеме, соответствуют максимальному режиму. График нагрузки приведен на рис.2. Напряжение в питающем узле 1 равно 525 кВ.



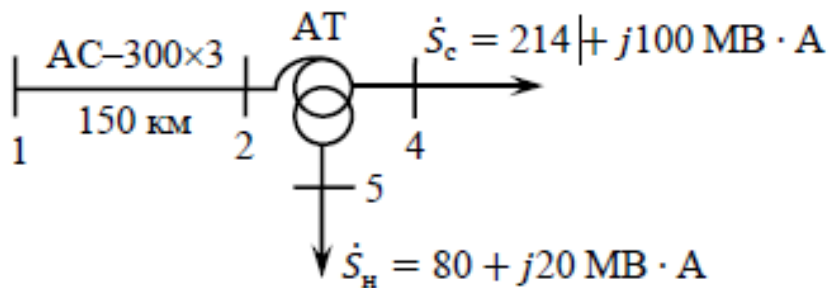


Рис. 1. Схема сети

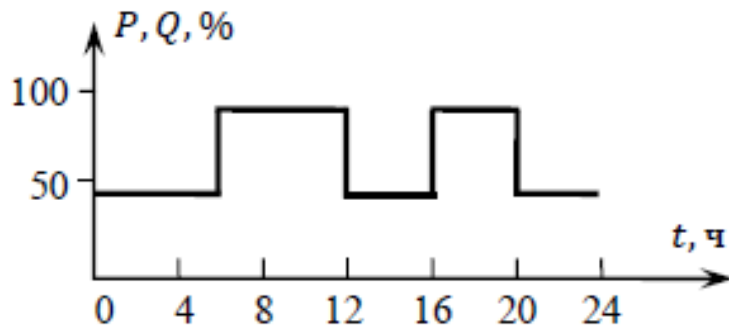


Рис. 2. График нагрузки



Определить потери энергии за год в трансформаторах типа ТДН-10000/110,  $T_{\max} = 6000$  ч, нагрузка в максимальном режиме  $S_{\text{нагр}} = (15 + j10)$  МВА.



На подстанции установлено два трансформатора ТРДЦН-63000/220, которые питаются по двум воздушным линиям сечением АС-400 и длиной 100 км. Нагрузка подстанции в максимальном режиме 100 МВт,  $\cos \varphi = 0,9$ . Определить потери энергии за год и КПД электропередачи по энергии, если задан годовой график нагрузки по продолжительности.



## Годовой график по продолжительности

| <b>t, ч</b>       | <b>0-2100</b> | <b>2100-4000</b> | <b>4000-6400</b> | <b>6400-8760</b> |
|-------------------|---------------|------------------|------------------|------------------|
| <b>P, отн.ед.</b> | 1             | 0,7              | 0,5              | 0,3              |