

# **Лекция №7**

## **МОДЕЛИ АТОМНЫХ ЯДЕР**

# Модели атомных ядер

## *Вводные замечания*

Одной из нерешенных проблем ядерной физики является создание теории атомного ядра. Существует две основных трудности:

*Недостаточность знаний о ядерном взаимодействии;*

*Чрезвычайная громоздкость квантовой задачи многих тел.*

Необходимо создавать модели, позволяющие с помощью сравнительно простых математических средств описывать определенную совокупность свойств ядра.

*При создании моделей за основу берется определенная совокупность свойств, которые считаются главными. Другими свойствами при этом пренебрегают. Такой подход определяет ограниченность области применения тех или иных моделей. Однако в пределах этой области каждая модель позволяет получить ряд интересных результатов.*

# Модели атомных ядер

## *Вводные замечания*

Разработано много моделей ядра, но ни одна не может объяснить всю совокупность известных фактов. Все модели можно условно разделить на два типа:

*Одночастичные модели (независимых частиц);*

*Коллективные модели (с сильным взаимодействием частиц).*

Комбинированием одночастичных и коллективных моделей получают – *обобщенные модели*, в которых одновременно принимаются во внимание коллективные и одночастичные степени свободы.

*Подробное описание моделей ядер дается в специальных курсах физики. В нашем курсе мы рассмотрим их схематично, ограничиваясь общими представлениями.*

# Модели атомных ядер

## *Вводные замечания*

*Коллективные модели (с сильным взаимодействием частиц).*

*Капельная модель;*

*Модель пятимерного гармонического осциллятора;*

*Модель аксиально-симметричного ротатора;*

*Двухкомпонентная модель ядерной жидкости.*

*Одночастичные модели (независимых частиц);*

*Модель ферми-газа;*

*Модель оболочек (оболочечная).*

*Обобщенная модель ядра.*

# Модели атомных ядер

## *Капельная модель*

Простейшей и исторически первой из коллективных моделей является **капельная модель** атомного ядра.

*Между поведением нуклонов в ядре и поведением молекул в капле жидкости существуют некоторые аналогии.*

*На частицы действуют силы быстро убывающие с расстоянием;  
На отделение частицы требуется в среднем одинаковая энергия;  
Объем капли пропорционален числу частиц, не сжимаемость.*

Благодаря такому сходству можно найти ряд общих закономерностей, не прибегая к детальному рассмотрению взаимодействия нуклонов между собой.

*Для получения количественных результатов некоторые величины приходится подбирать на основании экспериментальных данных.*

# Модели атомных ядер

## Полуэмпирическая формула Вайцзеккера

Попробуем найти соотношение для вычисления масс ядер на основе капельной модели.

*Основную часть массы ядра составляют массы входящих в него нуклонов*

$$Zm_p + (A - Z)m_n$$

*Масса ядра меньше суммы масс нуклонов на величину соответствующую энергии связи, которую **грубо** можно считать постоянной и пропорциональной числу нуклонов в ядре (**теплота испарения**)*

$$- a_1 A$$

*Таким образом в первом приближении*

$$M_{\text{я}}(A, Z) = Zm_p + (A - Z)m_n - a_1 A.$$

# Модели атомных ядер

## Полуэмпирическая формула Вайцзеккера

В первом приближении мы приняли все нуклоны одинаковыми. Но по аналогии с каплей жидкости нуклоны находящиеся на поверхности испытывают притяжение только со стороны внутренних нуклонов. Удалить их из ядра легче чем нуклоны находящиеся в глубине ядра. Поэтому следует уменьшить общую энергию связи на величину пропорциональную количеству поверхностных нуклонов, которая в свою очередь пропорциональна площади ядра (**поверхностное натяжение**)

$$M_{\text{я}}(A, Z) = Zm_p + (A - Z)m_n - a_1 A + a_2 A^{2/3}$$

Теперь необходимо учесть кулоновское расталкивание протонов, которое также приводит к **уменьшению** энергии связи, а следовательно к **увеличению** массы ядра.

# Модели атомных ядер

## Полуэмпирическая формула Вайцзеккера

**Кулоновское расталкивание** пропорционально квадрату заряда и обратно пропорционально среднему расстоянию между нуклонами в ядре

$$M_{\text{я}}(A, Z) = Zm_p + (A - Z)m_n - a_1A + a_2A^{2/3} + a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

Обращаясь к известным свойствам атомных ядер, необходимо учесть наблюдающуюся **симметрию** в протон-нейтронном составе атомных ядер. Ядра в которых количество протонов и нейтронов **одинаково**, обладают **повышенной** энергией связи. Следовательно, отклонение от этого равенства должно вести к уменьшению энергии связи. В формулу необходимо добавить слагаемое вида

$$M_{\text{я}}(A, Z) = Zm_p + (A - Z)m_n - a_1A + a_2A^{2/3} + a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_4 \frac{(A - 2Z)^2}{A}$$

# Модели атомных ядер

## Полуэмпирическая формула Вайцзеккера

Последний член полуэмпирической формулы **нельзя** объяснить в рамках капельной модели. Эффект **симметрии** является следствием принципа Паули, роль которого удастся учесть в **моделях независимых частиц**.

Так как масса ядра выражается через энергию связи

$$\frac{\Delta E}{c^2} = Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{я}}(A, Z)$$

то можем переписать (включив константу  $c^2$  в коэффициенты)

$$\Delta E = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(A - 2Z)^2}{A}$$

Коэффициенты  $a_i$  можно найти **сопоставлением** с известными энергиями связи.

# Модели атомных ядер

## Полуэмпирическая формула Вайцзеккера

Коэффициент  $a_3$  можно найти в **предположении** равномерного распределения заряда  $+Ze$  внутри сферы радиусом  $R$ , определив энергию электростатического отталкивания

$$a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} = \frac{3(Ze)^2}{5R}$$

так как  $R = r_0 A^{1/3}$

$$a_3 = \frac{3e^2}{5r_0}$$

Коэффициент  $a_4$  можно получить **продифференцировав** соотношение для массы по  $Z$  при постоянном массовом числе. Приравнявая производную нулю, получим соотношение связывающее  $A$  и  $Z$  для стабильных ядер, которые имеют **наименьшую** массу при данном  $A$ .

# Модели атомных ядер

## Полуэмпирическая формула Вайцзеккера

При таком подходе коэффициенты  $a_1$  и  $a_2$  исключаются и  $a_4$  выражается через  $A$ ,  $Z$  и  $a_3$ .

Коэффициенты  $a_1$  и  $a_2$  определяются **сравнением** с известными массами атомов. Формула с определенными таким образом коэффициентами дает **достаточно точные** значения масс (до второго знака) для ядер с нечетным  $A$ . Для четных массовых чисел формула дает **менее** точные результаты.

Это связано с тем что масса ядер с данным четным  $A$  меняется **скачкообразно** при изменении  $Z$  на единицу. Полученная ранее формула **не предусматривает** такой характер поведения массы ядер. Чтобы это учесть, необходимо **ввести** еще одно слагаемое

$$a_5 A^{-3/4} \quad \text{где} \quad a_5 = \begin{cases} +|a_5| & \text{для четно - четных ядер} \\ 0 & \text{для нечетных } A \\ -|a_5| & \text{для нечетно - нечетных ядер} \end{cases}$$

# Модели атомных ядер

## Полуэмпирическая формула Вайцзеккера

Тогда 
$$\Delta E = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(A - 2Z)^2}{A} + a_5 A^{-3/4}$$

Данная формула, а также формула для массы дает одинаково хорошие результаты для всех ядер. Однако объяснить в рамках капельной модели появление пятого члена нельзя, его существование связано с **эффектом парности**.

Численные значения коэффициентов

$$a_1 = 15,7;$$

$$a_2 = 17,8;$$

$$a_3 = 0,71; \quad \text{МэВ}$$

$$a_4 = 23,7;$$

$$a_5 = 34,0.$$

# Модели атомных ядер

## *Полуэмпирическая формула Вайцзеккера*

Формула Вайцзеккера (капельная модель) позволяет также определить:

*Удельную энергию связи;*

*Энергию связи протона, нейтрона, альфа частицы и других частиц в ядре;*

*Устойчивость изобар по отношению к бета-распаду;*

*Энергетические условия закономерности альфа- и бета распадов;*

*Построить полуколичественную теорию деления ядер;*

*На основе капельной модели можно получить качественное представление о структуре распределения, спинах и четностях нескольких первых уровней в четно-четных ядрах и др.*

# Модели атомных ядер

## *Полуэмпирическая формула Вайцзеккера*

При всех успехах капельной модели можно отметить ее непоследовательность даже в тех вопросах которые она хорошо описывает:

*При построении формулы для массы недостаточно трехчленной формулы построенной по принципу аналогии между ядром и каплей жидкости, приходится учитывать эффекты **парности** и **симметрии**.*

Капельная модель не позволяет количественно описывать возбужденные состояния ядер. При описании процесса деления капельная модель не позволяет объяснить одно из основных его свойств – **асимметрии**.

# Модели атомных ядер

## Капельная модель

Существует широкий спектр вопросов которые капельная модель не затрагивает вовсе:

*Индивидуальные характеристики основных и возбужденных состояний атомных ядер;*

*Некоторые особенности альфа- и бета-распадов;*

*Закономерности размещения ядер-изомеров среди других ядер;*

*Распространенность различных ядер в природе.*

*Перечисленные свойства изменяются **периодически**. Например, все четно-четные ядра имеют **нулевые магнитные и механические моменты** и обладают **повышенной энергией** связи. Ядра с определенными числами протонов и нейтронов особенно устойчивы – **магические числа 2, 8, 20, 50, 82, 126**. При этом дважды магические ядра обладают **наибольшей устойчивостью**.*



# Модели атомных ядер

## *Периодичность свойств*

Наблюдаемая периодичность в свойствах ядер напоминает периодическое изменение атомных свойств в зависимости от заполнения электронных оболочек. Так атомы имеющие **2, 10, 18, 36, 54, 86** электронов являются особо устойчивыми (инертные газы).

*Современная теория атомов построена на предположении о **независимости** движения электронов в центральном потенциальном поле. Можно предположить, что и в ядрах периодичность свойств определяется подобным **независимым** движением нуклонов в центральном поле. Такой подход на первый взгляд оказывается спорным для сильно взаимодействующих частиц. Применимость такого подхода обсудим по ходу рассмотрения.*

# Модели атомных ядер

## Модель ферми-газа

Для начала рассмотрим простейшую модель независимых частиц – **модель ферми-газа**.

*В модели рассматривается движение не взаимодействующих между собой нуклонов в поле потенциальной ямы с равной радиусу ядра. Определим глубину ямы при которой она сможет удерживать нуклоны в пределах радиуса ядра.*

**Основному** состоянию ядра соответствует самое низшее состояние ферми-газа при абсолютном нуле температуры, когда все низшие состояния заняты (**вырожденный** ферми-газ).

Плотность состояний в статистике Ферми определяется как:

$$\frac{dN}{dp} = 2 \frac{4\pi p^2 V}{(2\pi\hbar)^3}$$

$p$  - импульс нейтрона;

$$V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi r_0^3 A}{3} \quad - \text{объем ядра.}$$

двойка учитывает 2 направления спина;

# Модели атомных ядер

## Модель ферми-газа

Тогда полное число нейтронов есть:

$$N = \int_0^{p_{\max}} \frac{dN}{dp} dp = \frac{V p_{\max}^3}{3\pi^2 \hbar^3}$$

$p_{\max}$  - максимальный импульс который может иметь нейтрон при заполнении состояний.

Для симметричного ядра  $N = A/2$  и

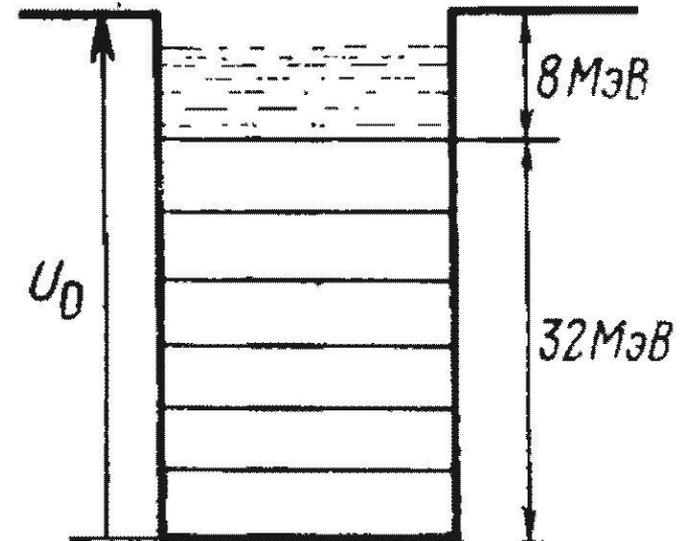
$$p_{\max}^{(n)} = \sqrt[3]{\frac{9}{8} \pi} \frac{\hbar}{r_0} = 1,3 \cdot 10^{-21} \text{ Дж} \cdot \text{с/см}$$

максимальная кинетическая энергия

$$T_{\max} = \frac{p_{\max}^2}{2m_n} = 32 \text{ МэВ.}$$

так как средняя энергия связи равна **8 МэВ**, то глубина ямы

$$V_0 = 32 + 8 = 40 \text{ МэВ.}$$



# Модели атомных ядер

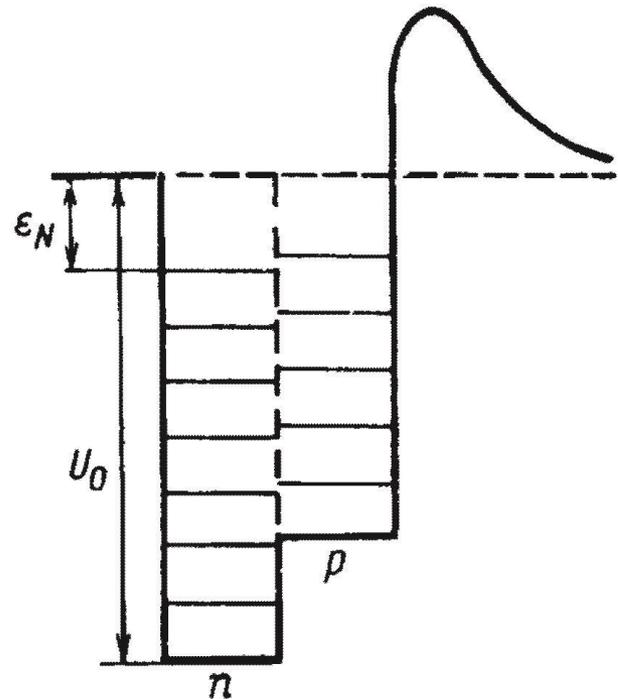
## Модель ферми-газа

Если ядро **симметричное**, т.е. легкое, кулоновским отталкиванием можно пренебречь. В случае если ядро **несимметрично**,  $N > Z$  то максимальная энергия нейтронов больше чем протонов и соответственно протонная яма имеет меньшую глубину:

**Средняя** энергия нуклонов

$$\bar{T}_N = \int_0^{T_{\max}} T \frac{dN}{dT} dp \approx 20 \text{ МэВ}$$

значения глубины ямы и средней энергии хорошо согласуются с полученными из других моделей. Следовательно ядро похоже и на жидкость и на газ (вырожденный ферми-газ).



# Модели атомных ядер

## Модель ферми-газа

*Область применения модели ферми-газа не столь обширна:*

*Качественное объяснение эффекта симметрии и насыщения;  
Объяснения свойств связанных с распределением импульсов нуклонов.*

*Особую роль играет модель ферми-газа в астрофизике. В процессе эволюции звезд возможны процессы взрыва **сверхновых**, которые приводят либо к образованию либо черных дыр либо нейтронных звезд. Судьба звезды зависит прежде всего от массы. Во время взрыва в звезде происходит превращение всех протонов в нейтроны. «**Выгорание**» протонов приводит к превращению звезды в нейтронный Ферми-газ. Гравитационное сжатие звезды компенсируется давлением ферми-газа. Исходя из модели можно оценить условие равновесия.*

# Модели атомных ядер

## *Модель ядерных оболочек*

Предположение о том что ядра подобно атомам имеют оболочечную структуру привело к созданию **модели ядерных оболочек**.

*Экспериментальные основания:*

*Закономерности в изменении энергии связи;*

*Распространенность нуклидов в природе;*

*Закономерности альфа- и бета- распадов.*

*Упомянутые особенности нельзя описать с точки зрения капельной модели, в основе которой лежит предположение о сильном взаимодействии между нуклонами. Существование магических чисел указывает на наличие внутренней структуры и последовательное распределение нуклонов по оболочкам заполнение которых приводит к образованию особо устойчивых ядер.*

# Модели атомных ядер

## Модель ядерных оболочек Принципы построения

### **Проблемы:**

*Отсутствие выделенного силового центра в ядре;*

*Сильное взаимодействие нуклонов;*

*Средняя длина свободного пробега меньше радиуса ядра.*

*В связи с этим сложно говорить о каком либо регулярном движении нуклонов подобном орбитальному движению электронов в атоме.*

### **Однако:**

*Сильное взаимодействие и его малый радиус позволяют построить сферически-симметричный потенциал, в поле которого независимо друг от друга двигаются нуклоны. Взаимодействие нуклона с ядром можно описывать при помощи среднего, не зависящего от времени поля, - суммарной потенциальной ямы, образующейся наложением многих соседних нуклонных потенциалов.*

# Модели атомных ядер

## Модель ядерных оболочек Принципы построения

*Из-за тесного соседства нуклонов и малого радиуса ядерного взаимодействия потенциал должен быть*

*близок к однородному (слабо меняться) внутри ядра;  
быстро стремится к нулю на границе ядра.*

*Так как ядро в первом приближении имеет форму сферы, потенциал обладает сферической симметрией.*

*Нуклоны, двигаясь в поле этого потенциала по законам квантовой механики, могут находиться в различных энергетических состояниях. Основному состоянию соответствует полное заполнение всех нижних энергетических уровней. В соответствии с принципом Паули все низшие уровни должны быть заняты. Следовательно столкновение нуклонов сводящееся к перераспределению между ними энергии становится невозможным.*

# Модели атомных ядер

## Модель ядерных оболочек Принципы построения

Для **упрощения** используют две идеализации:

*Параболический закон изменения потенциала – для легких ядер;  
Прямоугольная яма для тяжелых ядер.*

**Нуклон**, двигаясь в потенциальном поле ядра по законам нерелятивистской квантовой механики, может иметь конечное число состояний со вполне определенной энергией.

При этом в силу принципа Паули в каждом состоянии может находиться только один нуклон.

**Различным  $2l+1$**  ориентациям вектора орбитального момента количества движения и двум возможным ориентациям спина, соответствует **одно и то же** значение энергии.

На **каждом** энергетическом уровне может находиться  **$2(2l+1)$**  нуклонов данного типа.

# Модели атомных ядер

## Модель ядерных оболочек Принципы построения

**Оболочки**, обладающие повышенной устойчивостью, образуются числами протонов или нейтронов соответствующим магическим. Ядра с заполненными оболочками должны обладать свойствами перечисленными ранее.

**Необходимо** учесть существование сильного спин-орбитального взаимодействия у нуклонов. В результате которого уровень энергии нуклона для данного квантового числа  $l$  (кроме  $l = 0$ ) должен расщепляться на два подуровня характеризуемых значениями полного момента количества движения равным

$j = l + \frac{1}{2}$      $j = l - \frac{1}{2}$     На **каждом** из этих подуровней может находиться  $2j+1$  нуклонов.

При постепенном заполнении оболочек, сначала  $j = l + \frac{1}{2}$  заполняются оболочки с

# Модели атомных ядер

## *Модель ядерных оболочек Принципы построения*

*Одинаковые* нуклоны стремятся объединиться в пары с нулевым суммарным моментом. Поэтому спины основных состояний у четно-четных ядер должны равняться нулю, а в ядрах с нечетными массовыми числами, равны спину последнего не спаренного (так называемого «свободного») нуклона.

*С учетом всего вышесказанного задача о возможных оболочках может быть решена теоретически.*

*При использовании прямоугольной потенциальной ямы, невозможно получить значений магических чисел. Их удастся получить если использовать потенциал имеющий «закругления» на краях – потенциал Саксона-Вудса.*

# Модели атомных ядер

## Модель ядерных оболочек

Схема заполнения оболочек в одно частичном варианте модели ядерных оболочек.

Оболочка	Состояние	$m=2i+1$	$N=\sum m$
I	$1s_{1/2}$	2	2
II	$1p_{3/2}$ $1p_{1/2}$	$4+2=6$	8
III	$1d_{5/2}$ $2s_{1/2}$ $1d_{3/2}$	$6+2+4=12$	20
IV	$1f_{7/2}$ $2p_{3/2}$ $1f_{5/2}$ $2p_{1/2}$ $1g_{9/2}$	$8+4+6+2+10=30$	50
V	$1g_{7/2}$ $2d_{5/2}$ $2d_{3/2}$ $3s_{1/2}$ $1h_{11/2}$	$8+6+4+2+12=32$	82
VI	$1h_{9/2}$ $2f_{7/2}$ $2f_{5/2}$ $3p_{3/2}$ $3p_{1/2}$ $1i_{13/2}$	$10+8+6+4+2+14=44$	126

# Модели атомных ядер

## Модель ядерных оболочек

Ядро (нуклон)	Состояние	Спин и четность	$\mu_{\text{эксп}}$	$\mu_{\text{теор}}$	Ядро (нуклон)	Состояние	Спин и четность	$\mu_{\text{эксп}}$	$\mu_{\text{теор}}$
n	$1s_{1/2}$	1/2+	- 1,91	-	${}^4\text{Be}^9$	$(1p_{3/2})^3$	3/2-	-1,18	-1,14
p	$1s_{1/2}$	1/2+	2,79	-	${}^5\text{B}^{10}$	$(1p_{3/2})^5$	3+	1,80	1,88
${}^1_1\text{H}^2$	$(1s_{1/2})^2$	1+	0,86	0,88	${}^5\text{B}^{11}$	$(1p_{3/2})^7$	3/2-	2,69	
${}^1_1\text{H}^3$	$(1s_{1/2})^3$	1/2+	2,98	2,79	${}^6\text{C}^{12}$	$(1p_{3/2})^8$	0+	0	0
${}^2_2\text{He}^3$	$(1s_{1/2})^3$	1/2+	-2,13	-1,91	${}^6\text{C}^{13}$	$1p_{1/2}$	1/2-	0,70	0,64
${}^2_2\text{He}^4$	$(1s_{1/2})^4$	0+	0	0	${}^7\text{N}^{14}$	$(1p_{1/2})^2$	1+	-0,40	-0,40
${}^3_3\text{Li}^6$	$(1p_{3/2})^2$	<b>3</b>	0,82		${}^7\text{N}^{15}$	$(1p_{1/2})^3$	1/2-	-0,28	-0,24
${}^3_3\text{Li}^7$	$(1p_{3/2})^3$	3/2-	3,26	3,07	${}^8\text{O}^{16}$	$(1p_{1/2})^4$	0+	0	0

# Модели атомных ядер

## *Модель ядерных оболочек Достоинства*

*В целом хорошо объясняет многие свойства ядер в основном и слабо возбуждённом состояниях. В этой области модель правильно описывает достаточно много экспериментальных данных и закономерностей:*

*Магические числа;*

*Спины и магнитные моменты легких ядер;*

*Совпадение теории и эксперимента в данном случае не является критерием правильности модели. Поскольку именно эти величины использованы при ее построении. Есть несколько следствий из модели которые можно независимо сравнить с экспериментом:*

*Области ядерной изомерии;*

*Правила отбора для бета-распада;*

# Модели атомных ядер

## Модель ядерных оболочек

### Недостатки

Несмотря на достигнутые успехи, область применения капельной модели весьма ограничена. Главные недостатки:

1. При постепенном заполнении нуклонной ямы наблюдаются случаи расхождения между предсказанными и экспериментальными значениями спинов;
2. Не объясняет наличие у ряда чётно-чётных ядер относящихся к середине заполнения оболочек вращательных уровней;
3. Дает заниженные значения квадрупольных электрических моментов ядер, соответствующих заполнению середины оболочки;
4. Не даёт удовлетворительного объяснения поведению сильновозбужденных ядер.

# Модели атомных ядер

## *Модель ядерных оболочек*

### *Недостатки*

*Причины отмеченных недостатков следует искать в тех предположениях которые лежат в основе модели:*

- 1. Сферическая симметрия потенциала;*
- 2. Отсутствие взаимодействия между нуклонами;*
- 3. Справедливость принципа Паули для нуклонов.*

*Естественным путем устранения недостатков в данном случае является **введение несферичности, порождаемой взаимодействием.***

*Такой подход лежит в основе **обобщенной** модели ядра.*

# Модели атомных ядер

## Обобщенная модель ядра

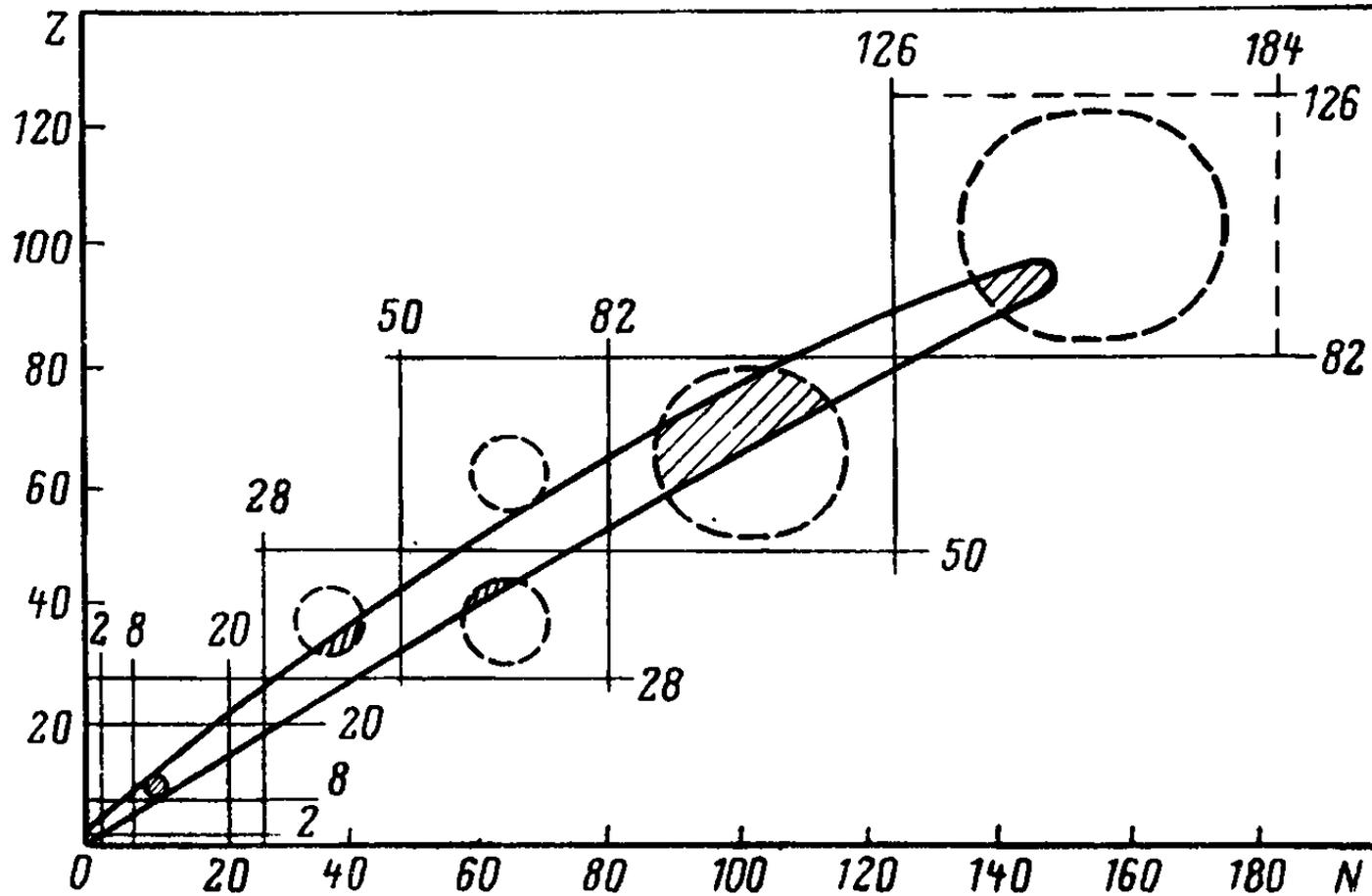
*Введение несферичности путем учета взаимодействия приводит к образованию новых степеней свободы, появлению:*

- 1. «отличных» одночастичных состояний;*
- 2. колебательных уровней в результате взаимодействия избыточных нуклонов с поверхностью ядра;*
- 3. вращательных уровней при большом избытке нуклонов сверх заполненной оболочки;*
- 4. возможности колебания всех нуклонов ядра при очень сильном возбуждении (10 МэВ) – гигантские резонансы.*

*Не будем останавливаться на рассмотрении новых степеней свободы. Отметим область применимости оболочечной и обобщенной моделей и достоинства последней.*

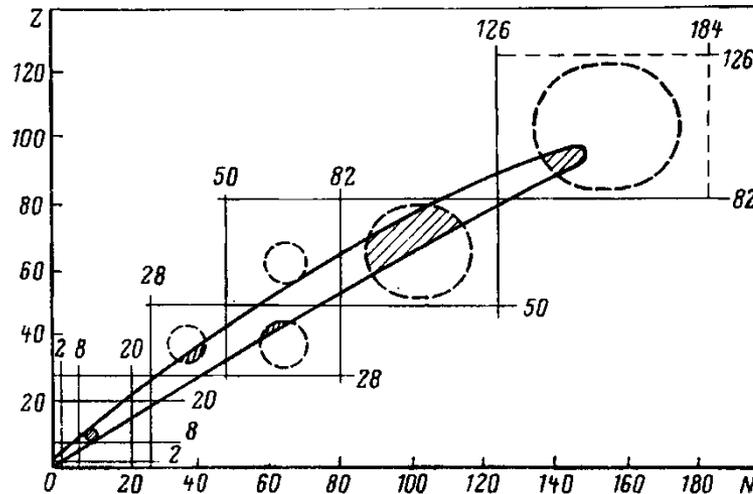
# Модели атомных ядер

*Области применимости*



# Модели атомных ядер

## Области применимости



*Штриховые окружности – области применимости обобщенной модели;*

*Широкая полоса – область существования бета-стабильных и долгоживущих бета-радиоактивных ядер;*

*Вертикальные и горизонтальные линии – область применимости оболочечной модели;*

# Модели атомных ядер

## Обобщенная модель ядра Достоинства

Успехи оболочечной модели:

*правильные значения спинов для некоторых несферичных ядер (с сохранением верных значений полученных ранее);*

*объяснение вращательных уровней;*

*объяснение колебательных спектров для некоторых ядер;*

*объяснение больших значений квадрупольных моментов;*

*лучшее согласие расчетных и экспериментальных значений магнитных моментов;*

*наглядное представление о сущности гигантских резонансов;*

*Ни одна из рассмотренных моделей не объясняет зависимость массы ядра от четности его состава и ряд других фактов. Объяснение которых получено в сверхтекучей модели ядра.*