

ИДЗ №1

Индивидуальные задания из задачника

Чернов И.П., Ларионов В.В., Тюрин Ю.И. Физика. Сборник задач. Часть I. Механика. Молекулярная физика. Термодинамика: Учебное пособие. –Томск: Изд-во Том. ун-та

Вариант № 1.

КИНЕМАТИКА

1.1. Что называется механическим движением? Приведите примеры относительности движения.

2.1. Тело одну треть всего времени двигалось со скоростью 30 м/с, а оставшиеся две трети – со скоростью 15 м/с. Чему равна средняя скорость тела за все время движения?

Ответ: 20 м/с.

3.1. Движение материальной точки задано уравнением $\mathbf{r}(t) = A \cdot [\mathbf{i} \cdot \cos(\omega t) + \mathbf{j} \cdot \sin(\omega t)]$. Здесь: $A = 0,5$ м, $\omega = 5$ рад/с, $\mathbf{r}(t)$ – радиус-вектор \mathbf{i} и \mathbf{j} – единичные орты. Начертить траекторию точки. Определить модуль скорости и модуль нормального ускорения.

Ответ: 2,5 м/с; 12,5 м/с².

4.1. Ракета стартует с Земли вертикально вверх с ускорением $a = At^2$, где $A = 1$ м/с⁴. На высоте $h = 100$ км от Земли двигатели ракеты выключили. Через сколько времени (считая с момента выключения двигателей) ракета упадет на Землю? Определить скорость v_0 ракеты в момент выключения двигателей. Соппротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $v_0 = 12,1$ км/с, ракета не вернется на Землю.

ДИНАМИКА

1.1. Дайте определение инерциальной и неинерциальной систем отсчета. Приведите примеры.

2.1. Координата тела массой 1 кг, движущегося прямолинейно, изменяется от времени по закону $y = at^2 - bt^3$, где $a = 2$ м/с², $b = 1$ м/с². Определите силу, действующую на тело в конце второй секунды движения.

Ответ: $F = m(2a - 6bt)$; $F = -8$ Н.

3.1. Под действием некоторой силы тележка, двигаясь из состояния покоя, прошла путь 0,4 м. Когда на тележку положили груз массой 0,2 кг, то под действием той же силы за то же время тележка прошла из состояния покоя путь 0,2 м. Какова масса тележки, если мы трением пренебрегаем?

Ответ: $m = 0,2$ кг

4.1. Дорожка для велосипедных гонок имеет закругление радиусом 40 м. В месте закругления дорожка выполнена с наклоном 40° к горизонту. На какую скорость езды рассчитан такой наклон?

Ответ: $v = 18$ м/с.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.1. На основе однородности пространства получите закон сохранения импульса.

2.1. Шарик массой 200 г ударился о стену и отскочил от нее. Определить импульс, полученный стеной, если в последний момент перед ударом шарик имел скорость 10 м/с, направленную под углом 30° к поверхности стены. Удар считать абсолютно упругим.

Ответ: $P = 2$ кг·м/с.

3.1. Небольшому телу массой m , находящемуся на горизонтальной плоскости, сообщили скорость v_0 . Коэффициент трения зависит от пройденного пути s по закону $\mu = \alpha s$, где α – постоянная. Найти максимальную мгновенную мощность силы.

Ответ: $|P_{\max}| = \frac{mv_0^2}{2} \sqrt{\alpha g}$.

4.1. Частица массой m испытала столкновение с покоившейся частицей массой M , в результате которого частица m отклонилась на угол $\pi/2$, а частица M отскочила под углом $\theta = 30^\circ$ к первоначальному направлению частицы m . На сколько процентов и как изменилась кинетическая энергия этой системы после столкновения, если $M/m = 5,0$?

Ответ: $\Delta E/E = ((1 + m/M)\text{tg}^2\theta + m/M - 1) \cdot 100\%$.

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.1. Сформулируйте и запишите закон всемирного тяготения согласно ньютоновской теории тяготения. Каковы пределы применимости этого закона?

2.1. Определите силу, с которой притягивается к Земле тело массой 1 кг, находящееся на поверхности Луны.

Ответ: $2,73 \cdot 10^{-3}$ Н.

3.1. Тонкий однородный диск радиусом R имеет массу M . Определить силу гравитационного взаимодействия между этим диском и материальной точкой массой m , лежащей в центре диска.

Ответ: $F = 2GmM/R^2$.

4.1. Считая известным ускорение g свободного падения у поверхности Земли и ее радиус R , определите радиус круговой орбиты

искусственного спутника, который движется по ней со скоростью v .

Ответ: gR^2/v^2 .

5.1. Период обращения Юпитера вокруг Солнца в 12 раз больше соответствующего периода для Земли. Считая орбиты планет круговыми, определите, во сколько раз расстояние от Юпитера до Солнца превышает расстояние от Земли до Солнца.

Ответ: 5,2.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.1. Что является причиной изменения параметров вращательного движения?

2.1. Момент силы относительно центра вращения задан определителем

$$\mathbf{M} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 5 & 4 & 8 \\ 3 & 6 & 2 \end{vmatrix}$$
. Найдите: а) модули момента силы относительно центра

вращения; б) момент силы относительно оси Z .

Ответ: а) $|\mathbf{M}| = 44 \text{ Н}\cdot\text{м}$; б) $M_z = 18 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

3.1. Через блок массой $m = 0,2 \text{ кг}$ перекинут шнур, к концам которого подвешены грузы, масса которых равна $m_1 = 0,3 \text{ кг}$ и $m_2 = 0,5 \text{ кг}$. Определить силы натяжения шнура по обе стороны блока во время движения, если массу блока считать равномерно распределенной по ободу. Шнур невесом. Трением пренебречь.

Ответ: $T_1 = 3,92 \text{ Н}$; $T_2 = 3,27 \text{ Н}$.

4.1. Вокруг горизонтальной оси может вращаться барабан радиусом R и моментом инерции J . На барабан намотан гибкий невесомый шнур. По шнуру вверх лезет обезьяна массой m . Определите ее ускорение, если ее скорость относительно Земли постоянна.

Ответ: $a = \frac{mR^2 g}{J}$.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.1. Какую мощность P развивает сила Кориолиса?

2.1. Ведерко с водой, привязанное к веревке длиной $l = 60 \text{ см}$, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Найти наименьшую скорость вращения, при которой вода не выливается из ведерка в верхней точке траектории. Задачу рассмотреть с точки зрения вращающейся системы отсчета.

Ответ: $2,42 \text{ м/с}$.

3.1. Вода течет по трубе диаметром $d = 0,2 \text{ м}$, расположенной в горизонтальной плоскости и имеющей закругление радиусом $R = 20 \text{ м}$. Найти боковое давление воды, вызванное центробежной силой. Расход воды через поперечное сечение составляет $m_t = 300 \text{ т/ч}$.

Ответ: $p = 4m_t / \pi^2 d^2 R^2 \rho$.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.1. В каком случае неверна механика Ньютона?

2.1. Какую скорость должно иметь движущееся тело, чтобы его продольные размеры уменьшились в два раза?

Ответ: $2,6 \cdot 10^8$ м/с.

3.1. Протон летит к северу со скоростью $v_p = 0,7$ с, альфа-частица – к югу со скоростью $v_\alpha = 0,2$ с. Куда движется центр масс этой системы?

Ответ: к северу.

4.1. Найти расстояние, которое пролетела в K -системе отсчета нестабильная частица от момента ее рождения до распада, если ее время жизни в этой системе отсчета $\Delta t = 3,0$ мкс, а собственное время жизни $\Delta t_0 = 2,2$ мкс.

Ответ: 0,6 км.

КИНЕМАТИКА

1.2. Что называется траекторией движения? Приведите примеры относительности траектории движения материальной точки.

2.2. Тело одну треть всего пути двигалось со скоростью 30 м/с, а оставшиеся две трети – со скоростью 15 м/с. Чему равна средняя скорость тела на всем пути движения?

Ответ: 18 м/с.

3.2. Материальная точка движется по плоскости согласно уравнению $\mathbf{r}(t) = At^3 \cdot \mathbf{i} + Bt^2 \cdot \mathbf{j}$. Здесь: $\mathbf{r}(t)$ – радиус-вектор; \mathbf{i} и \mathbf{j} – единичные орты; $A = 2 \text{ м/с}^3$ и $B = 1 \text{ м/с}^2$. Получить зависимости \mathbf{v} и \mathbf{a} от времени t . Для момента времени $t = 2 \text{ с}$ вычислить модуль скорости и ускорения.

Ответ: $\mathbf{v}(t) = 6t^2 \cdot \mathbf{i} + 2t \cdot \mathbf{j}$; $\mathbf{a}(t) = 12t \cdot \mathbf{i} + 2 \cdot \mathbf{j}$; 24,3 м/с; 24,08 м/с².

4.2. Рассмотрим лунный модуль, движущийся по круговой орбите вокруг Луны. Пусть радиус его орбиты составляет одну треть радиуса Земли, а ускорение свободного падения на этой орбите равно $g/12$, где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Какова скорость модуля $v_{\text{л}}$ по сравнению со скоростью спутника v_3 , движущейся по околоземной орбите?

Ответ: $v_{\text{л}} = v_3/6$.

ДИНАМИКА

1.2. Приведите примеры физических моделей, используемых при изучении механических явлений.

2.2. Координаты x и y тела массой 2 кг изменяются во времени по следующим законам соответственно: $x = A_1 - B_1t + C_1t^2$, $y = A_2 + D_2t^3$, где $C_1 = 2 \text{ м/с}^2$, $D_2 = 2 \text{ м/с}^3$. Определите ускорение тела в начале шестой секунды.

Ответ: $a = \sqrt{4C_1^2 + 36D_2^2t^2} = 60 \text{ м/с}^2$.

3.2. Тело начинает скользить по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 45° . Пройдя по ней расстояние 0,355 м, тело приобрело скорость 2 м/с. Определите коэффициент трения тела о плоскость ($g \approx 10 \text{ м/с}^2$).

Ответ: $\mu \approx 0,2$.

4.2. Мотоциклист на мотоцикле участвует в гонках по вертикали и едет по внутренней поверхности вертикального цилиндра радиусом $R = 15 \text{ м}$, при этом центр тяжести мотоцикла с человеком расположен на расстоянии $d = 75 \text{ см}$ от поверхности цилиндра. Угол наклона мотоциклиста к плоскости горизонта α составляет 30° . Чему равен коэффициент трения μ покрышек колес мотоцикла о поверхность цилиндра? С какой минимальной скоростью v_{min} должен ехать мотоциклист, чтобы не сорваться со стены?

Ответ: $\mu = \operatorname{tg}\alpha = 0,58$; $v_{\min} = \sqrt{\frac{g(R-d)}{\mu}} = 15,7 \text{ м/с}$.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.2. Используя III закон, Ньютона получите закон сохранения импульса.

2.2. Частица массой $m_1 = 10^{-24}$ г имеет кинетическую энергию $E_1 = 9$ нДж. В результате упругого столкновения с покоящейся частицей массой $m_2 = 4 \cdot 10^{-24}$ г она сообщает ей кинетическую энергию $E_2 = 5$ нДж. Определить угол α , на который отклонится частица от своего первоначального направления.

Ответ: $\alpha = \arccos \frac{E_1 + (E_1 - E_2) - (m_2 / m_1)E_2}{2\sqrt{E_1(E_1 - E_2)}} = 144^\circ$.

3.2. Небольшой шарик массой 0,5 кг, брошенный вертикально вниз с высоты 120 м, углубился в песок на глубину 0,1 м. Определите среднюю силу сопротивления грунта, если начальная скорость падения шарика 14 м/с. Сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ: 6,4 кН.

4.2. Замкнутая система состоит из двух одинаковых частиц, которые движутся со скоростями v_1 и v_2 так, что угол между направлениями их движения равен θ . После упругого столкновения скорости частиц оказались равными v_1' и v_2' . Найти угол θ' между направлениями их разлета.

Ответ: $\cos \theta' = (v_1 v_2 / v_1' v_2') \cos \theta$.

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.2. Материальная точка взаимодействует с телом произвольной геометрической формы, которое материальной точкой считать нельзя. Можно ли применить закон всемирного тяготения в этом случае? Если можно, то каким образом?

2.2. На каком расстоянии от поверхности Земли сила притяжения космического корабля к ней в 9 раз меньше, чем на старте?

Ответ: $1,28 \cdot 10^4$ км.

3.2. По какому закону падало бы тело по трубе, проложенной от Северного к Южному полюсу через центр Земли? За какой промежуток времени оно прошло бы это расстояние при отсутствии сопротивления? Землю считать однородной сферой.

Ответ: $\tau = \pi \sqrt{R / g_0}$.

4.2. Определите период обращения вокруг Солнца искусственной планеты, если известно, что большая полуось ее эллиптической орбиты превышает большую полуось земной орбиты на $1,5 \cdot 10^{10}$ м.

Ответ: 13,86 мес.

5.2. Космическая ракета движется вокруг Солнца по орбите, почти совпадающей с орбитой Земли. При включении тормозных двигателей ракета быстро теряет скорость и начинает падать на Солнце. Считая, что начальная скорость падения ракеты равна нулю, определите, сколько времени будет продолжаться падение.

Ответ: 65 сут.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.2. Как определить момент силы относительно центра и относительно оси вращения?

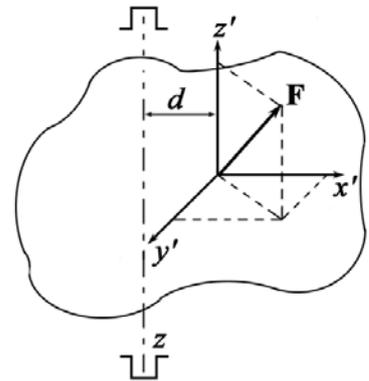
2.2. Момент импульса частицы относительно центра вращения задан

определителем: $\mathbf{L} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 7 & 4 \end{vmatrix}$. Определите: а) скорость частицы; б)

модуль момента импульса относительно центра вращения; в) момент импульса относительно оси Z .

Ответ: а) $v = 47,4$ м/с; б) $|\mathbf{L}| = 14,4$ кг·м²/с; в) $L_z = 13$ кг·м²/с.

3.2. Горизонтально расположенный однородный диск вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. Масса диска $m = 5$ кг, радиус $R = 0,2$ м. Зависимость угловой скорости вращения диска от времени дается уравнением $\omega = A + Bt$, где $B = 8$ рад/с². Найти величину касательной силы, приложенной к ободу диска. Трением пренебречь.



Ответ: $F = 4$ Н.

4.2. Уравнение силы, приложенной к частице, имеет вид $\mathbf{F} = 3\mathbf{i} + 1\mathbf{j}$ (Н). Чему равен момент силы относительно точки с координатами, определяемыми радиусом-вектором $\mathbf{r}_{O'O} = 5\mathbf{j}$, если известно, что относительно начала координат (точки O) момент силы $\mathbf{M}_O = 10\mathbf{k}$. Изобразите расположение точки O' , силы \mathbf{F} и моментов \mathbf{M}_O и $\mathbf{M}_{O'}$.

Ответ: $M_{O'} = 25\mathbf{k}$ Н·м.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.2. Какой рельс изнашивается сильнее в Северном полушарии (правый или левый)?

2.2. Кабина лифта, у которой расстояние от пола до потолка 3 м, начала подниматься с ускорением $1,3$ м/с². Через 1 с после начала подъема с потолка кабины стал падать болт. Найти время свободного падения болта. Задачу решить относительно системы отсчета, связанной с лифтом.

Ответ: 0,735 с.

3.2. Тело массой $m_1 = 1$ кг находится на наклонной плоскости подвижного клина массой $m_2 = 5$ кг. Плоскость клина составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Найти величину силы инерции, действующей на тело массой m_1 в системе отсчета, связанной с клином. Силами трения пренебречь.

$$\text{Ответ: } F_{\text{ин}} = m_1 g \sin \alpha \cos \alpha / (\sin^2 \alpha + m_2/m_1) = 0,8 \text{ Н.}$$

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.2. В чем состоят важнейшие понятия теории электромагнетизма?

2.2. Стержень, собственная длина которого равна l_0 , покоится в системе отсчета K' : он расположен так, что составляет с осью x' угол φ . Какой угол составляет этот стержень с осью x другой системы отсчета K ? Чему равна длина этого стержня в системе K ?

$$\text{Ответ: } \operatorname{tg} \varphi' = \frac{\Delta y'}{\Delta x'}; \quad l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2} \cos^2 \varphi}.$$

3.2. Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость $v_1 = 0,4$ с. В момент вылета из ускорителя ядро выбросило в направлении своего движения β -частицу со скоростью $v_2 = 0,75$ с относительно ускорителя. Найти скорость u_{21} частицы относительно ядра.

$$\text{Ответ: } 0,5 \text{ с.}$$

4.2. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы $\tau_0 = 10$ нс. Найти путь, который пройдет эта частица до распада в лабораторной системе отсчета, где ее время жизни $\tau = 20$ нс.

$$\text{Ответ: } S = c\tau \sqrt{1 - (\tau/\tau_0)^2} = 5 \text{ м.}$$

КИНЕМАТИКА

1.3. Что называется материальной точкой? В каких случаях тело можно рассматривать как материальную точку. Приведите примеры.

2.3. Движение тела вдоль оси x описывается уравнением $x = 2 + 3 \cdot t + t^2$ (м). Определите среднюю скорость движения тела за третью секунду.

Ответ: 8 м/с.

3.3. Движение материальной точки задано уравнением $\mathbf{r}(t) = \mathbf{i} \cdot (A + Bt^2) + \mathbf{j} \cdot Ct$. Здесь: $A = 10$ м, $B = -5$ м/с², $C = 10$ м/с. Начертить траекторию. Найти выражение $\mathbf{v}(t)$ и $\mathbf{a}(t)$. Для $t = 1$ с вычислить: 1) модуль скорости; 2) модуль ускорения; 3) модуль тангенциального ускорения; 4) модуль нормального ускорения.

Ответ: 1,41 м/с; -10 м/с²; 7,07 м/с²; 7,07 м/с².

4.3. Тело брошено со скоростью v под углом α к горизонту. Максимальная высота подъема тела $h = 3$ м и радиус кривизны траектории в верхней точке траектории $R = 3$ м. Найти v и α .

Ответ: 9,4 м/с; 55 °.

ДИНАМИКА

1.3. Сформулируйте три закона Ньютона. В каких системах отсчета они справедливы? Какова взаимосвязь между этими законами?

2.3. Зависимость координаты тела задана уравнением $x = A \cos \omega t$, где $A = \quad = 2$ см, $\omega = 2\pi$ рад/с. Определите ускорение тела через 0,5 с после начала движения.

Ответ: $a = 0,8$ м/с².

3.3. Шарик, прикрепленный к нити, движется в горизонтальной плоскости по окружности с постоянной скоростью (конический маятник). Расстояние от точки подвеса до горизонтальной плоскости равно h . Определите период колебания обращения шарика.

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{h/g}$.

4.3. Велосипедист движется по закруглению дороги радиуса $R = 45$ м с наибольшей возможной в данных условиях скоростью $v_{\max} = 15$ м/с. (Это предельная скорость, при которой велосипедиста не заносит при данных условиях движения). Определите коэффициент трения скольжения μ между шинами и асфальтом, а также угол α отклонения велосипедиста от вертикали, когда он движется по закруглению.

Ответ: $\mu = \frac{v^2}{Rg} = 0,5$; $\alpha = \arctg \mu = 27$ °.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.3. Сформулируйте теорему о движении центра масс системы частиц.

2.3. Тело массой 1 кг под действием постоянной силы движется прямолинейно по закону $s = (2t^2 + 4t + 1)$ м. Определить работу силы за 10 с от начала ее действия.

Ответ: $A = 960$ Дж.

3.3. Боек свайного молота массой $m_1 = 500$ кг падает с некоторой высоты на сваю массой $m_2 = 100$ кг. Найти к.п.д. η удара бойка, считая удар неупругим. Изменением потенциальной энергии сваи при углублении ее пренебречь.

Ответ: $\eta = m_1/(m_1 + m_2) = 0,833$.

4.3. С какой по величине и направлению скоростью должен прыгнуть человек массой m , стоящий на краю тележки массой M и длиной l , чтобы попасть на другой конец к моменту остановки тележки. Коэффициент трения тележки о землю равен μ .

$$\text{Ответ: } v = \sqrt{\frac{gl}{(m \cos \alpha)^2} + \sin 2\alpha}, \quad \alpha = \arctg \frac{m}{2\mu M}.$$

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.3. Как определить ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли, Луны, Марса и других небесных тел, зная массу и размеры этих тел?

2.3. Каково отношение сил тяготения, действующих на ракету на поверхности Земли и на высоте, равной радиусу Земли?

Ответ: 4.

3.3. В однородной сфере плотности ρ и радиуса R проделано вдоль оси узкое цилиндрическое отверстие. Определить работу, совершаемую против гравитационной силы при перемещении тела малой массы m из центра сферы на ее поверхность A_0 .

Ответ: $2\pi G\rho m R^2$.

4.3. Минимальное удаление космического корабля от поверхности Земли равно 182 км, а максимальное – на 68 км больше минимального. Определите период обращения космического корабля вокруг Земли.

Ответ: 89 мин.

5.3. Двойная звезда – это система из двух звезд, движущихся вокруг общего центра масс. Расстояние l между компонентами двойной звезды и период T ее вращения известны. Считая, что l не меняется, определите суммарную массу двойной звезды.

Ответ: $4\pi^2 l^3 / GT^2$.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.3. Сформулируйте принцип суперпозиции моментов сил.

2.3. К телу с закрепленной осью Z приложена сила $\mathbf{F} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ в точке, отстоящей от оси Z на расстоянии $d = 0,5$ м, где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – орты осей x', y', z' системы координат, начало которой совпадает с точкой приложения сил (см. рисунок). Найти момент силы относительно оси Z .

Ответ: $M = 2$ Н·м.

3.3. Найти момент инерции барабана, радиус которого равен $R = 0,2$ м, если известно, что груз массой $m = 5$ кг, прикрепленный к намотанному на барабан шнуру, опускается с ускорением $a = 2$ м/с².

Ответ: $J = 0,8$ кг·м².

4.3. Вращающийся с угловой скоростью $\omega_0 = 40\pi$ рад/с сплошной однородный цилиндр радиусом $R = 0,2$ м ставят без начальной поступательной скорости у основания наклонной плоскости, образующей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом и начинают вкатывать вверх. Определите время, в течение которого цилиндр достигнет наивысшего положения на наклонной плоскости.

Ответ: $t = \frac{R\omega_0}{2g \sin \alpha} = 2,5$ с.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.3. В какую сторону (влево или вправо относительно своего направления) отклоняются пассатные ветры, притекающие к экватору, в Северном полушарии и в Южном?

2.3. В ракете установлен математический маятник длиной l . Чему равен период колебаний такого маятника, если ракета начнет подниматься с Земли вертикально вверх с ускорением a . Что станет с маятником в состоянии невесомости, если ракета будет выведена на орбиту и станет искусственным спутником Земли?

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{l/(g+a)}$.

3.3. Горизонтально расположенный стержень вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец. Расстояние от оси до другого конца стержня $l = 1,5$ м. На стержень надета муфта массой $m = 200$ г. Муфта закреплена с помощью нити на расстоянии $l = 0,3$ м от оси вращения. В момент $t = 0$ нить пережигают, муфта начинает скользить и, спустя время $\tau = 0,5$ с, слетает со стержня. Найти угловую скорость вращения стержня и силу, с которой стержень действует на муфту в момент τ . Трением пренебречь.

Ответ: $\omega = 4,59$ рад/с; $F = 12,5$ Н.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.3. В каких случаях скорости сравнимы со скоростями света?

2.3. В системе K' покоится стержень, собственная длина l_0 которого равна 1 м. Стержень расположен так, что составляет угол $\varphi_0 = 45^\circ$ с

осью X' . Определите длину l стержня и угол φ в системе K , если скорость v_0 системы K относительно K' равна $0,8c$.

$$\text{Ответ: } l = 0,825 \text{ м; } \varphi = \arctg \frac{\text{tg}\varphi_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 59^\circ.$$

3.3. Две частицы движутся в K -системе отсчета под углом друг к другу, причем первая со скоростью v_1 , а вторая со скоростью v_2 . Найти скорость одной частицы относительно другой.

$$\text{Ответ: } v'_2 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - \left(\frac{v_1 v_2}{c}\right)^2}.$$

4.3. Стержень, собственная длина которого равна l_0 , покоится в системе отсчета K' : он расположен так, что составляет с осью x' угол φ . Какой угол составляет этот стержень с осью x другой системы отсчета K ? Чему равна длина этого стержня в системе K ?

$$\text{Ответ: } \text{tg}\varphi' = \Delta y' / \Delta x'; \quad l = l_0 \sqrt{1 - (v^2 / c^2) \cos^2 \varphi}.$$

КИНЕМАТИКА

1.4. Что называется вектором перемещения? В каком случае модуль вектора перемещения равен пути, пройденному точкой за одно и то же время?

2.4. Расстояние между двумя городами автомобиль проехал со скоростью 60 км/ч, а обратный путь – со скоростью 40 км/ч. Определите среднюю скорость автомобиля на всем пути.

Ответ: 48 км/ч.

3.4. Материальная точка движется по плоскости согласно уравнению $\mathbf{r}(t) = At \cdot \mathbf{i} + Bt^2 \cdot \mathbf{j}$. Здесь: $\mathbf{r}(t)$ – радиус-вектор; \mathbf{i} и \mathbf{j} – единичные орты; $A = 2$ м/с и $B = 1$ м/с². Получить зависимости \mathbf{v} и \mathbf{a} от времени t . Для момента времени $t = 2$ с вычислить модуль скорости и ускорения.

Ответ: $\mathbf{v}(t) = A \cdot \mathbf{i} + 2Bt \cdot \mathbf{j}$; $\mathbf{a}(t) = 2B \cdot \mathbf{j}$; 4,47 м/с; 1,41 м/с².

4.4. Колесо вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 2$ рад/с². Через время $t = 0,5$ с после начала движения полное ускорение точек на ободе колеса $a = 13,6$ м/с². Найти радиус R колеса.

Ответ: 6,1 м.

ДИНАМИКА

1.4. Что называют массой тела? Каков физический смысл понятия «сила»?

2.4. Зависимость координаты тела массой 0,5 кг, движущегося прямолинейно, задана уравнением $x = A + Bt - Ct^2 + Dt^3$, где $B = 1$ м/с, $C = 5$ м/с² и $D = 5$ м/с³. Определите импульс тела и действующую на него силу по истечении 10 с после начала движения.

Ответ: $P = 2200$ (кг·м)/с; $F = 145$ Н.

3.4. В нижней точке мертвой петли реактивный самолет движется со скоростью 1200 км/час. Определите, какую нагрузку (отношение прижимающей силы к гравитационной) испытывает летчик, если радиус петли равен 1 км.

Ответ: $F_{\text{нагр}} = 12,34$ Н.

4.4. С какой максимальной скоростью v_{max} может устойчиво, не опрокидываясь, двигаться вагон по закруглению радиусом $R = 150$ м, если высота центра масс вагона от уровня рельс $H = 1,8$ м, а расстояние между рельсами $d = 1,5$ м.

Ответ: $v = \sqrt{\frac{dgR}{2H}} = 25$ м/с.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.4. Докажите, что в отсутствие внешних сил скорость центра масс постоянна.

2.4. Насос выбрасывает струю воды диаметром $d = 2$ см со скоростью $v = 20$ м/с. Найти мощность N , необходимую для выбрасывания воды.

Ответ: $N = \pi r^2 v^3 / 8 = 1,26$ кВт.

3.4. Брусок массой $m = 2,0$ кг медленно подняли по шероховатой наклонной поверхности на высоту $h = 51$ см при помощи нити, параллельной этой плоскости. При этом совершили работу $A = 16$ Дж. На высоте h нить отпустили. Найти скорость бруска, достигшего первоначального положения.

Ответ: $v = \sqrt{2(2gh - A/m)} = 2$ м/с.

4.4. Тонкая цепочка массой $m = 25$ г и длиной $l = 100$ см лежит на столе в виде небольшой кучки. К одному из концов цепочки приложили направленную вертикально вверх силу $F = \alpha y$, где $\alpha = 0,47$ Н/м; y – высота подъема от поверхности стола. Найти скорость цепочки в момент отрыва ее нижнего конца от стола.

Ответ: $v = \sqrt{l(\alpha l/m - g)} = 3$ м/с.

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.4. Как изменяется ускорение свободного падения в зависимости от высоты h над поверхностью Земли? Получите зависимость $g(h)$.

2.4. Как изменится сила гравитационного притяжения между шарами, изготовленными из материала одинаковой плотности, если объем одного шара в 2 раза увеличить, а другого – в 2 раза уменьшить, не изменяя расстояние между центрами шаров?

Ответ: уменьшится в 2 раза.

3.4. Бур поднимают на поверхность Земли из скважины глубиной h . Вычислить относительную погрешность, допускаемую при определении работы по поднятию бура без учета изменения его веса.

Ответ: $\Delta A/A = \varepsilon = h/(2R - h)$.

4.4. Большая ось орбиты одного из искусственных спутников Земли меньше большой оси орбиты второго спутника на 700 км. Период обращения вокруг Земли первого спутника равен 78 мин. Определите величину большой оси второго спутника.

Ответ: $1,28 \cdot 10^7$ м.

5.4. Материальную точку массы m переместили из центра основания однородного полушара массы M и радиуса R на бесконечность. Какую работу совершила при этом гравитационная сила, действующая на материальную точку со стороны полушара?

Ответ: $-3GmM/2R$.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.4. Сформулируйте условия равновесия тел.

2.4. Два небольших искусственных спутника равной массой вращаются вокруг Земли по круговым орбитам. Расстояние спутников от поверхности Земли равно соответственно R_1 и R_2 . Определите момент импульса первого спутника как функцию (m , M_3 , G и R_3).

$$\text{Ответ: } L_1 = \sqrt{GM_3(R_3 + R_1)}.$$

3.4. Два маленьких шарика массой $m = 10$ г каждый соединены тонким невысочным стержнем длиной $l = 20$ см. Определить момент инерции системы относительно оси, перпендикулярной стержню и а) проходящей через центр масс; б) смещенной относительно центра по перпендикуляру к стержню на расстояние $l/2$.

$$\text{Ответ: } J_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

4.4. Сила $F = 1,0$ Н приложена к вершине куба со стороной $a = 0,2$ м вдоль его ребра. Найти момент силы относительно вершин куба.

$$\text{Ответ: } \mathbf{M}_1 = 0; \mathbf{M}_2 = 0,2\mathbf{i}; \mathbf{M}_3 = -0,2\mathbf{j}; \mathbf{M}_4 = 0,2(\mathbf{i} - \mathbf{j}).$$

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.4. Когда в каком-нибудь месте получится минимум атмосферного давления, возникают течения воздуха (ветры), которые должны были бы направляться со всех сторон к месту минимума давления, но на деле наблюдается образование вихревого расположения ветров. По часовой или против часовой стрелки закручен вихрь «циклона» в Северном полушарии?

2.4. Тело массой $m = 1$ кг, привязанное к нити длиной $l = 1$ м, равномерно вращают в вертикальной плоскости. С какой максимальной частотой можно производить вращение, чтобы нить не порвалась, если максимальный груз, который может выдержать нить, равен 25 кг. Задачу рассмотреть относительно вращающейся системы отсчета.

$$\text{Ответ: } \nu = 2,44 \text{ с}^{-1}.$$

3.4. Горизонтально расположенный диск вращается вокруг оси, проходящей через его центр, с угловой скоростью ω . По диску движется равномерно на неизменном расстоянии от оси вращения частица. Найти мгновенное значение: а) скорости частицы \mathbf{v}' относительно диска, при которой сила Кориолиса будет уравновешиваться центробежной силой инерции. Выразить \mathbf{v}' через мгновенное значение радиуса-вектора \mathbf{r} , проведенного к частице из центра диска; б) скорости частицы \mathbf{v} относительно неподвижной системы отсчета при тех же условиях.

$$\text{Ответ: а) } \mathbf{v}' = (1/2)[\mathbf{r} \omega]; \text{ б) } \mathbf{v} = (1/2)[\omega \mathbf{r}].$$

1.4. В каких случаях необходимо использовать релятивистские соотношения между массой, энергией и импульсом?

2.4. Какое расстояние проходит π^+ -мезон при $\beta = 0,73$ за среднее время его жизни? Среднее время жизни $\tau_0 = 2,5 \cdot 10^{-8}$ с.

$$\text{Ответ: } 800 \text{ см.}$$

3.4. Две релятивистские частицы движутся в лабораторной системе отсчета со скоростями $v_1 = 0,6$ с и $v_2 = 0,9$ с вдоль одной прямой. Определить их относительную скорость u_{21} в двух случаях: 1) частицы

движутся в одном направлении; 2) частицы движутся в противоположных направлениях.

Ответ: 1) 0,195 с; 2) 0,974 с.

4.4. В системе K' покоится стержень, собственная длина l_0 которого равна 1 м. Стержень расположен так, что составляет угол $\varphi = 45^\circ$ с осью x' . Определить длину l стержня и угол φ в системе K , если скорость v_0 системы K относительно K' равна 0,8 с.

Ответ: $\arctg \frac{\operatorname{tg} \varphi_0}{1 - v^2 / c^2} = 59^\circ$.

КИНЕМАТИКА

1.5. Столкнутся ли две материальные точки, если известно, что траектории их движения пересекаются?

2.5. Три четверти своего пути автомобиль прошел со скоростью $v_1 = 60$ км/ч, остальную часть пути – со скоростью $v_2 = 80$ км/ч. Определите среднюю скорость движения автомобиля на всем пути.

Ответ: 64 км/ч

3.5. Движение точки по кривой задано уравнениями: $x = At^3$ и $y = Bt$. Здесь: $A = 1$ м/с³, $B = 2$ м/с. Для момента времени $t = 0,8$ с найти: 1) уравнение траектории; 2) скорость точки; 3) полное ускорение.

Ответ: $y^3 - 8x = 0$; 2,77 м/с; 4,8 м/с².

4.5. Точка лежит на ободу вращающегося колеса. Во сколько раз нормальное ускорение больше её тангенциального ускорения в момент, когда вектор полного ускорения точки составит угол 30° с вектором её линейной скорости?

Ответ: в 0,58 раз.

ДИНАМИКА

1.5. Покажите на примерах различие между результирующей и равнодействующей нескольких сил.

2.5. Тело массой 2 кг движется так, что его координаты y и z изменяются во времени. Зависимость $y(t)$ задана соотношением $y = B_1t + C_1t^2$, зависимость $z(t)$ определяется выражением $z = B_2t - C_2t^2$, где $B_1 = 2$ м/с; $C_1 = 4$ м/с²; $B_2 = 1$ м/с; $C_2 = 2$ м/с². Определите кинетическую энергию тела в конце третьей секунды движения.

Ответ: $W_k = 605$ Дж.

3.5. Груз на нити, вращаясь со скоростью 1 об/с, описывает в горизонтальной плоскости окружность радиусом 10 см. Какой угол образует нить с вертикалью?

Ответ: $\alpha \approx 22^\circ$.

4.5. Определите наименьший радиус R круга, по которому сможет проехать велосипедист со скоростью $v = 30$ км/ч, если коэффициент трения скольжения между колесами и землей $\mu = 0,25$. Определите также наибольший угол φ наклона велосипеда, при котором велосипедист еще не будет падать.

Ответ: $R = \frac{v^2}{\mu g} = 27,8$ м; $\varphi = \arctg \mu = 14^\circ$.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.5. Ядро распадается на три частицы, разлетающиеся по разным направлениям. Будет ли неизменной скорость центра масс этих трех частиц? Сделайте рисунок, приведите доказательство.

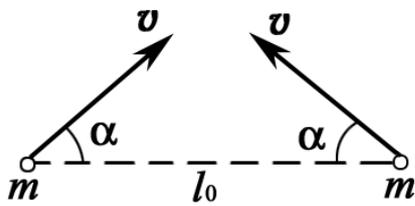
2.5. Гладкий неупругий шарик из мягкого свинца налетает на такой же шарик, первоначально покоящийся. После столкновения второй шарик

летит под углом α к направлению скорости первого шарика до столкновения. Определить угол β , под которым разлетаются шары после столкновения. Какая часть кинетической энергии перейдет при столкновении в тепло?

Ответ: $\beta = \operatorname{arctg}(2 \operatorname{tg} \alpha)$; $\frac{Q}{E_k} = \frac{1}{2} \cos^2 \alpha$.

3.5. Граната массой 1 кг разорвалась на высоте 6 м над землей на два осколка. Непосредственно перед взрывом скорость гранаты была направлена горизонтально и равна 10 м/с. Один из осколков массой 0,4 кг полетел вертикально вниз и упал на землю под местом взрыва со скоростью 10 м/с. Чему равен модуль скорости второго осколка сразу после взрыва?

Ответ: $v_2 = 3,6$ м/с.



4.5. В некоторый момент две одинаковые частицы, образующие замкнутую систему, находятся на расстоянии l_0 друг от друга и имеют скорости v , направление которых составляет угол α с прямой, их соединяющей. Масса каждой частицы m , сила отталкивания зависит от расстояния r между частицами как a/r^2 , где a – известная постоянная. Найти наименьшее расстояние, на которое сблизятся частицы.

Ответ: $l_{\min} = al_0 / (a + l_0 m v^2 \cos^2 \alpha)$.

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.5. Кто первым предложил способ измерения очень малых сил, и каким образом на основе этого способа была определена экспериментально гравитационная постоянная?

2.5. На каком расстоянии от поверхности Земли находится точка, в которой стальной шарик одинаково притягивается и Землей, и Луной?

Ответ: $3,4 \cdot 10^5$ км.

3.5. Каким должен быть радиус однородной сферы плотностью $\rho = 5500$ кг/м³, чтобы потенциал ее гравитационного поля в точке, лежащей на поверхности сферы, был равен $\varphi = 10^4$ Дж/кг?

Ответ: $R = \sqrt{3\varphi / 4\pi G \rho} = 8 \cdot 10^4$ м.

4.5. Большая ось орбиты одного из искусственных спутников Земли меньше большой оси орбиты второго спутника на 580 км. Период обращения вокруг Земли первого спутника равен 83 мин. Определите период обращения вокруг Земли второго спутника.

Ответ: 88,9 мин.

5.5. Определите собственную потенциальную энергию гравитационного взаимодействия вещества, образующего тонкий однородный сферический слой массой m и радиусом R .

Ответ: $-Gm^2/2R$.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.5. Как определить момент импульса летящей прямолинейно материальной точки?

2.5. Лестница прислонена к стене. Угол между лестницей и полом медленно уменьшается. Если коэффициент трения лестницы о пол $\mu = 0,25$, то при каком минимальном угле лестница начнет скользить? Считать, что трение между лестницей и стеной отсутствует.

Ответ: $\theta = 63^\circ$.

3.5. Определить момент инерции стержня длиной $l = 30$ см и массой $m = 100$ г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через точку, отстоящую от конца стержня на $1/3$ его длины.

Ответ: $J = 1,1 \cdot 10^{-3}$ кг·м².

4.5. Тонкий однородный стержень длиной $l = 5$ м и массой $m = 500$ кг лежит на двух опорах, расположенных по его концам. Одну из опор убрали. Какова будет максимальная нагрузка на оставшуюся опору?

Ответ: 1226 Н.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.5. Какой берег (левый или правый) сильнее подмывают реки Северного полушария? Зависит ли это от направления реки? Зависит ли это явление от скорости течения воды в реках?

2.5. На экваторе с высотой $h = 500$ м на поверхность Земли падает тело (без начальной скорости относительно Земли). На какое расстояние и в какую сторону отклонится от вертикали тело при падении?

Ответ: $x \approx (2/3)\omega h \sqrt{2h/g} = 24$ см.

3.5. По диаметру вращающегося диска движется небольшое тело массой $m = 0,3$ кг с постоянной относительно диска скоростью $v' = 0,5$ м/с. Когда тело находится на расстоянии $r = 20$ см от оси вращения диск, действует на тело силой $F = 3$ Н. Найти угловую скорость вращения диска.

Ответ: 1,86 рад/с.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.5. В каких опытах доказывается конечность скорости света?

2.5. Какое расстояние прошел бы мезон при отсутствии релятивистских явлений? Собственное время жизни τ принять равным $2,5 \cdot 10^{-8}$ с.

Ответ: 500 см.

3.5. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы его скорость составила 95 % скорости света?

Ответ: $U = 1,1 \cdot 10^6$ В.

4.5. На сколько процентов изменятся продольные размеры протона и электрона после прохождения ими разности потенциалов $U = 10^6$ В?

Ответ: $\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_e = 66,1\%$; $\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_p \approx 0,1\%$.

Вариант № 6.

1.6. Что определяет закон движения тел?

2.6. Две дороги пересекаются под углом 60° . От перекрестка по ним удаляются машины. Одна – со скоростью 60 км/ч. Другая – 80 км/ч. Определить скорости удаления одной машины относительно другой. Перекресток машины прошли одновременно.

Ответ: $v_1 = 122$ км/ч; $v_2 = 72,2$ км/ч.

3.6. Диск радиусом $R = 20$ см вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$. Здесь: $A = 3$ рад, $B = -1$ рад/с, $C = 0,1$ рад/с³. Определить: тангенциальное, нормальное и полное ускорения для момента времени $t = 10$ с.

Ответ: $1,2$ м/с²; 168 м/с²; 168 м/с².

4.6. Точка движется по окружности радиусом $R = 10$ см с постоянным тангенциальным ускорением. За время t_1 точка сделала пять оборотов и ее скорость v_1 в момент времени t_1 была равна 10 см/с. Найти нормальное ускорение в момент времени $t_2 = 20$ с.

Ответ: $0,01$ м/с².

ДИНАМИКА

1.6. Как могут двигаться относительно друг друга инерциальные системы отсчета? Запишите преобразования Галилея.

2.6. По поверхности льда пущена шайба, которая, пройдя путь $S = 400$ м, остановилась через $t = 40$ с. Определите коэффициент трения μ шайбы об лед.

Ответ: $\mu = \frac{2S}{gt^2} = 0,05$.

3.6. Центробежная стиральная машина наполнена мокрым бельем и вращается со скоростью 1200 об/мин. Во сколько раз центробежная сила к моменту отрыва капли воды от ткани больше веса капли, если капля находится на расстоянии $0,3$ м от оси вращения.

Ответ: $F_{ц} / F_{тяж} = 483$.

4.6. Космический корабль совершает мягкую посадку на Луну (ускорение свободного падения вблизи поверхности Луны $g = 1,6$ м/с²). При этом корабль движется равнозамедленно в вертикальном направлении (относительно Луны) с ускорением $8,4$ м/с². Определите вес космонавта массой 70 кг, находящегося в этом корабле.

Ответ: 700 Н.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.6. На каком принципе основана работа ускорителя на встречных пучках? Приведите расчеты.

2.6. Тележка массы m_1 вместе с человеком массы m_2 движется со скоростью u . Человек начинает идти с постоянной скоростью по тележке в том же направлении. При какой скорости человека

относительно тележки она остановится? Трением колес тележки о землю пренебречь.

$$\text{Ответ: } v = u \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right).$$

3.6. Шайба массой $m = 50$ г соскальзывает без начальной скорости по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, и, пройдя по горизонтальной плоскости расстояние $l = 50$ см, останавливается. Найти работу сил трения на всем пути, считая всюду коэффициент трения $\mu = 0,15$.

$$\text{Ответ: } A = -mgl/(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha) = -0,05 \text{ Дж.}$$

4.6. Тело массой m начинают поднимать с поверхности земли, приложив к нему силу \mathbf{F} , которую изменяют с высотой подъема y по закону $\mathbf{F} = 2(ay - 1)mg$, где a – положительная постоянная. Найти работу этой силы и приращение потенциальной энергии тела в поле тяжести Земли на первой половине пути подъема.

$$\text{Ответ: } A = 3mg / 4a; \Delta U = mg / 2a.$$

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.6. Опишите способ «взвешивания» Солнца, Земли и других планет.

2.6. Ускорение свободного падения на Луне равно $0,17g$, где g – ускорение свободного падения на Земле. Диаметр Луны в 3,7 раза меньше диаметра Земли. Во сколько раз масса Земли больше массы Луны?

$$\text{Ответ: } 81.$$

3.6. Каким должен быть радиус однородной сферы плотностью 5500 кг/м^3 , чтобы потенциальная энергия $E_{\text{п}}$ молекулы азота, расположенной у поверхности сферы, в гравитационном поле этой сферы была равной $1,6 \cdot 10^{-20}$ Дж?

$$\text{Ответ: } R = \sqrt{\frac{3E_{\text{п}}}{4\pi G \rho m}} = 4,7 \cdot 10^5 \text{ м.}$$

4.6. Планета Марс имеет два спутника – Фобос и Деймос. Первый из них находится на расстоянии от центра Марса, равном 9500 км, а второй – на расстоянии 24000 км. Во сколько раз период обращения вокруг Марса Деймоса больше, чем период обращения Фобоса?

$$\text{Ответ: } 4.$$

5.6. Искусственный спутник движется в экваториальной плоскости Земли с востока на запад по круговой орбите радиусом $1 \cdot 10^4$ км. Определите скорость этого спутника относительно Земли.

$$\text{Ответ: } 7 \text{ км/с.}$$

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.6. Что называют моментом импульса (моментом количества движения) вращающихся систем?

2.6. Сила, приложенная к телу, выражается зависимостью $\mathbf{F} = 2,1\mathbf{i} + 3,4\mathbf{j}$ (Н). Чему равен момент этой силы относительно оси Z , если точка приложения этой силы имеет координаты: $x = 4,2$ м, $y = 6,8$ м, $z = 0$?

Ответ: $M_z = 0$.

3.6. На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом $R = 2$ м, стоит человек. Масса платформы $M = 200$ кг, масса человека 80 кг. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью будет вращаться платформа, если человек пойдет вдоль ее края со скоростью $v = 2$ м/с относительно платформы.

Ответ: $\omega = 0,8$ с⁻¹.

4.6. Схема дисковой мельницы показана на рисунке. Цилиндрический каток (бегун) вращается вокруг вертикальной оси OO' с угловой скоростью Ω , соответствующей $n = 1$ об/с, и катится по горизонтальной поверхности. Радиус бегуна 0,5 м и масса $m = 10$ кг. Определить полную силу давления бегуна на дно мельницы.

Ответ: $F_{\text{дав}} = mg + \frac{1}{2}m\Omega^2 R = 2mg = 200$ Н.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.6. Поезд движется вдоль параллели с такой скоростью, что результирующая сил инерции обращается в нуль. В каком направлении двигался поезд?

2.6. Мотоциклист совершает крутой поворот, двигаясь по дуге окружности радиусом 20 м со скоростью 20 м/с. Под каким углом к горизонту он должен наклониться, чтобы сохранить равновесие? Задачу рассмотреть с точки зрения вращающейся системы отсчета.

Ответ: $\alpha = 63,9^\circ$.

3.6. По поверхности вращающегося с угловой скоростью ω диска от его центра по радиусу начинает двигаться небольшое тело. Ускорение тела относительно диска равно a' . Найти зависимость от времени ускорения тела относительно Земли.

Ответ: $a = \sqrt{\left(a' - \frac{1}{2}\omega^2 a't^2\right)^2 + (2\omega a't)^2}$.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.6. Какие выводы следуют из опыта Майкельсона – Марли?

2.6. Найти расстояние, которое пролетела в K -системе отсчета нестабильная частица от момента ее рождения до распада, если ее время жизни в этой системе отсчета $T = 3$ мкс, а собственное время $\tau = 2,2$ мкс.

Ответ: 0,6 км.

3.6. Две частицы движутся в K -системе отсчета под углом друг к другу, причем первая со скоростью v_1 , а вторая со скоростью v_2 . Найти скорость одной частицы относительно другой.

Ответ: $v'_2 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - \left(\frac{v_1 v_2}{c_2}\right)^2}$.

4.6. Синхрофазотрон дает пучок протонов с кинетической энергией в 10000 МэВ. Какую долю скорости света составляет скорость протонов в этом пучке?

Ответ: $\beta = 99,6\%$.

КИНЕМАТИКА

1.7. Какое движение называется поступательным? Какое движение называется вращательным?

2.7. Корабль идет на запад со скоростью 6,5 м/с. Известно, что ветер дует с юго-запада. Скорость ветра, зарегистрированного приборами относительно палубы корабля, равна 9,3 м/с. Определите скорость ветра относительно Земли. Какое направление ветра показывали приборы относительно курса корабля?

Ответ: 3,5 м/с; 165 °.

3.7. Зависимость угла поворота радиуса колеса при его вращении дается уравнением: $\varphi = A + Bt + Ct^2 + D^3$. Здесь: $B = 1$ рад/с, $C = 1$ рад/с² и $D = 1$ рад/с³. К концу второй секунды движения нормальное ускорение точек обода колеса равно 346 м/с². Найти радиус R колеса.

Ответ: 1,2 м.

4.7. При снижении вертолет опускался вертикально с постоянной скоростью 19 м/с. Начиная с некоторой высоты h и до посадки он опускался равнозамедленно с ускорением 0,2 м/с². Сколько оборотов сделал винт вертолета за время снижения с высоты h до посадки, если угловая скорость вращения винта 31,4 рад/с?

Ответ: 475.

ДИНАМИКА

1.7. В чем состоит механический принцип относительности?

2.7. После включения тормозной системы тепловоз массой $m = 100$ т прошел путь $S = 200$ м до полной остановки за время $t = 40$ с. Определите силу торможения.

Ответ: $F = m \frac{2S}{t^2} = 25$ кН.

3.7. В вертикальной плоскости вращается груз весом 20 Н с частотой 2 об/с. Шнур, на котором подвешен груз, может выдержать нагрузку 320 Н. Выдержит ли шнур натяжения в те моменты, когда груз проходит через высшую и низшую точки окружности? Определите максимальную и минимальную силы натяжения шнура, если его длина равна 1 м.

Ответ: $F_{\max} = 368,6$ Н; $F_{\min} = 328,6$ Н.

4.7. Определите вес пассажира массой 60 кг, находящегося в движущемся лифте, в начале и конце подъема, а также в начале и в конце спуска. Ускорение (по модулю) лифта для всех случаев считать одинаковым.

Ответ: 720 Н; 480 Н; 480 Н; 720 Н.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.7. Запишите уравнение Мещерского. Что называют реактивной силой?

2.7. Гладкая упругая нить длины l и жесткости k подвешена одним концом к точке O . На нижнем конце имеется невесомый упор. Из точки

О начала падать небольшая муфта массы m . Найти: а) максимальное растяжение нити; б) убыль механической энергии системы к моменту установления равновесия (из-за сопротивления воздуха).

Ответ: а) $\Delta l = \left(1 + \sqrt{1 + 2kl / mg}\right) \frac{mg}{k}$; б) $E_1 - E_2 = mgl(1 + mg/2kl)$.

3.7. Автомобиль с работающим двигателем въезжает на обледенелую гору, поверхность которой образует угол α с горизонтом. Какой высоты гору может преодолеть автомобиль, если его начальная скорость при въезде на нее равна v , а коэффициент трения колес о лед $\mu < \operatorname{tg} \alpha$?

Ответ: $h = v^2 / [2g(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha)]$.

4.7. Частицы массой m попадают в область, где на них действует встречная тормозящая сила. Глубина x проникновения частиц в эту область зависит от импульса p частиц как $x = \alpha p$, где α – заданная постоянная. Найти зависимость модуля тормозящей силы от x .

Ответ: $F = x / (m\alpha^2)$.

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.7. Сформулируйте три закона Кеплера. Сопроводите первый и второй законы поясняющими рисунками. Напишите формулу, выражающую третий закон Кеплера.

2.7. Если бы тело, находящееся на экваторе Земли, было бы в состоянии невесомости, то при какой продолжительности суток на Земле это было бы возможным?

Ответ: 84,6 мин.

3.7. Какую работу необходимо совершить, чтобы вывести тело массой 500 кг на орбиту искусственной планеты Солнечной системы?

Ответ: $5,23 \cdot 10^9$ Дж.

4.7. Две материальные точки массами m_1 и m_2 вращаются с угловой скоростью ω вокруг общего центра масс. Определите расстояние r между этими точками, считая, что в процессе их вращения расстояние r не изменяется.

Ответ: $\sqrt[3]{\frac{G(m_1 + m_2)}{\omega^2}}$.

5.7. Космический корабль вывели на круговую орбиту вблизи поверхности Земли. Какую дополнительную скорость в направлении его движения необходимо кратковременно сообщить кораблю, чтобы он смог преодолеть земное тяготение?

Ответ: $\sqrt{gR}(\sqrt{2} - 1)$.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.7. Запишите основной закон динамики вращательного движения.

2.7. Горизонтально расположенный обруч радиусом $R = 0,2$ м и массой $m = 5$ кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. Зависимость угловой скорости вращения диска от времени задается уравнением: $\omega = A + Bt$, где $A = 5$ рад/с; $B = 8$ рад/с. Найти: а)

момент силы, приложенной к обручу;
третьей секунде.

б) момент импульса на

Ответ: $M = 1,6 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $L = 5,8 \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$.

3.7. На скамье Жуковского стоит в центре человек и держит в руках стержень, расположенный вертикально по оси вращения. Скамья с человеком вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 1 \text{ рад/с}$. С какой угловой скоростью будет вращаться система, если повернуть стержень в горизонтальном положении так, что его середина совпадает с осью вращения? Длина стержня $l = 2,4 \text{ м}$, его масса $m = 8 \text{ кг}$. Суммарный момент инерции скамьи и человека $J_0 = 6,0 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

Ответ: $\omega_2 = 0,61 \text{ рад/с}$.

4.7. Концы тонкой нити плотно намотаны на ось радиуса $r = 1 \text{ см}$ диска Максвелла и прикреплены к горизонтальной штанге. Когда диск раскручивается, штангу поднимают так, что диск остается все время на одной высоте. Масса диска $M = 2 \text{ кг}$ и радиус $R = 5 \text{ см}$. Масса стержня оси пренебрежимо мала. Найти натяжение каждой нити и ускорение штанги.

Ответ: $T = 9,8 \text{ Н}$; $a = 0,78 \text{ м/с}^2$.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.7. На экваторе с некоторой высоты падает тело без начальной скорости относительно Земли. В какую сторону отклоняется тело при падении?

2.7. Горизонтально расположенный гладкий стержень AB вращают с угловой скоростью $\omega = 2,00 \text{ рад/с}$ вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец A . По стержню свободно скользит муфточка массой $m = 0,50 \text{ кг}$, движущаяся из точки A с начальной скоростью $v_0 = 1,00 \text{ м/с}$. Найти действующую на муфточку силу Кориолиса (в системе отсчета, связанной со стержнем) в момент, когда муфточка оказалась на $r = 50 \text{ см}$ от оси вращения.

Ответ: $F_{\text{кор}} = 2m\omega^2 r \sqrt{1 + (v_0 / \omega r)^2} = 2,8 \text{ Н}$.

3.7. Найти дальность полета тела, брошенного со скоростью $v_0 = 10 \text{ м/с}$ под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, в неинерционной системе отсчета, движущейся с ускорением $a = 1 \text{ м/с}^2$ в горизонтальном направлении, совпадающем с направлением полета тела.

Ответ: $S = 8,3 \text{ м}$.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.7. Расскажите об опыте Бертоуци и что из него следует?

2.7. Мезоны космических лучей достигают поверхности Земли с самыми разнообразными скоростями. Найти релятивистское сокращение размеров мезона, имеющего скорость, равную 95 % скорости света.

Ответ: 68,8 %.

3.7. Протон летит к северу со скоростью $v_p = 0,7 \text{ с}$, альфа-частица – к югу со скоростью $v_\alpha = 0,2 \text{ с}$. Куда движется центр масс этой системы?

Ответ: к северу.

4.7. Чему равно релятивистское сокращение размеров протона в условиях предыдущей задачи?

Ответ: $\frac{l_0 - l}{l_0} = 91,5\%$.

КИНЕМАТИКА

1.8. Что называется средней скоростью? мгновенной скоростью?

2.8. Автоколонна длиной 2 км движется по шоссе со скоростью 40 км/ч. Мотоциклист выехал из хвоста колонны со скоростью 60 км/ч. За какое время он достигнет головной машины автоколонны?

Ответ: 6 мин.

3.8. Точка движется по окружности радиусом $R = 2$ см. Зависимость пути от времени дается уравнением $S = Ct^3$. Здесь: $C = 0,1$ см/с³. Найти нормальное и тангенциальное ускорения точки в момент времени, когда её линейная скорость равна 0,3 м/с.

Ответ: 4,5 м/с²; 0,06 м/с².

4.8. Тело начинает двигаться вдоль прямой с постоянным ускорением. Через 30 мин ускорение тела меняется по направлению на противоположное, оставаясь таким же по величине. Через какое время от начала движения тело вернется в исходную точку?

Ответ: 102,3 мин.

ДИНАМИКА

1.8. Получите уравнение движения тела переменной массы. От чего зависит возникающая в данном случае реактивная сила; определите ее направление.

2.8. При выключении двигателя автомобиль, движущийся со скоростью $v = 54$ км/ч, проехал по инерции 100 м. Определите коэффициент трения автомобиля о поверхность дороги.

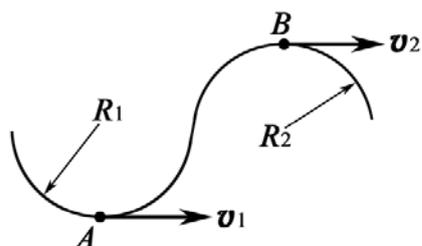
Ответ: $\mu = \frac{v^2}{2gS} = 0,38$.

3.8. Поезд движется по закруглению радиусом 500 м. Ширина железнодорожной колеи 152,4 см. Наружный рельс расположен на 12 см выше внутреннего. При какой скорости движения поезда на закруглении колеса не оказывают давления на рельсы?

Ответ: $v = 19,64$ м/с.

4.8. С какой силой давит груз массой $m = 60$ кг на подставку, если подставка вместе с грузом движется вниз равнозамедленно с ускорением $a = 1$ м/с²?

Ответ: $F = m(g + a) = 600$ Н.



ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.8. Запишите аналитическое выражение для фразы: «Происходит переход энергии от тела, со стороны которого действует сила, к тому, на которое она действует».

2.8. Боек автоматического молота массой 100 кг падает на заготовку детали, масса которой вместе с наковальней 2000 кг. Скорость молота в

момент удара 2 м/с . Считая удар абсолютно неупругим, определить энергию, идущую на деформацию заготовки.

Ответ: $E = 190 \text{ Дж}$.

3.8. Две одинаковые тележки движутся друг за другом по инерции (без трения) с одной и той же скоростью v_0 . На задней тележке находится человек массой m . В некоторый момент человек прыгнул в переднюю тележку со скоростью u относительно своей тележки. Имея в виду, что масса каждой тележки равна M , найти скорости, с которыми будут двигаться обе тележки после этого.

Ответ: $v_{\text{задн}} = v_0 - \frac{um}{M+m}$; $v_{\text{пер}} = v_0 + \frac{uM}{m+M}$.

4.8. Гладкий легкий горизонтальный стержень AB может вращаться без трения вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец A . На стержне находится небольшая муфточка массой m , соединенная пружинкой длиной l_0 с концом A . Жесткость пружины равна k . Какую работу надо совершить, чтобы эту систему медленно раскрутить до угловой скорости ω ?

Ответ: $A = kl_0^2 \eta \frac{1+\eta}{2(1-\eta)^2}$, где $\eta = \frac{m\omega^2}{k}$.

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.8. Какие точки орбит, по которым движутся планеты, называются перигеем и апогеем? В какой из этих точек скорость движения планеты максимальна?

2.8. На каком расстоянии от поверхности Земли ускорение свободного падения равно 1 м/с^2 ?

Ответ: $13,6 \cdot 10^3 \text{ км}$.

3.8. Для осуществления всемирной телевизионной связи достаточно иметь три спутника Земли, вращающихся по круговой орбите в плоскости экватора с запада на восток и расположенных друг относительно друга под углом 120° . Период обращения каждого спутника $T = 24 \text{ ч}$. Определить радиус орбиты и линейную скорость такого спутника.

Ответ: $R = 4,23 \cdot 10^7 \text{ м}$; $v = 3 \cdot 10^3 \text{ м/с}$.

4.8. Отношение работы A_1 на поднятие спутника на высоту h над поверхностью Земли к работе A_2 на сообщение спутнику скорости движения по круговой орбите равно $1,8$. Определите радиус орбиты этого спутника.

Ответ: $1,21 \cdot 10^7 \text{ м}$.

5.8. Какую наименьшую скорость необходимо совершить, чтобы доставить космический корабль массой $m = 2 \cdot 10^3 \text{ кг}$ с поверхности Земли на Луну? Сопротивлением атмосферы Земли пренебречь.

Ответ: $1,3 \cdot 10^8 \text{ кДж}$.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.8. Обоснуйте закон сохранения момента импульса, используя основной закон динамики вращательного движения.

2.8. Однородный диск массой $m = 10$ кг и радиусом 20 см вращается вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно плоскости. Уравнение вращения имеет вид: $\varphi = 5 + 4t^2 - t^3$ рад (время в секундах). По какому закону будет меняться момент силы, действующей на шар, и каково его значение при $t = 2$ с? Рекомендации. Диск разбить на круговые элементы, ширина которых стремится к нулю, а момент силы определить как сумму элементарных моментов.

Ответ: $M = mR^2(4 - 3t)$; $M_{t=2} = -0,8$ Н·м.

3.8. Платформа в виде диска может вращаться вокруг вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол повернется платформа, если человек обойдет ее по краю и вернется в исходную точку? Масса платформы $M = 240$ кг, масса человека $m = 60$ кг. Момент инерции для человека считать как для материальной точки.

Ответ: $\varphi = 180^\circ$.

4.8. На гладкой наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, находится катушка с ниткой, конец которой прикреплен к вертикальной стенке так, что нитка параллельна наклонной плоскости. Масса катушки $m = 200$ г, ее момент инерции относительно собственной оси $J = 0,45$ г·м², радиус намотанного слоя ниток $r = 3,0$ см. Найти ускорение оси катушки.

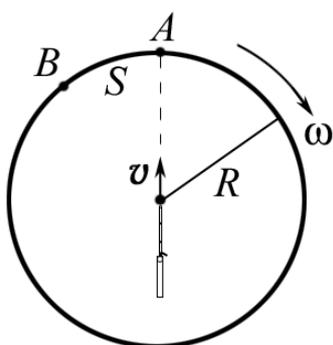
Ответ: $a = \frac{mg \sin \alpha}{m + \frac{J}{r^2}} = 0,14$ м/с².

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.8. Пусть g_k – кажущееся ускорение силы тяжести на экваторе, определенное в системе отсчета, вращающейся вместе с Землей с угловой скоростью ω . Чему равна истинная величина ускорения силы тяжести g_k после введения поправки на центробежную силу инерции?

2.8. Поезд массой $m = 2000$ т движется на северной широте $\varphi = 60^\circ$. Определить: а) модуль и направление силы бокового давления поезда на рельсы, если он движется вдоль меридиана со скоростью $v = 54$ км/ч; б) в каком направлении и с какой скоростью должен был бы двигаться поезд, чтобы результирующая сил инерции, действующих на поезд в системе отсчета «Земля», была равна нулю.

Ответ: $F = 2mv\omega \sin \varphi = 3,8$ кН (на правый рельс);
 $v = (\omega R/2) \cos \varphi = 420$ км/ч.



3.8. Имеется горизонтально расположенное ружье, дуло которого совпадает с осью вертикального цилиндра. Цилиндр вращается с угловой скоростью ω . а) Считая, что пуля, выпущенная из ружья, летит горизонтально с постоянной скоростью v , найти смещение s точки B цилиндра, в которую попадает пуля, относительно точки A , которая находится против дула в момент выстрела. Решить задачу

двумя способами: в неподвижной системе отсчета и в системе отсчета, связанной с цилиндром. б) Зависит ли результат от того, вращается ружье вместе с цилиндром или неподвижно?

Ответ: а) $S = \omega R^2/v$; б) не зависит.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.8. Принцип относительности Эйнштейна.

2.8. Чему равно релятивистское сокращение размеров протона в синхрофазотроне с кинетической энергией 10000 МэВ?

Ответ: 91,5 %.

3.8. Два ускорителя выбрасывают навстречу друг другу частицы со скоростями $|v| = 0,9 c$. Определить относительную скорость сближения частиц в системе отсчета, движущейся вместе с одной из частиц.

Ответ: 0,994 c.

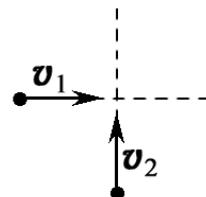
4.8. Предположим, что мы можем измерить длину стержня с точностью $\Delta l = 0,1$ мкм. При какой относительной скорости U двух инерциальных систем отсчета можно было бы обнаружить релятивистское сокращение длины стержня, собственная длина l_0 которого равна 1 м.

Ответ: $U = 134$ км/с.

КИНЕМАТИКА

1.9. Что называется средним ускорением? мгновенным ускорением?

2.9. Два тела движутся взаимно перпендикулярными курсами соответственно со скоростями $v_1 = 6$ м/с и $v_2 = 8$ м/с. Чему равна величина скорости первого тела относительно второго?



Ответ: 10 м/с.

3.9. Точка движется по окружности радиусом $r = 10$ см с постоянным тангенциальным ускорением. К концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки $v = 79,2$ см/с. Найти тангенциальное ускорение точки.

Ответ: $0,1$ м/с².

4.9. На горизонтальном валу, вращающемся с частотой 200 с⁻¹, на расстоянии 20 см друг от друга закреплены два тонких диска. Горизонтально летевшая пуля пробита оба диска на одинаковом расстоянии от оси вращения. Определите среднюю скорость пули при ее движении между дисками, если угловое смещение пробоин оказалось равным 18° .

Ответ: 800 м/с.

ДИНАМИКА

1.9. Дайте определение импульса силы.

2.9. Поезд массой $m = 150$ т двигался со скоростью $v = 72$ км/ч. При торможении до полной остановки поезд прошел путь $S = 500$ м. Определите силу сопротивления движению.

Ответ: $F = m \frac{v^2}{2S} = 60$ кН.

3.9. Платформа движется по закруглению с линейной скоростью v . Шарик, подвешенный на нити на этой платформе, отклоняется на угол α . Определите радиус закругления.

Ответ: $R = \frac{v^2}{g \operatorname{tg} \alpha}$.

4.9. Определите вес тела массой 40 кг в положениях A и B (см. рисунок) если радиусы траекторий в точках A и B равны соответственно $R_1 = 20$ м и $R_2 = 10$ м, а скорости движения тела в точках A и B равны соответственно $v_1 = 10$ м/с и $v_2 = 5$ м/с.

Ответ: $P_A = 600$ Н; $P_B = 300$ Н.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.9. Какую часть потребляемой электроэнергии вырабатывают ГЭС в настоящее время? Какую мощность развивает водопад?

2.9. Брусок массы $m = 1,00$ кг находится на горизонтальной плоскости с коэффициентом трения $\mu = 0,27$. В некоторый момент ему сообщили

начальную скорость $v_0 = 1,50$ м/с. Найти среднюю мощность силы трения за все время движения бруска.

Ответ: $P_{\text{cp}} = -\mu mgv_0/2 = -2$ Вт.

3.9. Молот массой $m_1 = 5$ кг ударяет небольшой кусок железа, лежащий на наковальне. Масса m_2 наковальни равна 100 кг. Массой куска железа пренебречь. Удар неупругий. Определить к.п.д. η удара молота при данных условиях.

Ответ: $\eta = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = 0,952$.

4.9. Прямая цепочка массой $m = 50$ г и длиной $l = 52$ см лежит на гладкой горизонтальной полуплоскости у ее границы с другой горизонтальной полуплоскостью, где коэффициент трения $\mu = 0,22$. Цепочка расположена перпендикулярно границе раздела полуплоскостей. Какую работу необходимо совершить, чтобы, действуя горизонтальной силой на конец цепочки, находящейся у границы раздела, медленно перетащить всю цепочку через эту границу?

Ответ: $A = \mu mgl/2 = 28$ мДж.

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.9. Какие скорости называются первой и второй космической скоростями? Как вычислить эти скорости?

2.9. На какой высоте ускорение свободного падения составляет 25 % ускорения свободного падения вблизи поверхности Земли?

Ответ: 6400 км.

3.9. Вычислить вторую космическую скорость для Луны. Как она отличается от соответствующей скорости для Земли?

Ответ: $v = 2,5 \cdot 10^3$ м/с.

4.9. Комета огибает Солнце, двигаясь по орбите, которую можно считать параболической. Определите скорость движения кометы в тот момент, когда она находится в перигее, если расстояние от кометы до центра Солнца в этот момент равно $5 \cdot 10^{10}$ м.

Ответ: 72,7 км/с.

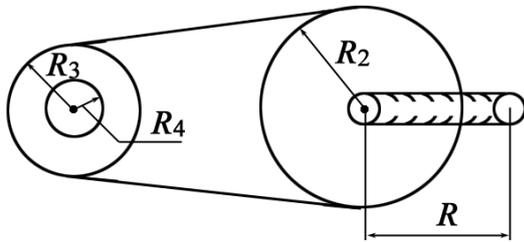
5.9. Найдите приближенно третью космическую скорость v_3 – наименьшую скорость, которую необходимо сообщить телу относительно поверхности Земли, чтобы оно могло покинуть Солнечную систему. Вращением Земли вокруг ее оси пренебречь.

Ответ: 17 км/с.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.9. Что называют моментом инерции тела и какую роль он играет в динамике вращательного движения?

2.9. На столе лежит стержень длиной $l = 10$ см. Перпендикулярно стержню летит шарик из пластилина со скоростью $v = 20$ м/с массой 20 г и попадает в конец стержня. Какой момент импульса был передан стержню при соударении?



Ответ: $8 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$.

3.9. Шарик массой $m = 50 \text{ г}$, привязанный к нити длиной $l = 1 \text{ м}$, вращается с частотой $n_1 = 1 \text{ об/с}$, описывая окружность в горизонтальной плоскости. Нить укоротили до значения $l_2 = 0,5 \text{ м}$. С

какой частотой будет при этом вращаться шарик?

Ответ: $n_2 = 4 \text{ об/с}$.

4.9. Однородный сплошной цилиндр радиусом R может свободно вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси, подвешенной к потолку. На цилиндр в один ряд намотан тонкий шнур длиной l и массой m . Найти зависимость углового ускорения цилиндра от длины X свешивающегося шнура при раскручивании.

Ответ: $\varepsilon = \frac{2mgX}{Rl \left(M + 2m - \frac{2mX}{l} \right)}$.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.9. На экваторе произведено два выстрела из ружья. Один – в направлении вращения Земли, второй – против вращения. Какая пуля пролетит большее расстояние относительно Земли? Скорость пули в момент выстрела параллельна Земле.

2.9. Трамвайный вагон массой $m = 5 \text{ т}$ идет по закруглению радиусом $R = 128 \text{ м}$. Найти силу бокового давления F колес на рельсы при скорости движения $v = 9 \text{ км/ч}$. Задачу рассмотреть с точки зрения вращающейся системы отсчета.

Ответ: $4 \cdot 10^6 \text{ Н}$.

3.9. Горизонтально расположенный диск вращается с угловой скоростью ω . Вдоль радиуса диска движется частица массой m , расстояние которой от центра диска изменяется со временем по закону $r = at$, где a – константа. Найти результирующий момент N сил, действующих на частицу в системе отсчета, связанной с диском. Имеется в виду момент относительно центра диска.

Ответ: $N = -2ma^2t\omega$.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.9. Запишите преобразования координат и времени по Эйнштейну.

2.9. Космический корабль движется относительно неподвижного наблюдателя на Земле со скоростью $v = 0,99 \text{ с}$. Найти, как изменяются линейные размеры тел и плотность вещества в ракете (по линии движения) для неподвижного наблюдателя.

Ответ: $l = l_0 \cdot 0,14$.

3.9. Ион, вылетев из ускорителя, испустил фотон в направлении своего движения. Определить скорость фотона относительно ускорителя, если скорость v иона относительно ускорителя равна $0,8 \text{ с}$.

Ответ: 6 .

4.9. Космический корабль с постоянной скоростью $v = (24/25)c$ движется по направлению к центру Земли. Какое расстояние в системе отсчета, связанной с Землей, пройдет корабль за промежуток времени $\Delta t' = 7$ с, отсчитанный по корабельным часам? Вращение Земли и ее орбитальное движение не учитывать.

Ответ: 24 с.

КИНЕМАТИКА

1.10. Что характеризует нормальное ускорение?

2.10. Эскалатор метро поднимает стоящего на нем пассажира за 1 мин. По неподвижному эскалатору пассажир поднимается за 3 мин. Сколько времени будет подниматься пассажир, идущий вверх по движущемуся эскалатору?

Ответ: 45 с.

3.10. Через время $t = 2$ с после начала движения вектор полного ускорения лежащей на ободу точки составляет угол 60° с вектором ее линейной скорости. Найти угловое ускорение колеса.

Ответ: $0,43 \text{ рад/с}^2$.

4.10. На учебных стрельбах поставлена задача: в минимальное время поразить снаряд после его вылета, выпущенный вертикально вверх со скоростью 1000 м/с , вторым снарядом, скорость которого на 10 % меньше. Через сколько секунд после первого выстрела следует произвести второй, если стрелять с того же места?

Ответ: 54,7 с.

ДИНАМИКА

1.10. Получите выражение, определяющее изменение импульса тела ΔP при действии на него переменной силы.

2.10. Пущенная по поверхности льда шайба со скоростью $v = 30 \text{ м/с}$ остановилась через время $t = 50 \text{ с}$. Определите силу сопротивления движению и коэффициент трения μ , если масса шайбы $m = 500 \text{ г}$.

Ответ: $F = m \frac{v}{t} = 0,34 \text{ Н}$; $\mu = \frac{v}{gt} = 0,06$.

3.10. Какова должна быть скорость движения мотоциклиста, чтобы он мог описывать горизонтальную окружность на внутренней поверхности вертикального кругового цилиндра радиусом r , если при езде по горизонтальной поверхности с таким же коэффициентом трения скольжения минимальный радиус поворота при скорости v_1 равен R ?

Ответ: $v \geq \frac{g}{v_1} \sqrt{Rr}$.

4.10. Тело массой $m = 2,5 \text{ кг}$ движется вертикально вниз с ускорением $a = 19,6 \text{ м/с}^2$. Определите силу F , действующую на тело одновременно с силой тяжести mg во время движения. Сила сопротивления воздуха равна 10 Н .

Ответ: $F = m(a - g) + F_{\text{сопр}} = 34,5 \text{ Н}$.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.10. Как вычисляется потенциальная энергия взаимодействия двух тел?

2.10. Пуля, летевшая горизонтально со скоростью $v = 400 \text{ м/с}$, попадет в брусок, подвешенный на нити длиной $l = 4 \text{ м}$, и застревает в нем. Определить угол α , на который отклонится брусок, если масса пули $m_1 = 20 \text{ г}$ и масса бруска $m_2 = 5 \text{ кг}$.

Ответ: $\alpha = 15^\circ$.

3.10. Частица находится в двумерном силовом поле, где ее потенциальная энергия $U = -\alpha xy$, $\alpha = 6,0$ Дж/м². Найти модуль силы, действующей на частицу в точке, где $U = -0,24$ Дж и вектор силы составляет угол $\vartheta = 15^\circ$ с ортом оси Y .

Ответ: $F = \sqrt{-2\alpha U / \sin 2\theta} = 2,4$ Н.

4.10. На подставке лежит гиря массой $m = 1,00$ кг, подвешенная на недеформированной пружине с жесткостью $k = 80$ Н/м. Подставку начали опускать с ускорением $a = 5,0$ м/с². Пренебрегая массой пружины, найти максимальное растяжение пружины в этом процессе.

Ответ: $x_{\max} = \left(g + \sqrt{2ga - a^2}\right) \frac{m}{k} = 23$ см.

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.10. Какой искусственный спутник Земли называется стационарным? Как определить радиус орбиты такого спутника?

2.10. На какой высоте над поверхностью Земли сила тяготения уменьшится на 10 %?

Ответ: 350 км.

3.10. На какой высоте должен вращаться искусственный спутник Земли, чтобы он находился все время над одной и той же точкой Земли?

Ответ: $H = 82400$ м.

4.10. Комета движется вокруг Солнца по эллипсу с эксцентриситетом $\varepsilon = 0,8$. Во сколько раз скорость кометы в ближайшей к Солнцу точке орбиты больше, чем в наиболее удаленной точке.

Ответ: 9.

5.10. Определите массу Земли, если спутник, движущийся в ее экваториальной плоскости с запада на восток по круговой орбите радиусом $2 \cdot 10^4$ км, появляется над некоторым пунктом на экваторе через каждые 11,6 ч.

Ответ: $6 \cdot 10^{24}$ кг.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.10. Поясните принцип расчета момента инерции тел произвольной формы относительно неподвижной оси.

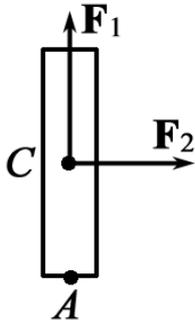
2.10. Какую силу следует приложить к рукоятке (см. рисунок), чтобы поднять груз массой m ?

Ответ: $F = mg \frac{R_2 \cdot R_4}{R_1 \cdot R_3}$.

3.10. Однородный стержень длиной $l = 1,0$ м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. В другой конец попадает пуля массой $m_0 = 7$ г, летящая перпендикулярно стержню, и застревает в нем. В результате стержень приобрел угловую скорость $\omega = 3,78$ рад/с. Определить массу стержня, если скорость пули равнялась $v_0 = 360$ м/с.

Ответ: $m = 2$ кг.

4.10. По шару массой $m = 5$ кг и радиусом $R = 10$ см, лежащему на гладкой горизонтальной поверхности, быстро наносят удар в горизонтальном направлении, сообщая ему импульс $P = 10$ Н·с. Высота удара над центром шара равна $R/2$. Найти скорость центра масс шара после удара и его частоту вращения.



Ответ: $v = 0,9$ м/с; $n = 1,4$ об/с.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.10. Какую работу совершает над частицей кориолисова сила при перемещении частицы относительно вращающейся системы отсчета из точки 1, отстоящей от оси вращения на расстояние r_1 , в точку 2, отстоящую от оси вращения на расстояние r_2 ?

2.10. На экваторе выстрелили вертикально вверх пулей из ружья. На какое расстояние и в какую сторону отклонится от вертикали пуля при подъеме на максимальную высоту? Начальная скорость пули $v_0 = 500$ м/с.

Ответ: $\Delta x = \frac{2}{3} \frac{v^3 \omega}{g^2} = 63$ м.

3.10. Горизонтально расположенный диск вращается с угловой скоростью $\omega = 5,0$ рад/с вокруг своей оси. Из центра диска с начальной скоростью $v_0 = 2,00$ м/с движется небольшая шайба массой $m = 160$ г. На расстоянии $r = 50$ см от оси ее скорость оказалась равной $v = 3,00$ м/с относительно диска. Найти работу, которую совершила при этом сила трения, действующая на шайбу, в системе «диск».

Ответ: -1 Дж.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.10. Дайте понятие четырехмерного интервала.

2.10. В K -системе отсчета мю-мезон, движущийся со скоростью $v = 0,99$ с, пролетел от места рождения до точки распада расстояние $l = 3$ км. Определить: 1) собственное время жизни мезона; 2) расстояние, которое пролетел мезон в K -системе с «его точки зрения».

Ответ: $\tau_0 = \frac{l}{v} \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = 1,4$ мкс; $l' = l \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = 0,42$ км.

3.10. Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость $v_1 = 0,4$ с. В момент вылета из ускорителя ядро выбросило в направлении своего движения β -частицу со скоростью $v_2 = 0,75$ с относительно ускорителя. Найти скорость u_{21} частицы относительно ядра.

Ответ: $0,5$ с.

4.10. Мезон, входящий в состав космических лучей, движется со скоростью, составляющей 95 % скорости света. Какой промежуток времени по часам земного наблюдателя соответствует одной секунде «собственного времени» мезона?

Ответ: $\tau = 3,2$ с.

КИНЕМАТИКА

1.11. Что характеризует тангенциальное ускорение?

2.11. Точка движется по оси x по закону $x = 15 + 8t - 2t^2$ (м). Найти координату и ускорение точки в момент, когда скорость точки обращается в нуль.

Ответ: 23 м; -4 м/с^2 .

3.11. Колесо начинает вращаться равноускоренно и через время $t = 1$ мин приобретает частоту $\nu = 720$ об/мин. Найти угловое ускорение колеса ε и число оборотов n колеса за это время.

Ответ: $1,26 \text{ рад/с}^2$; 360 об.

4.11. Свободно падающее тело в последнюю секунду своего движения проходит $1/3$ всего пути. Найти время t его падения и высоту h , с которой падало тело.

Ответ: 5,45 с; 145 м.

ДИНАМИКА

1.11. Приведите примеры траекторий (плоских и пространственных) с постоянным радиусом кривизны.

2.11. Тело массой $m = 3$ кг брошено под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $v = 20$ м/с. Определите, на сколько изменился импульс тела в верхней точке траектории по сравнению с начальным импульсом $\mathbf{P}_0 = m\mathbf{v}_0$.

Ответ: $\Delta P = mv_0 \cdot \sin \alpha \approx 52$ (кг·м)/с.

3.11. Груз, подвешенный к невесомой нити, описывает горизонтальную окружность с постоянной скоростью (конический маятник). Расстояние от точки подвеса до центра окружности равно h . Определите число оборотов маятника за 1 с.

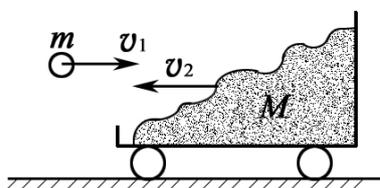
Ответ: $n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{h}}$.

4.11. Через неподвижный блок перекинута нить, к концам которой подвешены два груза массой 200 г. Какой добавочный груз нужно поместить на один из висящих грузов, чтобы каждый из них переместился на 150 см за 5 с.

Ответ: ≈ 5 г.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.11. Приведите примеры консервативных и неконсервативных сил. Сделайте рисунок.



2.11. Тележка с песком катится со скоростью $v_2 = 1$ м/с по горизонтальному пути без трения. Навстречу тележке летит шар массой $m = 2$ кг с горизонтальной скоростью $v_1 = 7$ м/с. Шар после встречи с тележкой застрял в песке. В какую сторону и с какой скоростью u покатится тележка после падения шара?

Масса тележки $M = 10$ кг.

Ответ: $u = 0,33$ м/с.

3.11. Легкий пластмассовый шарик для игры в настольный теннис роняют с высоты h . В нижней точке его траектории по нему ударяют ракеткой снизу вверх, после чего шарик подпрыгивает на высоту, в n раз большую первоначальной. Определить скорость ракетки в момент удара. Считать удар упругим, сопротивлением воздуха пренебречь. Масса ракетки много больше массы шарика.

Ответ: $u = \sqrt{gh/2}(\sqrt{n} - 1)$.

4.11. Небольшая шайба массой $m = 5,0$ г начинает скользить, если ее положить на шероховатую поверхность полусферы на высоте $h_1 = 60$ см от горизонтального основания полусферы. Продолжая скользить, шайба отрывается от полусферы на высоте $h_2 = 25$ см. Найти работу сил трения, действующих на шайбу при ее соскальзывании.

Ответ: $A_{\text{тр}} = mg(3h_2/2 - h_1) = -11$ мДж.

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.11. Законы сохранения каких физических величин применяются при описании движения планет и спутников? Сформулируйте и запишите эти законы.

2.11. Ракета поднялась на высоту 1600 км над поверхностью Земли. На сколько процентов уменьшится сила тяготения, действующая на ракету?

Ответ: 36 %.

3.11. Найти вес тела $m = 1$ кг, находящегося между Землей и Луной на расстоянии $x = 10^8$ м от центра Земли.

Ответ: 0,04 Н.

4.11. Искусственный спутник движется вокруг Земли по эллипсу с эксцентриситетом $\varepsilon = 0,2$. Во сколько раз скорость спутника в перигее больше, чем в апогее.

Ответ: 1,5.

5.11. Планета массой m движется по эллипсу вокруг Солнца так, что наименьшее и наибольшее расстояния ее от Солнца равны соответственно r_1 и r_2 . Определите момент импульса этой планеты относительно центра Солнца.

Ответ: $L = (1/2)m(r_1 + r_2) v$.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.11. Как выразить момент импульса через момент инерции системы?

2.11. На шарик действует сила, касательная к его боковой поверхности, которая изменяется по закону $F = At + Bt^2$ Н, где $A = 10$ Н/с; $B = -2$ Н/с². Через какое время после начала движения маховик остановится?

Ответ: $t = 7,5$ с.

3.11. Студент на скамье Жуковского держит на вытянутых руках гантели и вращается с угловой скоростью ω_1 . Затем он прижимает руки к груди. В первоначальном положении расстояние между гантелями $l_1 =$

120 см, а во втором $l_2 = 20$ см. Считая, что момент импульса платформы и студента много меньше момента импульса гантелей, сравните начальную и конечную угловую скорости вращения.

Ответ: $\omega_1/\omega_2 = 0,028$.

4.11. К однородному стержню массой $m = 5$ кг и длиной $l = 1$ м приложены две силы \mathbf{F}_1 и \mathbf{F}_2 (см. рисунок). Найти ускорение центра масс стержня и его угловое ускорение. Как изменится ответ, если силу \mathbf{F}_2 приложить к точке А? Модули сил соответственно равны $|\mathbf{F}_1| = 2$ Н; $|\mathbf{F}_2| = 3$ Н.

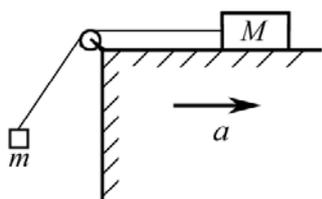
НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.11. Шарик массой m движется с относительной скоростью \mathbf{v}' вдоль жесткого стержня, вращающегося вокруг неподвижной оси с угловой скоростью ω , перпендикулярной к плоскости вращения. Чему равна сила бокового давления шарика на стержень.

2.11. Самолет летает на постоянной высоте по окружности радиуса R с постоянной скоростью v . В кабине самолета установлены пружинные и маятниковые часы. Какое время полета t' покажут маятниковые часы, если это время, измеренное пружинными часами, равно t . Силу Кориолиса, ввиду ее малости, не учитывать.

Ответ: $t' = t(1 + v^4 / 4R^2 g^2)$.

3.11. Винтовку навели на вертикальную черту мишени, находящейся точно в северном направлении, и выстрелили. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти, на сколько сантиметров и в какую сторону пуля, попав в мишень, отклонится от черты. Выстрел произведен в горизонтальном направлении на широте $\varphi = 60^\circ$,



скорость пули $v = 900$ м/с, расстояние до мишени $s = 1,0$ км.

Ответ: $h = (\omega s^2 / v) \sin \varphi = 7$ см.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.11. Лоренцово сокращение длины.

2.11. Предположим, что мы можем измерить длину стержня с точностью $\Delta l = 0,1$ мкм. При какой относительной скорости и двух инерциальных систем отсчета можно было бы обнаружить релятивистское сокращение длины стержня, собственная длина l_0 которого равна 1 м?

Ответ: 134 км/ч.

3.11. Две релятивистские частицы движутся в лабораторной системе отсчета со скоростями $v_1 = 0,6$ с и $v_2 = 0,9$ с вдоль одной прямой. Определить их относительную скорость u_{21} в двух случаях: 1) частицы движутся в одном направлении; 2) частицы движутся в противоположных направлениях.

Ответ: 1) 0,195 с; 2) 0,974 с.

4.11. В K -системе отсчета мю-мезон, движущийся со скоростью $v = 0,99c$, пролетел от места рождения до точки распада расстояние $l = 3$ км. Определить: 1) собственное время жизни мезона; 2) расстояние, которое пролетел мезон в K -системе с «его точки зрения».

$$\text{Ответ: } \tau_0 = \frac{l}{v} \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = 1,4 \text{ мкс}; \quad l' = l \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = 0,42 \text{ км}.$$

КИНЕМАТИКА

1.12. Приведите примеры движений, при которых отсутствует: а) нормальное ускорение, в) тангенциальное ускорение.

2.12. Движение материальной точки задано уравнением $x = At + Bt^2$, где $A = 4$ м/с, $B = -0,05$ м/с². Определить момент времени, в который скорость точки равна $v = 0$. Найти координату и ускорение в этот момент.

Ответ: 40 с; 40 м; $-0,1$ м/с².

3.12. Равноускоренно вращающееся колесо достигло угловой скорости $\omega = 20$ рад/с через $n = 10$ оборотов после начала вращения. Найти угловое ускорение колеса.

Ответ: $\varepsilon = 3,2$ рад/с².

4.12. Два тяжелых шарика брошены с одинаковыми начальными скоростями из одной точки вертикально вверх, один через 3 с после другого. Они встретились в воздухе через 6 с после вылета первого шарика. Определите начальную скорость шариков. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: 44,1 м/с.

ДИНАМИКА

1.12. Дайте определение центра инерции или центра масс системы материальных точек.

2.12. Материальная точка массой $m = 2$ кг, двигаясь равномерно по окружности, проходит путь, равный длинам двух с половиной окружностей, т.е. $S = 2,5 \cdot 2\pi R$. Определите, сколько раз в течение всего времени движения изменение импульса точки становится равным удвоенному значению ее начального импульса. Определите изменение импульса точки, если она прошла три четверти окружности радиусом 1 м за 6 с.

Ответ: $N = 3$; $\Delta P = P_2 - P_1$; $\Delta P \approx 2,2$ (кг·м)/с.

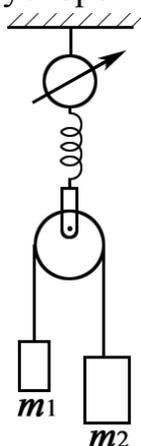
3.12. Вертикально расположенная пружина соединяет два груза. Масса верхнего груза 2 кг, нижнего 3 кг. Когда система подвешена за верхний груз, длина пружины равна 0,1 м. Если же систему поставить вертикально на подставку, длина пружины равна 4 см. Определить длину ненапряженной пружины.

Ответ: 0,064 м.

4.12. Тепловоз тянет состав, состоящий из 5 одинаковых вагонов с ускорением $a = 10$ м/с². Определите силу натяжения сцепки между третьим и четвертым вагонами (считая от начала состава), если масса каждого вагона $m = 100$ кг, а коэффициент сопротивления $\mu = 0,1$.

Ответ: $F = m(n - k) \cdot (a + \mu g)$, где $n = 5$; $k = 3$; $k + 1 = 4$.

$F = 2200$ Н.



ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

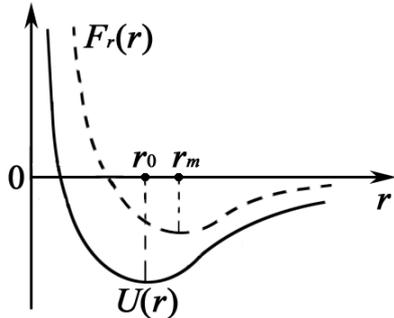
1.12. Как рассчитать потенциальную энергию силы тяжести?

2.12. Две пружины с жесткостями $k_1 = 0,3$ кН/м и $k_2 = 0,5$ кН/м скреплены последовательно и растянуты так, что абсолютная деформация x_2 второй пружины равна 3 см. Вычислить работу A растяжения пружины.

$$\text{Ответ: } A = \frac{1}{2} \frac{k_2}{k_1} (k_1 + k_2) x_2^2 = 0,6 \text{ Дж.}$$

3.12. Камешек скользит с наивысшей точки купола, имеющего форму полусферы. Какую дугу α опишет камешек, прежде чем оторваться от поверхности купола? Трением пренебречь.

$$\text{Ответ: } \alpha = \arccos(2/3) = 0,268\pi \text{ рад.}$$



4.12. С помощью электролебедки вверх по наклонной плоскости поднимают груз, причем канат параллелен наклонной плоскости. При каком угле наклона плоскости к горизонту скорость груза будет минимальной, если коэффициент трения 0,4, а мощность двигателя 1,5 кВт?

$$\text{Ответ: } \alpha = \arctg(1/\mu) = 68^\circ 12'.$$

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.12. Какое состояние тела называется состоянием невесомости?

2.12. Определите ускорение свободного падения на поверхности некоторой планеты, средняя плотность которой равна средней плотности Земли, но радиус в n раз больше земного радиуса.

$$\text{Ответ: } 9,8n.$$

3.12. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы переместить тело массой m с поверхности Луны на Землю? Считать, что в процессе движения взаимное расстояние H между Лунной и Землей не меняется.

$$\text{Ответ: } A = -Gm \left(\frac{M_{\text{Л}}}{r_0} + \frac{M_3}{H - r_0} - \frac{M_{\text{Л}}}{R_{\text{Л}}} - \frac{M_3}{H - R_{\text{Л}}} \right);$$

$$r_0 = \left(\frac{-M_{\text{Л}} + \sqrt{M_3 M_{\text{Л}}}}{M_3 - M_{\text{Л}}} \right) H,$$

r_0 — расстояние от Луны до точки, где сила тяготения равна нулю.

4.12. С какой скоростью упадет на поверхность Луны метеорит, скорость которого вдали от Луны пренебрежимо мала. Атмосфера на Луне отсутствует.

$$\text{Ответ: } 2,37 \text{ км/с.}$$

5.12. Спутник Марса Фобос обращается вокруг него по орбите радиусом 2400 км с периодом 7 ч 39 мин. Во сколько раз масса Марса меньше массы Земли?

$$\text{Ответ: } 9,3.$$

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.12. Сформулируйте частный случай основного закона динамики вращательного движения при неизменном моменте инерции.

2.12. Шарик массой 10 г находится в стакане. Вращая стакан, шарик раскрутили так, что он стал иметь 10 об/с. Систему предоставили самой себе. Через $\Delta t = \quad = 10$ с шарик остановился. Определить силу трения шарика о дно и стенки стакана.

Ответ: $F_{\text{тр}} = 6,28 \cdot 10^{-2}$ Н.

3.12. Имеются две одинаковые шайбы *A* и *B*. Шайба *A* лежит неподвижно на абсолютно гладкой поверхности, а шайба *B* движется поступательно и вращается с угловой скоростью $\omega_B = 2$ рад/с. Определить угловую скорость вращения системы из двух шайб после соударения, если удар был центральным и абсолютно неупругим.

Ответ: $\omega = 0,33$ рад/с.

4.12. Маховик в виде диска радиусом *R* и массой *M* может вращаться вокруг горизонтальной оси. На его цилиндрическую поверхность намотан шнур. К другому концу шнура привязан груз массой *m*. Груз подняли на высоту *h* и отпустили свободно. После падения с высоты *h* груз натянул шнур и привел маховик во вращательное движение. Какую угловую скорость приобрел при этом маховик?

Ответ: $\omega = \frac{2m\sqrt{2gh}}{(2m + M)R}$.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.12. Как направлена сила бокового давления (относительно направления вращения), когда шарик: 1) приближается к оси вращения; 2) удаляется от оси вращения (см. вопрос 1.11)?

2.12. Тонкий стержень длины $l = 1$ м вращается с угловой скоростью $\omega = 5$ рад/с вокруг одного из концов, описывая круговой конус (физический конический маятник). Найти угол отклонения стержня от вертикали. Задачу рассмотреть с точки зрения вращающейся системы отсчета.

Ответ: $\varphi = 54^\circ$.

3.12. Груз массой *M* находится на столе, который движется горизонтально с ускорением *a*. К грузу присоединена нить, перекинута через блок. К другому концу нити подвешен груз массой *m*. Найти силу натяжения нити и ускорения грузов.

Ответ: $a_{\text{отн}} = \frac{m\sqrt{a^2 + g^2} + Ma}{m + M}$; $T = \frac{mM}{m + M} (\sqrt{a^2 + g^2} - a)$.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.12. Связь между длительностями событий в различных инерциальных системах отсчета.

2.12. Космический корабль с постоянной скоростью $v = (24/25)c$ движется по направлению к центру Земли. Какое время в системе отсчета, связанной с Землей, пройдет на корабле за промежуток

времени $\Delta t' = 7$ с, отсчитанного по корабельным часам? Вращение Земли и ее орбитальное движение не учитывать.

Ответ: 24 с.

3.12. Две релятивистские частицы движутся навстречу друг другу с одинаковыми (в лабораторной системе отсчета) кинетическими энергиями, равными их энергии покоя. Определить: 1) скорости частиц в лабораторной системе отсчета; 2) относительную скорость сближения частиц (в с).

Ответ: 1) 0,866 с; 2) 0,9897 с.

4.12. Собственное время жизни τ_0 мю-мезона равно 2 мкс. От точки рождения до точки распада в лабораторной системе отсчета мю-мезон пролетел расстояние $l = 6$ км. С какой скоростью v (в долях скорости света) двигался мезон?

Ответ: $\beta = 0,995$.

КИНЕМАТИКА

1.13. Какое движение называется свободным падением?

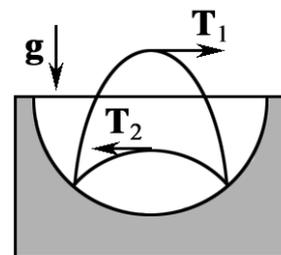
2.13. Движения двух материальных точек выражаются уравнениями: $x_1 = A + Bt + Ct^2$; $x_2 = D + Et + Ft^2$. Здесь: $A = 20$ м, $D = 2$ м, $B = E = 2$ м/с, $C = -4$ м/с², $F = 0,5$ м/с². В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковыми? Определить скорости и ускорения точек в этот момент.

Ответ: $t = 0$ с; $v_1 = v_2 = 2$ м/с; $a_1 = -8$ м/с²; $a_2 = 1$ м/с².

3.13. По дуге окружности радиусом $r = 10$ м движется точка. В некоторый момент времени t нормальное ускорение точки равно $4,9$ м/с², и векторы полного и нормального ускорений образуют угол $\varphi = 60^\circ$. Найти скорость и тангенциальное ускорение точки.

Ответ: 7 м/с; $8,5$ м/с².

4.13. В сферической лунке прыгает шарик, упруго ударяясь о ее стенки в двух точках, расположенных на одной горизонтали. Промежуток времени между ударами при движении шарика слева направо всегда равен T_1 , а при движении справа налево T_2 ($T_2 \neq T_1$). Определить радиус лунки.



Ответ: $R = g \cdot T_1 T_2 / \sqrt{8}$.

ДИНАМИКА

1.13. Дайте определение внутренних и внешних сил, действующих в системе материальных точек.

2.13. Мячик массой $m = 400$ г упруго ударяется о неподвижную вертикальную стенку со скоростью $v_0 = 20$ м/с, которая направлена под углом $\beta = 60^\circ$ к поверхности стенки. Определите изменение импульса мячика и импульс, полученный стенкой в результате соударения.

Ответ: $\Delta P = 2mv \cdot \cos \alpha = 13,8$ (кг·м)/с; $P_{\text{ст}} = -13,8$ (кг·м)/с.

3.13. Шарик подвешен на нити длиной 1 м. Шарик расположили так, что он начал двигаться равномерно по окружности в горизонтальной плоскости с периодом $1,57$ с. При этом угол, образованный нитью с вертикалью, равен $\pi/6$ рад. Определите линейную скорость и центростремительное ускорение при движении шарика по окружности.

Ответ: $v = 2$ м/с; $a_{\text{цс}} = 8$ м/с².

4.13. Через блок перекинут шнур, к концам которого прикреплены грузы массами $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 6$ кг. Блок подвешен к пружинным весам. Определите показание весов при движении грузов (массой блока и шнура, а также трением в блоке пренебрегаем (см. рисунок)).

Ответ: $F = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2} g = 80$ Н.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.13. Какой закон налагает строгие ограничения на возможности извлечения энергии и ее потребления? Приведите примеры.

2.13. Для получения медленных нейтронов их пропускают сквозь вещества, содержащие водород (например, парафин). Найти, какую наибольшую часть своей кинетической энергии нейтрон с массой m_0 может передать: 1) протону (масса m_0) и 2) ядру атома свинца (масса $m = 207m_0$). Наибольшая часть передаваемой энергии соответствует упругому центральному удару.

Ответ: 1) 100 %; 2) 1,9 %.

3.13. Потенциальная энергия частицы в некотором поле имеет вид $U = a/r^2 - b/r$, где a и b – положительные постоянные; r – расстояние от центра поля. Найти: а) значение r_0 , соответствующее равновесному положению частицы; выяснить, устойчиво ли это положение; б) максимальное значение силы притяжения; изобразить примерные графики зависимостей $U(r)$ и $F_r(r)$

Ответ: а) $r_0 = 2a/b$, устойчиво;
б) $F_{\max} = b^3/27a^2$.

4.13. В аттракционе поезд, как показано на рисунке, скатывается с горы высотой 50 м, проходит по склону расстояние 120 м и затем вновь поднимается на высоту 40 м. Какова при этом максимальная сила трения $F_{\text{тр}}$, действующая на поезд массой 500 кг? (Если бы $F_{\text{тр}}$ была бы больше, то поезд не смог бы достичь второй вершины. Силу $F_{\text{тр}}$ считать постоянной).

Ответ: $F_{\text{тр}} = 3267$ Н.

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.13. Можно ли создать состояние невесомости в кабине самолета? Если можно, то каким способом?

2.13. Определите массу Солнца, если известно, что средняя угловая скорость движения Земли вокруг Солнца равна $0,99^\circ$ в сутки.

Ответ: $1,98 \cdot 10^{30}$ кг.

3.13. Найти выражение для напряженности поля и силы гравитационного взаимодействия между тонким однородным кольцом радиусом R и массой M и материальной точкой массой m , лежащей на высоте h на перпендикуляре, восставленном из центра кольца к его плоскости.

Ответ: $F = G \frac{Mmh}{(R^2 + h^2)^{3/2}}$; $E = \frac{GMh}{(R^2 + h^2)^{3/2}}$.

4.13. На какое расстояние от поверхности Земли удалилось бы тело, брошенное вертикально вверх со скоростью 5 км/с, если бы атмосфера у Земли отсутствовала.

Ответ: 1590 км.

5.13. Как изменилась бы продолжительность земного года, если бы масса Земли сравнялась с массой Солнца, а расстояние между ними осталось бы прежним?

Ответ: стала бы равной 256 сут.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.13. Сформулируйте теорему Штейнера.

2.13. Как изменится момент импульса вращающейся системы, если на нее действует в течение 10 с момент силы трения равный 10 Н·м.

Ответ: $\Delta L = 100 \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}^2$.

3.13. На краю платформы массой $M = 200 \text{ кг}$ и радиусом $R = 2 \text{ м}$ стоит человек, масса которого равна $m = 70 \text{ кг}$. Платформа вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 1 \text{ рад/с}$. С какой угловой скоростью будет вращаться платформа, если человек пойдет по ее краю со скоростью 5 км/ч относительно платформы? Рассмотреть два случая: а) человек движется по ходу вращения; б) против хода.

Ответ: $\omega_1 = 0,51 \text{ рад/с}$; $\omega_2 = 1,49 \text{ рад/с}$.

4.13. Шар массой $m = 1 \text{ кг}$, катящийся без скольжения, ударяется о стенку и отскакивает от нее. Скорость шара до удара $v_1 = 10 \text{ см/с}$, после удара $v_2 = 8 \text{ см/с}$. Найти количество тепла, выделившееся при ударе.

Ответ: $Q = 2,52 \text{ Дж}$.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.13. В каком направлении (если смотреть сверху) поворачивается плоскость качения маятника Фуко, помещенного на Северном полюсе Земли?

2.13. Какова должна быть наименьшая скорость мотоциклиста, для того чтобы он мог ехать по внутренней поверхности вертикального цилиндра радиусом 4 м по горизонтальной окружности? Коэффициент трения скольжения между шинами мотоцикла и поверхностью цилиндра равен 0,4. Задачу рассмотреть с точки зрения вращающейся системы отсчета.

Ответ: $v = \sqrt{gR/\mu} = 9,9 \text{ м/с}$.

3.13. Тело брошено со скоростью $v_0 = 10 \text{ м/с}$ под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту в неинерциальной системе отсчета, движущейся с ускорением $a = 1 \text{ м/с}^2$, совпадающим с направлением полета тела. Под каким углом к горизонту тело упадет на Землю?

Ответ: $\varphi = 33,2^\circ$.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.13. Одновременность событий в СТО.

2.13. Фотонная ракета движется относительно Земли со скоростью $v = 0,6 c$. Во сколько раз замедлится ход времени в ракете с точки зрения земного наблюдателя?

Ответ: 1,25.

3.13. Какую долю скорости света должна составлять скорость частицы, чтобы ее кинетическая энергия была равна ее энергии покоя?

Ответ: $\beta = 86,6 \%$.

4.13. В лабораторной системе отсчета удаляются друг от друга две частицы с одинаковыми по модулю скоростями. Их относительная скорость U в той же системе отсчета равна $0,5 c$. Определить скорости частиц.

Ответ: $0,268c$.

КИНЕМАТИКА

1.14. При каком условии падающее тело будет двигаться равномерно?

2.14. Две материальные точки движутся согласно уравнениям: $x_1 = At + Bt^2 + Ct^3$; $x_2 = Dt + Et^2 + Ft^3$. Здесь: $A = 4$ м/с, $B = 8$ м/с², $C = -16$ м/с³, $D = 2$ м/с, $E = -4$ м/с², $F = 1$ м/с³. В какой момент времени t ускорения этих точек будут одинаковы? Найти скорости точек в этот момент.

Ответ: $t = 0,235$ с; $v_1 = 5,1$ м/с; $v_2 = 0,286$ м/с.

3.14. Маховое колесо вращается с угловой скоростью 10 рад/с. Модуль линейной скорости некоторой точки маховика равен 2 м/с. Определить модуль линейной скорости точки, находящейся дальше от оси маховика на 0,1 м.

Ответ: 3 м/с.

4.14. Из пушки выпустили последовательно два снаряда с равными скоростями $v_0 = 250$ м/с, первый – под углом $\alpha_1 = 60^\circ$ к горизонту, второй – под углом $\alpha_2 = 45^\circ$ к горизонту. Азимут один и тот же. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти интервал времени Δt между выстрелами, при котором снаряды столкнутся друг с другом.

Ответ: $\Delta t = \frac{2v_0}{g} \cdot \frac{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}{\cos \alpha_2 + \cos \alpha_1} = 11$ с.

ДИНАМИКА

1.14. Получите выражение, определяющее скорость центра масс системы материальных точек.

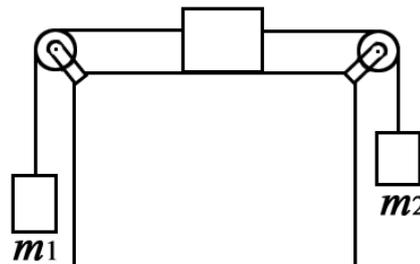
2.14. Тело массой 4 кг брошено горизонтально с некоторой начальной скоростью с высоты 45 м. Определите изменение импульса тела за время его движения, а также импульс силы, действующей на тело за это время. (Силой сопротивления воздуха пренебрегаем).

Ответ: $\Delta P = 120$ (кг·м)/с; $F \cdot \Delta t = \Delta P = 120$ (кг·м)/с.

3.14. Горизонтально летящая пуля пробил вращающийся с частотой 10 с⁻¹ вертикальный барабан по его диаметру, равному 1 м. Какова скорость пули внутри барабана, если расстояние по окружности между пробоинами оказалось равным 0,942 м?

Ответ: $v = 33$ м/с.

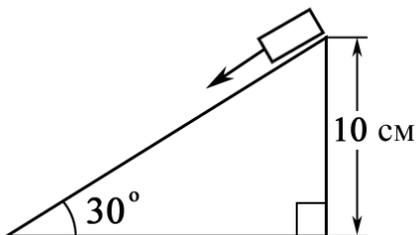
4.14. К краям стола (см. рисунок) прикреплены неподвижные блоки, через которые перекинута два шнура, привязанные к бруску, массой $m = 3$ кг, лежащему на столе. (Силой трения между столом и бруском пренебрегаем). К висящим концам шнуров подвешены гири, массы которых $m_1 = 1,5$ кг и $m_2 = 2,5$ кг. Определите силу натяжения каждого из шнуров. (Массой блоков и трением в блоках пренебрегаем).



Ответ: $F_{нат1} = m_1(g + a) = 17,1$ Н; $F_{нат2} = m_2(g - a) = 21,5$ Н.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.14. Какая величина остается неизменной для материальной точки, находящейся в поле фундаментальных сил? Получите эту формулу.



2.14. Брусок массой 1 кг скользит по наклонной плоскости; в начальный момент на вершине его скорость равна нулю. У основания наклонной плоскости скорость бруска равна 100 м/с. а) Какую работу совершает сила трения? б) Чему равна постоянная сила трения? в) Если покрыть наклонную плоскость масляной пленкой и уменьшить силу трения в 10 раз, то каким будет значение скорости бруска у основания наклонной плоскости?

наклонную плоскость масляной пленкой и уменьшить силу трения в 10 раз, то каким будет значение скорости бруска у основания наклонной плоскости?

Ответ: а) $-0,48$ Дж; б) $F_{\text{тр}} = 2,4$ Н; в) $v = 1,365$ м/с.

3.14. Для откачки нефти с глубины $H = 1000$ м поставлен насос мощностью $N = 10$ кВт. Коэффициент полезного действия насоса $\eta = 0,8$. Какова масса m нефти, добытой за $t = 10$ ч работы насоса, при подаче нефти на поверхность земли со скоростью $v = 0,1$ м/с. Каков радиус трубы, по которой подается нефть? Считать, что уровень нефтяного пласта не понижается.

Ответ: $m = \frac{\eta N t}{0,5v^2 + gH} = 2,9 \cdot 10^4$ кг; $R = \sqrt{\frac{m}{\rho \pi v t}} = 5,7 \cdot 10^{-2}$ м.

4.14. Цепочка массой $m = 1,0$ кг и длиной $l = 1,40$ м висит на нити, касаясь поверхности стола своим нижним концом. После пережигания нити цепочка упала на стол. Найти полный импульс, который она передала столу.

Ответ: $p = \frac{2m}{3} \sqrt{2gl} = 3,5$ (кг·м)/с.

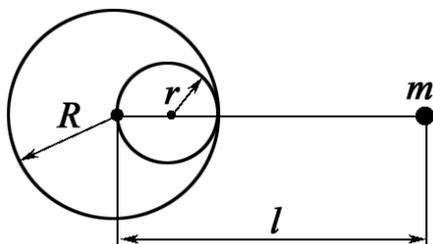
ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.14. Равны ли между собой сила тяжести и вес тела. Какой вес называют кажущимся весом?

2.14. С увеличением высоты полета искусственного спутника Земли его скорость уменьшилась с 7,79 км/с до 7,36 км/с. На сколько увеличился период обращения спутника вокруг Земли?

Ответ: 15 мин.

3.14. Вывести выражение для напряженности гравитационного поля, создаваемого тонкой сферической оболочкой радиусом R внутри и вне оболочки. Масса единицы поверхности оболочки σ . Построить график зависимости $E = f(r)$.



4.14. В металлическом шаре радиусом $R = 1$ м сделана сферическая полость радиусом $r = 0,5R$, которая касается поверхности шара, как показано на рисунке. На расстоянии $l = 10$ м от центра шара

находится маленький шарик, который можно рассматривать как материальную точку. Во сколько раз сила F гравитационного взаимодействия шара без полости больше силы F_1 гравитационного взаимодействия шара с полостью с маленьким шариком?

Ответ: 1,16.

5.14. На поверхности планеты телу сообщили скорость, превышающую вторую космическую скорость на 0,5 %. Во сколько раз скорость тела вдали от планеты будет меньше второй космической скорости?

Ответ: в 10 раз.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.14. Как рассчитать работу, совершаемую системой (над системой) при вращательном движении?

2.14. На диск, вращающийся с угловой скоростью $\omega = 100$ рад/с, в течение $t = 10$ с действует тормозящая сила $F = 5$ Н. Какой будет угловая скорость диска после действия силы, если его радиус 10 см, а масса 5 кг?

Ответ: $\omega_2 = 50$ рад/с.

3.14. В лаборатории для исследования магнитных полей используют магнитную стрелку на подставке. Муха, летящая на запад, села на конец стрелки. Определить начальную угловую скорость, приобретенную стрелкой после посадки. Принять: массу стрелки $M = 20$ г; длину стрелки $l = 7$ см; массу мухи $m = 5$ г; скорость полета $v = 5$ м/с.

Ответ: $\omega = 71,4$ рад/с.

4.14. Два горизонтально расположенных диска вращаются вокруг общей оси. Ось проходит через их центры. Моменты инерции дисков относительно этой оси равны: $J_1 = 5$ кг·м², $J_2 = 10$ кг·м², а угловые скорости: $\omega_1 = 2\pi$ с⁻¹ и $\omega_2 = \pi$ с⁻¹. После падения верхнего диска на нижний, благодаря трению между ними, оба диска через некоторое время начинают вращаться как одно целое. Найти общую угловую скорость системы из двух дисков и работу, которую совершили силы трения.

Ответ: $\omega = 1,3\pi$ с⁻¹, $A = 16,4$ Дж.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.14. Представим себе, что в земном шаре просверлен канал по диаметру в плоскости экватора. Каково направление силы давления на стенку канала со стороны тела, падающего по нему?

2.14. Через невесомый блок перекинута веревка с грузами массой m и M . Блок движется вверх с ускорением a . Пренебрегая трением на блоке, найти давление блока на ось, силу натяжения веревки и ускорения грузов.

Ответ: $F = 2T$; $T = \frac{2mM(g+a)}{m+M}$; $a_{\text{отн}} = \frac{(M-m)(g+a)}{(m+M)}$.

3.14. Имеется система отсчета, вращающаяся относительно инерциальной системы вокруг оси z с постоянной угловой скоростью ω .

Из точки O , находящейся на оси z , вылетает в перпендикулярном к оси направлении частица массой m и летит относительно инерциальной системы прямолинейно с постоянной скоростью v . Найти наблюдаемый во вращающейся системе отсчета момент импульса $\mathbf{M}(t)$ частицы относительно точки O . Показать, что возникновение $\mathbf{M}(t)$ обусловлено действием силы Кориолиса.

Ответ: $\mathbf{M}(t) = -mv^2 t^2 \boldsymbol{\omega}$.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.14. Сложение скоростей в СТО.

2.14. Две нестабильные частицы движутся в K -системе отсчета по некоторой прямой в одном направлении с одинаковой скоростью $v = 0,99$ с. Расстояние между частицами в этой системе отсчета $l = 12$ м. В некоторый момент обе частицы распались одновременно в K' -системе отсчета, связанной с ним. Найти: 1) промежуток времени между моментами распада обеих частиц в исходной K -системе; 2) какая частица распалась позже в K -системе.

Ответ: $t_1 - t_2 = 2$ мкс.

3.14. Сравните величину релятивистского и классического импульсов электрона при скорости $v = (24/25) c = 0,96$ с.

Ответ: $\gamma = \frac{25}{7} = \frac{P_{\text{рел}}}{P_{\text{кл}}}$.

4.14. В лабораторной системе отсчета удаляются друг от друга две частицы с одинаковыми по модулю скоростями. Их относительная скорость U в той же системе отсчета равна $0,5$ с. Определить скорости частиц.

Ответ: $0,268c$.

КИНЕМАТИКА

1.15. От чего зависит ускорение свободного падения?

2.15. Из одной точки одновременно в одном направлении начали равноускоренно двигаться две точки. Первая – с начальной скоростью $v_1 = 1$ м/с и ускорением $a_1 = 2$ м/с². Вторая – с начальной скоростью $v_2 = 10$ м/с и ускорением $a_2 = 1$ м/с². Когда и на каком расстоянии 1-я точка догонит 2-ю?

Ответ: 18 с; 342 м.

3.15. Ось с двумя дисками на расстоянии 0,5 м друг от друга вращается с частотой $n = 1600$ об/мин. Пуля летит вдоль оси и пробивает оба диска. Отверстие от пули во втором диске смещено относительно отверстия в первом диске на угол $\varphi = 12^\circ$. Найти скорость v пули.

Ответ: 400 м/с.

4.15. С какой наименьшей скоростью следует бросить тело под углом 60° к горизонту, чтобы оно перелетело через вертикальную стену высотой 5,6 м, если стена находится от точки бросания на расстоянии 5 м?

Ответ: 12,7 м/с.

ДИНАМИКА

1.15. Как определить ускорение движения центра масс системы тел?

2.15. Шарик массой 200 г упал свободно с высоты 5 м на горизонтальную массивную плиту и отскочил от нее вверх после упругого удара. Определите импульс, полученный плитой при ударе шарика, а также среднюю силу, действующую на шарик при ударе, длящемся в течение времени $\Delta t = 0,1$ с.

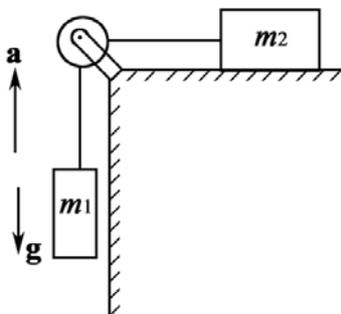
Ответ: $P_{\text{пл}} = 4$ (кг·м)/с; $F_{\text{ср}} = 40$ Н.

3.15. Бусинка может скользить по обручу радиусом 4,5 м, который вращается относительно вертикальной оси, проходящей через его центр и лежащей в плоскости обруча, с угловой скоростью 2 рад/с. На какую максимальную высоту относительно нижней точки обруча может подняться бусинка?

Ответ: $h = 2$ м.

4.15. На наклонной плоскости находится легкая тележка, которая может скатываться с наклонной плоскости без трения. На тележке укреплен кронштейн с шариком массой $m = 10$ г на невесомой и нерастяжимой нити. До начала скатывания нить удерживалась в направлении, перпендикулярном к наклонной плоскости. Определите ускорение тележки, силу натяжения нити отвеса при свободном скатывании тележки, если угол наклона плоскости к горизонту равен 30° . (Силой трения тележки о плоскость пренебрегаем).

Ответ: $a = g \cdot \sin \alpha$; $F_{\text{нат}} = mg \cdot \cos \alpha = 0,087$ Н.

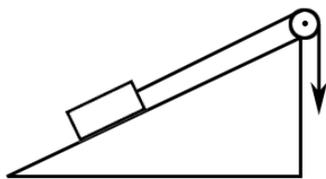


ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.15. Как из скалярной величины «построить» вектор? Покажите это на примере потенциальной энергии.

2.15. Самолет для взлета должен иметь скорость 25 м/с. Длина его пробега перед взлетом 100 м. Какова должна быть мощность моторов при взлете, если масса самолета 1 т, коэффициент сопротивления 0,02?

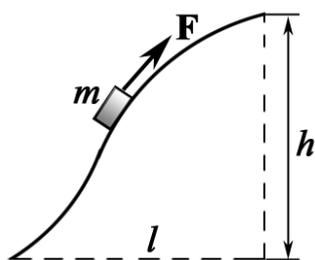
Ответ: $N = 83$ кВт.



3.15. Груз массой m медленно поднимают на высоту h по наклонной плоскости с помощью блока и троса. При этом совершается работа A . Затем трос отпускают, и груз скользит вниз. Какую скорость он приобретет, скатившись до исходной точки?

Ответ: $v = \sqrt{4gh - 2A/m}$.

4.15. К небольшому бруску массой $m = 50$ г, лежащему на горизонтальной плоскости, приложили постоянную горизонтальную силу $F = 0,10$ Н. Найти работу сил трения за время движения бруска, если коэффициент трения зависит от пройденного пути x как $\mu = \gamma x$, где γ – постоянная.



Ответ: $A_{\text{тр}} = -2F^2/\gamma mg = -0,12$ Дж.

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.15. Как определить кажущийся вес пассажира автобуса, движущегося с ускорением?

2.15. Определите период обращения искусственного спутника, движущегося в непосредственной близости от поверхности планеты, средняя плотность вещества которой равна ρ .

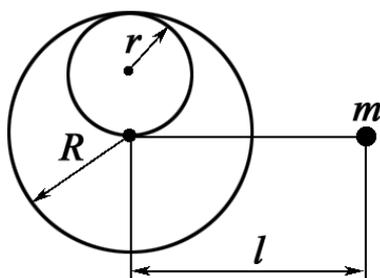
Ответ: $\sqrt{3\pi/(G\rho)}$.

3.15. Определить напряженность гравитационного поля (ускорение свободного падения), создаваемого сплошной однородной сферой радиусом R внутри сферы. Плотность материала сферы ρ . Построить график зависимости $E = f(r)$.

Ответ: $(4/3)\pi\rho^2/G$.

4.15. На расстоянии $a = 0,25$ м от бесконечно длинной тонкой проволоки против ее середины находится материальная точка массой 10 г. Масса нити равномерно распределена по ее длине с линейной плотностью $\tau = 0,01$ кг/м. Определите величину силы гравитационного притяжения материальной точки к нити.

Ответ: 53,4 фН.



5.15. Кинетическая энергия спутника на круговой орбите равна K . Чему равна его потенциальная энергия?

Ответ: $-2K$.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.15. Чему равна кинетическая энергия тела, участвующего одновременно в поступательном и вращательном движении?

2.15. Маховик в виде обруча на спицах приводится в движение через приводной ремень двигателем мощностью N . Масса маховика сосредоточена по ободу маховика и равна m . Радиус маховика R . Определить число оборотов маховика через время t . Считать, что потерь мощности нет.

$$\text{Ответ: } n = \pi \sqrt{\frac{8Nt}{mR^2}}.$$

3.15. Флюгер в виде однородного стержня может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через центр симметрии. Масса флюгера $M = 100$ г, а длина $l = 20$ см. Мальчик выстрелил в него из рогатки кусочком жвачки массой $m = 30$ г. Жвачка летела под углом $\alpha = 30^\circ$ к линии флюгера в плоскости вращения последнего, и, попав в его конец, прилипла. При этом флюгер приобрел начальную угловую скорость $\omega = 2$ рад/с. Определить жесткость резины рогатки, если мальчик растянул ее на $\Delta x = 10$ см. (Учесть, что у рогатки две резинки).

$$\text{Ответ: } k = 0,25 \text{ Н/м.}$$

4.15. На гладкой горизонтальной поверхности движется небольшая шайба со скоростью v . Двигаясь перпендикулярно к стержню, шайба ударяет абсолютно упруго стержень в конец. Масса стержня в η раз больше массы шайбы, а его длина равна l . Определить: а) скорость шайбы и угловую скорость вращения стержня после столкновения; б) значение η , при котором скорость шайбы после удара будет равна нулю; в) значение η , при котором шайба изменит направление движения на обратное.

$$\text{Ответ: а) } v' = v \frac{4 - \eta}{4 + \eta}, \quad \omega = \frac{12v}{l(4 + \eta)}; \text{ б) } \eta = 4; \text{ в) } \eta > 4.$$

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.15. По часовой или против часовой стрелки закручен вихрь «антициклона» в Северном полушарии? В какую сторону отклоняется воздух, движущийся от центра этой зоны?

2.15. Человек массой $m = 60$ кг идет равномерно по периферии горизонтальной круглой платформы радиусом $R = 3,0$ м, которую вращают с угловой скоростью $\omega = 1,00$ рад/с вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Найти горизонтальную составляющую силы, действующей на человека со стороны платформы, если результирующая сил инерции, приложенных к нему в системе отсчета «платформа», равна нулю.

$$\text{Ответ: } F = m\omega^2 R/4 = 45 \text{ Н.}$$

3.15. Горизонтальный диск радиусом R вращается с угловой скоростью ω вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через его край. По периферии диска равномерно относительно него движется частица

массы m . В момент, когда она оказывается на максимальном расстоянии от оси вращения, результирующая сил инерции $F_{ин}$, действующих на частицу в системе «диск», обращается в нуль. Найти: а) ускорение a' частицы относительно диска; б) зависимость $F_{ин}$ от расстояния до оси вращения.

Ответ: а) $a' = \omega^2 R$; б) $F_{ин} = m\omega^2 r \sqrt{(2R/r)^2 - 1}$.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.15. В чем состоит оптический эффект Доплера?

2.15. На космическом корабле-спутнике находятся часы, синхронизированные до полета с земными. Скорость v_0 спутника составляет 7,9 км/с. На сколько отстанут часы на спутнике по измерениям земного наблюдателя по своим часам за время $\tau_0 = 0,5$ года?

Ответ: $\tau = 0,57$ с.

3.15. До какой энергии можно ускорить частицы в циклотроне, если относительное увеличение массы частицы не должно превышать 5 %? Задачу решить для: 1) электронов; 2) протонов.

Ответ: $E_1 = 2,5610^{-2}$ МэВ; $E_2 = 47$ МэВ.

4.15. При какой скорости кинетическая энергия любой элементарной частицы равна ее энергии покоя?

Ответ: $v = 0,866c$.

КИНЕМАТИКА

1.16. Что называется средней угловой скоростью? мгновенной угловой скоростью? Как определяется направление угловой скорости?

2.16. Предельная скорость падения человеческого тела в воздухе около 55 м/с. С какой высоты должно падать тело в вакууме, чтобы достичь такой скорости?

Ответ: 154 м.

3.16. Самолет, летящий горизонтально на высоте $H = 1960$ м со скоростью $v = 360$ км/ч, сбросил бомбу. За какое время t до прохождения над целью и на каком расстоянии S от нее должен самолет сбросить бомбу, чтобы попасть в цель? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: 20 с; 2 км.

4.16. Два тела одновременно бросили из одной точки. Начальная скорость первого тела равна 10 м/с и направлена вертикально вверх, скорость второго тела равна 20 м/с и направлена под углом 30° к горизонту. Определите расстояние между телами через 1 с после начала движения.

Ответ: 17,3 м.

ДИНАМИКА

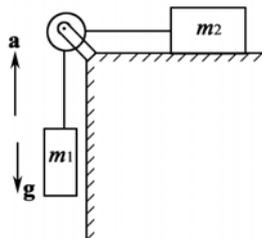
1.16. Как определяется вектор полного импульса системы материальных точек?

2.16. Космический корабль имеет массу $m = 3$ т. При движении расход горючего в единицу времени составляет $\Delta m = 0,3$ кг, при этом из его двигателей вырывается струя газа со скоростью $v = 900$ м/с. Определите ускорение, с которым движется корабль.

Ответ: $a = -\frac{\Delta m \cdot v}{\Delta t \cdot m} = -9$ см/с².

3.16. Через вращающийся вокруг горизонтальной оси блок перекинута нить – невесомая и нерастяжимая, к концам которой привязаны грузы $m_1 = 0,5$ кг и $m_2 = 0,6$ кг. Определите давление блока на ось при движении грузов и ускорение грузов (массой блока и трением в блоке пренебречь).

Ответ: $F_d = 10,9$ Н; $a = 0,91$ м/с².



4.16. На рисунке изображена система грузов, находящихся в лифте, который движется вверх с ускорением $a = 1$ м/с². Коэффициент трения между грузом массой m_2 и столом равен $\mu = 0,1$. Определите силу натяжения троса, связывающего грузы, если $m_1 = 1$ кг, а $m_2 = 2$ кг.

Ответ: $F_{\text{нат}} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (1 + \mu)(a + g) = 8$ Н, при $\mu m_2 < m_1$.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

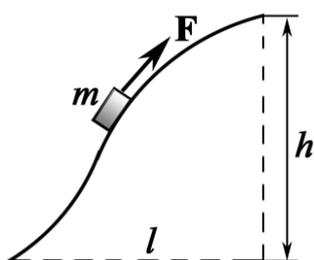
1.16. Если на тело действует несколько сил, например гравитационная и упругая. Чему равна полная потенциальная энергия такого тела?

2.16. Какова мощность N воздушного потока сечением $S = 0,55 \text{ м}^2$ при скорости воздуха $v = 20 \text{ м/с}$ и нормальных условиях?

Ответ: $N = \frac{1}{2} \rho S v^3 = 2,56 \text{ кВт}$.

3.16. На чашку, подвешенную на пружине с коэффициентом жесткости $k = 100 \text{ Н/м}$, падает с высоты $h = 1 \text{ м}$ груз массой $m = 1 \text{ кг}$ и остается на чашке, то есть удар груза о дно чашки можно считать абсолютно неупругим. Чашка начинает колебаться. Рассчитайте амплитуду колебаний чашки. Массой чашки пренебречь.

Ответ: $0,46 \text{ м}$.



4.16. Небольшое тело массой m медленно втащили на горку, действуя силой F , которая в каждой точке направлена по касательной к траектории. Найти работу этой силы, если высота горки h , длина ее основания и коэффициент трения k .

Ответ: $A = mg(h + kl)$.

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

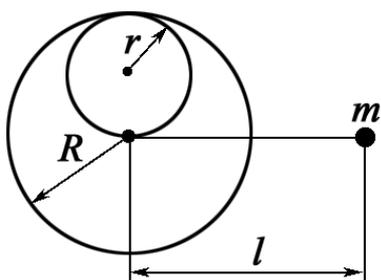
1.16. Каким способом можно создать искусственную тяжесть для пассажиров космического корабля?

2.16. На каком расстоянии от поверхности Земли должен находиться ее искусственный спутник, если он движется в плоскости экватора с периодом, равным периоду вращения Земли вокруг своей оси?

Ответ: $6,1 \cdot 10^3 \text{ км}$.

3.16. Найти силу гравитационного взаимодействия между тонкой однородной нитью длиной l и массой M и материальной точкой массой m , лежащей на отрезке перпендикуляра длиной r_0 , восставленного к середине нити. Рассмотреть также случай $l \gg r_0$.

Ответ: $2GMm/r_0l$.



4.16. В шаре радиусом $R = 1 \text{ м}$ сделана сферическая полость радиусом $r = 0,5R$, которая касается поверхности шара, как показано на рисунке. На расстоянии $l = 2 \text{ м}$ от центра шара находится маленький шарик массой $m = 100 \text{ г}$. Масса шара без полости равна $3,6 \cdot 10^4 \text{ кг}$. Определите величину силы

гравитационного притяжения маленького шарика к шару с полостью.

Ответ: 53,2 нН.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.16. Сопоставьте между собой динамические параметры поступательного и вращательного движения.

2.16. Момент силы, действующий на маховик по закону $M = a + bt^2$, где $a = 0,5 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $b = 0,5 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{с}^2$. Определить массу маховика, если известно, что его радиус $R = 0,4 \text{ м}$ и что угловое ускорение стало равным $\varepsilon = 4,5 \text{ с}^{-2}$, через $\Delta t = 2 \text{ с}$ после начала действия вращательного момента.

Ответ: $m = 6,2 \text{ кг}$.

3.16. Диск весом P катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью v . Найти кинетическую энергию диска.

Ответ: $K = \frac{3}{2} \frac{Pv^2}{g}$.

4.16. Корабль движется со скоростью $v = 36 \text{ км}/\text{ч}$ по дуге радиусом $R = 200 \text{ м}$. Найти момент гироскопических сил, действующих на подшипник со стороны вала с маховиком, которые имеют момент инерции относительно оси вращения $J = 3,8 \cdot 10^3 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ и делают $n = 300 \text{ об}/\text{мин}$. Ось вращения ориентирована вдоль корабля.

Ответ: $M = 6 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.16. Относительно горизонтально расположенного диска, вращающегося с угловой скоростью ω_0 , тело, лежащее на диске, находится в покое. Масса тела равна m , расстояние от оси вращения r . а) Какие силы действуют на тело в неподвижной системе отсчета? б) В какой системе отсчета к предыдущим силам добавится только центробежная сила инерции? в) В какой системе отсчета появится еще и сила Кориолиса?

2.16. Мотоциклист, масса которого вместе с мотоциклом равна $m = 500 \text{ кг}$, совершает крутой поворот, двигаясь по окружности радиуса $R = 20 \text{ м}$. При этом он наклонился на угол $\alpha = 30^\circ$ от вертикали. Найти скорость мотоциклиста и центробежную силу инерции, действующую на мотоциклиста.

Ответ: $v = \sqrt{Rg \operatorname{tg}\alpha} = 10,64 \text{ м}/\text{с}$; $F = 2829 \text{ Н}$.

3.16. Горизонтальный диск вращают с угловой скоростью $\omega = 6,0 \text{ рад}/\text{с}$ вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. По одному из диаметров диска движется небольшое тело массой $m = 0,50 \text{ кг}$ с постоянной относительно диска скоростью $v' = 50 \text{ см}/\text{с}$. Найти силу, с которой диск действует на это тело в момент, когда оно находится на расстоянии $r = 30 \text{ см}$ от оси вращения.

Ответ: $F = m\sqrt{g^2 + \omega^4 r^2 + (2v'\omega)^2} = 8 \text{ Н}$.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.16. В чем состоит смысл парадокса близнецов?

2.16. Двое часов после синхронизации были помещены в системы координат K и K' , движущиеся относительно друг друга. При какой скорости u их относительного движения возможно обнаружить релятивистское замедление хода часов, если собственная длительность τ_0 измеряемого промежутка времени составляет 1 с? Измерение времени производится с точностью до $\Delta\tau = 10$ пс.

Ответ: 1,34 км/с.

3.16. Найти скорость мезона, если его полная энергия в 10 раз больше энергии покоя.

Ответ: 2,985 м/с.

4.16. Найти скорость космической частицы, если ее полная энергия в k раз превышает энергию покоя.

Ответ: $v = \frac{c}{k} \sqrt{k^2 - 1}$.

Вариант № 17.

1.17. Что называется средним угловым ускорением? Мгновенным угловым ускорением? Как определяется направление углового ускорения?

2.17. Камень падает с высоты $h = 1200$ м. Какой путь S пройдет камень за последнюю секунду своего падения?

Ответ: 150 м.

3.17. Пуля вылетает из ствола в горизонтальном направлении со скоростью $v = 1000$ м/с. На сколько снизится пуля во время полета, если щит с мишенью находится на расстоянии, равном 400 м?

Ответ: 78,4 см.

4.17. Тело A брошено вертикально вверх со скоростью 20 м/с, тело B брошено горизонтально со скоростью 4 м/с с высоты 20 м одновременно с телом A . Расстояние по горизонтали между исходными положениями тел равно 4 м. Определите скорость тела A в момент его столкновения с телом B .

Ответ: 10,2 м/с.

ДИНАМИКА

1.17. Докажите инвариантность уравнений Ньютона для материальной точки, а также для произвольных систем материальных точек относительно преобразований Галилея, соответствующих переходу от одной инерциальной системы к другой.

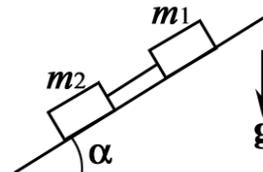
2.17. При маневрировании космического корабля из его двигателей вырывается струя газов со скоростью $v = 850$ м/с, при этом расход горючего составляет $\frac{\Delta m}{\Delta t} = 0,25$ кг/с. Определите реактивную силу двигателей корабля.

Ответ: $F = -ma = -\frac{\Delta m}{\Delta t} v = -212,5$ Н.

3.17. На внутренней поверхности сферы радиусом 0,1 м, вращающейся вокруг вертикальной оси, находится небольшой предмет. С какой постоянной частотой должна вращаться сфера, чтобы предмет находился в точке, направление на которую составляет угол 45° ? Коэффициент трения между предметом и поверхностью сферы равен 0,2 ($g \approx 10$ м/с²).

Ответ: $n = 1,55$ об/с.

4.17. По наклонной плоскости скользят два груза массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг, связанные невесомой нерастяжимой нитью. Коэффициенты трения между грузами и плоскостью равны, соответственно: $\mu_1 = 0,7$; $\mu_2 = 0,6$. Определите силу натяжения нити, если угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30^\circ$.



Ответ: $F_{\text{нат}} = (\mu_1 - \mu_2) \frac{m_1 m_2 g \cos \alpha}{m_1 + m_2} = 0,58$ Н.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.17. Сформулируйте закон сохранения энергии для системы материальных точек.

2.17. Акробат массой 60 кг прыгает с высоты 10 м на растянутую сетку. На сколько прогнется при этом сетка? Когда акробат стоит неподвижно на сетке, ее статический прогиб равен 5 см.

Ответ: 1 м.

3.17. Цепочка массой $m = 0,8$ кг и длиной $l = 1,5$ м лежит на шероховатом столе так, что один ее конец свешивается у его края. Цепочка начинает сама соскальзывать, когда ее свешивающаяся часть составляет $\eta = 1/3$ длины цепочки. Какую работу совершат силы трения, действующие на цепочку, при ее полном соскальзывании со стола?

Ответ: $A = -(1 - \eta)\eta mgl/2 = -1,3$ Дж.

4.17. К потолку привязан резиновый шнур, свободный конец которого находится на высоте h над полом. Если подвесить к нему небольшой тяжелый груз, который затем плавно опустить, то конец шнура с грузом опустится на расстояние $h/3$. На какую наименьшую высоту над полом надо затем поднять груз, чтобы после того, как его отпустят, он ударился о пол. Как изменится ответ при замене резинового шнура пружиной?

Ответ: $H_1 = (3/2)h$; $H_2 = (4/3)h$.

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.17. Сформулируйте принцип эквивалентности. Докажите, что инертная и гравитационная массы точно совпадают.

2.17. Первый спутник движется по круговой орбите на высоте, равной радиусу планеты, а второй – на высоте, в 7 раз большей. Во сколько раз скорость первого спутника больше скорости второго?

Ответ: 2.

3.17. Вычислить напряженность гравитационного поля в пространстве между двумя тонкими бесконечными однородными плоскостями и вне их. Масса единицы поверхности равна σ .

Ответ: 0; $4\pi G\sigma$.

4.17. На оси кольца радиусом R , изготовленным из тонкой проволоки, находится материальная точка. При каком соотношении между расстоянием l от центра кольца до материальной точки и радиусом R сила гравитационного взаимодействия между кольцом и материальной точкой имеет максимальное значение?

Ответ: $l = R / \sqrt{2}$.

5.17. Наибольшее расстояние от Солнца до кометы Галлея равно 35,4 радиуса земной орбиты, а наименьшее – 0,6. Прохождение ее вблизи Солнца наблюдалось в 1986 году. В каком году произошло ее предыдущее прохождение?

Ответ: в 1910 г.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.17. Что называют гироскопом и где его применяют?

2.17. На маховик действует вращающий момент $M = 140$ Н·м. В результате маховик получил угловое ускорение $\varepsilon = 1$ с⁻². Определить радиус маховика, если его масса $m = 300$ кг.

Ответ: $R = 0,68$ м.

3.17. Обруч и сплошной цилиндр поднимаются вверх по наклонной плоскости и достигают одинаковой высоты подъема. Определить отношение их линейных скоростей в начале подъема.

Ответ: $v_1/v_2 = \sqrt{3}/2$.

4.17. Локомотив приводится в движение турбиной, ось которой параллельна осям колес. Направление вращения турбины совпадает с направлением вращения колес. Момент инерции ротора турбины относительно собственной оси $J = 240$ кг·м². Найти добавочную силу давления на рельсы, обусловленную гироскопическими силами, когда локомотив движется по закруглению радиусом $R = 250$ м со скоростью $v = 50$ км/ч. Расстояние между рельсами $l = 1,5$ м. Турбина вращается с частотой $n = 1500$ об/мин.

Ответ: $F_{\text{доб}} = \pm 14$ кН.

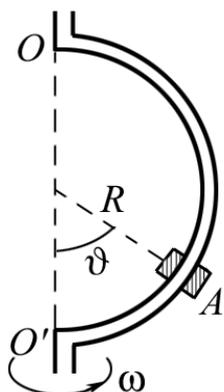
На наружный рельс давление увеличивается, на внутренний – уменьшается.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.17. Неинерциальная система отсчета S' совпадает в момент $t = 0$ с инерциальной системой S . В этот момент система S' начинает двигаться вдоль оси X с ускорением a . Как положение X' материальной точки в системе S' связано с ее положением X в системе отсчета S ? Написать относительно системы отсчета S уравнение движения материальной точки, находящейся под действием постоянной силы F . Преобразовать это уравнение для системы S' .

2.17. В системе отсчета, вращающейся вокруг неподвижной оси с $\omega = 5,0$ рад/с, движется небольшое тело массой $m = 100$ г. Какую работу совершила центробежная сила инерции при перемещении этого тела по произвольному пути из точки 1 в точку 2, которые расположены на расстояниях $r_1 = 30$ см и $r_2 = 50$ см от оси вращения?

Ответ: $A = \frac{1}{2} m \omega^2 (r_2^2 - r_1^2) = 0,2$ Дж.



3.17. По поверхности вращающегося с угловой скоростью ω диска из центра по радиусу начинает ползти жук. Расстояние от жука до оси вращения зависит от времени как $r = bt^2$. Определить ускорение жука как функцию времени.

Ответ: $a = \sqrt{(2b - \omega^2 bt^2)^2 + (4\omega bt)^2}$.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.17. Дайте понятие четырехмерного вектора.

2.17. В лабораторной системе отсчета (K -система) пи-мезон с момента рождения до момента распада пролетел расстояние $l = 75$ м. Скорость v пи-мезона равна $0,995$ с. Определить собственное время жизни τ_0 мезона.

Ответ: 25 нс.

3.17. До какой энергии можно ускорить частицы в циклотроне, если относительное увеличение массы частицы не должно превышать 5%? Задачу решить для: 1) электронов, 2) протонов, 3) дейтронов.

Ответ: 1) $K = 2,56 \cdot 10^{-2}$ МэВ; 2) $K = 47$ МэВ; 3) $K = 94$ МэВ.

4.17. Отдача при гамма-излучении. Каков импульс отдачи относительно лабораторной системы для ядра Fe^{57} , отскакивающего при испускании фотона с энергией в 14 КэВ? Является ли этот импульс релятивистским?

Ответ: $7,5 \cdot 10^{-19}$ г·см/с.

КИНЕМАТИКА

1.18. Как по графику зависимости координаты от времени определить мгновенное и среднее значение скорости для прямолинейного движения материальной точки?

2.18. Тело последний метр своего пути прошло за время $t = 0,1$ с. С какой высоты h упало тело?

Ответ: 5,61 м.

3.18. Камень брошен с вышки в горизонтальном направлении со скоростью $v_0 = 30$ м/с. Определить скорость v , тангенциальное и нормальное ускорение камня в конце первой секунды после начала движения.

Ответ: 31,6 м/с; 3,0 м/с²; 9,3 м/с².

4.18. Две частицы падают из одной точки, имея начальные скорости $v_{01} = 3$ м/с, $v_{02} = 4$ м/с, направленные горизонтально в противоположные стороны. Найти расстояние между частицами, когда векторы их скоростей окажутся взаимно перпендикулярными.

Ответ: $l = \sqrt{v_{01} v_{02}} (v_{01} + v_{02}) / g = 2,5$ м.

ДИНАМИКА

1.18. Примените второй закон Ньютона к движению заряженных частиц в электрическом и магнитных полях.

2.18. Вертолет массой $m = 3$ т с ротором, диаметр d которого равен 15 м, находится в воздухе над одной и той же точкой поверхности Земли («висит» в воздухе). С какой скоростью ротор отбрасывает вертикально вниз струю воздуха, если считать, что диаметр струи приблизительно равен диаметру вращающегося ротора? (Плотность воздуха $\rho = 1,32$ кг/м³).

Ответ: $v = \frac{1}{d} \sqrt{\frac{4mg}{\pi\rho}} = 11,3$ м/с.

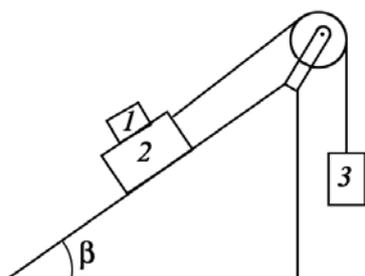
3.18. С какой скоростью движется конькобежец по закруглению ледяной дорожки радиусом 10 м, если, проходя этот поворот, он наклоняется к горизонту под углом 76° ?

Ответ: $v = 5$ м/с.

4.18. На наклонной плоскости, угол наклона которой к горизонту составляет 30° , лежит тело массой 1 кг. Коэффициент трения тела о плоскость $\mu = 0,5$. Определите силу трения, действующую на тело. Определите зависимость силы трения, действующей на тело, от угла наклона β плоскости к горизонту.

Ответ: $F_{\text{тр}} = mg \cdot \sin\beta = 5$ Н; $F_{\text{тр}} = mg \cdot \sin\beta$, при $\text{tg}\beta \leq \mu$;

$F_{\text{тр}} = \mu \cdot mg \cdot \cos\beta$, при $\text{tg}\beta \geq \mu$.

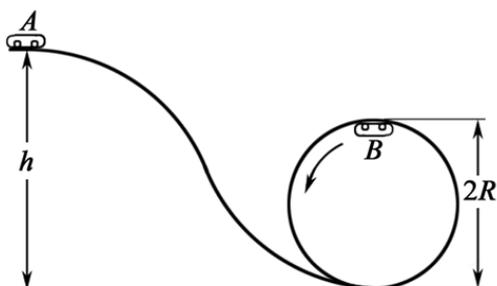


ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.18. Чему равна энергия двух протонов в гравитационном поле Земли?

2.18. Человек, сидящий в лодке, бросает камень вдоль нее под углом 60° к горизонту. Масса камня 1 кг, масса человека и лодки 150 кг, начальная скорость камня относительно берега 10 м/с. Найти расстояние между точкой падения камня и лодкой в момент, когда камень коснется воды.

Ответ: $S = \frac{(m_1 + m_2)v_0^2 \sin 2\alpha}{m_2 g} = 8,8 \text{ м.}$



3.18. На рисунке показан игрушечный автомобильный аттракцион. Автомобиль получает легкий толчок в положении A и начинает движение фактически с нулевой скоростью. Затем он скользит по гладкому желобу и взмывает по внутренней поверхности круглой петли радиуса R .

Высота h такова, что автомобиль совершает «мертвую петлю», не теряя соприкосновения с желобом. Выразите высоту h через R . Какова сила реакции желоба на автомобиль в точке B ?

Ответ: $N = mg \left(\frac{2h}{R} - 5 \right).$

4.18. Веревка привязана к санкам и переброшена через перекладину ворот высотой h . Мальчик, сидящий на санках, начинает выбирать веревку, натягивая ее с силой T . Какую скорость он приобретет, проезжая под перекладиной? Начальная длина веревки $2l$, масса мальчика с санками m . Трением пренебречь.

Ответ: $v = 2\sqrt{(l-h)T/m}.$

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.18. Как определить поле тяготения Земли в зависимости от расстояния до ее центра? Приведите график этой зависимости.

2.18. Скорость спутника, движущегося по круговой орбите на высоте 5000 км над поверхностью планеты, равна 5 км/с. Ускорение свободного падения на поверхности этой планеты 10 м/с^2 . Определите радиус планеты.

Ответ: 5000 км.

3.18. Определить напряженность гравитационного поля тонкой бесконечной однородной плоскости, масса единицы поверхности которой равна σ .

Ответ: $E = 2\pi G\sigma.$

4.18. Сила гравитационного взаимодействия между кольцом, изготовленным из тонкой проволоки, и материальной точкой, находящейся на оси кольца, имеет максимальное значение, когда точка находится на расстоянии l_{max} от центра кольца. Во сколько раз сила гравитационного взаимодействия между кольцом и материальной

точкой, находящейся на расстоянии $l = 0,5l_{\max}$ от центра кольца, меньше максимальной силы?

Ответ: 1,3.

5.18. Спутник имеет перигей над Южным полушарием Земли на высоте около 500 км, а апогей – на высоте около 40000 км над Северным полушарием. Каково отношение угловых скоростей обращения этого спутника в перигее и апогее?

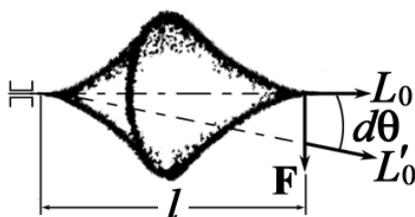
Ответ: 45.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.18. Что такое прецессия гироскопа и какова ее количественная характеристика?

2.18. Зависимость момента количества движения вращающейся системы относительно неподвижной оси определяется уравнением: $L = a - ct^2$. Определите зависимость $\omega = f(t)$ и каким будет движение, если $c = 3a$ (ускоренным, замедленным).

Ответ: $\omega = \frac{1}{mR^2} \left(at - \frac{1}{3} bt^3 \right)$, замедленным.

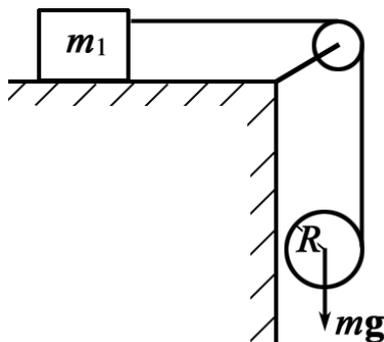


3.18. Маховик, обладающий кинетической энергией $K = 160$ Дж, останавливается под действием тормозящего момента, равного 1 Н·м. Сколько оборотов сделает маховик до полной остановки?

Ответ: $N = 25,5$.

4.18. С какой наименьшей высоты должен съехать велосипедист, чтобы по инерции (без трения) проехать дорожку, имеющую форму «мертвой петли» радиусом $R = 3$ м, и не оторваться в верхней точке петли? Масса велосипедиста с велосипедом $M = 75$ кг, причем на массу колес приходится $m = 3$ кг. Колеса считать обручами.

Ответ: $H = 2R + \frac{R}{2} \left(1 + \frac{m}{M} \right) = 7,56$ м.



НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.18. Две неинерциальные системы отсчета движутся с постоянной относительной скоростью. Что можно сказать о приложенных силах и силах инерции?

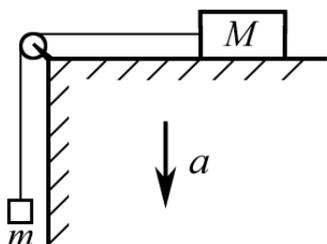
2.18. Муфточка A может свободно скользить вдоль гладкого стержня, изогнутого в форме

полукольца радиуса R (см. рисунок). Систему привели во вращение с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси OO' . Найти угол ϑ , соответствующий устойчивому положению муфточки.

Ответ: 1) при $\omega^2 R > g$ $\theta_1 = 0$ и $\theta_2 = \arccos(\vartheta/\omega^2 R)$;

2) при $\omega^2 R < g$ $\theta_1 = 0$.

3.18. Через блок, укрепленный на краю гладкого стола, перекинута веревка, соединяющая грузы с



массой m и M . Стол движется вниз с ускорением a . Найти ускорение груза m . Трением и массой блока пренебречь.

$$\text{Ответ: } a_{\text{отн}} = \frac{m(g - a)}{m + M}.$$

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.18. Запишите инвариант для массы, импульса и энергии.

2.18. Мезон, входящий в состав космических лучей, движется со скоростью, составляющей 95 % скорости света. Какой промежуток времени по часам земного наблюдателя соответствует одной секунде «собственного времени» мезона?

$$\text{Ответ: } \Delta\tau = 3,2 \text{ с.}$$

3.18. Определить кинетическую энергию K релятивистской частицы (в m_0c^2), если ее импульс $P = m_0c$.

$$\text{Ответ: } 0,414m_0c^2.$$

4.18. Кинетическая энергия релятивистской частицы равна ее энергии покоя. Во сколько раз возрастает импульс частицы, если ее кинетическая энергия увеличится в $n = 4$ раза?

$$\text{Ответ: } 2,82.$$

КИНЕМАТИКА

1.19. Как по графику зависимости скорости от времени определить мгновенное и среднее значение ускорения для прямолинейного движения материальной точки?

2.19. Чему равно полное время падения тела, если за последнюю секунду свободно падающее без начальной скорости тело пролетело $3/4$ всего пути?

Ответ: 2 с.

3.19. Тело бросили в горизонтальном направлении со скоростью $v = 20$ м/с с башни высотой h . Тело упало на землю на расстоянии S от основания башни. Причем S вдвое больше h . Найти высоту башни.

Ответ: 20,4 м.

4.19. Маленький шарик падает с высоты 50 см на наклонную плоскость, составляющую угол 45° к горизонту. Найдите расстояние между точками первого и второго ударов шарика о плоскость. Соударения считать абсолютно упругими.

Ответ: 2,8 м.

ДИНАМИКА

1.19. Докажите, что третий закон Ньютона не выполняется в случае взаимодействия заряженных частиц, движущихся относительно друг друга с большими скоростями.

2.19. Вертолет с ротором, диаметр d которого равен 14 м, находится в воздухе над одной и той же точкой поверхности Земли. Ротор отбрасывает вертикально вниз струю воздуха со скоростью $v = 10$ м/с. Определите, какая масса воздуха ежесекундно отбрасывается ротором вертолета вертикально вниз (считайте, что диаметр струи приблизительно равен диаметру вращающегося ротора; плотность воздуха $\rho = 1,32$ кг/м³).

Ответ: $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\pi d^2}{4} \rho v = 8796,5$ кг/с.

3.19. Самолет летит горизонтально с ускорением. Шарик, подвешенный на нити в самолете, отклоняется от вертикали на угол α . Определите ускорение самолета.

Ответ: $a = \text{tg } \alpha$.

4.19. Определите силу натяжения нити в системе тел, изображенной на рисунке, где $m_1 = 2$ кг; $m_2 = 3$ кг; $m_3 = 5$ кг. Коэффициент трения между телами 1 и 2 $\mu = 0,2$. Угол наклона плоскости к горизонту $\beta = 45^\circ$. (Трением между телом 2 и наклонной плоскостью, а также трением в блоке пренебрегаем).

Ответ: $F_{\text{нат}} = 32,75$ Н.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.19. Приведите несколько примеров вычисления импульса силы.

2.19. Груз массы m , подвешенный на пружине жесткости k , находится на подставке. Пружина при этом не деформирована. Подставку быстро убирают. Определите максимальное удлинение пружины и максимальную скорость груза.

$$\text{Ответ: } h = 2mg/k; v = g\sqrt{m/k}.$$

3.19. Бассейн площадью S , заполненный водой до уровня h , разделен пополам вертикальной перегородкой. Перегородку медленно передвигают в горизонтальном направлении так, что она делит бассейн в отношении 1:3. Какую для этого нужно совершить работу? Плотность воды ρ .

$$\text{Ответ: } A = \frac{1}{6}\rho gh^2 S.$$

4.19. Водомерный двигатель катера забирает воду из реки и выбрасывает ее со скоростью $u = 10,0$ м/с относительно катера назад. Масса катера $M = 1000$ кг. Масса ежесекундно выбрасываемой воды постоянна и равна $m = 10,0$ кг/с. Пренебрегая сопротивлением движению катера, определить: а) скорость катера v спустя время $t = 1,00$ мин после начала движения; б) какой предельной скорости v_{\max} может достичь катер.

$$\text{Ответ: а) } v = u[1 - \exp(-mt/M)] = 4,5 \text{ м/с;} \\ \text{б) } v_{\max} = u = 10 \text{ м/с.}$$

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.19. Как определить поле тяготения шарового слоя со сферическим распределением массы? Приведите график зависимости гравитационного поля шарового слоя от расстояния до его центра.

2.19. Средняя высота спутника над поверхностью Земли равна 1600 км. Определите его скорость.

$$\text{Ответ: } 7,07 \text{ км/с.}$$

3.19. Определить напряженность гравитационного поля, создаваемого тонкой бесконечной однородной нитью на расстоянии r_0 . Масса единицы длины нити σ . Задачу решить методом Гаусса.

$$\text{Ответ: } 2G\sigma m/r_0.$$

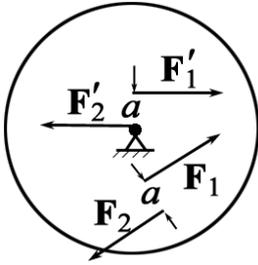
4.19. Сила гравитационного взаимодействия между кольцом, изготовленным из тонкой проволоки, и материальной точкой, находящейся на оси кольца, имеет максимальное значение, когда точка находится на расстоянии l_{\max} от центра кольца. Во сколько раз сила гравитационного взаимодействия между кольцом и материальной точкой, находящейся на расстоянии $l = 0,25l_{\max}$ от центра кольца, меньше максимальной силы?

$$\text{Ответ: } 2,28.$$

5.19. Определите силу натяжения троса, связывающего два спутника массой m , которые обращаются вокруг Земли на расстояниях r_1 и r_2 от ее центра так, что трос всегда направлен вертикально. Масса Земли M .

$$\text{Ответ: } \frac{GmM(r_2^3 - r_1^3)}{(r_1 + r_2)r_1^2 r_2^2}.$$

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА



1.19. Диск посажен на неподвижную ось. К нему приложены пары сил $F_1 - F_1'$ и $F_2 - F_2'$ так, как показано на рисунке. Причем модули сил равны $F_1 = F_2 = F_1' = F_2'$. В каком случае угловое ускорение будет большим (одинаково).

2.19. Гироскоп одним концом закреплен в подшипнике (см. рисунок). На другой конец гироскопа действовали силой $F = 10$ Н. Считая, что элементарное угловое смещение оси вращения в направлении действия силы равно $d\theta$, определите угловую скорость прецессии гироскопа, если известно, что его длина $l = 20$ см, а момент импульса $L_0 = 1,5$ кг·м²/с.

Ответ: $\Omega = 1,3$ рад/с.

3.19. Сплошной цилиндр вращается вокруг оси, совпадающей с одной из образующих цилиндра. Цилиндр имеет массу $m = 10$ кг и радиус $R = 20$ см. Угловая скорость его вращения соответствует $n = 1$ об/с. Определить: а) импульс цилиндра; б) его кинетическую энергию.

Ответ: $P = 12,56$ кг·м/с; $K = 11,8$ Дж.

4.19. Система состоит из груза $m_1 = 1$ кг, невесомого блока и сплошного цилиндра массой $m_2 = 10$ кг и радиусом $R = 10$ см (см. рисунок). Груз m_1 движется по горизонтальной плоскости без трения. Одновременно с цилиндра сматывается шнур. Определите: а) ускорение центра масс цилиндра; б) ускорение груза m_1 ; в) силу натяжения нити; г) угловое ускорение цилиндра.

Ответ:

$$\text{а) } a_c = \frac{2 + m_2 / m_1}{3 + m_2 / m_1} g = 9,1 \text{ м/с}^2; \text{ б) } a_1 = \frac{m_2 / m_1}{3 + m_2 / m_1} g = 7,5 \text{ м/с}^2;$$

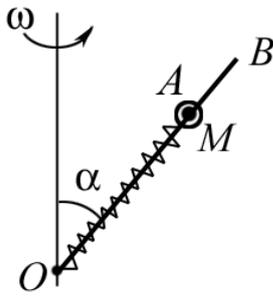
$$\text{в) } T = \frac{m_2}{3 + m_2 / m_1} g = 7,5 \text{ Н}; \text{ г) } \varepsilon = \frac{2 + m_2 / m_1}{R(3 + m_2 / m_1)} g = 15,1 \text{ с}^{-1}.$$

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.19. Чему равен период колебаний T' математического маятника, находящегося в неинерциальной системе отсчета, движущейся с постоянным ускорением a относительно инерциальной системы, если в инерциальной системе отсчета период колебаний равен T_0 ?

2.19. Как изменится период колебаний математического маятника при перемещении его точки подвеса: 1) в горизонтальном направлении с ускорением $4,9$ м/с²; 2) в вагоне, движущемся со скоростью 90 м/с на повороте пути радиусом 100 м.

Ответ: 1) $T' = 0,946T$; 2) $T' = 0,347T$.



3.19. Стержень OA вращается относительно вертикальной оси OB с угловой скоростью ω . Угол между осью и стержнем α . По стержню без трения скользит муфта массой M , связанная с точкой O пружиной жесткостью k . В недеформированном состоянии диска длина пружины l_0 . Определить положение муфты при вращении.

Ответ: $l = (kl_0 - Mg \cos \alpha) / (k - M\omega^2 \sin^2 \alpha)$.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.19. Закон сохранения четырехмерного вектора энергии – импульса.

2.19. Во сколько раз увеличивается продолжительность существования нестабильной частицы (по часам неподвижного наблюдателя), если она начинает двигаться со скоростью, составляющей 99 % скорости света?

Ответ: в 7,1 раза.

3.19. Импульс P релятивистской частицы равен m_0c . Под действием внешней силы импульс частицы увеличивается в два раза. Во сколько раз возрастет при этом энергия частицы: 1) кинетическая? 2) полная?

Ответ: 1) 2,98; 2) 1,58.

4.19. Показать, что выражение релятивистского импульса через кинетическую энергию $P = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{2E_0 + T}{T}} T$ при $v \ll c$ переходит в соответствующее выражение классической механики.

КИНЕМАТИКА

1.20. Выведите правило сложения скоростей материальной точки, участвующей одновременно в нескольких движениях.

2.20. С крыши высотного здания с интервалом времени 2 с падают один за другим два тела. Чему равно расстояние между телами через 2 с после начала падения второго тела?

Ответ: 60 м.

3.20. Камень брошен горизонтально с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с. Найти радиус кривизны R траектории камня через время $t = 3$ с после начала движения.

Ответ: 305 м.

4.20. С высоты 2 м вниз под углом к горизонту 60° брошен мяч с начальной скоростью 8,7 м/с. Определите расстояние между двумя последовательными ударами мяча о землю. Удары считать абсолютно упругими.

Ответ: 8,7 м.

ДИНАМИКА

1.20. Получите классическую формулу сложения скоростей.

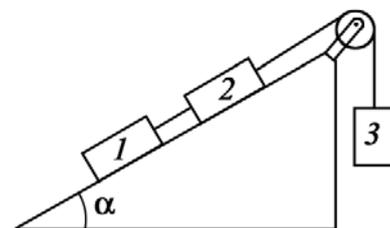
2.20. Ракета массой 1,5 т, запущенная вертикально вверх с поверхности Земли, поднимается с ускорением $a = 1,5g$. Определите скорость струи газов, вырывающихся из сопла, если расход горючего составляет $\frac{\Delta m}{\Delta t} = 25$ кг/с.

Ответ: $v = \frac{m(g+a)}{\Delta m / \Delta t} = 1,5 \cdot 10^3$ м/с.

3.20. Девочка массой 35 кг качается на качелях. Длина веревок качелей 2 м. Определите силу натяжения веревок в тот момент, когда качели проходят положение равновесия, если максимальная скорость движения равна 3 м/с.

Ответ: 70 Н.

4.20. Определите силы натяжения нитей, связывающих грузы в системе, изображенной на рисунке. Массы тел соответственно $m_1 = 1$ кг; $m_2 = 2$ кг; $m_3 = 4$ кг. Коэффициент трения первого тела о наклонную плоскость $\mu_1 = 0,1$, коэффициент трения второго тела о наклонную плоскость $\mu_2 = 0,2$. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30^\circ$. (Трением в блоке пренебрегаем).



Ответ: $F_{нат1} = 8,8$ Н; $F_{нат2} = 28,2$ Н.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.20. Докажите, что при любом нецентральной соударении двух одинаковых масс угол их разлета всегда равен 90° .

2.20. Молекула распадается на два атома. Масса одного из атомов в $n = 3$ раза больше, чем другого. Пренебрегая начальной кинетической энергией и импульсом молекулы, определить кинетические энергии E_1 и E_2 атомов, если их суммарная кинетическая энергия $E = 0,032$ нДж.

$$\text{Ответ: } E_1 = \frac{nE}{n+1} = 24 \text{ нДж}; E_2 = \frac{E}{n+1} = 8 \text{ нДж}.$$

3.20. Нить длины l с привязанным к ней шариком массой m отклонили на 90° от вертикали и отпустили. На каком наименьшем расстоянии под точкой подвеса нужно поставить гвоздь, чтобы нить, зацепившись за него, порвалась, если она выдерживает силу натяжения T ?

$$\text{Ответ: } x_{\min} = l \frac{T - mg}{T + mg} \text{ при } T \geq mg.$$

4.20. Небольшой шарик массой $m = 50$ г прикреплен к концу упругой нити, жесткость которой $k = 63$ Н/м. Нить с шариком отвели в горизонтальное положение, не деформируя нить, и осторожно отпустили. Когда нить проходила вертикальное положение, ее длина оказалась $l = 1,5$ м и скорость шарика $v = 3,0$ м/с. Найти силу натяжения нити в этом положении.

$$\text{Ответ: } F = \sqrt{km(2gl - v^2)} = 8 \text{ Н}.$$

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.20. Какая физическая величина называется потенциалом поля тяготения? Напишите формулу потенциала поля тяготения Земли для точек поля, расстояние которых до центра Земли больше или равно ее радиусу.

3.20. Во сколько раз вес тела на полюсе отличается от веса тела на экваторе? Задачу решить двумя способами: 1) считая Землю шарообразной; 2) взяв значения ускорений свободного падения из таблицы.

$$\text{Ответ: } 1,0035; 1,0053.$$

4.20. Два медных шара диаметрами $d_1 = 8$ см и $d_2 = 10$ см находятся в соприкосновении друг с другом. Определите потенциальную энергию взаимодействия этих шаров.

$$\text{Ответ: } -12 \text{ нДж}.$$

5.20. Определите минимальный период обращения спутника нейтронной звезды, если известно, что ее плотность $\rho = 10^{17}$ кг/м³.

$$\text{Ответ: } 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ с}.$$

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.20. На вершине наклонной плоскости находятся три предмета: сплошной цилиндр, обруч и шар. Массы и радиусы всех трех предметов одинаковы. Предметы начинают скатываться без проскальзывания. Какой из них скатится раньше остальных и какой придет к финишу последним?

2.20. На горизонтальную ось насажен шкив на спицах. На шкив намотан шнур, к которому привязан груз m_1 . Опускаясь равноускоренно, груз

прошел за первые 3 с расстояние $h = 1,8$ м. Масса шкива $m = 480$ г равномерно распределена по ободу. Используя основной закон динамики вращательного движения, определите массу подвешенного к шнуру груза.

Ответ: $m_1 \approx 430$ г.

3.20. На покоящийся маховик, момент инерции которого равен $J = 4,5$ кг·м², начинает действовать вращающийся момент. Сколько оборотов сделает маховик к этому моменту, когда его угловая скорость достигнет величины, соответствующей частоте $n = 100$ об/мин?

Ответ: $N = 3,14$.

4.20. Сплошной однородный диск радиусом $R = 10$ см, имеющий начальную угловую скорость $\omega_0 = 50$ рад/с (относительно оси, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через центр масс), кладут на горизонтальную поверхность. Сколько оборотов сделает диск до остановки, если коэффициент трения между поверхностью и диском $\mu = 10^{-1}$ и не зависит от угловой скорости вращения диска?

Рекомендации. Примите метод дифференцирования и интегрирования.

Ответ: $N = \frac{3R\omega_0^2}{16\mu g} \approx 15$.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.20. Изменится ли период колебаний груза массы m , подвешенного на пружине с жесткостью k , если его поместить в неинерциальную систему отсчета (см. вопрос 1.19)?

2.20. На широте $\varphi = 45^\circ$ из ружья, закрепленного горизонтально в плоскости меридиана, произведен выстрел по мишени, установленной на расстоянии $l = 100,0$ м от дула ружья. Центр мишени находится на оси ружейного ствола. Считая, что пуля летит горизонтально с постоянной скоростью $v = 500$ м/с, определить, на какое расстояние и в какую сторону отклонится пуля от центра мишени, если выстрел произведен в направлении: а) на север; б) на юг.

Ответ: а) $\Delta x = \omega^2 l^2 \sin \varphi / v = 1,03$ мм вправо на восток;

б) $\Delta x = 1,03$ мм вправо на запад.

3.20. Горизонтально расположенный стержень вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец, с угловой скоростью $\omega = 1,00$ рад/с. Расстояние от оси до конца стержня $l = 1$ м. На стержень надета муфта массой $m = 0,1$ кг. Муфта закреплена с помощью нити на расстоянии $l_0 = 0,1$ м от оси вращения. В момент $t = 0$ нить пережигают, и муфта начинает скользить по стержню практически без трения. Найти: а) время τ , спустя которое муфта слетит со стержня; б) силу F , с которой стержень действует на муфту в момент τ ; в) работу A , которая совершается над муфтой за время τ в неподвижной системе отсчета.

$$\text{Ответ: а) } \tau = \frac{1}{\omega} \ln \left[\frac{l}{l_0} + \sqrt{\left(\frac{l}{l_0} \right)^2 - 1} \right] = 3 \text{ с;}$$

$$\text{б) } F = m\sqrt{4\omega^4(l^2 - l_0^2) + g^2} = 1 \text{ Н; в) } A = m\omega^2(l - l_0) = 0,1 \text{ Дж.}$$

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.20. В чем состоит смысл взаимосвязи массы и энергии.

2.20. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы $\tau_0 = 10$ нс. Найти путь, который пройдет эта частица до распада в лабораторной системе отсчета, где ее время жизни $\tau = 20$ нс.

$$\text{Ответ: } S = c\tau \sqrt{1 - \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^2} = 5 \text{ м.}$$

3.20. Релятивистская частица с массой покоя m_0 и зарядом q движется в постоянном однородном магнитном поле, индукция которого B . Движение происходит по окружности радиуса R . Найти импульс и круговую частоту обращения частицы по окружности.

$$\text{Ответ: } P = qRB; \omega = qB/m.$$

4.20. Частица с массой покоя m_0 и зарядом ze влетает со скоростью v в тормозящее электрическое поле. Какую разность потенциалов она сможет преодолеть?

$$\text{Ответ: } U = 1209 \text{ МВ.}$$

КИНЕМАТИКА

1.21. Докажите, что при равноускоренном движении среднее значение скорости равно среднему арифметическому.

2.21. Тело брошено вертикально вверх со скоростью 9 м/с. На какой высоте скорость тела уменьшится в 3 раза?

Ответ: 3,6 м.

3.21. Тело брошено под углом 30° к горизонту. Найти тангенциальное и нормальное ускорение тела в начальный момент движения.

Ответ: $4,9 \text{ м/с}^2$; $8,5 \text{ м/с}^2$.

4.21. Мяч, брошенный со скоростью 10 м/с под углом 60° к горизонту, ударяется о стену, находящуюся на расстоянии 3 м от места бросания. Определите модуль скорости мяча после удара о стенку. Удары считайте абсолютно упругими.

Ответ: 5,7 м/с.

ДИНАМИКА

1.21. Приведите закон Гука и дайте определение модуля Юнга .

2.21. Катер массой $m = 2,5 \text{ т}$ развивает максимальную скорость $v_{\max} = 30 \text{ м/с}$. После выключения двигателей в течение времени $t = 30 \text{ с}$ катер теряет половину своей скорости. Определите мощность, развиваемую катером при включенных двигателях. (Принять, что сила сопротивления движению катера изменяется пропорционально квадрату скорости).

Ответ: $N = \frac{mv_{\max}}{t} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Вт}$.

3.21. Космическая ракета движется вертикально вверх с ускорением 5 м/с^2 . Определите вес космонавта, если его масса 75 кг ($g \approx 10 \text{ м/с}^2$).

Ответ: $P = 1125 \text{ Н}$.

4.21. На платформе, вращающейся с частотой 3 об/мин, находится груз массой 0,2 кг. Груз прикреплен к центру платформы невесомой абсолютно упругой пружинкой длиной 10 см. При вращении платформы пружинка растягивается на 2 см. Определите силу реакции пружины, принимая во внимание силу трения (покоя) между грузом и платформой. Результат представьте в миллиньютонах.

Ответ: 1,2 мН; 60 мН/м.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.21. При лобовом ударе грузовика и легкового автомобиля грузовик теряет около 20 % своей скорости. Докажите это.

2.21. Шарик соскальзывает без трения по наклонному желобу, образуя «мертвую петлю» радиусом R . С какой высоты шарик должен начать движение, чтобы не оторваться от желоба в верхней точке петли? Сопротивление воздуха не учитывайте.

Ответ: $h = (5/2)R$.

3.21. Артиллеристы стреляют так, чтобы ядро попало в неприятельский лагерь. В момент выстрела ядра из пушки на него садится верхом барон

Мюнхгаузен, и потому ядро падает, не долетая до цели. Какую часть пути Мюнхгаузену придется пройти пешком, чтобы добраться до вражеского лагеря? Принять, что Мюнхгаузен втягивает ядро. Посадку барона на ядро считать абсолютно неупругим ударом.

$$\text{Ответ: } \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{35}{36}.$$

4.21. На гладкой горизонтальной плоскости лежит доска AB длиной $l = 100$ см, на конце A которой находится небольшая шайба. Масса доски в $\eta = 10$ раз больше массы шайбы, коэффициент трения между ними $\mu = 0,15$. Какую начальную скорость надо сообщить шайбе в направлении от A к B , чтобы она смогла соскользнуть с доски?

$$\text{Ответ: } v_0 > \sqrt{2\mu gl(1+\eta)} = 1,8 \text{ м/с.}$$

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.21. Напишите формулу, выражающую потенциальную энергию взаимодействия Земли и какого-либо ее искусственного спутника.

2.21. Определите первую космическую скорость вблизи планеты Марс, если радиус этой планеты 3380 км, а ускорение свободного падения $3,86 \text{ м/с}^2$.

$$\text{Ответ: } 3,6 \text{ км/с.}$$

3.21. Считая Землю шарообразной, найти зависимость ускорения свободного падения от широты местности. Вычислить g на полюсе, экваторе и на широте ($\varphi = 50^\circ$).

$$\text{Ответ: } g_\varphi = 9,73 \text{ м/с}^2; 9,78 \text{ м/с}^2; 9,81 \text{ м/с}^2.$$

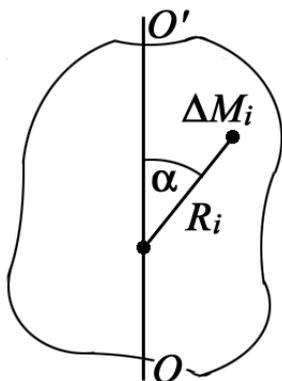
4.21. Два одинаковых однородных шара, изготовленных из одинакового материала, соприкасаются друг с другом. Как изменится сила гравитационного притяжения этих шаров, если массу каждого шара увеличить в 5 раз за счет увеличения их размеров, не нарушая при этом соприкосновение шаров?

$$\text{Ответ: увеличится в } 8,55 \text{ раз.}$$

5.21. Вес тела на экваторе астероида на 10 % меньше веса на полюсе. Каков период обращения астероида вокруг своей оси, если астероид представляет собой шар с плотностью вещества $\rho = 5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

$$\text{Ответ: } 280 \text{ мин.}$$

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА



1.21. По какой формуле можно вычислить момент инерции произвольного по форме тела (см. рисунок) относительно оси OO' ?

$$1) J = \sum \Delta m_i R_i^2; \quad 2) J = \sum \Delta m_i R_i^2 \cdot \sin^2 \alpha;$$

$$3) J = \sum \Delta m_i R_i^2 \cdot \cos^2 \alpha.$$

2.21. Найти момент инерции равностороннего треугольника, сторонами которого являются

однородные стержни длиной $l = 20$ см и массой $m = 10$ г, относительно оси, проходящей через пересечение высот этого треугольника и перпендикулярно его плоскости.

Ответ: $J = 2 \cdot 10^{-4}$ кг·м².

3.21. Твердое тело с моментом инерции J вращается с угловым ускорением ε и мгновенной угловой скоростью ω вокруг своей оси. Чему равна мощность, сообщенная телу?

Ответ: $P = (1/2)J\omega\varepsilon$.

4.21. Пользуясь приемом интегрирования, выведите формулу для определения момента инерции шара.

Ответ: $\frac{2}{5}mR^2$.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.21. Какую работу совершает над частицей центробежная сила инерции при перемещении частицы с массой m (относительно системы отсчета, вращающейся с угловой скоростью ω) из точки 1, отстоящую от оси вращения на расстояние r_1 , в точку 2, отстоящую от оси вращения на расстояние r_2 ?

2.21. Во вращающейся системе отсчета частица массой $m = 20$ г переместилась из точки, отстоящей от оси вращения на расстояние $R_1 = 1$ м, в точку, отстоящую на расстояние $R_2 = 2$ м. При этом силы инерции совершили над частицей работу A , равную 2 Дж. Найти угловую скорость вращения системы отсчета.

Ответ: $\omega = 8,165$ рад/с.

3.21. Горизонтально расположенный гладкий стержень AB вращают с угловой скоростью $\omega = 2$ рад/с вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец A . По стержню свободно скользит муфточка массой $m = 0,5$ кг, движущаяся из точки A с некоторой начальной скоростью. В тот момент, когда муфточка находится на расстоянии $r = 50$ см от оси вращения, на нее действует сила Кориолиса, равная 3 Н. Найти начальную скорость муфточки.

Ответ: $v_0 = \omega r \sqrt{\left(\frac{F}{2m\omega^2 r}\right)^2 - 1} = 1,1$ м/с.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.21. В чем состоит ограничение на величину энергии, которая может быть извлечена из массы покоя?

2.21. В лабораторной системе отсчета (K -система) пи-мезон с момента рождения до момента распада пролетел расстояние $l = 75$ м. Скорость v пи-мезона равна $0,995$ с. Определить собственное время жизни τ мезона.

Ответ: $\tau = 25$ мс.

3.21. Считая, что энергия покоя электрона равна $0,511$ МэВ, вычислить: 1) импульс электрона с кинетической энергией, равной его энергии покоя; 2) кинетическую энергию электрона с импульсом $0,511$ МэВ/с,

где c – скорость света. (В настоящее время импульсы релятивистских частиц выражают в единицах – энергия, деленная на скорость света).

Ответ: $P = 0,9 \text{ МэВ}/c$; $K = 0,21 \text{ МэВ}$.

4.21. Какую работу необходимо совершить, чтобы увеличить скорость частицы с массой покоя m_0 от $0,6$ до $0,8$ c ? Сравним полученный результат со значением, вычисленным по нерелятивистской формуле.

Ответ: $A = 0,42m_0c^2$; $A = 0,14m_0c^2$.

КИНЕМАТИКА

1.22. Выведите уравнение траектории тела, брошенного горизонтально. Изобразите траекторию этого движения.

2.22. Мяч, брошенный вертикально вверх, упал на Землю через 3 с. Определите величину скорости мяча в момент падения.

Ответ: 15 м/с.

3.22. Тело брошено со скоростью $v_0 = 14,7$ м/с под углом 30° к горизонту. Найти нормальное и тангенциальное ускорения тела через время $t = 1,25$ с после начала движения.

Ответ: $9,2$ м/с²; $3,5$ м/с².

4.22. Легковой автомобиль движется со скоростью 20 м/с за грузовым, скорость которого 16,5 м/с. В момент начала обгона водитель легкового автомобиля увидел встречный автобус, движущийся со скоростью 25 м/с. При каком наименьшем расстоянии до автобуса можно начинать обгон, если в начале обгона легковая машина была в 15 м от грузовой, а к концу обгона она должна быть впереди грузовой на 20 м?

Ответ: 450 м.

ДИНАМИКА

1.22. Приведите классификацию и дайте определение сил трения.

2.22. Катер массой 1,5 т, трогаясь с места, в течение некоторого времени достигает скорости $v = 5$ м/с (считать, что движение катера происходит в спокойной воде). Сила тяги мотора постоянна и равна $F = 10^3$ Н. Принимая, что сила сопротивления $F_{\text{сопр}}$ движению катера пропорциональна скорости ($F_{\text{сопр}} = k \cdot v$, где коэффициент сопротивления $k = 100$ кг/с), определите время, за которое катер достигает указанной скорости.

Ответ: $\Delta t = \frac{m}{k} \ln \frac{F}{F - kv} = 10,4$ с.

3.22. Автомобиль массой 100 кг движется по горизонтальному участку шоссе с ускорением 2 м/с². При этом мотор развивает силу тяги 500 Н. Определите силу сопротивления движению.

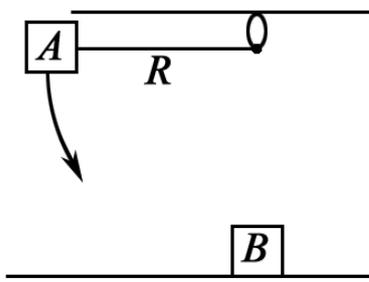
Ответ: $F_{\text{сопр}} = 300$ Н.

4.22. Вертикально расположенная пружина соединяет два груза. Масса верхнего груза 3 кг, нижнего 4 кг. Если эту систему поставить вертикально на подставку, длина пружины равна 3 см. Если же систему подвесить за верхний груз, а к нижнему грузу еще прикрепить груз 1 кг с помощью дополнительной нити, то длина пружины станет равной 12 см. Определите длину ненагруженной пружины. Результат представьте в сантиметрах и округлите до целого числа.

Ответ: 6 см.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.22. Приведите несколько диаграмм потенциальной энергии и объясните их.



2.22. Брусок B покоится на абсолютно гладкой (без трения) горизонтальной поверхности. Точно такой же брусок A укреплен на нити длиной R . Затем брусок A отпускают в горизонтальном положении, и он сталкивается с B . При соударении оба бруска слипаются и после соударения движутся как единое целое. а) Чему равна

скорость обоих брусков непосредственно после соударения? б) Как высоко они могут подняться над поверхностью?

$$\text{Ответ: } u = \sqrt{\frac{gR}{2}}; \quad h = \frac{R}{4}.$$

3.22. Два тела массой m_1 и m_2 соединены недеформированной пружиной жесткости k . Затем к телам одновременно приложили противоположно направленные силы F . Найдите максимальную кинетическую энергию тел и максимальную потенциальную энергию пружины. Какова наибольшая относительная скорость тел?

$$\text{Ответ: } E_{\max} = F^2/2k; \quad U_{\max} = 2F^2/k; \quad v_{\text{отн}} = F \sqrt{(m_1 + m_2)/(km_1 m_2)}.$$

4.22. Гиря, положенная на верхний конец спиральной пружины, сжимает ее на 1 мм. Насколько сожмет пружину эта гиря, брошенная вертикально вниз с высоты 0,2 м со скоростью 1 м/с?

$$\text{Ответ: } x = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.22. Сформулируйте основные положения теории тяготения Эйнштейна.

2.22. Период искусственного спутника Земли равен 2 ч. Считая орбиту спутника круговой, определите, на какой высоте над поверхностью Земли движется спутник.

$$\text{Ответ: } 1,69 \cdot 10^6 \text{ м.}$$

3.22. Тонкое однородное полукольцо радиусом R имеет массу M . Найти выражение для силы взаимодействия между этим полукольцом и телом массой m , помещенным в центре кривизны, и для напряженности гравитационного поля полукольца в этой точке.

$$\text{Ответ: } F = 2G \frac{Mm}{\pi R^2}.$$

4.22. Два однородных шара радиусами R_1 и R_2 соприкасаются друг с другом. Как изменится потенциальная энергия гравитационного взаимодействия этих шаров, если радиус каждого шара увеличить в 2 раза, не нарушая при этом соприкосновение шаров?

Ответ: увеличится в 32 раза.

5.22. Определите вес тела массой $m = 1$ кг, находящегося между Землей и Луной на расстоянии 10^8 м от центра Земли.

$$\text{Ответ: } 40 \text{ мН.}$$

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.22. Будет ли сохраняться момент импульса системы «Земля – Луна» относительно Солнца, если пренебречь влиянием других планет на их движение?

2.22. В однородном диске массой $m = 1$ кг и радиусом $R = 30$ см вырезано круговое отверстие диаметром $d = 20$ см. Центр отверстия удален от оси диска на расстояние $l = 15$ см. Определить момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр диска и перпендикулярной его плоскости.

Ответ: $J = 4,2 \cdot 10^{-2}$ кг·м².

3.22. Медный шар радиусом $R = 10$ см вращается, делая $n = 2$ об/с вокруг оси, проходящей через его центр масс. Какую работу нужно совершить, чтобы увеличить угловую скорость вращения в два раза? Принять плотность меди $\rho = 3,6 \cdot 10^3$ кг/м³.

Ответ: $A = 34,6$ Дж.

4.22. На вершине наклонной плоскости длиной l и углом наклона α находится сплошной цилиндр радиусом r . Цилиндр скатывается, не проскальзывая. Найти скорость центра масс внизу, если коэффициент трения качения равен k . Получить численное значение при условиях: $l = 1$ м, $\alpha = 30^\circ$, $r = 10$ см, $k = 5 \cdot 10^{-4}$ м. Трение качения обуславливает сцепление цилиндра с поверхностью, не давая цилиндру проскальзывать. Сила трения качения $F_{\text{кач}} = k \frac{mg \cos \alpha}{r}$.

Ответ: $v_c = \sqrt{\frac{4g}{3} (l \sin \alpha + r \cos \alpha) - \frac{l \cdot k \cos \alpha}{r}} = 2,7$ м/с.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.22. Может ли сила Кориолиса изменить скорость частицы?

2.22. Шарик массой $m = 500$ г, движется с относительной скоростью $v' = 1$ м/с вдоль жесткого стержня, вращающегося вокруг неподвижной оси с угловой скоростью 100 рад/с, перпендикулярной к плоскости вращения. Чему равна сила бокового давления шарика на стержень?

Ответ: $F = 100$ Н.

3.22. Пластика радиусом 20 см равномерно вращается в горизонтальной плоскости, совершая 33 оборота в минуту. От центра пластинки к ее краю ползет строго вдоль радиуса маленький жучок. Его скорость относительно пластинки постоянна по величине и составляет 10 см/с. При каком минимальном коэффициенте трения жучка о поверхность пластинки он сумеет добраться, таким образом, до края пластинки?

Ответ: $\mu = 0,14$.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.22. Какова величина дефекта масс при кулоновском взаимодействии?

2.22. Мю-мезоны, экспериментально обнаруживаемые на дне глубоких шахт, образуются в земной атмосфере и успевают до распада пролететь

расстояние $S = 6 \cdot 10^3$ м при скорости $v = 0,955$ с. Найти время жизни мю-мезона Δt для земного наблюдателя и собственное время жизни мю-мезона Δt_0 .

Ответ: $\Delta t \approx 2 \cdot 10^{-5}$ с; $\Delta t_0 \approx 2 \cdot 10^{-6}$ с.

3.22. Определить импульс протона, масса которого равна массе покоя изотопа ${}^4_2\text{He}$. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти протон, чтобы приобрести этот импульс?

Ответ: $P \approx 19,6 \cdot 10^{-19}$ кг·м/с²; $U \approx 2,8 \cdot 10^9$ В.

4.22. Частицы с зарядами $z_1 e$ и $z_2 e$ и с массами покоя m_{01} и m_{02} соответственно прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов, после чего масса частицы 1 составила $1/k$ массы частицы 2. Найти разность потенциалов.

Ответ: $U = \frac{(m_{02} - km_{01})c^2}{e(kz_1 - z_2)}$.

КИНЕМАТИКА

1.23. Как записывается скалярное произведение векторов? Запишите свойства скалярного произведения

2.23. С вертолета, находящегося на высоте 30 м, упал камень. Определите время, через которое камень достигнет Земли, если вертолет при этом опускался со скоростью 5 м/с.

Ответ: 2 с.

3.23. Пуля пущена с начальной скоростью $v = 200$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Определить максимальную высоту H подъема, дальность полета и радиус кривизны R траектории пули в ее наивысшей точке.

Ответ: 1,5 км; 3,5 км; 1 км.

4.23. Колонна автомобилей движется по шоссе со скоростью 90 км/ч. Длина каждого автомобиля 10 м. На ребристом участке шоссе автомобили движутся со скоростью 15 км/ч. Каким должен быть минимальный интервал между автомобилями, чтобы автомобили не сталкивались при въезде на ребристый участок шоссе?

Ответ: 50 м.

ДИНАМИКА

1.23. Приведите примеры движения тела в состоянии невесомости.

2.23. При движении в воздухе пули массой $m = 20$ г ее скорость уменьшилась от $v_0 = 700$ м/с до $v = 100$ м/с за время $\Delta t = 1$ с. Считая силу сопротивления воздуха пропорциональной квадрату скорости, определите коэффициент сопротивления движению k (Действием силы тяжести пренебрегаем).

$$\text{Ответ: } k = \frac{m}{\Delta t} \cdot \frac{v_0 - v}{v_0 \cdot v} = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ кг/с.}$$

3.23. К пружине жесткостью 500 Н/кг подвесили груз массой 1 кг, при этом длина пружины стала 0,12 м. До какой длины растянется пружина, если к ней подвесить еще один груз массой 1 кг?

Ответ: $l_2 = 0,14$ м.

4.23. К резиновому шнуру прикреплен шарик массой $m = 50$ г. Длина шнура в нерастянутом состоянии $l = 30$ см. Известно, что под влиянием силы, равной $F = 9,8$ Н, шнур растянется на $\Delta l = 1$ см. Считая растяжение шнура пропорциональным приложенной силе, определите, на сколько удлинится шнур при вращении шарика со скоростью $n = 180$ об/мин.

$$\text{Ответ: } \Delta l_1 = \frac{4\pi^2 n^2 m l}{k - 4\pi^2 n^2 m} = 5,5 \text{ мм,}$$

где k – коэффициент жесткости пружины.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

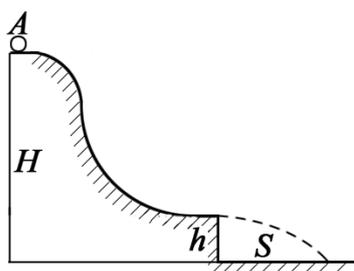
1.23. В чем состоит различие понятий: «энергия в химии» и «энергия в биологии»? Приведите примеры.

2.23. Пуля массой $m_1 = 10$ г вылетает со скоростью $v = 300$ м/с из дула автоматического пистолета, масса m_2 затвора которого равна 200 г. Затвор пистолета прижимается к стволу пружиной жесткостью $k = 25$ кН/м. На какое расстояние l отойдет затвор после выстрела? Считать пистолет жестко закрепленным.

$$\text{Ответ: } l = \sqrt{m_1^2 v^2 / (k m_2)} = 4,25 \text{ см.}$$

3.23. Два одинаковых шарика налетают друг на друга со скоростями v_1 и v_2 под углом α и разлетаются после абсолютно упругого удара со скоростями u_1 и u_2 . Найти угол β разлета шариков после соударения.

$$\text{Ответ: } \beta = \arccos [(v_1^2 + v_2^2 - u_1^2 - u_2^2 + 2v_1 v_2 \cos \alpha) / 2u_1 u_2].$$



4.23. Небольшая шайба A соскальзывает без начальной скорости с вершины гладкой горки высотой H , имеющей горизонтальный трамплин (см. рисунок). При какой высоте h трамплина шайба пролетит наибольшее расстояние S ? Чему оно равно?

$$\text{Ответ: } h = H/2, S_{\max} = H.$$

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.23. Сформулируйте принцип эквивалентности Эйнштейна.

2.23. Радиус планеты Марс $3,4 \cdot 10^6$ м, а ее масса $6,4 \cdot 10^{23}$ кг. Определите гравитационное поле на поверхности Марса.

$$\text{Ответ: } 3,7 \text{ Н/кг.}$$

3.23. Доказать, что для случая точечной массы M поток вектора напряженности гравитационного поля через замкнутую сферическую поверхность произвольного радиуса, охватывающую массу M , равен $N = 4\pi CM$.

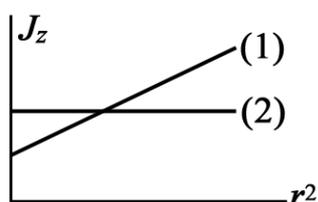
4.23. Предположим, что на экваторе некоторой малой планеты, плотность вещества которой равна 3 г/см³, все тела весят в 1,2 раза меньше, чем на полюсе. Каким должен быть период обращения планеты вокруг оси, чтобы выполнялось это предположение?

$$\text{Ответ: } 4,67 \text{ ч.}$$

5.23. Найдите сумму кинетической и потенциальной энергии планеты массой m , обращающейся вокруг Солнца по эллипсу, большая полуось которого равна a .

$$\text{Ответ: } -\frac{GmM_c}{2a}.$$

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА



1.23. На рисунке представлены графики зависимости моментов инерции двух тел от квадрата расстояния между центром масс и фиксированной осью вращения Z . Что можно

сказать о собственных моментах инерции $J_{0(1,2)}$ и их массах ($m_{1,2}$)?

2.23. Найти момент инерции равностороннего треугольника, в вершинах которого находятся шарики массой $m = 10$ г. Шарики соединены невесомыми стержнями, длины которых $l = 20$ см. Момент инерции определить: а) относительно оси, перпендикулярной плоскости треугольника и проходящей через центр описанной окружности; б) относительно оси, лежащей в плоскости треугольника и проходящей через центр описанной окружности и одну из вершин.

$$\text{Ответ: } J_1 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

3.23. С верхнего уровня наклонной плоскости одновременно скатывается без скольжения сплошной цилиндр и шар с одинаковыми массами и радиусами. Найти отношение скоростей этих тел в любой точке наклонной плоскости.

$$\text{Ответ: } v_{\text{ц}}/v_{\text{ш}} = \sqrt{14/15}.$$

4.23. Среднюю широту распространения льда на Земле можно принять равной 85° с.ш. и ю.ш. Если весь лед в приполярных областях растает, то талая вода повысит уровень Мирового океана на $\Delta R = 61$ м. Пренебрегая неравномерным распределением талой воды по поверхности, а также моментом инерции льда до таяния, определить на сколько увеличится длительность суток. Землю считать однородным шаром и принять радиус Земли $R_3 = 6370$ км, массу Земли $M_3 = 6 \cdot 10^{24}$ кг, плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³.

$$\text{Ответ: } \Delta T = \frac{16\pi\rho\Delta R}{15M_3R_3} \approx 0,8 \text{ с.}$$

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.23. Как изменится модуль центробежной силы инерции, если скорость вращения системы отсчета увеличить в n раз?

2.23. Поезд массой $m = 3000$ т движется на северной широте $\varphi = 30^\circ$. С какой боковой силой давят рельсы на колеса поезда, если скорость поезда равна $v = 60$ км/ч и направлена вдоль меридиана? В каком направлении и с какой скоростью должен двигаться поезд, чтобы сила бокового давления была равна нулю?

$$\text{Ответ: а) } F = 2mv\omega \sin \varphi = 3,66 \text{ кН; б) } \omega R \cos \varphi / 2 = 727,5 \text{ км/ч.}$$

3.23. Небольшое тело поместили на вершину гладкого шара радиусом R . Затем шару сообщили в горизонтальном направлении постоянное ускорение a_0 , и тело начало скользить вниз. Найти скорость тела относительно шара в момент отрыва.

$$\text{Ответ: } v = \sqrt{\frac{2}{3} gR}.$$

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.23. Запишите схему аннигиляции электрона с позитроном.

2.23. Диаметр Галактики равен примерно 10^5 световых лет. Сколько времени потребуется протону с энергией 10^{10} ГэВ, чтобы пройти сквозь Галактику, с точки зрения наблюдателя, связанного с Галактикой, и «с точки зрения протона».

$$\text{Ответ: } t_{\Gamma} = 10^5 \text{ лет; } t_p \approx 5 \text{ мин.}$$

3.23. Солнце излучает ежеминутно энергию $E = 6,6 \cdot 10^{21}$ кВт.ч. Считая излучение Солнца постоянным, найти, за какое время масса Солнца уменьшится вдвое ($1 \text{ кВт.ч} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$).

Ответ: $t \approx 7 \cdot 10^{12}$ лет.

4.23. Пара протон – антипротон может образоваться при соударении протона с кинетической энергией $K \approx 6$ ГэВ с неподвижным протоном. Найти, каковы должны быть наименьшие одинаковые энергии встречных протонных пучков для осуществления этой реакции.

Ответ: $K \approx 0,965$ ГэВ.

КИНЕМАТИКА

1.24. Докажите теорему косинусов с использованием свойств скалярного произведения.

2.24. С балкона вертикально вверх брошен мяч с начальной скоростью 8 м/с. Через 2 с мяч упал на Землю. Определите высоту балкона над Землей.

Ответ: 3,6 м.

3.24. Двое играют в мяч. От одного к другому мяч летит 2 с. Определить максимальную высоту подъема мяча.

Ответ: 4,9 м.

.24. Цилиндрический каток радиусом 1 м помещен между двумя параллельными рейками. Рейки движутся в одну сторону со скоростями $v_1 = 4$ м/с и $v_2 = 2$ м/с. Определите угловую скорость вращения катка.

Ответ: 1 рад/с.

4

ДИНАМИКА

1.24. Приведите примеры сил, играющих роль центростремительной силы. Определите характер движения.

2.24. Снаряд массой $m = 20$ кг выпущен из орудия вертикально вверх со скоростью $v_0 = 700$ м/с. Определите время подъема снаряда на высоту, равную половине максимальной высоты, считая силу сопротивления постоянной и пропорциональной скорости движения (коэффициент сопротивления движению $k = 0,2$ кг/с).

$$\text{Ответ: } t = \frac{m}{2k} \ln \frac{mg + kv_0}{mg} = 26,5 \text{ с.}$$

3.24. На рисунке представлен график зависимости скорости от времени для поднимающегося вверх лифта. Определите, с какой силой человек массой 60 кг, находящийся в лифте, давит на пол во время его движения.

Ответ: $F_d = 576$ Н.

4.24. Тело массой $m = 0,01$ кг, прикрепленное к пружине длиной $l_0 = 0,3$ м, равномерно вращается в горизонтальной плоскости. При каком числе оборотов в единицу времени пружина удлинится на $\Delta l = 0,05$ м, если жесткость пружины равна 400 Н/м.

$$\text{Ответ: } n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k\Delta l}{m(l_0 + \Delta l)}} = 12 \text{ об/с.}$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

3

1.24. Как оценить расход топлива автомобиля? Приведите конкретные расчеты.

2.24. Конькобежец весом $P = 700$ Н, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой 3 кг со скоростью $v = 8$ м/с.

Найти, на какое расстояние откатится при этом конькобежец, если известно, что коэффициент трения коньков о лед $\mu = 0,02$.

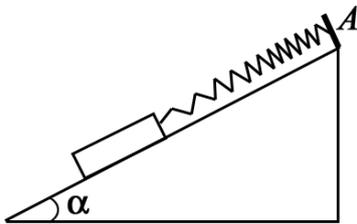
$$\text{Ответ: } S = \left(\frac{m}{P}\right)^2 \frac{v^2 g}{2\mu} = 0,3 \text{ м.}$$

3.24. Космонавт массой m_1 приближается к космическому кораблю массой m_2 с помощью легкого троса. Первоначально корабль и космонавт неподвижны, а расстояние между ними равно l . Какое расстояние пройдут корабль и космонавт до встречи?

$$\text{Ответ: } l_1 = lm_2/(m_1 + m_2); l_2 = lm_1/(m_1 + m_2).$$

4.24. На каком минимальном расстоянии от места закругления склона должна располагаться стартовая площадка лыжников, чтобы они, закончив закругление, начали свободный полет? Угол склона α , радиус закругления R , коэффициент трения между лыжами и склоном $\mu < \text{tg } \alpha$. Стартовой скоростью лыжников пренебречь.

$$\text{Ответ: } l_{\min} = \frac{R}{2(\text{tg}\alpha - \mu)}.$$



ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.24. Какое влияние оказывает поле тяготения на связь промежутков времени в неподвижной и подвижной системах отсчета? Напишите формулу, выражающую эту связь.

2.24. Получите в общем виде выражение для поля тяготения на поверхности планеты радиуса R , средняя плотность вещества которой равна ρ .

$$\text{Ответ: } (4/3)\pi G\rho R.$$

3.24. Найти изменение ускорения свободного падения тела на глубине h от поверхности Земли. На какой глубине ускорение свободного падения составит 0,3 от ускорения свободного падения на поверхности Земли? Плотность Земли считать постоянной. Считать, что со стороны вышележащего слоя тело не испытывает никакого притяжения.

$$\text{Ответ: } h = 0,7R.$$

4.24. Считая радиус Земли и ускорение свободного падения вблизи ее поверхности известными, найдите зависимость ускорения свободного падения от высоты над поверхностью Земли.

$$\text{Ответ: } \frac{R}{R+h} \sqrt{g}.$$

5.24. Ракета запущена с поверхности Земли вертикально вверх с первой космической скоростью и возвращается на Землю недалеко от места старта. Сколько времени она находилась в полете?

$$\text{Ответ: } \approx 69 \text{ мин.}$$

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.24. На рисунке приведены две механические системы. Массы и размер l у них одинаковы. Сравните между собой: а) моменты инерции; б) моменты импульсов.

2.24. Найти момент инерции и момент количества движения земного шара относительно оси вращения, если принять Землю за однородный шар массой $m = 5,96 \cdot 10^{24}$ кг и радиусом $R = 6,37 \cdot 10^6$ м.

Ответ: $J = 9,7 \cdot 10^{37}$ кг·м²; $L = 2 \cdot 10^{33}$ кг·м²/с.

3.24. Плотность железного маховика $\rho_1 = 8 \cdot 10^3$ кг/м³, а маховика из плавленого кварца $\rho_2 = 2,8 \cdot 10^3$ кг/м³. Оба маховика имеют одинаковые прочностные на разрыв и одинаковые массы. Каково отношение максимальных запасов энергии для этих маховиков? Известно, что максимальная кинетическая энергия зависит от предела прочности на разрыв по уравнению $K_{\max} = \frac{V\sigma}{4}$, где V – объем; σ – предел прочности.

Ответ: $K_1/K_2 = 0,35$.

4.24. Найти кинетическую энергию гусеницы трактора, движущегося со скоростью $v = 36$ км/ч, если масса гусеницы $m = 300$ кг.

Ответ: $K = 30$ кДж.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.24. Чему равна сила Кориолиса в случае, когда скорость частицы параллельна оси вращения системы отсчета?

2.24. Самолет летит с постоянной скоростью, описывая окружность на постоянной высоте. Под каким углом по отношению к полу салона самолета установится нить отвеса? Найти период малых колебаний математического маятника внутри самолета, если длина маятника равна l , корпус самолета наклонен к направлению горизонта под углом α .

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{l \cos \alpha / g}$.

3.24. Гладкий горизонтальный диск вращают с угловой скоростью $\omega = 5,0$ рад/с вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. В центре диска поместили небольшую шайбу массой $m = 60$ г и сообщили ей толчком горизонтальную скорость $v_0 = 2,6$ м/с. Найти модуль силы Кориолиса, действующей на шайбу в системе отсчета «диск» через $t = 0,50$ с после начала движения.

Ответ: $F_K = 2m\omega v_0 \sqrt{1 + \omega^2 t^2} = 4,2$ Н.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.24. Может ли кинетическая энергия превратиться в массу покоя?

2.24. Мю-мезоны, экспериментально обнаруживаемые на дне глубоких шахт, образуются в земной атмосфере и успевают до распада пролететь расстояние $S = 6 \cdot 10^3$ м при скорости $v = 0,955$ с. Найти время жизни мю-мезона Δt для земного наблюдателя и собственное время жизни мю-мезона Δt_0 .

Ответ: $\Delta t \approx 2 \cdot 10^{-5}$ с; $\Delta t_0 \approx 2 \cdot 10^{-6}$ с.

3.24. Протон имеет кинетическую энергию 76 ГэВ. Найти: 1) массу; 2) скорость ускоренного протона.

Ответ: $m = 24m_0$; $v \approx 0,9999c$.

4.24. При делении ядра урана ${}_{92}\text{U}^{235}$ освобождается энергия, равная приблизительно 200 МэВ. Найти изменение массы при делении одного киломоля урана.

Ответ: $\Delta m = 0,217$ кг/Кмоль.

КИНЕМАТИКА

1.25. Запишите уравнения, описывающие движение материальной точки по круговой траектории: $r(t)$, $x(t)$, $y(t)$.

2.25. Мяч брошен вертикально вверх со скоростью 20 м/с. На какой высоте скорость мяча будет в 2 раза меньше, чем в начале движения?

Ответ: 15,3 м.

3.25. Тело брошено под некоторым углом к горизонту. Найти величину этого угла, если горизонтальная дальность S полета тела оказалась в четыре раза больше высоты H траектории. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: 45 °.

4.25. Муравей бежит из муравейника по прямой так, что его скорость обратно пропорциональна расстоянию до центра муравейника. В тот момент, когда муравей находится в точке A на расстоянии $l_1 = 1$ м от центра муравейника, его скорость равна $v_1 = 2$ см/с. За какое время t муравей добежит от точки A до точки B , которая находится на расстоянии $l_2 = 2$ м от центра муравейника?

Ответ: 75 с.

ДИНАМИКА

1.25. Получите выражение, определяющее связь силы со скоростью и с ускорением в случае переменной массы.

2.25. С большой высоты на Землю сброшен груз массой $m = 20$ кг. Принимая, что сила сопротивления воздуха движению груза изменяется пропорционально скорости, определите, через какой промежуток времени Δt ускорение движения груза будет равно одной трети ускорения свободного падения. (Коэффициент сопротивления движению $k = 10$ кг/с).

Ответ: $\Delta t = \frac{m}{k} \ln 3 = 2,18$ с.

3.25. Угол наклона доски к горизонту можно изменять от 0 °С до 90 °С. На доску помещен груз, который начинает скользить при значении угла $\alpha = \alpha_0 = 30$ °. Определите ускорение груза при его движении по доске, если угол $\alpha = \alpha_1 = 60$ °.

Ответ: $a \approx 3,7$ м/с².

4.25. Шарик массой m , прикрепленный к резиновому шнуру, совершает вращательное движение в горизонтальной плоскости с угловой скоростью ω . Длина нерастянутого резинового шнура равна l_0 . Определите радиус окружности R , по которой будет двигаться шарик и силу натяжения $F_{\text{нат}}$ шнура, считая, что при растяжении шнура выполняется закон Гука, т.е. сила натяжения шнура растет пропорционально его растяжению ($F_{\text{нат}} = k\Delta l$, здесь k – коэффициент жесткости пружины).

$$\text{Ответ: } R = l_0 + \Delta l = \frac{kl_0}{k - m\omega^2}; \quad F_{\text{нат}} = k\Delta l = \frac{m\omega^2 kl_0}{k - m\omega^2}.$$

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1.1. На основе однородности пространства получите закон сохранения импульса.

2.25. а) Какая работа требуется для поднятия массы 10 кг по наклонной плоскости без трения длиной 3 м и высотой 0,5 м? б) Предположим, что теперь между телом и наклонной плоскостью существует сила трения 0,700 Н. Какая работа необходима в этом случае?

Ответ: а) $A_1 = mgh = 49$ Дж; б) $A_2 = mgh + F_{\text{тр}}S = 51,1$ Дж.

3.25. Три лодки массой M каждая движутся по инерции друг за другом с одинаковыми скоростями v . Из средней лодки в крайние одновременно перебрасывают грузы массой m каждый со скоростью u относительно лодок. Какие скорости v_1, v_2, v_3 будут иметь лодки после перебрасывания грузов?

Ответ: $v_1 = Mv + m(v + u)/(M + m); v_2 = v;$
 $v_3 = Mv + m(v - u)/(M + m).$

4.25. На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ находится кубик. К кубику прикреплена невесомая пружина, другой конец которой закреплен в точке A . Кубик находится в положении, в котором пружина не деформирована. Кубик отпускают без начальной скорости. Определите максимальную скорость кубика в процессе движения. Масса кубика $m = 1$ кг, жесткость пружины $k = 10$ кН/м, коэффициент трения $\mu = 0,1$ ($\mu < \text{tg } \alpha$), $g = 10$ м/с².

Ответ: 0,04 м/с.

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1.25. Как изменяется частота света при его приближении к космическим телам, создающим поля тяготения? Напишите формулу, выражающую это изменение частоты света.

2.25. Определите значение потенциала φ поля тяготения на поверхности Земли и Солнца.

Ответ: $\varphi_1 = -6,62 \cdot 10^6$ Дж/кг; $\varphi_2 = -0,19 \cdot 10^{12}$ Дж/кг.

3.25. Найти зависимость ускорения свободного падения от высоты тела над уровнем моря на полюсе Земли. На каком расстоянии от поверхности Земли ускорение уменьшается вдвое?

Ответ: $h = 0,41R.$

4.25. Тело массой $m = 3$ кг находится на поверхности Земли. Определите изменение силы тяжести при подъеме тела на высоту $h = 7$ км над поверхностью Земли.

Ответ: 64,5 мН.

5.25. Два богатыря на полюсе Земли бросают вертикально вверх булавы. Первая упала на Землю через неделю, вторая – через 30 дней. Определите, на сколько различались их начальные скорости.

Ответ: ≈ 70 м/с.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

1.25. В предыдущей задаче сравните: а) модули импульсов; б) кинетические энергии систем.

2.25. Четыре шара одинакового радиуса $R = 10$ см закреплены на концах двух взаимно перпендикулярных невесомых стержней. Расстояние между центрами шаров $l = 1$ м. Масса каждого шара $m = 1$ кг. Стержни пересекаются в центре их симметрии. Найти момент инерции системы относительно оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной плоскости, в которой лежат стержни: а) считая шары объемными телами; б) считая шары материальными точками.

Ответ: $J_1 = 1,016$ кг·м²; $J_2 = 1$ кг·м².

3.1. Через блок массой $m = 0,2$ кг перекинут шнур, к концам которого подвешены грузы, масса которых равна $m_1 = 0,3$ кг и $m_2 = 0,5$ кг. Определить силы натяжения шнура по обе стороны блока во время движения, если массу блока считать равномерно распределенной по ободу. Шнур невесом. Трением пренебречь.

Ответ: $T_1 = 3,92$ Н; $T_2 = 3,27$ Н.

4.1. Вокруг горизонтальной оси может вращаться барабан радиусом R и моментом инерции J . На барабан намотан гибкий невесомый шнур. По шнуру вверх лезет обезьяна массой m . Определите ее ускорение, если ее скорость относительно Земли постоянна.

Ответ: $a = \frac{mR^2 g}{J}$.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

1.25. Из орудия произведен выстрел в направлении на восток. К югу или к северу отклонится снаряд от плоскости стрельбы?

2.25. Небольшое тело падает без начальной скорости на Землю на экваторе с высоты $h = 10,0$ м. В какую сторону и на какое расстояние x отклонится тело от вертикали за время падения τ ? Соппротивлением воздуха пренебречь. Сравнить найденное значение x с разностью Δs путей, которые пройдут вследствие вращения Земли за время τ точка, находящаяся на высоте h , и точка, находящаяся на земной поверхности.

Ответ: $x = (2/3)\omega_3 h \sqrt{2h/g} = 0,69$ мм; $\Delta s = \omega_3 h \sqrt{2h/g}$,

где ω_3 – угловая скорость вращения Земли.

3.25. Винтовку навели на вертикальную черту мишени, находящуюся точно в северном направлении, и выстрелили. На каком расстоянии s находилась мишень, если пуля, попав в мишень, отклонилась на 7 см от черты. Выстрел произведен в горизонтальном направлении на широте $\varphi = 60^\circ$, скорость пули $v = 900$ м/с. Соппротивление воздуха пренебречь.

Ответ: $S = \sqrt{\frac{hv}{\omega \sin \varphi}} = 10^3$ м.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.25. Как вычислить кинетическую энергию свободной частицы?

2.25. Во сколько раз увеличивается продолжительность существования нестабильной частицы (по часам неподвижного наблюдателя), если она начинает двигаться со скоростью, составляющей 99 % скорости света?

Ответ: в 7,1 раза.

3.25. Мощность излучения Солнца $\approx 4 \cdot 10^{26}$ Вт. На сколько уменьшается ежесекундно масса Солнца? С каким ускорением двигалось бы Солнце и какую скорость оно приобрело бы за 1 год ($\approx 3 \cdot 10^7$ с), если бы весь свет испускался только в одном направлении (фотонный двигатель)?

Ответ: $a = 6,7 \cdot 10^{-13}$ м/с²; $v = 2 \cdot 10^{-5}$ м/с.

4.25. Солнце излучает ежеминутно энергию $E = 6,6 \cdot 10^{21}$ кВт.ч. Считая излучение Солнца постоянным, найти, за какое время масса Солнца уменьшится вдвое (1 кВт.ч = $3,6 \cdot 10^6$ Дж).

Ответ: за $7 \cdot 10^{12}$ лет.