МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ЮРГИНСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

У Т В Е Р Ж Д А Ю
Зам. директора по УР

___________ В.Л. Бибик

"___"__________2014 г.

ИЗУЧЕНИЕ МЕТОДИКИ ПОЛНОГО ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ СВАРКЕ ПЛАВЛЕНИЕМ

Методические указания к выполнению лабораторной работы по курсу «Математическое моделирование процессов сварки, пайки и наплавки» для студентов, обучающихся по специальности 150202 «Оборудование и технология сварочного производства» и направлению 150700 «Машиностроение», профиль «Оборудование и технология сварочного производства» очной и очно-заочной форм обучения

Юрга 2014

УДК 681.332
Изучение методики полного факторного эксперимента при сварке плавлением: Методические указания к выполнению лабораторной работы по курсу «Математическое моделирование процессов сварки, пайки и наплавки» для для студентов, обучающихся по специальности 150202 «Оборудование и технология сварочного производства» и направлению 150700 «Машиностроение», профиль «Оборудование и технология сварочного производства» очной и очно-заочной форм обучения. – Юрга: Изд. ЮТИ ТПУ, 2014. – 16 с.

Составитель: канд. техн. наук, доцент Д.А. Чинахов

Рецензент к.т.н., доцент А.В. Проскоков

Методические указания рассмотрены и рекомендованы к изданию на заседании кафедры сварочного производства «_____» ____________ 2014 г.

Зав. кафедрой
к.т.н., доцент ______________________ Е.А. Зернин

ВВЕДЕНИЕ

Математические модели на современном этапе развития науки и техники широко используются для познания сложных явлений, к которым можно отнести процессы дуговой сварки. Моделирование позволяет составить рациональный технологический процесс и оптимизировать производство; сократить объем экспериментальных работ при проведении исследований; раскрыть сущность исследуемых явлений с высокой достоверностью. Моделирование является основой математического обеспечения автоматических систем управления технологическим процессом и систем автоматического проектирования технологии.

В настоящее время создан ряд моделей, применяемых в сварочном производстве. Исходя из условий сварки, по моделям рассчитывается состав многокомпонентного металла шва или наплавки, скорость окисления и испарения легирующих элементов стали, состав твердой фазы сварочного аэрозоля и газов, выделяющихся во время сварки. При составлении технологии сварки рассчитывают параметры и свойства шва, режим сварки, подбирают электродные материалы и сварочные флюсы. При разработке и изготовлении сварочных материалов рассчитывают оптимальный состав исходной шихты.

Под математической моделью объекта понимаем систему уравнений, отражающую с достаточной достоверностью определенные функции работы объекта. Математическая модель отличается от математического описания проверкой расчета опытными данными, определением точности и диапазона ее применяемости. В модель вводят исходные данные (входные параметры), которые обычно отображают изменяемые (по нашей воле) параметры условий работы объекта. Результаты расчета (выходные параметры) сопоставляются с экспериментальными данными и устанавливается точность работы модели.

Модель может отражать не всю деятельность объекта, не все протекающие процессы, а только те, которые влияют на выходные параметры.

Математические модели, не описывающие процессы в объекте, а только отражающие влияние входных параметров на выходные, называют эмпирическими. Такая модель считается достоверной только в той области, где была проведена проверка. Математическая модель, полученная на основании физико-химических представлений о процессах в объекте, может применяться в более широком диапазоне, в котором процессы качественно не меняются.

Математическая модель, основанная на описании физико-химических процессов при сварке, может служить достоверным экспериментальным подтверждением гипотез. В модели математическое описание гипотезы проверяется не опытами, только частично отражающими работу объекта, а работой самого объекта. Проверка осуществляется в широком диапазоне входных параметров при достаточном числе измерений выходных параметров. Гипотеза подтверждается тогда, когда погрешности расчета и измерения входных и выходных параметров объекта близки между собой.

Математическое описание объекта функциями равновесной термодинамики в ряде случаев не привело к созданию методик расчета, обеспечивающих необходимую точность, так как образующиеся при сварке системы далеки от равновесия.

1 ПОЛНЫЙ ФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Для построения линейных и неполных степенных математических моделей применяют полный факторный эксперимент, обладающий ортогональной матрицей планирования. Математическое описание поверхности отклика объекта в окрестности точки базового режима $\vec{x}_O^T = (x_{1O}; x_{2O}; \ldots; x_{nO})$ можно получить варьированием каждого из факторов x_i на двух уровнях, отличающихся от базового уровня x_{i0} на величину интервала варьирования Δx_i. Интервал варьирования по каждому управляемому фактору выбирают так, чтобы приращение величины отклика y к базовому значению y_0 при реализации $x_{iO} \pm \Delta x_i$ можно было выделить на фоне «шума» при небольшом числе параллельных опытов.

Полным факторным экспериментом (ПФЭ) называется эксперимент, реализующий все возможные неповторяющиеся комбинации уровней n независимых управляемых факторов, каждый из которых варьируют на двух уровнях. Число этих комбинаций $N=2^n$ определяет тип ПФЭ. Для упрощения дальнейшее изложение построим на примере планирования типа $N=2^3$, т.е. на примере объекта с тремя (n=3) независимыми управляемыми факторами x_1, x_2, x_3. При планировании эксперимента проводят преобразование размерных управляемых независимых факторов x_i в безразмерные, нормированные:

$$z_i = (x_i - x_{iO}) / \Delta x_i; \tag{1.1}$$

это дает возможность легко построить ортогональную МП и значительно облегчает дальнейшие расчеты, так как в этом случае верхние и нижние уровни варьирования z_{iB} и z_{iH} в относительных единицах равны соответственно +1 и –1 независимо от физической природы факторов, значений основных уровней и интервалов варьирования факторов Δx_i.

Если для трехфакторной задачи теоретическое уравнение регрессии относительно нормированных факторов имеет вид

$$M\{y\} = \beta_O + \sum_{i=1}^{3} \beta_i z_i + \sum_{\substack{i;l=1 \\ i<l}}^{3} \beta_{il} z_i z_l + \beta_{123} z_1 z_2 z_2 \tag{1.2}$$

(т.е. степенями факторов выше первой можно пренебречь), то ПФЭ дает возможность найти раздельные оценки коэффициентов β_i. Так как изменение выходной величины y носит случайный характер, то имеется возможность определить лишь выборочные коэффициенты регрессии b_i, b_{il} для оценивания теоретических коэффициентов β_i, β_{il}. Процесс нахождения модели (идентификации) методом ПФЭ состоит из: 1) планирования эксперимента; 2) проведения эксперимента на объекте исследования; 3) проверки воспроизводимости (однородности выборочных дисперсий S_g^2) эксперимента; 4) получения математической модели объекта с проверкой статистической значимости выборочных коэффициентов регрессии; 5) проверки адекватности математического описания.

1. Планирование эксперимента. Матрицу планирования ПФЭ можно представить в виде табл. 1.1. Ее составляют по следующим правилам:

Таблица 1.1

g	z_0	z_1	z_2	z_3	z_1z_2	z_1z_3	z_2z_3	$z_1z_2z_3$
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

1. Каждая g-я строка матрицы содержит набор координат z_{ig} точки, в которой проводится g-й опыт (i = 1, 2,…, n; g = 1, 2,…, N).
2. Как указывалось выше, вводят фиктивную переменную $z_0 = +1$.
3. Поскольку переменные z_i принимают лишь значения +1 и –1, все взаимодействия z_iz_l (i; l=1,2,3; $i \neq l$) могут принимать только такие же значения.
4. В первой строке (g=1) все управляемые факторы выбирают на нижнем уровне, т.е. z_i = -1. Последующие g-е варианты варьирования при составлении МП выбирают так: при построчном переборе всех вариантов частота смены знака факторов для каждого последующего фактора z_{i+1} вдвое меньше, чем для предыдущего z_i (см. табл. 1.1). Три столбца управляемых факторов образуют собственно план эксперимента (обведено жирной чертой), а остальные столбцы МП получаются перемножением соответствующих значений управляемых факторов и необходимы для расчета соответствующих коэффициентов при взаимодействиях.

При ПФЭ типа 2^4 (n=4) можно построить либо указанным выше способом, либо на базе плана ПФЭ типа 2^3, повторив его дважды: один раз – при величине z_4= -1, второй раз – при z_4=+1. Аналогично могут быть получены планы для сколь угодно большого числа n независимых управляемых факторов.

2. Проведение эксперимента на объекте исследования. Так как изменение отклика y носит случайный характер, то в каждой точке $\vec{x}_g$ приходится проводить m параллельных опытов и результаты наблюдений y_{g1}, y_{g2}, …, y_{gm} осреднять:

$$\bar{y}_g = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} y_{gk}. \qquad (1.3)$$

Пусть в рассматриваемом случае m=3. Перед реализацией плана на объекте необходимо рандомизировать варианты варьирования факторов, т. е. с помощью таблицы равномерно распределенных случайных чисел определить последовательность реализации вариантов варьирования плана в Nm опытах. Рандомизацию проводят следующим образом. В таблице равномерно распределенных случайных чисел выбирают любой столбец, из которого в порядке следования берут числа от 1 до Nm и записывают последовательно в m столбцов k_1, k_2,…, k_m (каждое число берется только один раз). Если в одном столбце таблицы не оказалось всех Nm нужных чисел, то переходят к следующему ее столбцу. Пусть, например, k_1=8 при g=3; это значит, что третий вариант варьирования реализуется в эксперименте восьмым по порядку. Результаты наблюдений эксперимента соответственно вариантам варьирования плана записывают в столбцы y_{gk1}, y_{gk2}, y_{gk3}.

3. Проверка воспроизводимости эксперимента есть не что иное, как проверка выполнения второй предпосылки регрессионного анализа об однородности выборочных дисперсий s_g^2. Задача состоит в проверке гипотезы о равенстве генеральных дисперсий $\sigma^2\{y_1\}=\sigma^2\{y_2\}=\ldots=\sigma^2\{y_N\}$ при опытах соответственно в точках $\vec{x}_1, \vec{x}_2, ..., \vec{x}_N$. Оценки дисперсий находят по известной формуле

$$s_g^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{k=1}^{m}(y_{gk} - \bar{y}_g)^2. \qquad (1.4)$$

Так как все оценки дисперсий получены по выборкам одинакового объема m=3, то число степеней свободы для всех них одинаково и составляет

$$\nu_{1ВОС} = m-1. \qquad (1.5)$$

В этом случае для проверки гипотезы об однородности оценок s_g^2 дисперсий следует пользоваться *критерием Кохрэна*, который основан на законе распределения отношения максимальной оценки дисперсии к сумме всех сравниваемых оценок дисперсий, т. е.

$$G = \frac{\max\left\{s_g^2\right\}}{\sum_{g=1}^{N} s_g^2\left\{y\right\}}. \qquad (1.6)$$

Если вычисленное по данным эксперимента (эмпирическое) значение критерия G окажется меньше критического значения $G_{кр}$, найденного по таблице (см. Приложение 1) для $\nu_{1ВОС} = m-1$ и $\nu_{2ВОС} = N$ (в данном случае $\nu_{1ВОС}$ = 2 и $\nu_{2ВОС}$ = 8) и выбранного уровня значимости $q_{ВОС}$ [%] (обычно 5%), то гипотеза об однородности выборочных дисперсий отвечает результатам наблюдений. При этом всю группу выборочных дисперсий s_g^2 можно считать оценками для одной и той же генеральной дисперсии $\sigma^2\{y\}$ воспроизводимости эксперимента, откуда наилучшая ее оценка имеет вид

$$s^2_{вос}\{y\} = \frac{1}{N}\sum_{g=1}^{N} s_g^2\{y\} \tag{1.7}$$

с числом степеней свободы

$$\nu_{зн} = N\,(m\text{-}1) \tag{1.8}$$

Если проверка воспроизводимости эксперимента дала отрицательный результат, то остается признать его невоспроизводимость относительно управляемых факторов вследствие наличия неблагоприятных флуктуаций неуправляемых и неконтролируемых факторов. При этом следует либо увеличить число параллельных опытов для вариантов варьирования с большими значениями выборочных дисперсий s_g^2, либо использовать в дальнейшем модификацию метода наименьших квадратов, пригодную при невыполнении предпосылки о воспроизводимости эксперимента.

4. Получение математической модели объекта. Как уже указывалось выше, пользуясь методом ПФЭ, можно получить описание изучаемого объекта в форме (1.2). При ПФЭ получаются независимые оценки b_0, b_i, b_{il} соответствующих коэффициентов β_0, β_i, β_{il}, т. е. $b_0 \rightarrow \beta_0$, $b_i \rightarrow \beta_i$, $b_{il} \rightarrow \beta_{il}$. Эти оценки легко найти по формулам

$$b_0 = \frac{1}{N}\sum_{g=1}^{N} z_{0g}\bar{y}_g, \qquad b_i = \frac{1}{N}\sum_{g=1}^{N} z_{ig}\bar{y}_g \quad (i = 1, 2,\ldots, n),$$

$$b_{il} = \frac{1}{N}\sum_{g=1}^{N} z_{ig} z_{lg}\bar{y}_g \quad (i;\, l = 1, 2,\ldots, n;\, i \neq l\,). \tag{1.9}$$

После определения оценок b коэффициентов регрессии необходимо проверить гипотезы об их значимости, т. е. проверить соответствующие нуль-гипотезы $\beta = 0$. Проверку таких гипотез производят с помощью *критерия Стьюдента*, эмпирическое значение которого

$$t = |b|\,/\,s\{b\}, \tag{1.10}$$

где

$$s^2\{b\} = \frac{1}{Nm} s^2_{ВОС}\{y\} \tag{1.11}$$

- дисперсия оценки b коэффициента; N – число точек факторного пространства, в которых проводится эксперимент; m – число параллельных опытов в этих точках. Если найденная величина параметра t превышает значение $t_{кр}$, определенное из Приложения 2 для числа степеней свободы $\nu_{зн} = N\,(m\text{-}1)$, при заданном уровне значимости $q_{зн}$ (обычно 5%), то проверяемую нуль-гипотезу H_0: $\beta = 0$ отвергают и соответствующую оценку b коэффициента признают значимой.

В противном случае нуль-гипотезу не отвергают и оценку b считают статистически незначимой, т.е. $\beta = 0$.

Статистическая незначимость оценки b_i коэффициента регрессии может быть обусловлена следующими причинами:

1) данный i-й фактор не имеет функциональной связи с откликом y, т.е. $\beta_i = 0$;

2) уровень x_{i0} базового режима $\vec{x}_0$ находится в точке частного экстремума функции отклика по фактору x_i и тогда $\beta_i = \dfrac{\partial y}{\partial z_i} = 0$;

3) интервал варьирования Δx_i выбран малым;

4) вследствие влияния неуправляемых и неконтролируемых факторов велика ошибка воспроизводимости эксперимента.

Ортогональное планирование позволяет определять доверительные границы независимо для каждого из коэффициентов регрессии. Потому если какая-либо из оценок коэффициентов окажется незначимой, то ее можно отбросить без пересчета всех остальных. После этого математическую модель объекта составляют в виде уравнения связи отклика y и факторов z_i, включающего только значимые оценки коэффициентов.

5. Проверка адекватности математического описания. Чтобы проверить гипотезу об адекватности математического описания опытным данным, достаточно оценить отклонение предсказанной по полученному уравнению регрессии величины отклика $\hat{y}_g$ от результатов наблюдений $\bar{y}_g$ в одних и тех же g-х точках факторного пространства. Рассеяние результатов наблюдений вблизи уравнения регрессии, оценивающего истинную функцию отклика, можно охарактеризовать с помощью дисперсии адекватности

$$s^2_{АД} = \frac{m}{N-d}\sum_{g=1}^{N}(\bar{y}_g - \hat{y}_g)^2, \qquad (1.12)$$

где d – число членов аппроксимирующего полинома. Дисперсия адекватности определяется с числом степеней свободы

$$\nu_{ад} = N - d. \qquad (1.13)$$

Проверка гипотезы об адекватности состоит, по сути дела, в выяснении соотношения между дисперсией адекватности $s^2_{АД}$ и оценкой дисперсии воспроизводимости отклика $s^2_{ВОС}$. Если эти оценки дисперсий однородны, то математическое описание адекватно представляет результаты опыта; если же нет, то описание считается неадекватным. Проверку гипотезы об адекватности производят с использованием F – *критерия Фишера*. Критерий Фишера позволяет проверить гипотезу об однородности двух выборочных дисперсий $s^2_{АД}$ и $s^2_{ВОС}\{y\}$. В том случае, если $s^2_{АД} > s^2_{ВОС}\{y\}$, F – критерий характеризуется отношением

$$F = s^2_{АД} / s^2_{ВОС}\{y\}. \qquad (1.14)$$

Если вычисленное по результатам наблюдений эмпирическое значение критерия F меньше критического $F_{кр}$, найденного из Приложения 3 для соответствующих степеней свободы

$$\nu_{1ад} = N - d, \quad \nu_{2ад} = \nu_{зн} = N\,(m - 1) \qquad (1.15)$$

при заданном уровне значимости $q_{АД}$, то гипотезу об адекватности не отвергают. В противном случае гипотезу отвергают, и математическое описание признается неадекватным.

Проверка адекватности возможна при $\nu_{1ад}>0$. Если число N вариантов варьирования плана ПФЭ равно числу всех значимых оценок коэффициентов регрессии ($N = d$), то для проверки гипотезы об адекватности математического описания степеней свободы не остается ($\nu_{1ад} = 0$). Если же некоторые оценки коэффициентов регрессии оказались незначимыми, то число d членов проверяемого уравнения в этом случае меньше числа N вариантов варьирования ($N > d$) и для проверки гипотезы об адекватности останется одна или несколько степеней свободы ($\nu_{1ад}>0$).

В том случае, когда гипотеза об адекватности отвергается, необходимо переходить к более сложной форме математического описания либо, если это возможно, проводить эксперимент с меньшим интервалом варьирования Δx_i . Следует отметить, что максимальная величина интервала варьирования определяется условием адекватного описания объекта в области варьирования. Если при больших интервалах варьирования математическая модель неадекватна, то возникают систематические ошибки в определении коэффициентов, для уменьшения которых следует сузить область варьирования. Однако с уменьшением интервала варьирования появляется целый ряд новых трудностей: растет отношение помехи к полезному сигналу, что приводит к необходимости увеличивать число параллельных опытов для выделения полезного сигнала на фоне шума, т. е. уменьшаются абсолютные значения оценок b_i коэффициентов, величины которых непосредственно зависят от Δx_i (для уравнения с нормированными факторами z_i), и оценки коэффициентов могут стать статически незначимыми.

Для выбора интервала варьирования проводят предварительные эксперименты. Интервал варьирования можно выбирать равным 0,05 – 0,3 от допустимого диапазона варьирования факторов, т. е. область варьирования составляет примерно 10 – 60 % от всего диапазона. Начальную точку варьирования (базовую точку) выбирают, как можно ближе к центру области факторного пространства, в которой происходит поиск математического описания объекта (или области ограничений).

2 ЗАДАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Задание: Разработать математическую модель зависимости функции отклика σ_B, от трех заданных управляемых факторов.

Дана таблица значений трех управляемых факторов и значений функции отклика (σ_B) наблюдаемых при проведении трех параллельных опытов. Для получения исходных данных в соответствии с номером своего варианта необходимо выполнить следующие действия:

1-5 отнять от значений таблицы номер своего варианта

6-10 прибавить к значениям таблицы номер своего варианта

11-20 прибавить к значениям 1 и 2 строки таблицы номер своего варианта

21-30 прибавить к значениям 2 и 4 строки таблицы номер своего варианта

Наименование	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8
1. Временное сопротивление разрыву σ_B, МПа	690	745	725	736	750	721	698	750
	700	750	737	721	744	730	706	770
	705	745	740	725	740	733	700	778
		min	max					
2. Сила тока I, А	X1	180	240					
3. Скорость сварки V, м/ч	X2	11	18					
4. Температура подогрева, ^{0}C	X3	160	240					

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называют полным факторными экспериментами?
2. Как выбираются факторы планирования, их основные (базовые) уровни и интервалы варьирования?
3. Указать порядок проведения эксперимента методом ПФЭ.
4. Как составляется матрица планирования ПФЭ?
5. Как проверить воспроизводимость вариантов варьирования ПФЭ?
6. При каких условиях не соблюдается требование воспроизводимости эксперимента и как следует поступить в этом случае?

ЛИТЕРАТУРА

1. Акулов А.И., Бельчук Г.А., Демянцевич В.П. Технология и оборудование сварки плавлением. Учебник для студентов вузов. – М.: «Машиностроение». 1977. 432 с. с ил.
2. Статистические методы в инженерных исследованиях (лабораторный практикум): Учеб. пособие / Бородюк В.П., Вощинин А.П., Иванов А.З. и др.; // Под ред. Г.К. Круга. – М.: Высш. школа. 1983. 216 с.
3. Степнов М.Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний. М.:, «Машиностроение». 1972. 232 с.
4. Судник В.А., Ерофеев В.А. Методы исследования сварочных процессов. – Тула: ТПИ, 1980. 100 с.
5. Кафаров В.В., Глебов М.Б. Математическое моделирование основных процессов химических производств: Учеб. пособие для вузов. М.: Высш. шк., 1991. 400 с.: ил.
6. Тихонов А.П., Уфимцев М.В. Статистическая обработка результатов экспериментов: Учеб. Пособие. – М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1988. 174 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Верхние односторонние пределы для величины $G_{кр}$ в зависимости от чисел степеней свободы числителя (v_1) и знаменателя (v_2) для G – распределения Кохрэна при уровне значимости q = 0,01

$v_2 \backslash v_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	36	144	∞
2	0,9999	0,9950	0,9794	0,9586	0,9373	0,9172	0,8988	0,8823	0,8674	0,8539	0,7949	0,7067	0,6062	0,5000
3	9933	9433	8831	8355	7933	7606	7335	7107	6912	6743	6059	5153	4230	3333
4	9676	8643	7814	7212	6761	5410	6129	6897	6702	5536	4884	4057	3451	2500
5	0,9279	0,7885	0,0957	0,6329	0,5875	0,5531	0,5259	0,5037	0,4854	0,4697	0,4090	0,3351	0,2644	0,2500
6	8828	7218	6258	5635	5195	4866	4608	4401	4229	4084	3529	2858	2229	1667
7	8376	6644	5685	5080	4659	4347	4105	3911	3751	3616	3105	2494	1929	1429
8	0,7954	0,6162	0,5209	0,4627	0,4226	0,3932	0,3704	0,3522	0,3373	0,3248	0,2779	0,2214	0,1700	0,1260
9	7544	5727	4810	4251	3870	3592	3378	3207	3067	2950	2514	1992	1521	1111
10	7175	5358	4469	3934	3572	3308	3106	2945	2813	2704	2297	1811	1376	1000
12	0,6528	0,4751	0,3919	0,3428	0,3099	0,2861	0,2680	0,2535	0,2419	0,2320	0,1961	0,1535	0,1157	0,0833
15	5747	4069	3317	2882	2593	2386	2228	2104	2002	1918	1612	1251	0934	0667
20	4799	3297	2654	2288	2048	1877	1748	1646	1567	1501	1248	0960	0709	0500
24	0,4247	0,2871	0,2295	0,1970	0,1759	0,1608	0,1495	0,1406	0,1338	0,1283	0,1060	0,0810	0,0595	0,0417
30	3632	2412	1913	1635	1454	1327	1232	1157	1100	1054	0867	0658	0480	0333
40	2940	1915	1508	1281	1135	1033	0957	0898	0853	0816	0668	0503	0363	0250
60	0,2151	0,1371	0,1069	0,0902	0,0796	0,0722	0,0668	0,0625	0,0594	0,0567	0,0461	0,0344	0,0245	0,0167
120	1252	0759	0585	0489	0429	0,387	0357	0,334	0316	0302	0242	0178	0125	0083
∞	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000

Верхние односторонние пределы для величины $G_{кр}$ в зависимости от чисел степеней свободы числителя (v_1) и знаменателя (v_2) для G – распределения Кохрэна при уровне значимости q = 0,05

$v_2 \backslash v_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	36	144	∞
2	0,9985	0,9750	0,9392	0,9057	0,8584	0,8534	0,8332	0,8159	0,8010	0,7880	0,7341	0,6602	0,5813	0,5000
3	9669	8709	7977	7457	7071	6771	6530	6333	6167	6025	5466	4748	4031	3333
4	9065	7679	6841	6287	5895	5598	5365	5175	5017	4884	4366	3720	3093	2500
5	0,8412	0,6838	0,5981	0,5440	0,5063	0,4783	0,4564	0,4387	0,4241	0,4118	0,3645	0,3066	0,2513	0,2000
6	7808	6161	6321	4803	4447	4148	3980	3817	3682	3568	3135	2612	2119	1667
7	7271	5612	4800	4307	3907	3726	3555	3384	3254	3154	2756	2273	1833	1429
8	0,6798	0,5157	0,4377	0,3910	0,3595	0,3362	0,3185	0,3043	0,2926	0,2829	0,2462	0,2020	0,1516	0,1250
9	6385	4775	4027	3584	3286	3067	2901	2768	2659	2568	2226	1820	1446	1111
10	6020	4450	3733	3311	3029	2823	2666	2541	2439	2353	2032	1655	1308	1000
12	0,6410	0,3924	0,3264	0,2880	0,2624	0,2439	0,2299	0,2187	0,2098	0,2020	0,1737	0,1403	0,1100	0,0833
15	4709	3346	2758	2419	2195	2034	1911	1315	1736	1671	1429	1144	0889	0667
20	3894	2705	2205	1921	1835	1602	1601	1422	1357	1303	1108	0879	0675	0500
24	0,3434	0,2354	0,1907	0,1656	0,1493	0,1374	0,1286	0,1216	0,1160	0,1113	0,0942	0,0743	0,0567	0,0417
30	2929	1980	1593	1377	1237	1137	1061	1002	0958	0921	0771	0604	0457	0337
40	2370	1576	1259	1082	0968	0887	0827	0780	0745	0713	0595	0462	0347	0250
60	0,1737	0,1131	0,0895	0,0766	0,0682	0,0623	0,0583	0,0552	0,0520	0,0487	0,0411	0,0316	0,0234	0,0167
120	0998	0632	0495	0419	0371	0337	0312	0292	0279	0266	0218	0165	0120	0083
∞	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000

Приложение 2

t – распределение (распределение Стьюдента)

P (t > t_α) = α и P (|t| > t_α) = α

k	Односторонняя критическая область (α)							
	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005	0,0025	0,001	0,0005
	Двусторонняя критическая область (α)							
	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,005	0,002	0,001
1	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	127,32	318,30	636,61
2	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92	14,09	22,33	31,60
3	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	7,45	10,21	12,92
4	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	5,60	7,17	8,61
5	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	4,77	5,89	6,87
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	4,32	5,21	5,96
7	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,03	4,79	5,41
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	3,83	4,50	5,04
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	3,69	4,30	4,78
10	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	3,58	4,14	4,59
11	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	3,50	4,02	4,44
12	1,36	1,78	2,18	2,68	3,05	3,43	3,93	4,32
13	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,37	3,85	4,22
14	1,34	1,76	2,14	2,62	2,98	3,33	3,79	4,14
15	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,29	3,73	4,07
16	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,25	3,69	4,02
17	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,22	3,65	3,97
18	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,20	3,61	3,92
19	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,17	3,58	3,88
20	1,33	1,72	2,09	2,53	2,85	3,15	3,55	3,85
21	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,14	3,53	3,82
22	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82	3,12	3,51	3,79
23	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81	3,10	3,48	3,77
24	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,09	3,47	3,75
25	1,32	1,71	2,06	2,49	2,79	3,08	3,45	3,73
26	1,32	1,71	2,06	2,48	2,78	3,07	3,44	3,71
27	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77	3,06	3,42	3,69
28	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76	3,05	3,41	3,67
29	1,31	1,70	2,05	2,46	2,76	3,04	3,40	3,66
30	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75	3,03	3,39	3,65
40	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	2,97	3,31	3,55
60	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66	2,91	3,23	3,46
120	1,29	1,66	1,98	2,36	2,62	2,85	3,16	3,37
∞	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58	2,81	3,09	3,29

Приложение 3

F – распределение (Фишера)

$P(F>f_a)=\alpha$, $\alpha=0{,}05$

$k_2 \backslash k_1$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	238,9	243,9	249,0	254,3
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,47	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,52
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,02	1,83	1,61	1,25
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,00

α=0,01

$k_2 \backslash k_1$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5981	6106	6234	6366
2	98,49	99,00	99,17	99,25	99,30	99,33	99,36	99,42	99,46	99,50
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,49	27,05	26,60	26,12
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,80	14,37	13,93	13,46
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,29	9,89	9,47	9,02
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,10	7,72	7,31	6,83
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,84	6,47	6,07	5,65
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,03	5,67	5,28	4,86
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,47	5,11	4,73	4,31
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,06	4,71	4,33	3,91
11	9,65	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,74	4,40	4,02	3,60
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,50	4,16	3,78	3,36
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,30	3,96	3,59	3,16
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,14	3,80	3,43	3,00
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,00	3,67	3,29	2,87
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	3,89	3,55	3,18	2,75
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,79	3,45	3,08	2,65
18	8,28	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,71	3,37	3,00	2,57
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,63	3,30	2,92	2,49
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,56	3,23	2,86	2,42
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,51	3,17	2,80	2,36
22	7,94	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,45	3,12	2,75	2,31
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,41	3,07	2,70	2,26
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,36	3,03	2,66	2,21
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	3,32	2,99	2,62	2,17
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,29	2,96	2,58	2,13
27	7,68	5,49	4,60	4,11	3,78	3,56	3,26	2,93	2,55	2,10
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,53	3,23	2,90	2,52	2,06
29	7,60	5,42	4,54	4,04	3,73	3,50	3,20	2,87	2,49	2,03
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,17	2,84	2,47	2,01
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	2,99	2,66	2,29	1,80
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,82	2,50	2,12	1,60
120	6,85	4,79	3,95	3,48	3,17	2,96	2,66	2,34	1,95	1,38
∞	6,64	4,60	3,78	3,32	3,02	2,80	2,51	2,18	1,79	1,00

ИЗУЧЕНИЕ МЕТОДИКИ ПОЛНОГО ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ СВАРКЕ ПЛАВЛЕНИЕМ

Методические указания

Составитель: к.т.н., доцент Чинахов Дмитрий Анатольевич

Подписано к печати ________________
Формат 60х84/16. Бумага офсетная.
Плоская печать. Усл. - печ. л. 1,0 .Уч. - изд.л. 0,84
Тираж _____ экз. Заказ № ______ Цена свободная.
ИПЛ ЮТИ ТПУ. Лицензия ПЛД № 44-55 от 4.12.97.
Ризограф ЮТИ ТПУ. 652000, Юрга, ул. Московская, 17.