# Домашнее задание по теме: «Векторное и смешанное произведения векторов»

1) № 841 (Клетеник)
   Даны: $|\bar{\mathbf{a}}| = 3$, $|\bar{\mathbf{b}}| = 26$ и $|[\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}]| = 72$. Вычислить $(\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}})$.

   **Ответ**: $(\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}) = \pm 30$.

2) № 847 (Клетеник)
   Даны произвольные векторы $\bar{\mathbf{p}}$, $\bar{\mathbf{q}}$, $\bar{\mathbf{r}}$, $\bar{\mathbf{n}}$. Доказать, что векторы $\bar{\mathbf{a}} = [\bar{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{n}}]$, $\bar{\mathbf{b}} = [\bar{\mathbf{q}}, \bar{\mathbf{n}}]$ и $\bar{\mathbf{c}} = [\bar{\mathbf{r}}, \bar{\mathbf{n}}]$ компланарны.

3) № 848 (Клетеник)
   Векторы $\bar{\mathbf{a}}$, $\bar{\mathbf{b}}$ и $\bar{\mathbf{c}}$ удовлетворяют условию $\bar{\mathbf{a}} + \bar{\mathbf{b}} + \bar{\mathbf{c}} = \bar{\mathbf{0}}$. Доказать, что $[\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}] = [\bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}] = [\bar{\mathbf{c}}, \bar{\mathbf{a}}]$.

4) № 858 (Клетеник)
   Даны вершины треугольника $A(1; -1; 2)$, $B(5; -6; 2)$ и $C(1; 3; -1)$. Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины $B$ на сторону $AC$.

   **Ответ**: 5.

5) № 860 (Клетеник)
   Вектор $\bar{\mathbf{x}}$, перпендикулярный векторам $\bar{\mathbf{a}} = \{4; -2; -3\}$ и $\bar{\mathbf{b}} = \{0; 1; 3\}$, образует с осью $Oy$ тупой угол. Зная, что $|\bar{\mathbf{x}}| = 26$, найти его координаты.

   **Ответ**: $\bar{\mathbf{x}} = \{-6; -24; 8\}$.

6) № 862 (Клетеник)
   Найти вектор $\bar{\mathbf{x}}$, зная, что он перпендикулярен к векторам $\bar{\mathbf{a}} = \{2; -3; 1\}$ и $\bar{\mathbf{b}} = \{1; -2; 3\}$ и удовлетворяет условию $\bar{\mathbf{x}}(\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 7\mathbf{k}) = 10$.

   **Ответ**: $\bar{\mathbf{x}} = \{7; 5; 1\}$.

7) № 866 (Клетеник)
   Векторы $\bar{\mathbf{a}}$, $\bar{\mathbf{b}}$, $\bar{\mathbf{c}}$, образующие правую тройку, взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\bar{\mathbf{a}}| = 4$, $|\bar{\mathbf{b}}| = 2$ и $|\bar{\mathbf{c}}| = 3$, вычислить $(\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}})$.

   **Ответ**: $(\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}) = 24$.

8) № 868 (Клетеник)

Доказать, что $\left|(\bar{\mathbf{a}},\bar{\mathbf{b}},\bar{\mathbf{c}})\right| \le |\bar{\mathbf{a}}|\cdot|\bar{\mathbf{b}}|\cdot|\bar{\mathbf{c}}|$; в каком случае здесь может иметь знак равенства?

**Ответ**: 1) $\left|(\bar{\mathbf{a}},\bar{\mathbf{b}},\bar{\mathbf{c}})\right| = \left(|\bar{\mathbf{a}}|\cdot|\bar{\mathbf{b}}|\cdot\sin\varphi\right)\cdot|\bar{\mathbf{c}}|\cdot\cos\psi \le |\bar{\mathbf{a}}|\cdot|\bar{\mathbf{b}}|\cdot|\bar{\mathbf{c}}|$, где $\varphi$ – угол между $\bar{\mathbf{a}}$ и $\bar{\mathbf{b}}$, $\psi$ – угол между $[\bar{\mathbf{a}},\bar{\mathbf{b}}]$ и $\bar{\mathbf{c}}$.

2) $\left|(\bar{\mathbf{a}},\bar{\mathbf{b}},\bar{\mathbf{c}})\right| = |\bar{\mathbf{a}}|\cdot|\bar{\mathbf{b}}|\cdot|\bar{\mathbf{c}}|$ если векторы $\bar{\mathbf{a}}$, $\bar{\mathbf{b}}$ и $\bar{\mathbf{c}}$ взаимно ортогональны.

9) № 869 или № 871 (Клетеник)

(№ 869 Клетеник) Доказать тождество $(\bar{\mathbf{a}}+\bar{\mathbf{b}},\bar{\mathbf{b}}+\bar{\mathbf{c}},\bar{\mathbf{c}}+\bar{\mathbf{a}}) = 2(\bar{\mathbf{a}},\bar{\mathbf{b}},\bar{\mathbf{c}})$.

(№ 871 Клетеник) Доказать, что векторы $\bar{\mathbf{a}}$, $\bar{\mathbf{b}}$, $\bar{\mathbf{c}}$, удовлетворяющие условию $[\bar{\mathbf{a}},\bar{\mathbf{b}}]+[\bar{\mathbf{b}},\bar{\mathbf{c}}]+[\bar{\mathbf{c}},\bar{\mathbf{a}}]=\bar{\mathbf{0}}$, компланарны.

10) № 877 (Клетеник)

Даны вершины тетраэдра $A(2;3;1)$, $B(4;1;-2)$, $C(6;3;7)$, $D(-5;-4;8)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины $D$.

**Ответ**: 11.