

## Домашнее задание по теме: «Простейшие задачи векторной алгебры. Скалярное произведение векторов»

1) № 767 (Клетеник)

Какому условию должны удовлетворять векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , чтобы имели место следующие соотношения: 1)  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ; 2)  $|\vec{a} + \vec{b}| > |\vec{a} - \vec{b}|$ ; 3)  $|\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a} - \vec{b}|$ .

**Ответ:** 1)  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ; 2)  $(\vec{a}, \vec{b}) < 90^\circ$ ; 3)  $(\vec{a}, \vec{b}) > 90^\circ$ .

2) № 768 (Клетеник)

Какому условию должны удовлетворять векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , чтобы вектор  $\vec{a} + \vec{b}$  делил пополам угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

**Ответ:**  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ .

3) № 784 (Клетеник)

Два вектора  $\vec{a} = \{2; -3; 6\}$  и  $\vec{b} = \{-1; 2; -2\}$  приложены к одной точке. Определить координаты вектора  $\vec{c}$ , направленного по биссектрисе угла между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , при условии, что  $|\vec{c}| = 3\sqrt{42}$ .

**Ответ:**  $\vec{c} = \{-3; 15; 12\}$

4) № 739 (Клетеник)

Даны три вершины  $A(3; -4; 7)$ ,  $B(-5; 3; -2)$  и  $C(1; 2; -3)$  параллелограмма  $ABCD$ . Найти его четвертую вершину  $D$ , противоположную  $B$ .

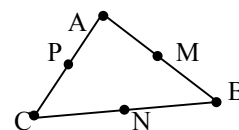
**Ответ:**  $D(9; -5; 6)$ .



5) № 90 (Клетеник)

Точки  $M(2; -1)$ ,  $N(-1; 4)$  и  $P(-2; 2)$  являются серединами сторон треугольника. Определить его вершины.

**Ответы:**  $A(1; -3)$ ,  $B(3; 1)$ ,  $C(-5; 7)$ .



6) № 96 (Клетеник)

Даны вершины треугольника  $A(2; -5)$ ,  $B(1; -2)$  и  $C(4; 7)$ . Найти точку пересечения биссектрисы его внутреннего угла при вершине  $B$  со стороной  $AC$ .

**Ответы:**  $D(5/2; -2)$

7) № 102 (Клетеник) Не записывая уравнение прямой!

Прямая проходит через точки  $M_1(-12; -13)$  и  $M_2(-2; -5)$ . На этой прямой найти точку, абсцисса которой равна 3.

**Ответ:**  $(3; -1)$

8) № 799 (Клетеник)

Считая, что каждый из векторов  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$ ,  $\bar{c}$  отличен от нуля, установить, при каком их взаимном расположении справедливо равенство  $(\bar{a}, \bar{b})\bar{c} = \bar{a}(\bar{b}, \bar{c})$ .

**Ответ:** при  $\bar{a} \parallel \bar{c}$  или если  $(\bar{a}, \bar{b}) = (\bar{b}, \bar{c}) = 90^\circ$ .

9) № 805 (Клетеник)

Доказать, что вектор  $\bar{p} = \bar{b}(\bar{a}, \bar{c}) - \bar{c}(\bar{a}, \bar{b})$  перпендикулярен вектору  $\bar{a}$ .

10) № 822 (Клетеник)

Вычислив внутренние углы треугольника с вершинами  $A(1; 2; 1)$ ,  $B(3; -1; 7)$ ,  $C(7; 4; -2)$ , убедиться, что этот треугольник равнобедренный.

**Ответ:**  $\widehat{ABC} = \arccos \frac{61}{7\sqrt{122}}$ ,  $\widehat{BCA} = \arccos \frac{61}{7\sqrt{122}}$ ,  $\widehat{CAB} = \arccos \frac{-12}{49}$

11) № 783 (Клетеник)

Дано разложение вектора по базису  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ :  $\bar{c} = 16\mathbf{i} - 15\mathbf{j} + 12\mathbf{k}$ . Определить разложение по этому же базису вектора  $\bar{d}$ , параллельного вектору  $\bar{c}$  и противоположного с ним направления, при условии, что  $|\bar{d}| = 75$ .

**Ответ:**  $\bar{d} = -48\mathbf{i} + 45\mathbf{j} - 36\mathbf{k}$

12) № 827 (Клетеник)

Даны векторы  $\bar{a} = \{3; -1; 5\}$  и  $\bar{b} = \{1; 2; -3\}$ . Найти вектор  $\bar{x}$  при условии, что он перпендикулярен к оси  $Oz$  и удовлетворяет условиям  $(\bar{x}, \bar{a}) = 9$ ,  $(\bar{x}, \bar{b}) = -4$ .

**Ответ:**  $\bar{x} = \{2; -3; 0\}$ .

13) № 830 (Клетеник)

Найти проекцию вектора  $\bar{s} = \{\sqrt{2}; -3; -5\}$  на ось, составляющую с координатными осями  $Ox$ ,  $Oz$  углы  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\gamma = 60^\circ$ , а с осью  $Oy$  — острый угол  $\beta$ .

**Ответ:**  $-3$

14) № 838 (Клетеник)

Даны точки  $A(-2; 3; -4)$ ,  $B(3; 2; 5)$ ,  $C(1; -1; 2)$ ,  $D(3; 2; -4)$ . Вычислить  $\text{Pr}_{\overline{CD}} \overline{AB}$ .

**Ответ:**  $-47/7$ .