

Домашнее задание по теме: «Простейшие задачи векторной алгебры. Скалярное произведение векторов»

1) № 767 (Клетеник)

Какому условию должны удовлетворять векторы \vec{a} и \vec{b} , чтобы имели место следующие соотношения: 1) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$; 2) $|\vec{a} + \vec{b}| > |\vec{a} - \vec{b}|$; 3) $|\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a} - \vec{b}|$.

Ответ: 1) $\vec{a} \perp \vec{b}$; 2) $(\vec{a}, \vec{b}) < 90^\circ$; 3) $(\vec{a}, \vec{b}) > 90^\circ$.

2) № 768 (Клетеник)

Какому условию должны удовлетворять векторы \vec{a} и \vec{b} , чтобы вектор $\vec{a} + \vec{b}$ делил пополам угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

Ответ: $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.

3) № 784 (Клетеник)

Два вектора $\vec{a} = \{2; -3; 6\}$ и $\vec{b} = \{-1; 2; -2\}$ приложены к одной точке. Определить координаты вектора \vec{c} , направленного по биссектрисе угла между векторами \vec{a} и \vec{b} , при условии, что $|\vec{c}| = 3\sqrt{42}$.

Ответ: $\vec{c} = \{-3; 15; 12\}$

4) № 739 (Клетеник)

Даны три вершины $A(3; -4; 7)$, $B(-5; 3; -2)$ и $C(1; 2; -3)$ параллелограмма $ABCD$. Найти его четвертую вершину D , противоположную B .

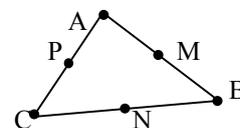
Ответ: $D(9; -5; 6)$.



5) № 90 (Клетеник)

Точки $M(2; -1)$, $N(-1; 4)$ и $P(-2; 2)$ являются серединами сторон треугольника. Определить его вершины.

Ответы: $A(1; -3)$, $B(3; 1)$, $C(-5; 7)$.



6) № 96 (Клетеник)

Даны вершины треугольника $A(2; -5)$, $B(1; -2)$ и $C(4; 7)$. Найти точку пересечения биссектрисы его внутреннего угла при вершине B со стороной AC .

Ответы: $D(5/2; -2)$

7) № 102 (Клетеник) Не записывая уравнение прямой!

Прямая проходит через точки $M_1(-12; -13)$ и $M_2(-2; -5)$. На этой прямой найти точку, абсцисса которой равна 3.

Ответ: $(3; -1)$

8) № 799 (Клетеник)

Считая, что каждый из векторов \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} отличен от нуля, установить, при каком их взаимном расположении справедливо равенство $(\bar{a}, \bar{b})\bar{c} = \bar{a}(\bar{b}, \bar{c})$.

Ответ: при $\bar{a} \parallel \bar{c}$ или если $(\bar{a}, \bar{b}) = (\bar{b}, \bar{c}) = 90^\circ$.

9) № 805 (Клетеник)

Доказать, что вектор $\bar{p} = \bar{b}(\bar{a}, \bar{c}) - \bar{c}(\bar{a}, \bar{b})$ перпендикулярен вектору \bar{a} .

10) № 822 (Клетеник)

Вычислив внутренние углы треугольника с вершинами $A(1; 2; 1)$, $B(3; -1; 7)$, $C(7; 4; -2)$, убедиться, что этот треугольник равнобедренный.

Ответ: $\widehat{ABC} = \arccos \frac{61}{7\sqrt{122}}$, $\widehat{BCA} = \arccos \frac{61}{7\sqrt{122}}$, $\widehat{CAB} = \arccos \frac{-12}{49}$

11) № 783 (Клетеник)

Дано разложение вектора по базису $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$: $\bar{c} = 16\mathbf{i} - 15\mathbf{j} + 12\mathbf{k}$. Определить разложение по этому же базису вектора \bar{d} , параллельного вектору \bar{c} и противоположного с ним направления, при условии, что $|\bar{d}| = 75$.

Ответ: $\bar{d} = -48\mathbf{i} + 45\mathbf{j} - 36\mathbf{k}$

12) № 827 (Клетеник)

Даны векторы $\bar{a} = \{3; -1; 5\}$ и $\bar{b} = \{1; 2; -3\}$. Найти вектор \bar{x} при условии, что он перпендикулярен к оси Oz и удовлетворяет условиям $(\bar{x}, \bar{a}) = 9$, $(\bar{x}, \bar{b}) = -4$.

Ответ: $\bar{x} = \{2; -3; 0\}$.

13) № 830 (Клетеник)

Найти проекцию вектора $\bar{s} = \{\sqrt{2}; -3; -5\}$ на ось, составляющую с координатными осями Ox , Oz углы $\alpha = 45^\circ$, $\gamma = 60^\circ$, а с осью Oy — острый угол β .

Ответ: -3

14) № 838 (Клетеник)

Даны точки $A(-2; 3; -4)$, $B(3; 2; 5)$, $C(1; -1; 2)$, $D(3; 2; -4)$. Вычислить $\text{Pr}_{\overline{CD}} \overline{AB}$.

Ответ: $-47/7$.