

Домашнее задание по теме: «Решение СЛУ методом Гаусса. Решение СЛОУ»

1. Доказать, что система совместна и решить ее:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_4 + 3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 + 6 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 - 2 = 0 \end{cases}$$

Ответ: $(-2; 1; 4; 3)$.

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 8x_1 + 12x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 3 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 - 7x_4 = 3 \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} x_1 = 0,1(6 - 15x_2 - x_4) \\ x_3 = 0,2(1 + 4x_4) \end{cases}$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 6x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 5 \end{cases}$$

Ответ: система несовместна.

2. Доказать, что система имеет нетривиальные решения. Найти фундаментальную систему решений

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 7x_3 + 5x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} x_2 = 2x_1 - 8x_4 \\ x_3 = -3x_4 \end{cases}; (1; 2; 0; 0), (0; -8; -3; 1)$

$$\text{б) } \begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0 \\ 9x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 9x_5 = 0 \\ 6x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 7x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + 4x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} x_4 = \frac{-9x_1 + 3x_2 - 10x_3}{11} \\ x_5 = \frac{-3x_1 + x_2 + 4x_3}{11} \end{cases};$

$(11; 0; 0; -9; -3), (0; 11; 0; 3; 1), (0; 0; 11; -10; 4)$.

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \\ -x_1 + x_3 - x_5 = 0 \\ -x_2 + x_4 - x_6 = 0 \\ -x_3 + x_5 = 0 \\ -x_4 + x_6 = 0 \end{cases}$$

Ответ: только тривиальное решение.