ФИЗИКА. ЧАСТЬ 1

МЕХАНИКА, МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА, ТЕРМОДИНАМИКА

Лектор - доцент БОРИС ВАЛЕНТИНОВИЧ ГОРЯЧЕВ

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

А. Основная

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т. 1,3-М.: Наука,1998.
2. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Курс физики, т.1. М., 1990 г.
3. Волькенштейн В.М. Сборник задач по общему курсу физики. М. – Наука, 1990г., 400с.
4. Тюрин Ю.И., Чернов И.П., Крючков Ю.Ю. Физика, ч.1. Изд. ТГУ, 2002 г.

Б. Дополнительная

1.Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. М., Мир, Т.1, 1976г.

2. Чернов И.П., Ларионов В.В., Тюрин Ю.И. Сборник задач. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Изд. ТГУ.- Томск.- 2004.- 453с.

ВВЕДЕНИЕ В ФИЗИКУ

«Физика» - по-гречески «природа».
Физика изучает свойства окружающего нас мира, строение и свойства материи, законы взаимодействия и движения материальных тел.
Физика – наука о наиболее простых и, вместе с тем, общих свойствах материи.
Физика – фундамент всех естественных наук. Одна из задач физики – установление законов окружающего мира.

МЕХАНИКА

Кинематика описывает движение тел, не интересуясь причинами, обусловившими это движение

Статика рассматривает условия равновесия тел

Динамика изучает движение тел в связи с причинами, обусловливающими тот или иной характер движения

ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ

величина	длина	площадь	объем	скорость	ускорение	плотность	импульс	сила	энергия
размер-ность	l	l^2	l^3	l/t	l/t^2	m/l^3	ml/t	ml/t^2	ml^2/t^2

Основные измеряемые физические величины:
длина, время, масса

ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ

ВРЕМЯ

Физическая категория. Определяется из законов физики:

- вращение Земли вокруг Солнца;
- период колебаний пластины кристалла в генераторе с кварцевой стабилизацией частоты;
- частота колебаний атомов в молекулах и т.д.

Секунда – 1/26400 солнечных суток (средних)

ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ

МАССА

Физическая категория. Определяется из законов физики. Метрическая система – масса 1 $см^3$ H_2O при определенной температуре и давлении (грамм)

Электрон

Капелька масла

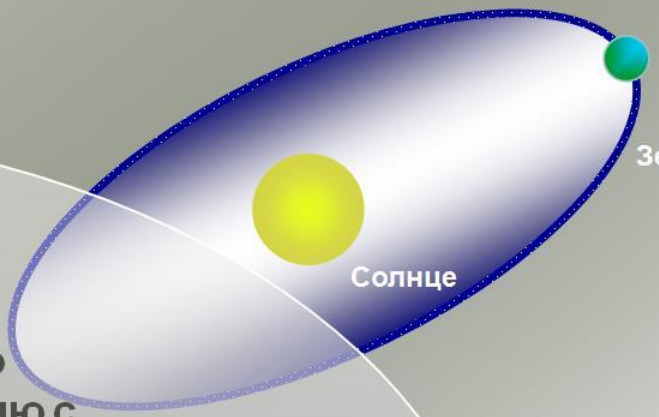
Океанский лайнер

Земля

Луна

Солнце

КИНЕМАТИКА



Материальная точка
(МТ) – тело, размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с масштабами движения.

МТ – научная абстракция, отвлекаемся от размеров, строения, изменения внутреннего состояния и т.д.

Внимание – свойства, предопределяющие характер изучаемого явления:

Твердое тело – система жестко связанных между собой МТ.

Упругое тело – система МТ, способных к небольшим относительным смещениям.

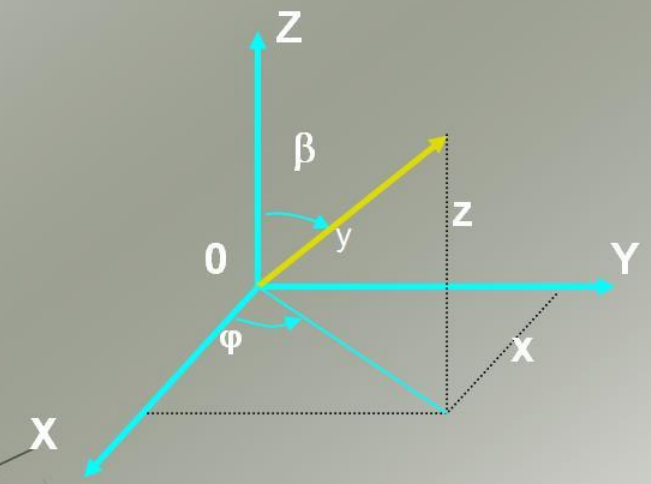
Газ – система несвязанных, свободно движущихся МТ.

КИНЕМАТИКА

Движение в механике – перемещение отдельных материальных точек в пространстве с течением времени.

Положение МТ в пространстве количественно можно определить лишь по отношению к другому, произвольно выбранному материальному телу, называемому телом отсчета. Система координат, связанная с телом отсчета – система отсчета положений МТ.

КИНЕМАТИКА



Положение т.М:
- координаты x, y, z. M (x, y, z)
- длина вектора r, углы φ и β.

Это - математическое отражение факта трехмерности пространства.

Материальная точка обладает 3 степенями свободы.

КИНЕМАТИКА

Совокупность последовательных положений МТ в процессе ее движения образует в пространстве линию, называемую траекторией движущейся точки.

x, y, z $\Rightarrow$ f (t); $\quad \bar{r} = \bar{r}(t) \quad (1)$

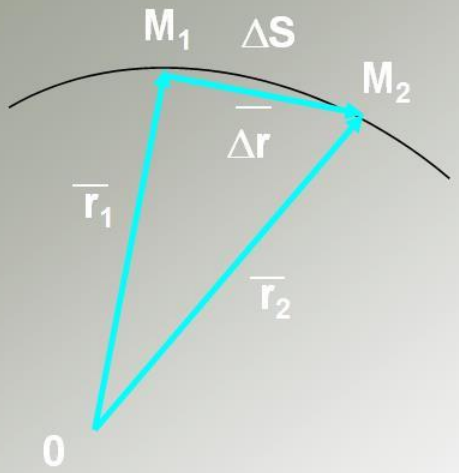
$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (2)$$

$\cup M_1M_2 = \Delta S$ - путь т.М

$\Delta\bar{r} = \bar{r}_2 - \bar{r}_2$ - перемещение т.М

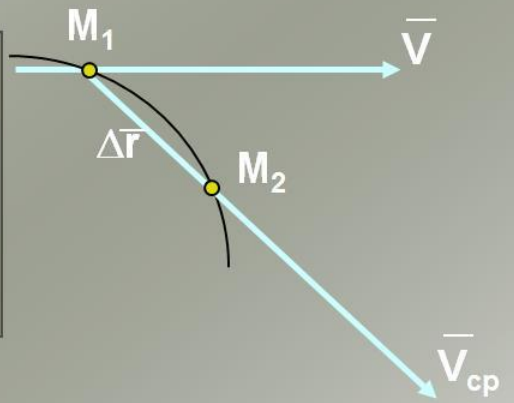
$$\lim_{\Delta r \to 0} \frac{\Delta S}{|\Delta \bar{r}|} = 1$$

(1), (2) - кинематические уравнения движения МТ



СКОРОСТЬ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Траектория и перемещение – геометрические характеристики движения.
Скорость – быстрота изменения положения точки в пространстве.



$$\frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t} = v_{ср}$$ - средняя скорость движения точки за время Δt

$$\bar{v} = \lim_{M_2 \to M_1} \bar{v}_{ср} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t} = \frac{d\bar{r}}{dt}$$ - истинная или мгновенная скорость

или $$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}$$

[v] = м/с (СИ)
см/с (СГС)

УСКОРЕНИЕ

Ускорение – физическая величина, равная скорости изменения скорости.

Прямолинейное движение – изменение скорости за единицу времени.

Криволинейное движение – изменение скорости по величине и направлению (вектор ускорения $\bar{a}$)

$$\bar{a}_{ср} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t};\ \lim_{M_2 \to M_1} \bar{a}_{ср} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{a}$$

- мгновенное или истинное ускорение

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d\left(\frac{dS}{dt}\right)}{dt} = \frac{d^2 S}{dt^2} \quad \text{или} \quad \bar{a} = \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2}$$

УСКОРЕНИЕ

$$\bar{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{v}_k}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{v}_H}{\Delta t} = \bar{a}_k + \bar{a}_H$$

При $\Delta t \to 0$, направление векторов $\bar{v}_2$ и $\Delta \bar{v}_k$ стремится к направлению вектора $\bar{v}_1$, соответственно и направление вектора $\bar{a}_k$.

$|\bar{a}_k| = a_k = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \bar{v}|}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$, где $\bar{a}_k$ - **касательное или тангенциальное** ускорение, направлено по касательной к траектории

УСКОРЕНИЕ

Плоское движение, $\Delta t \to 0$, $\Delta S \approx R \cdot \Delta\alpha$.

$$R = \lim_{\Delta\alpha \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta \alpha}$$ - радиус кривизны траектории

$$k = \frac{1}{R}$$ - кривизна траектории

Из рисунка следует, что треугольники OM_1M_2 и M_1AC подобные, следовательно $\left|\Delta \bar{v}_H\right| = \frac{v_1}{R}\left|\Delta \bar{r}\right|$. Тогда

$$a_н = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left|\Delta \bar{v}_H\right|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v_1}{R} \frac{\left|\Delta \bar{r}\right|}{\Delta t} = \frac{v_1}{R} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left|\Delta \bar{r}\right|}{\Delta t} = \frac{v_1^2}{R}$$

УСКОРЕНИЕ

$a_н = \frac{v_1^2}{R}$ при $\Delta\alpha \to 0$ $\Delta\bar{v}_H \perp \bar{v}_1$, следовательно и вектор $\bar{a}_н \perp \bar{v}$

и направлен по нормали к центру кривизны траектории.

$\bar{a}_н$ - **нормальное** ускорение.

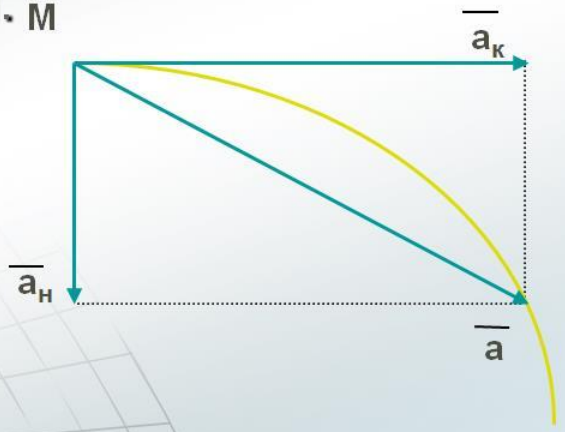
УСКОРЕНИЕ

$\bar{a}_k$ и $\bar{a}_H$ взаимно перпендикулярны.

$$\bar{a} = \bar{a}_k + \bar{a}_H;$$

$$|\bar{a}| = \sqrt{a_k^2 + a_H^2};$$

$$[a] = \frac{м}{с^2}.$$ (Система СИ)



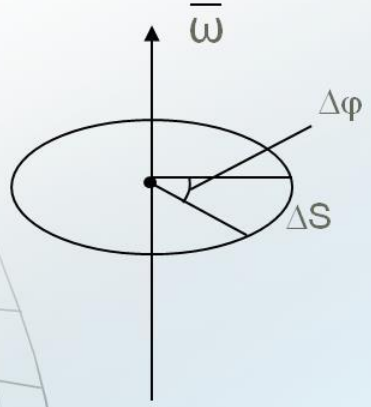
КИНЕМАТИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

При вращении твердого тела все его точки движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой **осью вращения**. Угловая скорость – ω.

$\omega = \varphi / t$ – равномерное движение

$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi} = \omega$ – неравномерное движение

$\overline{\omega}$ – псевдовектор [ω] = рад/с



КИНЕМАТИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Угловое ускорение – ε.

$$\bar{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \dot{\omega}$$, ε – псевдовектор

Если $\bar{\omega} = const, \bar{\omega} \uparrow\uparrow \bar{\varepsilon}(\varepsilon > 0)$ и $\bar{\omega} \uparrow\downarrow \bar{\varepsilon}(\varepsilon < 0)$

$$\varepsilon = \left| \frac{d\omega}{dt} \right|; [\varepsilon] = рад / с^2.$$

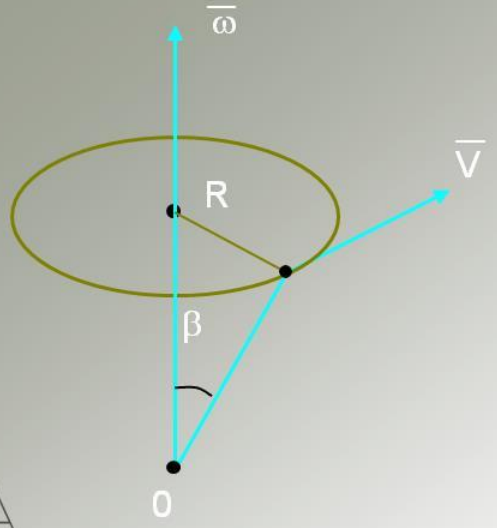
При поворотах оси вращения $\bar{\varepsilon} \neq 0$ даже при $\left| \frac{d\omega}{dt} \right| = 0.$

КИНЕМАТИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

$$\Delta S = R\Delta\varphi \Rightarrow v = R\omega$$

$$R = r\sin\beta \Rightarrow v = \omega r\sin\beta \Rightarrow \bar{v} = [\bar{\omega}\bar{r}]$$

$$a_H = v^2 / R = \omega^2 R, \quad \dot{v} = \dot{\omega}R \Rightarrow a_k = \varepsilon R.$$

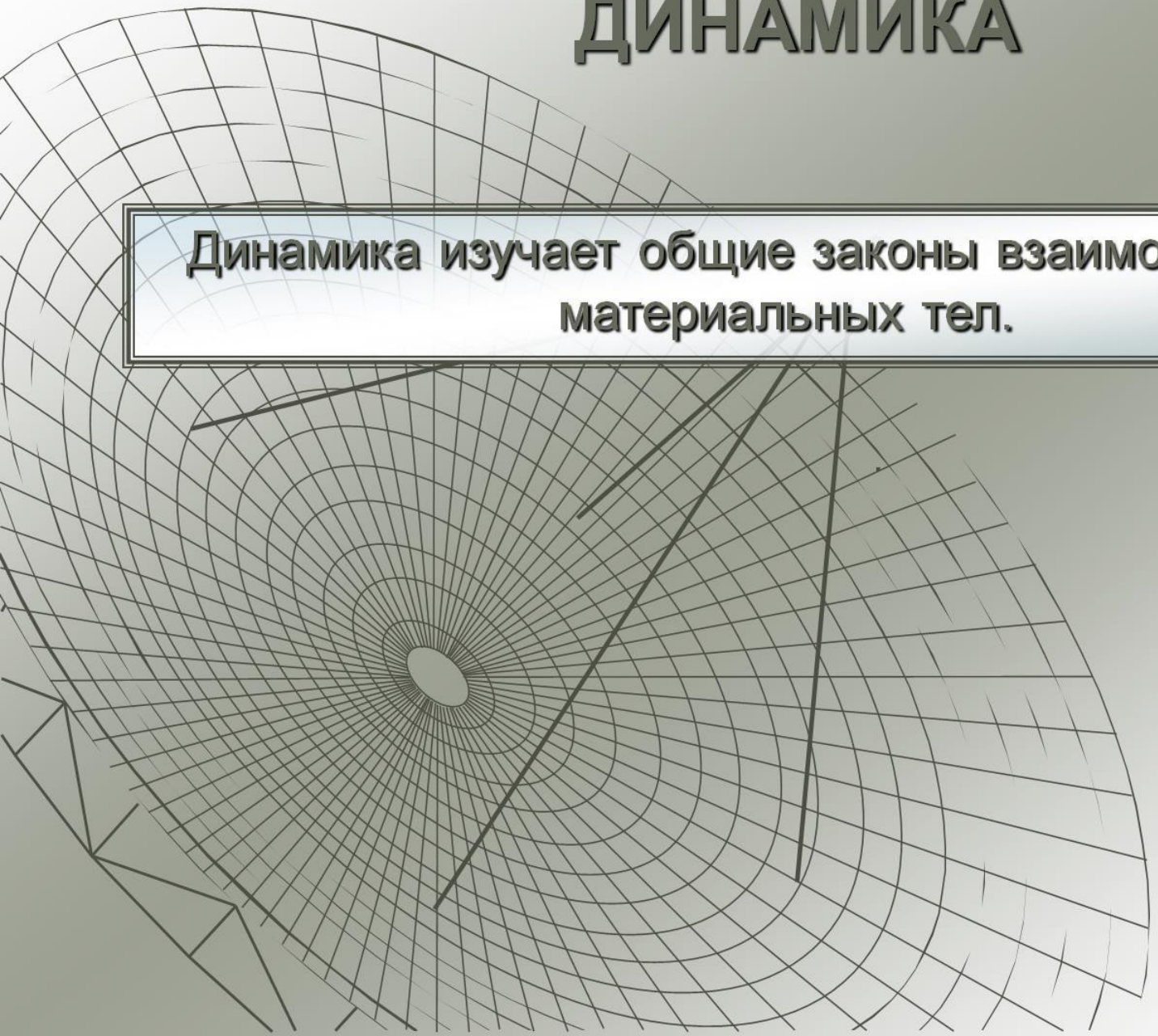


СВЯЗЬ УГЛОВЫХ И ЛИНЕЙНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Линейные характеристики	$s = vt$	$v = ds/dt$	$a = dv/dt$	$a_н = v^2/R$	$a_k = dv/dt = a$	
Угловые характеристики	$\phi = \omega t$	$\omega = d\phi/dt$	$\epsilon = d\omega/dt$	$a_н = \omega^2 \cdot R$	$a_k = \epsilon R$	$v = \omega R$

ДИНАМИКА

Динамика изучает общие законы взаимодействия материальных тел.



ДИНАМИКА

ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ ИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

Движение имеет различный характер относительно разных систем отсчета.

Инерциальные системы отсчета – системы, относительно которых тела, не подверженные воздействию других тел, движутся без ускорения, т.е. прямолинейно и равномерно.

ДИНАМИКА

ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ

Количественные представления о силе и (инертной) массе впервые даны И. Ньютоном, определение которых содержится в формулировке 3-х законов движения Ньютона.

Первый закон Ньютона

Будучи предоставленным самому себе (при отсутствии результирующей внешней силы), тело сохраняет состояние покоя или равномерного движения с равным 0 ускорением: $\bar{a} = 0,$ если $\bar{F} = 0.$

ДИНАМИКА

ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ

Второй закон Ньютона

Действующая на тело результирующая сила равна произведению массы тела на его ускорение $\bar{F}_{рез} = m\bar{a}.$

Третий закон Ньютона

При любом взаимодействии двух тел сила, с которой первое тело воздействует на второе, равна по величине и направлена противоположно силе, с которой второе тело воздействует на первое $\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21}.$

ДИНАМИКА

ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ

Первый закон Ньютона - закон инерции. Закон не очевиден. До Ньютона – ученье Аристотеля. Основные принципы системы Аристотеля:

- при отсутствии воздействия внешних сил все тела находятся в покое;
- все тела падают со скоростью, пропорциональной их весу.

Закон нарушается, если наблюдатель движется с ускорением.

ДИНАМИКА

ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ

Ньютон: все три закона движения справедливы только при условии, что наблюдатель находится в так называемой инерциальной системе отсчета.

Сила (F) – векторная величина, характеризующая воздействие на данное тело со стороны других тел.

Модуль определяет «интенсивность» воздействия.

Направление совпадает с направлением ускорения, сообщаемого телу данным воздействием.

ДИНАМИКА

ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ

Масса (m) – мера инертности тела.

Инертность – неподатливость тела действию силы, т.е. свойство тела противится изменению скорости под воздействием силы.

Импульс тела (P) – произведение массы тела на его скорость:

$$\overline{P} = m\overline{V}$$

ДИНАМИКА

ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ

Второй закон Ньютона

Ньютон – сила, действующая на тело с массой m равна скорости изменения импульса этого тела со временем.

$$F = \frac{dP}{dt} \Rightarrow \frac{d(mv)}{dt}; \quad v << c \Rightarrow m = const \Rightarrow F = m\frac{dv}{dt}$$ или F = ma.

Ньютон $\Rightarrow$ ma = dP/dt всегда. Современная точка зрения - $\bar{F} = \frac{d\bar{P}}{dt}$ (уравнение движения).

$$[F] = 1H = \frac{1кг \cdot 1м}{1с^2}$$ (СИ) = 10^5дин (СГС).

ДИНАМИКА

ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ

Третий закон Ньютона

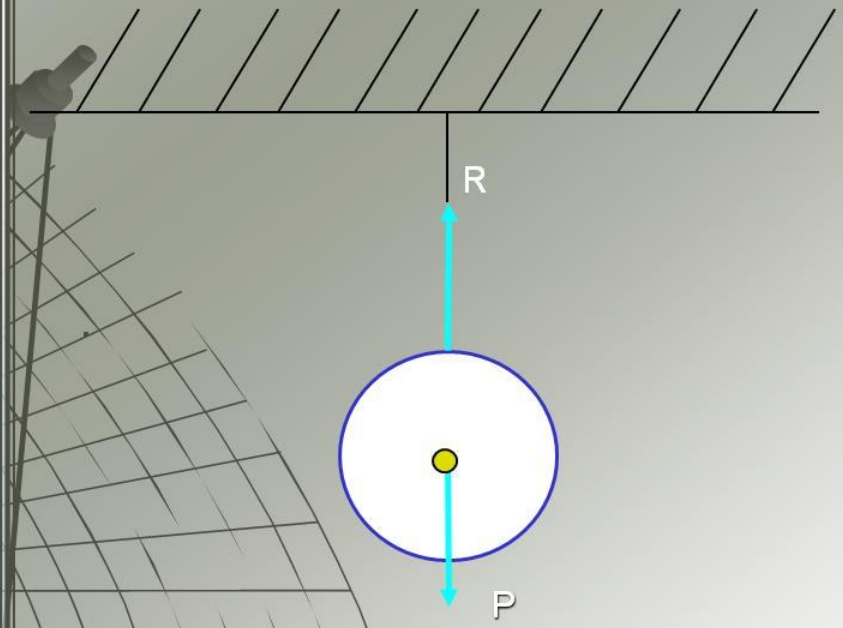
Закон не является абсолютно справедливым.
Справедлив в инерциальных системах отсчета.
Нарушается при движении с высокими скоростями.
Нельзя применять к силе, действующей на расстоянии (передача сигнала – с бесконечно большой скоростью!)

Пример. Заряженная частица удаляется от проводника, по которому течет электрический ток.

ПРИЛОЖЕНИЯ ЗАКОНОВ НЬЮТОНА

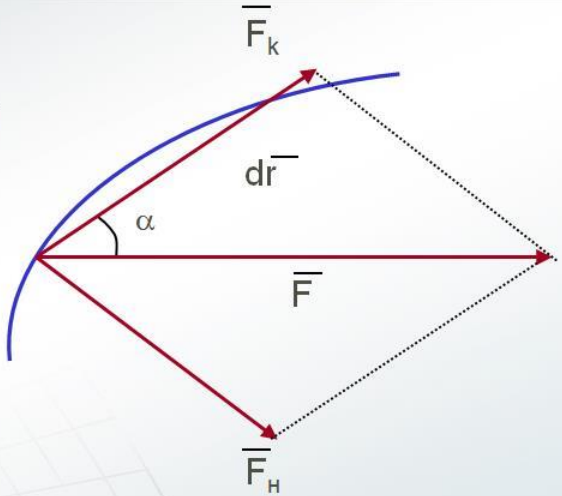
Сила тяжести и вес

$P = mg$ – сила тяжести (приблизительно равна силе гравитационного притяжения тела к Земле, δ = 0,36%). Реакции – силы, с которыми на данное тело действуют тела, ограничивающие его движение. По 3-му закону Ньютона тело действует на опору или подвес с силой $G \Rightarrow$ вес тела.



РАБОТА

Элементарная работа силы $\bar{F}$ **на бесконечно малом перемещении** $d\bar{r}$ **- скалярное произведение вектора силы на вектор перемещения.**



$$dA = \bar{F}\,d\bar{r}; dA = F\left|d\bar{r}\right|\cos\alpha;$$

$$\alpha < \pi/2 \Rightarrow \cos\alpha > 0, dA > 0;$$

$$\alpha = \pi/2 \Rightarrow \cos\alpha = 0, dA = 0$$ (сила работы не совершает)

$$\alpha > \pi/2 \Rightarrow \cos\alpha < 0, dA < 0$$ (сила действует против перемещения)

РАБОТА

$$dA = F\cos\alpha\left|d\bar{r}\right| = F_k d\bar{r}, dt \to 0\left|d\bar{r}\right| \to dS \Rightarrow dA = F_k dS,$$

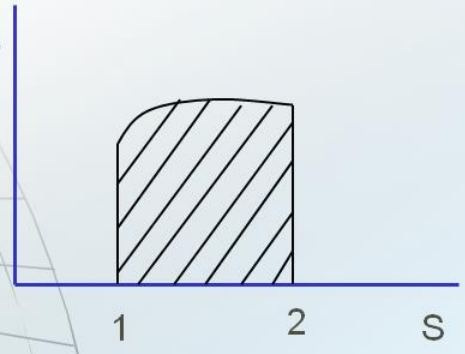
$$\bar{F} = \bar{F}_н + \bar{F}_k$$

Если действует несколько сил, то $dA = (\bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \ldots)d\bar{S} = \bar{F}_1 d\bar{S}_1 + \bar{F}_2 d\bar{S}_2 + \ldots$

(дистрибутивность скалярного произведения векторов)

В общем случае $A = \int_1^2 \bar{F} d\bar{S}$, **если** $\bar{F} = const.$

$$A = \bar{F}\int_1^2 d\bar{S} = \bar{F}\bar{S} = FS_F.$$



МОЩНОСТЬ

Мощность – работа, совершаемая в единицу времени.

$$P = \frac{dA}{dt} \Rightarrow P = \frac{\bar{F}d\bar{S}}{dt} = \bar{F}\bar{v}.$$

Единица работы – работа, совершаемая на пути в 1 м силой 1Н, действующей в направлении перемещения $\Rightarrow$ 1 Дж (Джоуль).

Единица мощности – мощность, при которой за 1 с совершается работа, равная 1 Дж $\Rightarrow$ 1 Вт (Ватт).

1 л.с. = 736 Вт

КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

Энергия – количественная мера движения и взаимодействия всех видов материи.

$$F_k = ma_k = m \cdot dv/dt \Rightarrow dA = m \cdot dv/dt \cdot dS =$$
$$= m \cdot dS/dt \cdot dv = mv \cdot dv = d\,(mv^2/2) = FdS.$$

Если результирующая $F = 0$, то $d\,(mv^2/2) = 0 \Rightarrow mv^2/2 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ остается постоянной и называется **кинетической энергией** частицы ($E_к$).

КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

$$E_k = \frac{mv^2}{2};$$

$$|\bar{p}| = mv \Rightarrow E_k = \frac{p^2}{2m}.$$

Если $\bar{F}$, действующая на частицу ≠ 0, $E_к$ за время dt получит приращение

$$dE_k = \bar{F}d\bar{S} = dA \Rightarrow$$

Работа характеризует изменение кинетической энергии, обусловленное действием силы на движущуюся частицу.

$[E_к] = [A] = Дж$

СИЛОВОЕ ПОЛЕ

Кроме контактных взаимодействий существуют взаимодействия между телами, удаленными друг от друга. Например, Солнце-Земля-Луна и т.д.

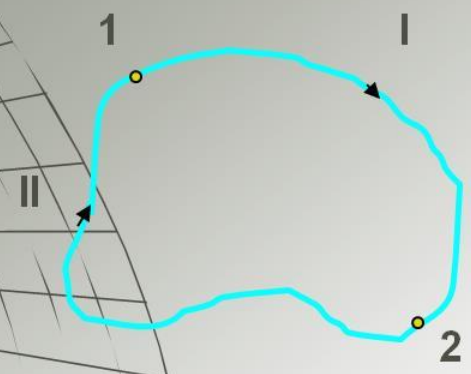
Данные взаимодействия осуществляются посредством физических полей, которые представляют собой особую форму материи.

Каждое тело создает в окружающем его пространстве особое состояние – силовое поле, которое проявляет себя в действии сил на другие тела.

КОНСЕРВАТИВНЫЕ СИЛЫ

Силы, работа которых не зависит от пути, по которому двигалась частица, а зависит лишь от начального и конечного положения частицы, называются консервативными.

$A = (A_{12})_I + (A_{21})_{II}$. Изменим направление движения на участке II: $dS \Rightarrow -dS \Rightarrow \int F dS \Rightarrow$
$\Rightarrow -\int F dS \Rightarrow (A_{21})_{II} = -(A_{12})_{II}$
$\Rightarrow A = (A_{12})_I - (A_{12})_{II}$.



ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ

Понятие потенциальной энергии имеет буквальный смысл. Тело массой m находится на поверхности Земли. Под действием $\overline{F} = -\overline{P} \Rightarrow$ медленно на высоту h:

$$A = F \cdot h = mgh$$

$E_к$ – не изменилась, mgh-? Эта энергия превратилась в потенциальную, способную, в свою очередь, перейти в кинетическую.

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ

Позволим телу падать $\Rightarrow$
путь $h \Rightarrow v^2 = 2gh \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} mv^2 = mgh$.

Энергия, запасенная телом m, благодаря положению его массы, называется потенциальной энергией (E_p).

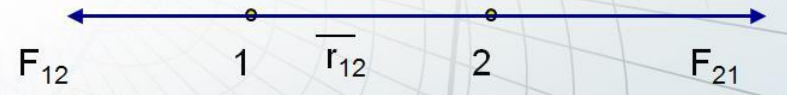
Работа, совершаемая силами, действующими на материальную точку (тело) при ее перемещении, равна изменению ее потенциальной энергии.

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ

Потенциальная энергия – это работа, которую необходимо совершить над телом m, чтобы переместить его в направлении, противоположном направлению действия консервативной силы.

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Система из 2 взаимодействующих частиц. Силы направлены вдоль прямой, проходящей через частицы и зависят только от расстояния. Для данной системы эти силы внутренние (гравитационные, кулоновские). Работа внутренних сил по перемещению частиц $\Rightarrow$ $dA = \overline{F}_{21} d\overline{r}_{12}$. Такая же работа $\Rightarrow$ если бы первая частица была неподвижна и находилась в начале координат.



ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Работу, совершаемую внутренними силами при движении обеих частиц, можно вычислить, считая одну из частиц неподвижной, а вторую – движущейся в центральном поле, создаваемом первой частицей.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Механическая система – совокупность тел, выделенных для рассмотрения.

Внутренние силы – это силы, с которыми тела системы действуют друг на друга.

Внешние силы – это силы, обусловленные воздействием тел, не принадлежащих системе.

Замкнутая система – это система, в которой внешние силы отсутствуют.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Для замкнутых систем остаются постоянными (сохраняются) 3 физические величины: энергия, импульс, момент импульса.

Три закона сохранения:

- закон сохранения энергии;
- закон сохранения импульса;
- закон сохранения момента импульса.

Эти законы тесно связаны со свойствами времени и пространства.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Существует еще ряд законов сохранения: закон сохранения электрического заряда; законы сохранения физических величин в физике атомного ядра и элементарных частиц.

Законы сохранения – фундаментальные законы природы.

Законы сохранения не зависят от природы и характера действующих сил.

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Рассмотрим систему, состоящую из N частиц (МТ).

$\overline{F}_{ik}$ – сила, с которой k-я частица действует на i-ю.

$\overline{F}_{i}$ – результирующая всех внешних сил, действующих на i-ю частицу.

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Согласно 3 закону Ньютона, каждая из скобок равна 0. Следовательно, сумма внутренних сил $\sum_{\substack{i,k=1;\\ i\neq 0}}^{N} = 0$ всегда.

Тогда $\frac{d}{dt}\bar{p} = \sum_{i=1}^{N} \bar{F}_i$. Если система замкнутая, то

$$\sum_{i=1}^{N} \bar{F}_i = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\bar{p} = 0 \Rightarrow \bar{p} = const.$$

Основа закона – однородность пространства. Если система не замкнутая, но $\sum_{i=1}^{N} \bar{F}_i = 0$, то $p = const$ и в этом случае.

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Частица движется в поле консервативных сил. При переходе из т.1 в т.2 $A_{12} = E_{p1} - E_{p2}$. Эта работа равна приращению $E_к \Rightarrow A_{12} = E_{к2} - E_{к1}$.

$$E_{к1} + E_{p1} = E_{к2} + E_{p2}.$$

$E = E_к + E_p$ – полная механическая энергия частицы. Таким образом, $E_1 = E_2$, т.е. полная механическая энергия частицы, движущейся в поле консервативных сил, остается постоянной (закон сохранения механической энергии).

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

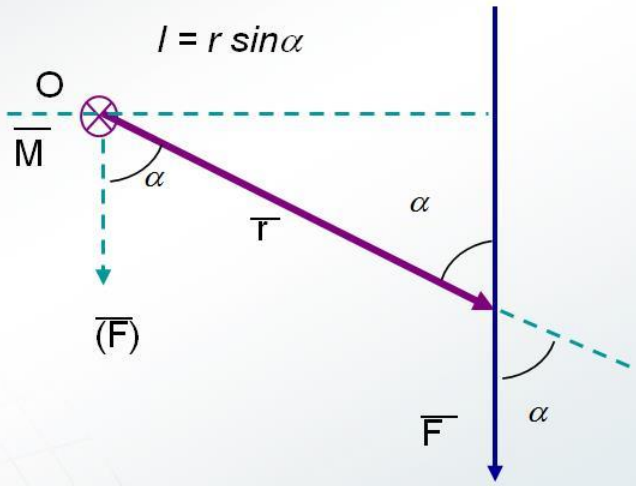
При наличии неконсервативных сил $E_{полн}$ не сохраняется. Происходит диссипация энергии. $E_{полн} \rightarrow E_{внутр}$. Соответственно силы – диссипативные (силы трения, сопротивления среды).

Неконсервативные силы не обязательно диссипативные. Закон сохранения энергии имеет всеобщий характер. Энергия лишь может переходить из одной формы в другую (неуничтожимость материи и ее движения).

МОМЕНТ СИЛЫ

Моментом силы относительно точки 0 называется вектор $\overline{M}$, модуль которого равен произведению модуля силы $\overline{F}$ на ее плечо l.

M = F·l = Fr sinα, где l – плечо силы



$\overline{M} = [\overline{r}, \overline{F}]$, $\overline{M} \perp$ плоскости, в которой лежат сила $\overline{F}$ и т.0.

Направление вращения, обусловленного силой $\overline{F}$ и направление вектора $\overline{M}$ образуют правовинтовую систему. Т.к. направление $\overline{M}$ условно, то $\overline{M}$ – **псевдовектор**.

МОМЕНТ СИЛЫ

Направление вектора $\overline{M}$: $\otimes$ - от нас; $\circlearrowleft$ - к нам. Вектор $\overline{M}$ характеризует способность силы вращать тело вокруг т.О, относительно которой он берется, поэтому называют $\overline{M}$ вращающим моментом.

Момент силы, относительно некоторой оси характеризует способность силы вращать тело вокруг этой оси.

МОМЕНТ СИЛЫ

Пара сил – две силы, равные по модулю, противоположно направленные и не действующие вдоль одной прямой.
Суммарный момент сил относительно т.О:

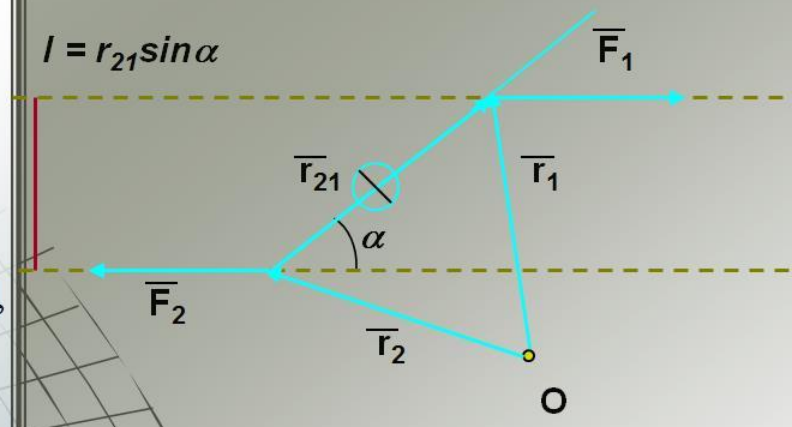
$$\overline{M} = [\bar{r}_1 \overline{F}_1] + [\bar{r}_2 \overline{F}_2] = [\bar{r}_1 \overline{F}_1] - [\bar{r}_2 \overline{F}_1] = [(\bar{r}_1 - \bar{r}_2)\overline{F}_1] = [\bar{r}_{21} \overline{F}_1],$$

$$\bar{r}_{21} = \bar{r}_1 - \bar{r}_2, \overline{F}_2 = -\overline{F}_1.$$

$\overline{M}$ – не зависит от положения т.О.

$\overline{M} \perp$ плоскости, в которой лежат $\overline{F}_1 u \overline{F}_2$,

$$\left|\overline{M}\right| = \left|\overline{F}\right| \ell.$$



МОМЕНТ СИЛЫ

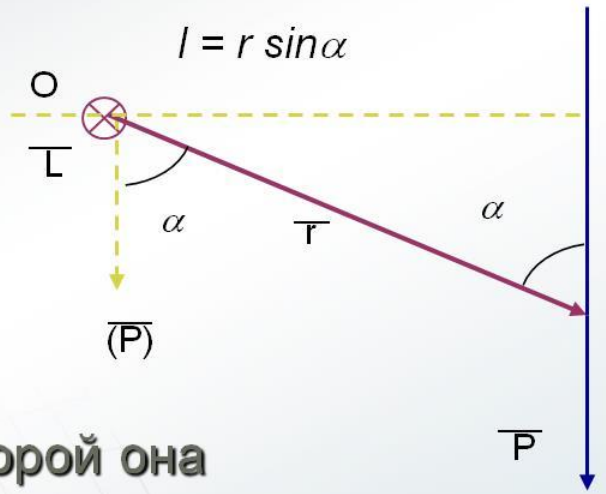
Силы гравитационного и кулоновского взаимодействия между 2 частицами образуют пару сил с l = 0 $\Rightarrow$ их суммарный момент равен 0 относительно любой точки. $\Rightarrow$ моменты внутренних сил полярно уравновешивают друг друга и сумма моментов всех внутренних сил для любой системы частиц всегда равна 0.

$$\sum \overline{M}_{внутр} = 0, \text{ соответственно, } \sum \overline{M}_{внутр_z} = 0.$$

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

Момент импульса МТ (частицы) относительно точки 0 – векторная величина $\bar{L} = [\bar{r}, \bar{p}] = [\bar{r}, m\bar{v}];$

$$\left|\bar{L}\right| = L = \left|\bar{r}\right|\left|\bar{p}\right|\sin\alpha = lp.$$



Частица обладает моментом импульса независимо от формы траектории, по которой она движется:

- прямолинейное движение L = mvl $(f(|v|));$
- движение по окружности L = mvr $(f(|v|)),$

направление L остается постоянным, несмотря на непрерывное изменение направления p.

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

От чего зависит изменение $\bar{L}$:

$$\frac{d}{dt}\bar{L} = \frac{d}{dt}[\bar{r}, m\bar{v}] = [\bar{r}, m\frac{d\bar{v}}{dt}] + [\frac{d\bar{r}}{dt}, m\bar{v}] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{d\bar{L}}{dt} = [\bar{r}, \bar{F}] + [\bar{v}, m\bar{v}] \Rightarrow \frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{M}, \qquad ([\bar{v}, m\bar{v}] = 0).$$

Аналогично, $\frac{d\bar{L}_z}{dt} = \bar{M}_z.$

Если имеем систему частиц, на которую действуют внутренние и внешние силы, то моментом импульса системы относительно т.О, называется сумма моментов импульсов отдельных частиц.

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

$$\bar{L} = \sum_i \bar{L}_i = \sum_i [\bar{r}_i \bar{p}_i], \frac{d\bar{L}}{dt} = \sum_i \frac{d\bar{L}_i}{dt};$$

$$\frac{d\bar{L}_i}{dt} = \bar{M}_{i_{внутр}} + \bar{M}_{i_{внеш}} \Rightarrow \frac{dL}{dt} = \sum_i \bar{M}_{i_{внутр}} + \sum_i \bar{M}_{i_{внеш}} \Rightarrow \frac{d\bar{L}}{dt} = \sum_i \bar{M}_{i_{внеш}}.$$

Аналогично $\frac{d\bar{p}}{dt} = \sum_i \bar{F}_{i_{внеш}}.$

Если система замкнутая, (т.е. $\bar{F}_{внеш} = 0$), то $\frac{d\bar{L}}{dt} = 0; \quad \bar{L} = const$

Момент импульса замкнутой системы материальных точек остается постоянным, если сумма моментов внешних сил равна 0. (справедливо и для проекции $\bar{L}$ на некоторую ось z). В основе закона – изотропность пространства.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. МОМЕНТ ИНЕРЦИИ

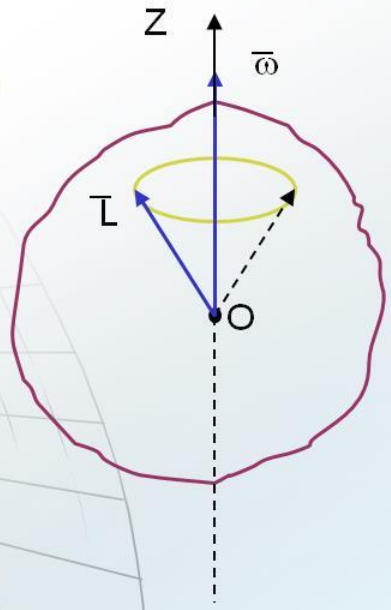
Любое твердое тело – как система МТ Δm_i. Тогда движение (в необходимых случаях) описывается с помощью понятия центра масс. В однородном поле сил тяжести центр масс совпадает с центром тяжести системы.

Разобьем тело, вращающееся вокруг неподвижной оси с ω, на элементарные массы Δm_i.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. МОМЕНТ ИНЕРЦИИ

Момент импульса элементарной i-той массы относительно т.О будет равен: $\overline{L}_i = \Delta m_i [\overline{r}_i \overline{v}_i].$

Момент импульса тела: $\overline{L} = \sum_i \overline{L}_i = \sum_i \Delta m_i [\overline{r}_i, \overline{v}_i].$



Несимметричные тела $\overline{L}$ и $\overline{\omega}$ неколлинеарны и $\overline{L}$ описывает конус вокруг оси вращения (равномерное вращение).

При неравномерном вращении $\overline{L}$, поворачиваясь вместе с телом, изменяет свою «длину».

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. МОМЕНТ ИНЕРЦИИ

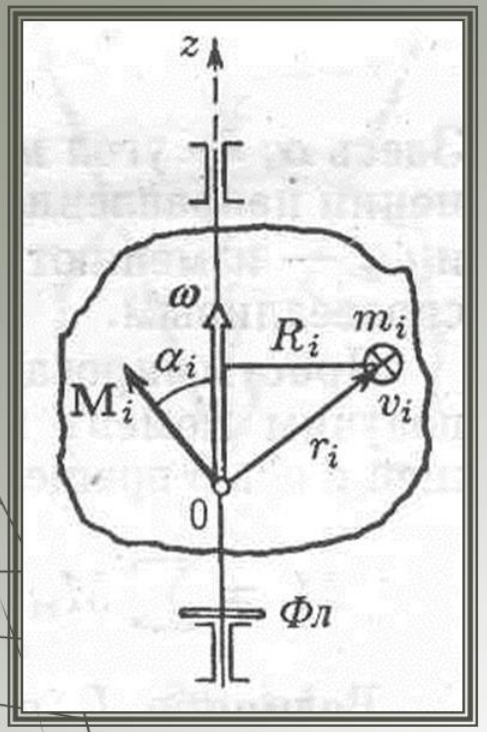
Для тела вращения $\overline{L}$ относительно т.О, лежащей на оси вращения, совпадает по направлению с $\overline{\omega}$. Для твердого тела, как системы МТ, справедливо:

$$\frac{d\overline{L}}{dt} = \sum \overline{M}_{внеш.}$$

($\overline{L}$ и $\overline{M}$ относительно одной и той же т.О)

Найдем проекцию вектора $\overline{L}$ на ось z $(\overline{L}_z)$.

Из рисунка следует, что $L_{zi} = L_i \cos\alpha_i$.



ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. МОМЕНТ ИНЕРЦИИ

$$L_i = \Delta m_i r_i v_i; \quad L_{z_i} = \Delta m_i r_i v_i \cos\alpha_i = \Delta m_i R_i v_i;$$

$$(R_i = r_i \cos\alpha_i);$$

$$v_i = \omega R_i \Rightarrow L_z = \omega R_i^2 \Delta m_i \Rightarrow L_z = \sum_i L_{z_i} = \sum_i \omega R_i^2 \Delta m_i;$$

$L_z = \omega \sum_i R_i^2 \Delta m_i -$ не зависит от положения на оси z

т. О, относительно которой определяется L. Введем $I = \sum R_i^2 \Delta m_i \Rightarrow$ момент инерции тела относительно некоторой оси. Момент инерции существует безотносительно к вращению.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. МОМЕНТ ИНЕРЦИИ

Всякое тело обладает моментом инерции относительно любой оси независимо от того, покоится оно или вращается (аналогия с массой тела). Таким образом: $L_z = I\omega$; $d/dt(L_z) = \sum M_{внеш.} \Rightarrow d/dt\,(I\omega) = \sum M_{внешz}$ $\Rightarrow$

$I\varepsilon_z = \sum M_{внешz}$, где I = const, ε_z – проекция углового ускорения на ось z $(\bar{\omega} \uparrow\uparrow \bar{z} \Rightarrow \varepsilon_\omega = \varepsilon_z)$.

Получили уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси (аналог $ma_z = \sum F_z$).

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. МОМЕНТ ИНЕРЦИИ

$\sum M_{внеш.} > 0 \Rightarrow \varepsilon_z > 0$ (т.к. $I \geq 0$), $\vec{\varepsilon} \uparrow\uparrow \vec{\omega}$, вращение ускоренное;

$\sum M_{внеш.} < 0 \Rightarrow \varepsilon_z < 0$, $\vec{\varepsilon} \uparrow\downarrow \vec{\omega}$, вращение замедленное.

$\sum M_{внеш.} = 0 \Rightarrow$ закон сохранения момента импульса.

$L = I\omega \Rightarrow d/dt\,(L) = d/dt\,(I\omega) = M_{внеш.}$

$M_{внеш.} = 0 \Rightarrow d/dt\,(I\omega) = 0 \Rightarrow I\omega = const.$

Пример. Скамья Жуковского, фигурное катание и т.д.

МОМЕНТ ИНЕРЦИИ

$I = \sum R_i^2 \Delta m_i \Rightarrow$ некоторая неоднородность. Точнее $\Rightarrow$

$$I = \lim_{\Delta m_i \to 0} \sum R_i^2 \Delta m_i = \int R^2 dm;$$

$dm = \rho dV$, где ρ – плотность вещества. Однородное вещество $\Rightarrow \rho = m/v$, общий случай – $\rho = dm/dV$.

Тогда: $I = \int \rho R^2 dV$, для однородного тела $\Rightarrow I = \rho \int R^2 dV$. Сложная задача; упрощается в случае однородных осесимметричных тел.

МОМЕНТ ИНЕРЦИИ

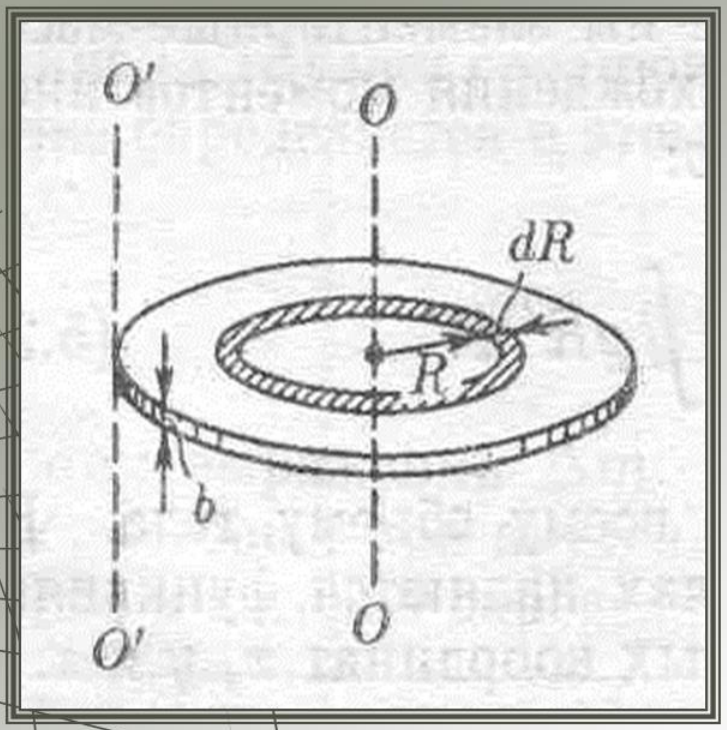
ОДНОРОДНЫЙ ДИСК

Найдем момент инерции однородного диска относительно оси, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через его центр.
Разобьем диск на слои dR.

$$dV = h \cdot 2\pi R dR \Rightarrow I = \rho \int R^2 h dV =$$

$$= \rho \int_0^{R_0} R^2 h \cdot 2\pi R dR = 2\pi h \rho \int_0^{R_0} R^3 dR = 2\pi h \rho \frac{R_0^4}{4};$$

$$m = \rho V = \rho h \pi R_0^2 \Rightarrow I = \frac{m R_0^2}{2}.$$



МОМЕНТ ИНЕРЦИИ

ТЕОРЕМА ШТЕЙНЕРА

Определение момента инерции диска относительно O'O' намного сложнее. В подобных случаях нахождение I значительно облегчается при использовании теоремы Штейнера: момент инерции I относительно произвольной оси равен сумме момента инерции I_c относительно оси, параллельно данной и проходящей через центр масс тела и произведения массы тела m на квадрат расстояния a между осями.

$$I = I_c + ma^2$$

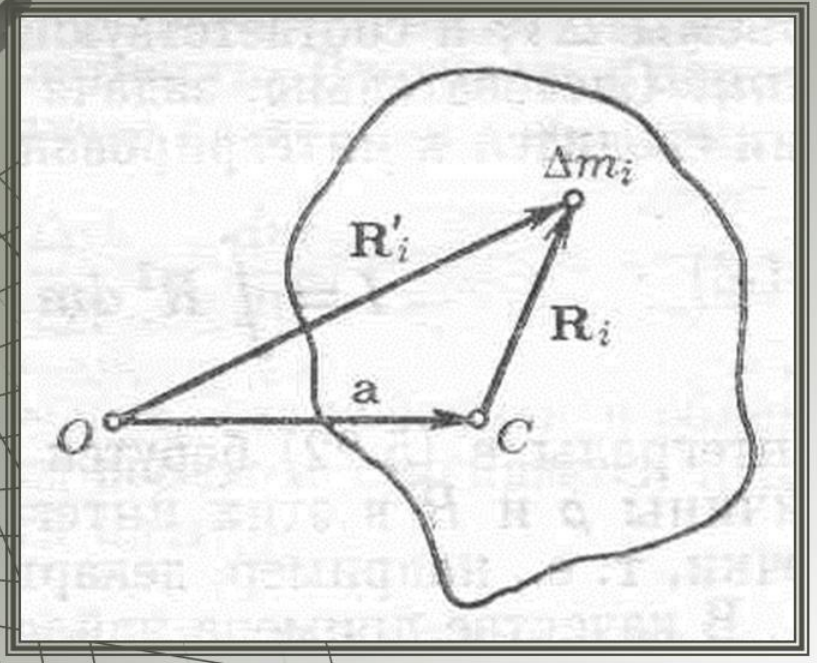
МОМЕНТ ИНЕРЦИИ

Таким образом, момент инерции диска относительно оси O'O' будет равен:

$$I = \frac{mR_0^2}{2} + mR_0^2 = \frac{3}{2}mR_0^2.$$

(I относительно произвольной оси ⇒ I относительно оси, проходящей через центр масс).

Доказательство. Ось C через центр масс, ось O II оси C, обе оси ⊥ плоскости чертежа. $\overline{R_i}$ и $\overline{R_i'}$ – векторы от осей C и O (и ⊥ к ним) к Δm_i, $\overline{a}$ ⊥ оси C, ⊥ оси O.



МОМЕНТ ИНЕРЦИИ

$$\overline{R_i}' = \overline{a} + \overline{R_i}; R_i^2 = \overline{R_i}^2;$$

$$R_i'^2 = (\overline{a} + \overline{R_i})^2 = a^2 + 2\overline{a}\overline{R_i} + R_i^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \sum \Delta m_i R_i'^2 = a^2 \sum \Delta m_i + 2\overline{a} \sum \Delta m_i \overline{R_i} + \sum \Delta m_i R_i^2;$$

$$\sum \Delta m_i R_i^2 = I_c; \sum \Delta m_i = m; \sum \Delta m_i \overline{R_i} = m \sum \overline{R_i} = 0,$$

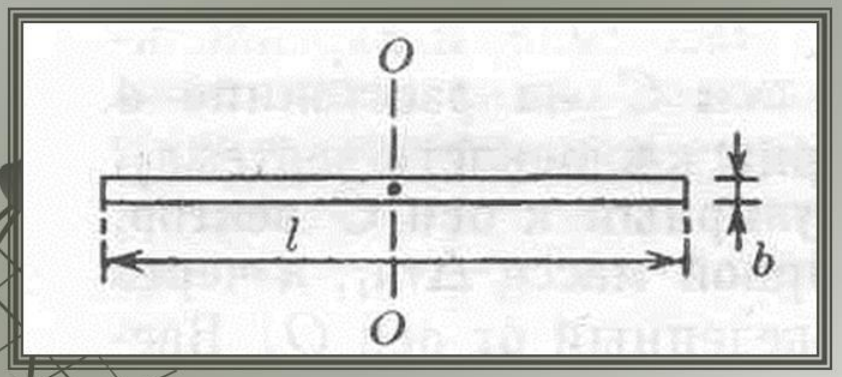
т.к. ось проходит через центр масс.

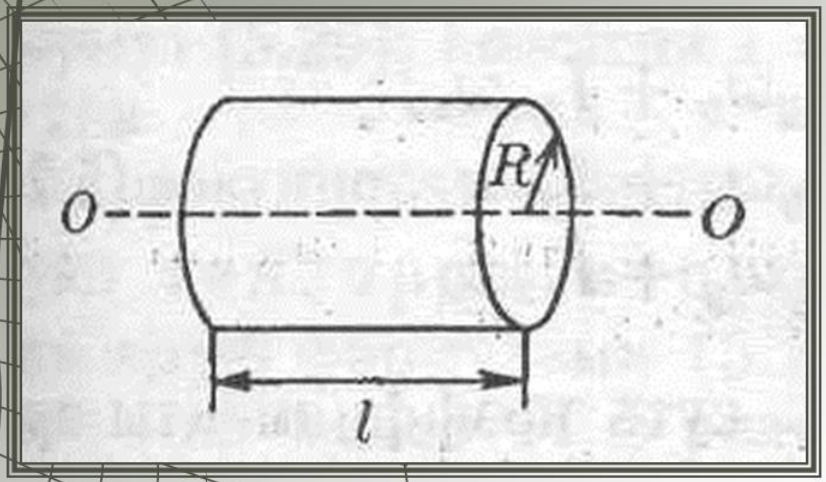
$$I = ma^2 + I_c$$

МОМЕНТ ИНЕРЦИИ

Длинный тонкий стрежень $b << l$. Момент инерции относительно оси, перпендикулярной к стержню и проходящий через его середину равен:
$I = 1/12 \cdot m \ell^2$.

Момент инерции относительно оси, совпадающей с геометрической осью цилиндра, равен:
$I = ½ \cdot mR^2$.



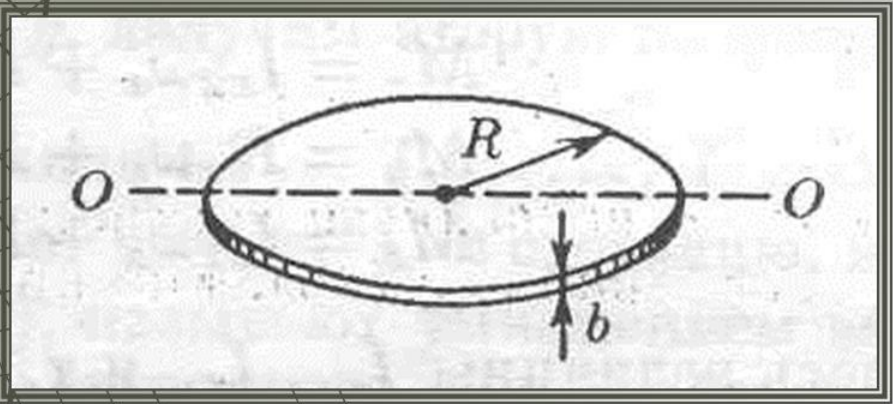


МОМЕНТ ИНЕРЦИИ

ТОНКИЙ ДИСК

b << R. Момент инерции относительно оси, совпадающей с диаметром диска, равен $I = \frac{1}{4} \cdot mR^2$.

Момент инерции шара радиуса R относительно оси, проходящей через его центр, равен $I = 2/5 \cdot mR^2$.



КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ТЕЛА

Вращение тела вокруг неподвижной оси с ω. Δm_i, R_i $\Rightarrow v_i = \omega R_i \Rightarrow (\Delta E_k)_i = \frac{1}{2} \Delta m_i v^2 = \frac{1}{2} \Delta m_i \omega^2 R^2_i \Rightarrow E_k =$

$\frac{1}{2} \Delta m_i \omega^2 R^2_i \Rightarrow E_k =$ $\sum_i (\Delta E_k)_i = \frac{1}{2}\omega^2 \sum_i R_i^2 \Delta m_i \Rightarrow E_k = \frac{I\omega^2}{2}$

(аналогично $E_k = mv^2/2$, $m \rightarrow I$, $v \rightarrow \omega$).

РАБОТА

Работа внешней силы при вращении равна:

$dA = F_s ds = F_s R d\varphi \quad (\bar{F}_s \uparrow\uparrow \bar{s});$

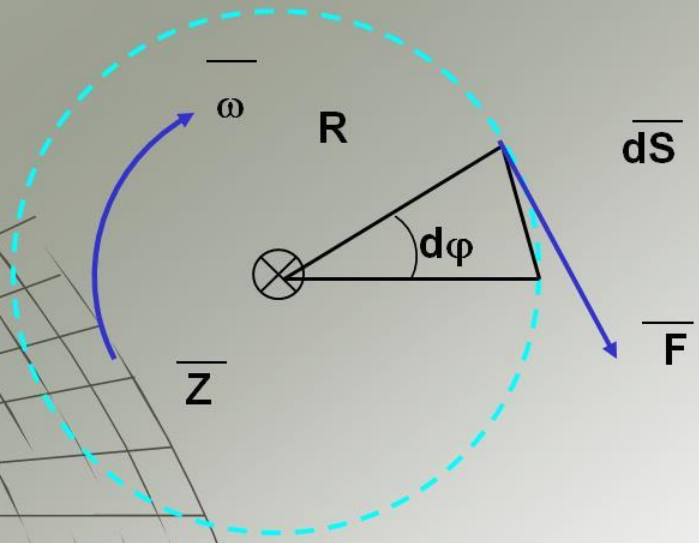
$dA = F_s ds = -F_s R d\varphi \quad (\bar{F}_s \downarrow\uparrow \bar{s}).$

($\bar{F}$ направлена по касательной)

$\Rightarrow dA = M_z d\varphi$. Общий случай

$\bar{F} = \bar{F}_{||} + \bar{F}_{\perp} = \bar{F}_s.$ $\bar{F}_{||}$ и $\bar{F}_{\perp}$ работы не совершают, следовательно, не вносят вклада и в M_z. Т.к.

$$\bar{\omega} \uparrow\uparrow \bar{z} \Rightarrow dA = M_{\omega} d\varphi.$$



РАБОТА

Аналогично: $dA = F_s ds \Rightarrow F_v ds$, т.к. $\bar{v} \uparrow\uparrow \bar{s}$.

$P = dA/dt = M_\omega \cdot d\varphi/dt = M_\omega \omega$ – мощность.

Знак мощности зависит от взаимного направления векторов $\overline{M}$ и $\overline{\omega}$:

$$\overline{M} \uparrow\uparrow \overline{\omega} \Rightarrow P > 0, \overline{M} \uparrow\downarrow \overline{\omega} \Rightarrow P < 0.$$

Аналогично $\Rightarrow$ $$P = \overline{F} \cdot \bar{v} = F_v \cdot v.$$

РАБОТА

Продолжим таблицу сопоставления поступательного и вращательного движения.

Поступательное	Вращательное
m – масса	I – момент инерции
$\bar{p} = m\bar{v}$ – *импульс*	$\bar{L}_z = I\bar{\omega}$ – момент импульса
$\bar{F}$ – *сила*	$\bar{M}$ – момент силы
$\frac{d\bar{p}}{dt} = \bar{F}$ – уравнение движения	$\frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{M}$ – уравнение движения
$m\bar{a} = \bar{F}$ – уравнение движения	$I\bar{\varepsilon}_z = \bar{M}$ – уравнение движения
$E_k = \frac{mv^2}{2}$ – кинетическая энергия	$E_k = \frac{I\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия
$dA = F_s dS = F_v dS$ – работа	$dA = M_\omega d\phi$ – работа
$P = F_v v$ – мощность	$P = M_\omega \omega$ – мощность

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА. СИЛЫ ИНЕРЦИИ

Законы Ньютона справедливы только в инерциальных системах отсчета. Рассмотрим 2 системы. К – инерциальная, К’ – неинерциальная, $\overline{w}$, относительно к. положение точки характеризуется радиус-вектором

$$\bar{r} = \bar{R} + \bar{r}' \Rightarrow \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \frac{d^2\bar{R}}{dt^2} + \frac{d^2\bar{r}'}{dt^2}.$$

Если К’ движется поступательно, то

$$\frac{d^2\bar{r}'}{dt} = \bar{a}' \Rightarrow \bar{a} = \bar{w} + \bar{a}' \Rightarrow \overline{ma'} = \bar{F} - m\bar{w}.$$

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА. СИЛЫ ИНЕРЦИИ

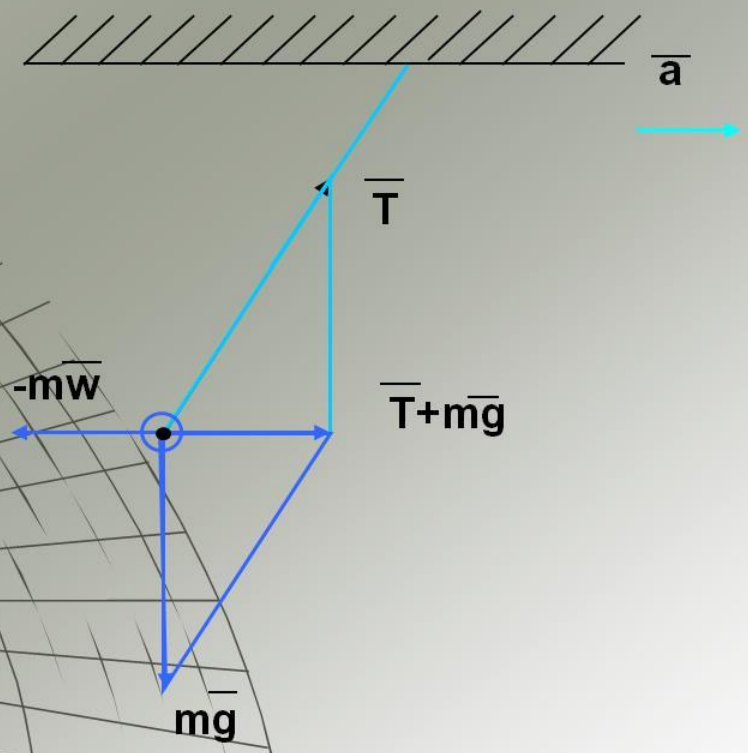
Относительно К' частица ведет себя так, как если бы кроме «реальной» силы $\overline{F}$, на нее действовала дополнительная «фиктивная» сила $\overline{F}_{in} = -m\overline{w}$.
Фиктивность – нет партнера по 3 закону Ньютона.
Сила инерции обусловлена свойствами той системы отсчета, в которой рассматриваются механические явления.

$m\overline{a}' = \overline{F} + \overline{F}_{in} -$ аналогично по форме 2 закону Ньютона.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА. СИЛЫ ИНЕРЦИИ

Введение сил инерции позволяет описывать движение тел в любых системах отсчета с помощью одних и тех же уравнений (смысл введения $\overline{F}_{in}$)

Характерная особенность сил инерции – пропорциональность их массе тела. В этом положении – сходны с гравитационными силами.



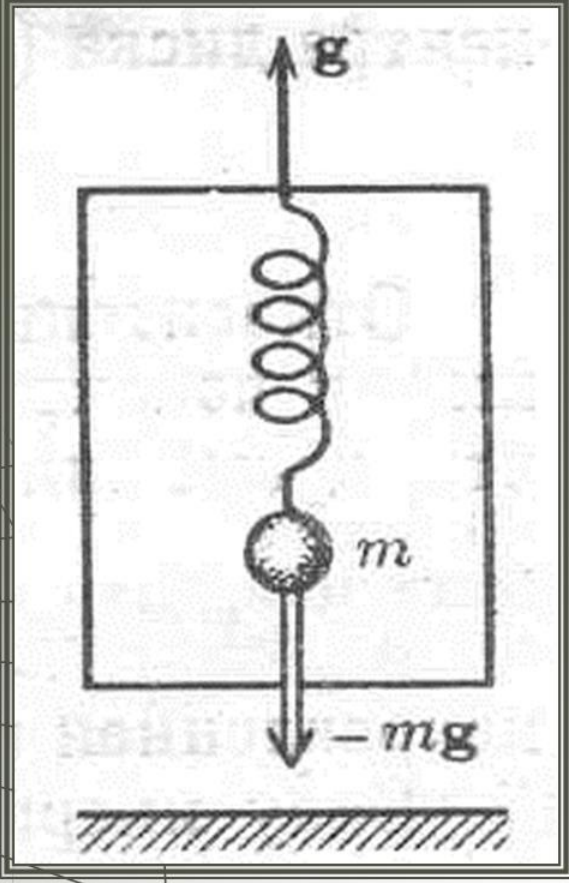
НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА. СИЛЫ ИНЕРЦИИ

Удаленная, изолированная от всех внешних тел кабина движется с $-\bar{g}$ «вверх». Тогда всякое тело в кабине $\Rightarrow$

$$\bar{F}_{in} = m\bar{g}.$$

Однако - то же самое, если кабина покоится, а под ней – Земля. Не имея возможности «выглянуть», мы не можем определить, чем обусловлена сила $m\bar{g}$.

Эквивалентность сил инерции и тяготения (положено Эйнштейном в основу общей теории относительности).



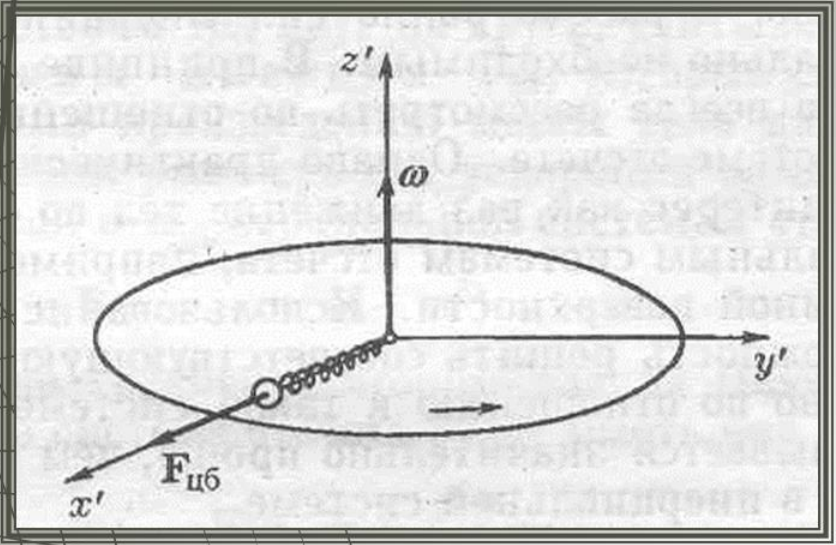
ЦЕНТРОБЕЖНАЯ СИЛА ИНЕРЦИИ

К' вращается относительно К с $\bar{\omega} = const$, шарик растягивает пружину, пока

$$\bar{F}_{упр} = m\bar{a}_{in}, \quad \bar{a}_{in} = -\omega^2 \bar{R};$$

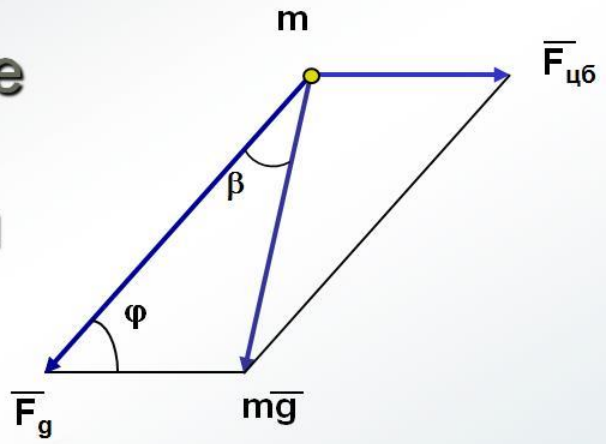
$$\bar{F}_{упр} = -m\omega^2 R, \quad (\bar{R} \perp \bar{z}).$$

Относительно К' шарик покоится; формально – в К' действует сила инерции $\bar{F}_{цб} = m\bar{\omega}^2 \bar{R} \Rightarrow$ центробежная сила инерции возникает во вращающихся системах отсчета и не зависит от того, покоится ли тело в этой системе или движется относительно нее с v'.



ЦЕНТРОБЕЖНАЯ СИЛА ИНЕРЦИИ

Пример – суточное вращение Земли. Максимальна на Экваторе $F_{цб}$ = 0,0337Н, ≈ 1/291 mg, g – ускорение тела во вращающейся системе. Необходимо учитывать центробежную силу инерции



$$\overline{F}_{цб} = m\omega_3^2 R_3 \cos\varphi.$$

$F_{тяж.}$ – результирующая $\overline{F}_g$ и $\overline{F}_{цб}$. Направление m $\overline{g}$ совпадает с направлением нити, натянутой грузом – направлением отвеса или вертикальным направлением. Направление отвеса не совпадает с направлением к центру Земли;

$\sin\beta = 0{,}0018 \sin 2\varphi$; g = 9,780 ÷ 9,832 м/с^2.

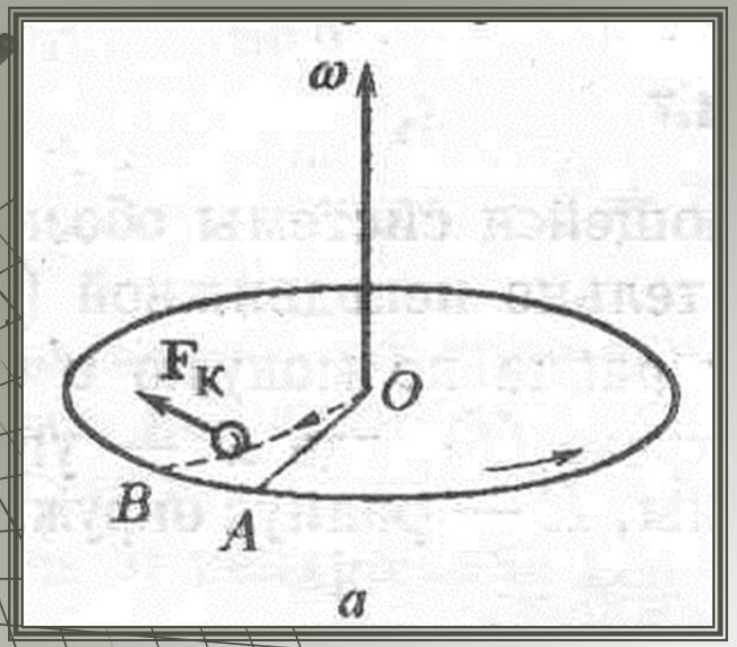
СИЛА КОРИОЛИСА

При движении тела относительно вращающейся системы отсчета, кроме центробежной силы инерции появляется еще одна сила – сила Кориолиса.

$\overline{F}_k = 2m[\overline{v}'\overline{\omega}]$, где $\overline{v}'$ – скорость движения МТ в неинерциальной системе отсчета, $\overline{\omega}$ – скорость вращения неинерциальной системы. Если $\overline{v}'$ параллельна оси вращения, т.е. то

$$\overline{v}' \uparrow\uparrow \overline{\omega},$$

$$\overline{F}_k = 0.$$



СИЛА КОРИОЛИСА

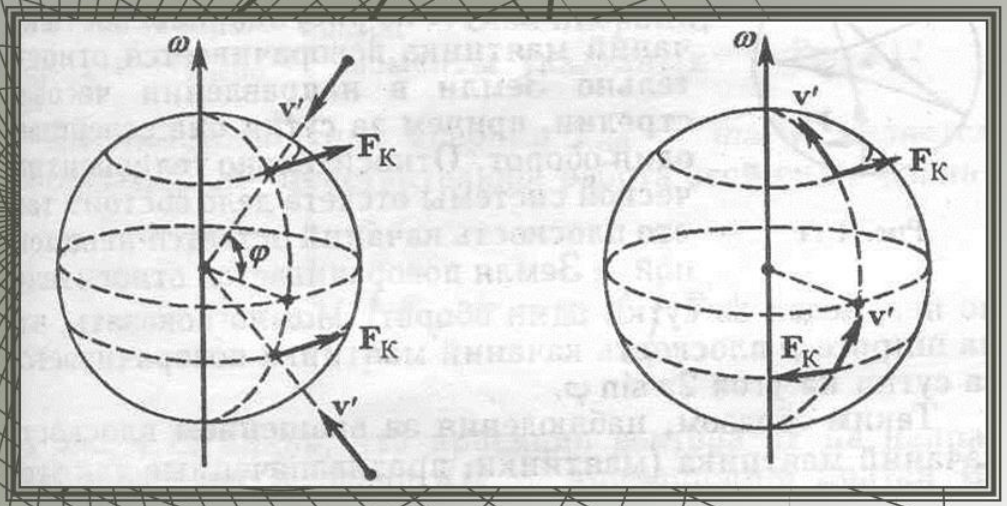
1. $\overline{F}_k$ перпендикулярна вектору $\overline{\omega}$, т.е. всегда лежит в плоскости, перпендикулярной оси вращения системы отсчета.

2. $\overline{F}_k$ перпендикулярна вектору $\overline{v}'$ и, следовательно, работы над телом не совершает.

Сила Кориолиса может изменить только направление $\overline{v}'$, но не ее модуль.

СИЛА КОРИОЛИСА

$\overline{F}_k$ отклоняет свободно падающее тело к востоку. $\overline{F}_k$ максимальна на экваторе и минимальна (равна 0) на полюсах. $\overline{F}_k$ необходимо учитывать при стрельбе. При выстреле на север, снаряд будет отклоняться к востоку в северном полушарии и к западу – в южном. При стрельбе вдоль меридиана на юг, отклонения будут противоположны.



СИЛА КОРИОЛИСА

При стрельбе вдоль экватора $\overline{F_k}$ будет прижимать снаряд к Земле (выстрел на запад) или поднимать вверх (выстрел на восток). $\overline{F_k}$ действует на тело, движущееся вдоль меридиана вправо в северном полушарии и влево – в южном (по отношению к направлению движения). Поворот плоскости колебаний маятника под действием $\overline{F_k}$ - маятник Фуко.