

Лекция 6

Термодинамика идеального газа. Термодинамические процессы

Внутренняя энергия, энтальпия и энтропия веществ в идеально – газовом состоянии. Таблицы термодинамических свойств идеальных газов.

Ts - и hs - диаграммы идеальных газов и их свойства.

Основные термодинамические процессы идеальных газов (изохорный, изобарный, изотермический, адиабатный).

Политропные процессы и их анализ.

Расчет параметров состояния и энергетических характеристик процессов по таблицам идеальных газов.

Внутренняя энергия идеального газа

$$du = c_v dT + \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p \right] dv$$

$$p = \frac{RT}{v}$$

$$T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v = T \left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{RT}{v} \right) \right]_v = T \frac{R}{v} = p$$

$$\left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p \right] = p - p = 0$$

$$du = c_v dT \quad \Rightarrow \quad | c_v = const | \quad \boxed{u = c_v T}$$

$$u = \int_0^T c_v dT$$

Про среднюю уже говорили

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT = \int_{t_1}^{t_2} c_v dt = c_{vm0}^2 \cdot t_2 - c_{vm0}^1 \cdot t_1$$

Энтальпия идеального газа

$$dh = c_p dT + \left[-T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p + v \right] dp$$

$$v = \frac{RT}{p}$$

$$-T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = -T \left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{RT}{p} \right) \right]_p = -T \frac{R}{p} = -v$$

$$-T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p + v = -v + v = 0$$

$$dh = c_p dT \quad \Rightarrow \quad |c_p = const|$$

$$h = c_p T$$

$$h = \int_0^T c_p dT$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT = \int_{t_1}^{t_2} c_p dt = c_{pm0}^2 \cdot t_2 - c_{pm0}^1 \cdot t_1$$

$$h = u + pv = u + RT$$

$$h_\mu = u_\mu + pv_\mu = u_\mu + R_\mu T$$

Энтропия идеального газа

Ранее

$$\Delta s_{12} = c_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + R \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right)$$

$$\Delta s_{12} = c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

$$\Delta s_{12} = c_p \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right) + c_v \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

Для вычисления по таблицам

$$s_i = s_i^0(T, p_0) - R \ln \left(\frac{p_2}{p_0} \right)$$

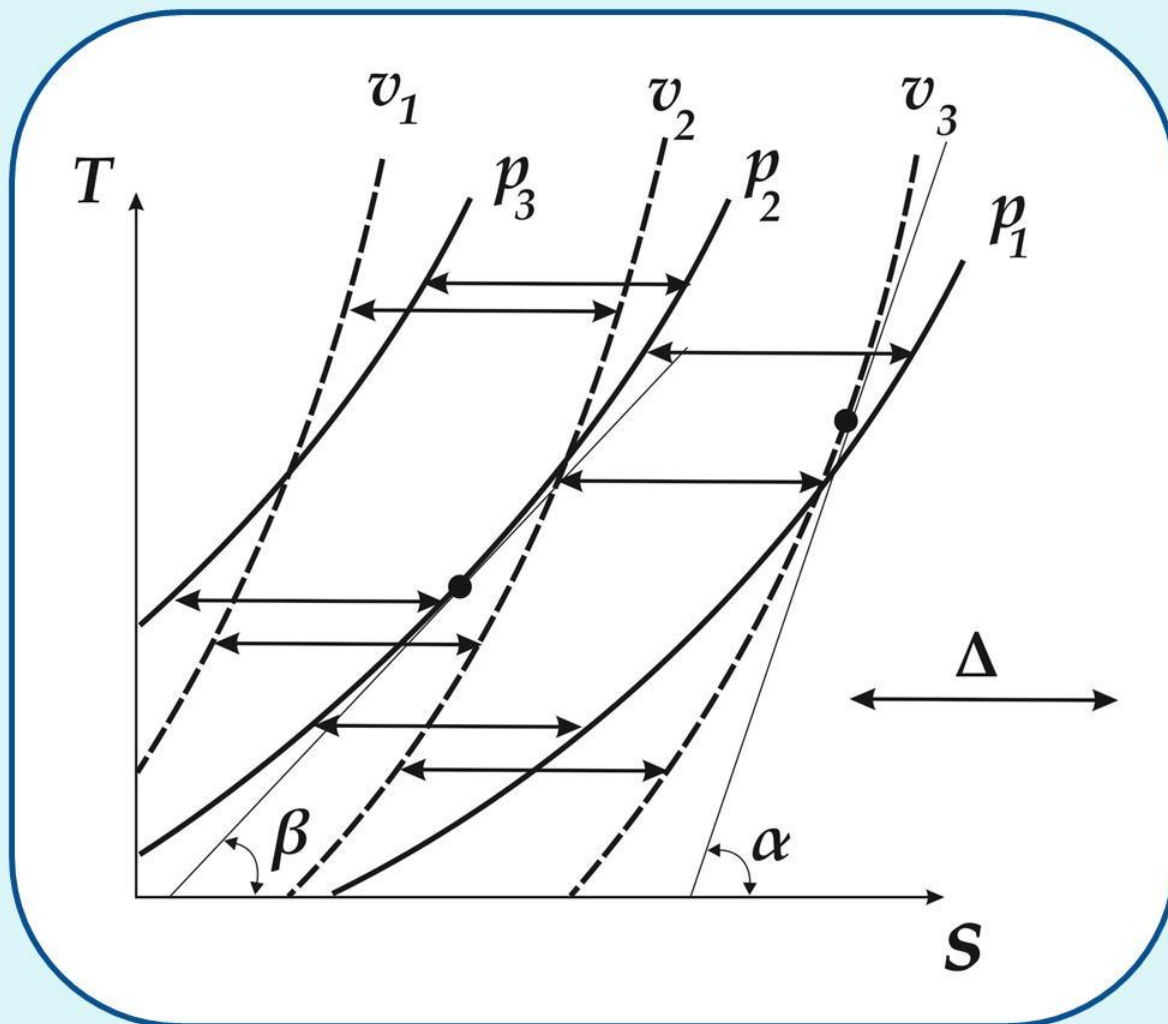
$$s_i^0(T, p_0) = \int_0^T c_p \frac{dT}{T}, \quad p_0 = 1 \text{ бар}$$

$$s_i = s_i^0(T, p_0) - R \ln(p)$$

Ts – диаграмма и ее свойства

Ранее было

Если $c_p = const$, то для hs – диаграммы те же свойства



Табличный расчет калорических параметров

$$f(T) = (c, u, h, s^0)$$

Смеси $f_{\text{смеси}}(T) = \sum_i g_i \cdot f_i(T)$

$$f'_{\text{смеси}}(T) = \sum_i r_i \cdot f'_i(T)$$

$$\mu f_{\text{смеси}}(T) = \sum_i r_i \cdot \mu f_i(T)$$

$$u(T) = c_{vm}(T)T$$

$$h(T) = c_{pm}(T)T = u(T) + RT$$

$$s_i^0(T, p_0) = \int_{T^0}^T c_p \frac{dT}{T}, \text{ сместим } s = 0 \text{ в } t = 0 \text{ в } p_0 = 1 \text{ бар}$$

$$s^0(T, p_0) = \int_{T^0}^T c_p \frac{dT}{T} = c_{pm} \ln T$$

$$s = s^0(T) - R \ln p$$

Расчет процессов

Определить термические параметры p, v, T

Определить калорические параметры $u, \Delta u, h, \Delta h, s, \Delta s$

Определить параметры процесса $\Delta q, \Delta w, \Delta l$

$$\diamond N_{\text{неизвестных}} = N_{\text{известных}} + N_{\text{ур.процессов}} + N_{\text{ур.состояния}}$$

\diamond Изображать – только известными процессами

Используем для идеального газа

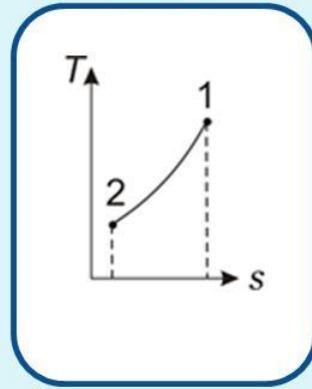
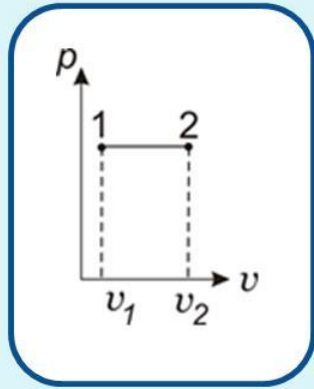
$$\left. \begin{aligned} p_1 v_1 &= RT_1 \\ p_2 v_2 &= RT_2 \end{aligned} \right\} \frac{p_1 v_1}{p_2 v_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\Delta q = u_2 - u_1 + \Delta w = q_{12} = u_2 - u_1 + w_{12}$$

$$\Delta q = h_2 - h_1 + \Delta l = q_{12} = h_2 - h_1 + l_{12}$$

$$\Delta q = q_{12} = \int_1^2 c dT = \int_1^2 T ds \quad \Delta w = w_{12} = \int_1^2 p dv \quad \Delta l = l_{12} = - \int_1^2 v dp$$

Изобарный процесс



$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\Delta w_p = w_{p12} = \int_1^2 p dv = p(v_2 - v_1) = R(T_2 - T_1) \Rightarrow R - \text{работа на 1 кг, 1 К}$$

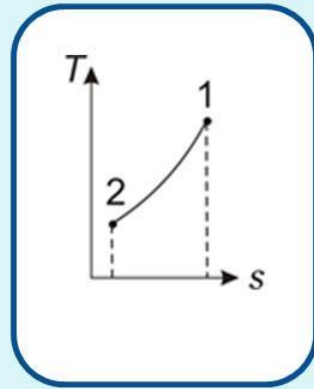
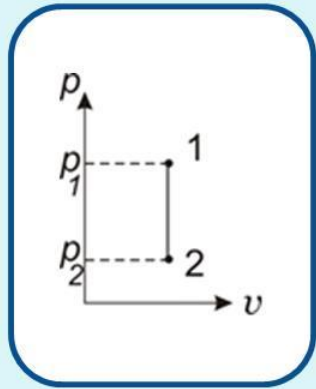
$$\Delta l_p = l_{p12} = - \int_1^2 v dp = 0$$

$$\Delta q_p = h_2 - h_1 + \Delta l_p = h_2 - h_1$$

$$\Delta s_{p12} = c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) = c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

Как построить!!!

Изохорный процесс



$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

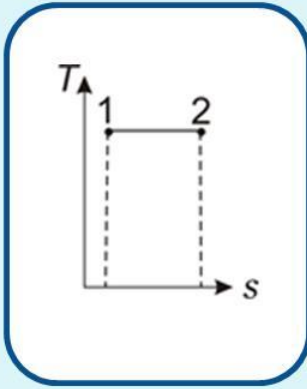
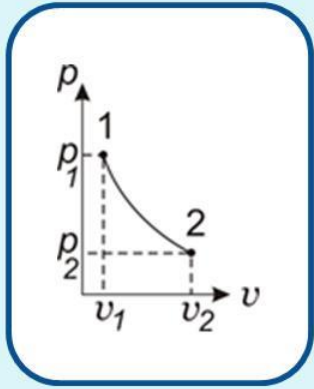
$$\Delta w_v = w_{v12} = \int_1^2 p dv = 0 \quad \Delta l_v = l_{v12} = -\int_1^2 v dp = -v(p_2 - p_1) = R(T_1 - T_2)$$

$$\Delta q_v = u_2 - u_1 + \Delta w_v = u_2 - u_1$$

$$\Delta s_{v12} = c_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = c_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

Как построить!!!

Изотермический процесс



$$\Delta q_T = T(s_2 - s_1) = u_2 - u_1 + \Delta w_T = h_2 - h_1 + \Delta l_T$$

$$\Delta w_T = w_{T12} = \Delta q_T - (u_2 - u_1)$$

$$\Delta l_T = l_{T12} = \Delta q_T - (h_2 - h_1)$$

Идеальный газ – $\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta u = \Delta h = 0$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

$$\Delta s_{T12} = R \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right) = -R \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

$$\Delta q_T = \Delta w_T = \Delta l_T = T \Delta s_{T12}$$

$$c_T \rightarrow \infty$$

Как построить!!!

Адиабатный процесс

$$\delta q = 0 \Rightarrow ds = 0$$

$$c_v dT = -pdv \Rightarrow \frac{c_v}{R} \frac{dT}{T} = -\frac{dv}{v}$$

$$u_2 - u_1 + w_a = 0$$

$$w_a = u_1 - u_2$$

$$h_2 - h_1 + l_a = 0$$

$$l_a = h_1 - h_2$$

$$\frac{c_v}{R} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = -\ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right) \quad \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\frac{R}{c_v}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\frac{c_p - c_v}{c_v}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}$$

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

$$\frac{p_1 v_1}{p_2 v_2} = \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{k-1} \Rightarrow \frac{p_1 v_1}{p_2 v_2} \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = 1 \quad \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^k = 1$$

$$p v^k = \text{const}$$

Для одноатомного идеального газа

$$k = 1,67 \quad (5/3);$$

Для двухатомного идеального газа

$$k = 1,40 \quad (7/5);$$

Для трёх и более атомного идеального газа

$$k = 1,29 \quad (9/7);$$

$$\frac{p_1 v_1}{p_2 v_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{p_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}}}{p_2 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{k}}} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{p_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{-\frac{1}{k}}}{p_2 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{-\frac{1}{k}}} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1-\frac{1}{k}} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^k \Leftrightarrow$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{k}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{k-1} \Leftrightarrow$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

Работаем с таблицами

$$T_1 \rightarrow u_1, h_1$$

$$s = s^0 - R \ln p; \quad s^0 = \int_0^T c_p \frac{dT}{T}$$

$$s_1 = s_2 \quad s_2^0 = s_1^0 - R \ln \frac{p_1}{p_2} \rightarrow T_2$$

$$\pi_0(T) = e^{\frac{1}{R} \int_0^T c_p dT} \quad \frac{\pi_0(T_1)}{\pi_0(T_2)} = \frac{p_1}{p_2} \quad \pi_0(T_2) \rightarrow T_2$$

$$s = \int_0^T c_v \frac{dT}{T} + R \ln v + \text{const};$$

$$\theta_0(T) = e^{-\frac{1}{R} \int_0^T c_v dT} \quad \frac{\theta_0(T_1)}{\theta_0(T_2)} = \frac{v_1}{v_2} \quad \theta_0(T_2) \rightarrow T_2$$

Для идеального газа

$$c_p - c_v = R \quad \Rightarrow \quad c_v \left(\frac{c_p}{c_v} - 1 \right) = R \quad \Rightarrow \quad c_v = \frac{R}{k-1}$$

$$\frac{c_p}{c_v} = k \quad \Rightarrow \quad c_p = k c_v \quad \Rightarrow \quad c_p = \frac{kR}{k-1}$$

$$w_a = u_1 - u_2 = c_v (T_1 - T_2) = \frac{R}{k-1} (T_1 - T_2)$$

$$l_a = h_1 - h_2 = c_p (T_1 - T_2) = \frac{kR}{k-1} (T_1 - T_2)$$

$$l_a = k w_a$$

Политропный процесс

$$p v^n = \text{const}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^n \quad \Leftrightarrow \quad \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{n-1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{n-1}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{n}{n-1}}$$

Работа политропного процесса

$$p = \frac{p_1 v_1^n}{v^n}$$

$$w_n = \int_1^2 p dv = p_1 v_1^n \int_1^2 \frac{dv}{v^n} = \frac{p_1 v_1^n}{1-n} (v_2^{1-n} - v_1^{1-n}) = \frac{p_1 v_1^n}{n-1} (v_1^{1-n} - v_2^{1-n}) =$$

$$\frac{p_1 v_1^n v_1^{1-n}}{n-1} \left[1 - \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{1-n} \right] = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right] = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

$$w_n = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[1 - \frac{T_2}{T_1} \right] = \frac{RT_1}{n-1} \left[1 - \frac{T_2}{T_1} \right] = \frac{R}{n-1} (T_1 - T_2)$$

$$w_n = \frac{R}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2)$$

Теплоемкость политропного процесса

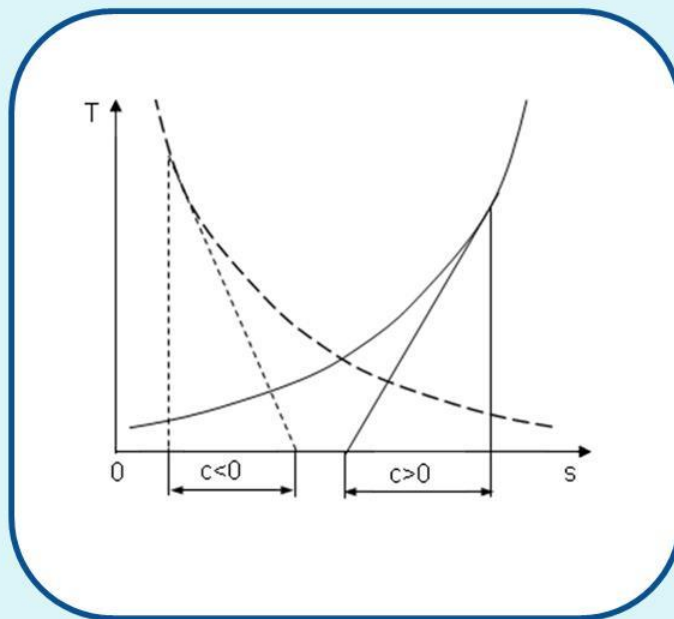
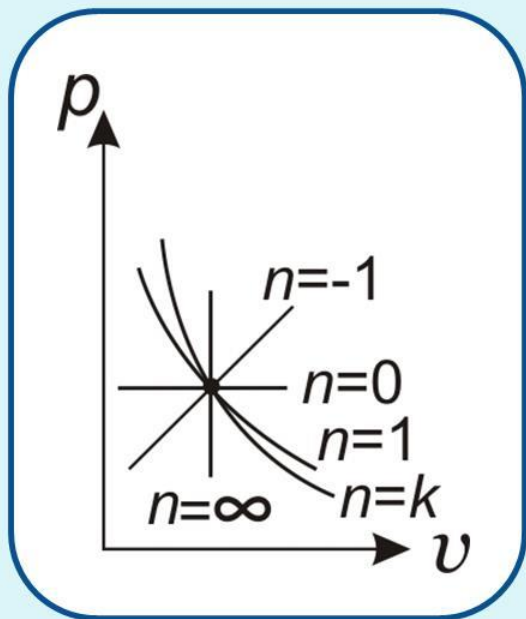
$$\Delta u = c_v(T_2 - T_1)$$

$$\Delta w_n = \frac{R}{1-n}(T_2 - T_1)$$

$$\Delta q_n = c_n(T_2 - T_1) = c_v(T_2 - T_1) + \frac{R}{1-n}(T_2 - T_1)$$

$$c_n = \frac{c_v(1-n) + c_p - c_v}{1-n} = c_v \frac{(1-n) + \frac{c_p}{c_v} - 1}{1-n} = c_v \frac{(n-1) - k + 1}{n-1} = c_v \frac{n-k}{n-1}$$

Политропный процесс – процесс при постоянной теплоемкости



$$pv^n = \text{const}$$

$$c_n = c_v \frac{n - k}{n - 1}$$

$$n = \frac{c_n - c_p}{c_n - c_v}$$

$c_n \rightarrow \infty$	$n = 1$
$c_n = c_v$,	$n \rightarrow \infty$
$c_n = c_p$,	$n = 0$
$c_n = 0$,	$n = k$

изотермический
 изохорным;
 изобарным;
 адиабатный

$$\Delta s_{n12} = c_v \frac{n - k}{n - 1} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

Процесс	Связи параметров	Работа изменения объема	Внешняя работа	Теплота
Изобарный	$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1}$	$w = p(v_2 - v_1)$	$\ell = 0$	$q = h_2 - h_1$
Изохорный	$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$	$w = 0$	$\ell = v(p_1 - p_2)$	$q = u_2 - u_1$
Изотермический	$p_1 v_1 = p_2 v_2$	$l = w = p_1 v_1 \ln(v_2/v_1) = p_1 v_1 \ln(p_1/p_2)$		$q = w = l$
Адиабатный	$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^k$ $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$ $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa-1}$	$w = \frac{1}{\kappa - 1} R(T_1 - T_2)$	$\ell = \kappa \cdot w$	$q = 0$
Полиτροпный	$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n$ $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$ $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}$	$w = \frac{1}{n - 1} R(T_1 - T_2)$	$\ell = n \cdot w$	$q = c_n(T_2 - T_1)$ $c_n = c_v \frac{n - \kappa}{n - 1}$