УДК 536.7

Методические указания и задачи для самостоятельной работы по курсу "Тепломассообмен" для студентов теплотехнических специальностей.- Томск; изд. ТПУ, 1994 - 21 с.

Составитель Коновалова Л.С.

Рецензент доц. к.т.н. Фурман А.В.

Методические указания рассмотрены и рекомендованы методическим семинаром кафедры теоретической и общей теплотехники "24" июня 1993 года.

Зав.кафедрой Ю.А.Загромов

РАСЧЕТ ЛУЧИСТОГО ТЕПЛООБМЕНА

Понятие взаимной поверхности

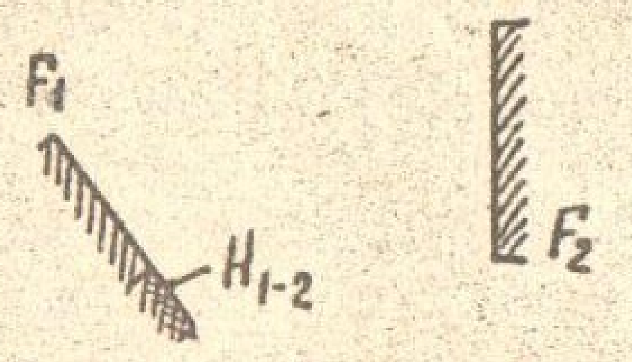


Рис. I

Пусть два тела с площадью поверхностей обращенных друг к другу, F_1 и F_2, произвольно расположены в пространстве (рис. I).

Пусть угловой коэффициент $\varphi_{1-2} = \frac{1}{3}$.

Произведение

$$\varphi_{1-2} \cdot F_1 = \frac{1}{3} F_1 = H_{1-2}, \text{ м}^2,$$

H_{1-2} - взаимная поверхность первого тела относительно второго - это доля поверхности первого тела, полное излучение которой попадает на второе тело.

$H_{2-1} = \varphi_{2-1} \cdot F_2$ - взаимная поверхность второго тела относительно первого.

Свойства взаимных поверхностей

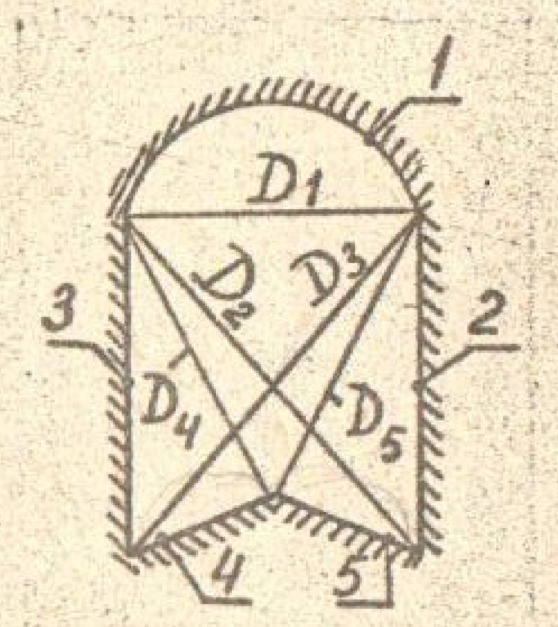


Рис. 2

На рис. 2 показан протяженный канал, стенки которого, обозначенные номерами I-5, имеют разные температуры T_i, разные степени черноты ε_i и обмениваются потоками излучения.

Число взаимных поверхностей для системы из 5 тел равно 5^2, соответственно для n тел - n^2. Существуют определенные связи между взаимными поверхностями, называемые свойствами взаимных поверхностей.

I. Свойство взаимности:

$$H_{1-2} = H_{2-1}, \quad H_{1-3} = H_{3-1}, \quad H_{1-4} = H_{4-1} \quad \text{и т.д.}$$

Для системы, состоящей из n тел, число условий взаимности $\frac{n^2-n}{2}$.

2. Свойство замыкаемости: поверхность излучающего тела равна сумме взаимных поверхностей этого тела на все поверхности, в том числе и на себя

$$F_1 = H_{1-1} + H_{1-2} + H_{1-3} + H_{1-4} + H_{1-5},$$

$$F_2 = H_{2-1} + H_{2-2} + H_{2-3} + H_{2-4} + H_{2-5},$$

и т.д.

Для системы из n тел можно записать n условий замыкаемости.

3. Свойство затеняемости. Для данной системы тел (рис. 2) можно записать одно условие затеняемости

$$H_{4-5} = 0.$$

Поток излучения с четвертого тела не попадает на пятое и наоборот. Число возможных условий затеняемости $n_з$ для любой системы тел определяется взаимным расположением тел в системе.

4. Свойство невогнутости: плоские и выпуклые тела сами на себя не излучают. Для данной системы тел (рис. 2) можно записать 4 условия невогнутости

$$H_{2-2} = 0,\ H_{3-3} = 0,\ H_{4-4} = 0,\ H_{5-5} = 0.$$

Число условий невогнутости $n_н$ любой системы определяется формой излучающих поверхностей.

5. Свойство полного делителя системы.

Полный делитель замкнутой системы тел – это натянутая поверхность, которая делит систему на две замкнутые системы, не нарушая целостности отдельных поверхностей.

Система из 5 излучающих поверхностей, приведенная на рис. 2, имеет 5 полных делителей $D_1 - D_5$. Согласно теореме о полном делителе системы, поверхность полного делителя равна сумме взаимных поверхностей тел, излучение которых пересекает делитель в одном направлении, т.е.

$$F_{D_1} = H_{1-2} + H_{1-4} + H_{1-5} + H_{1-3},$$
$$F_{D_2} = H_{1-3} + H_{1-4} + H_{1-5} + H_{2-3} + H_{2-4} + H_{2-5},$$

и т.д.

Число условий полных делителей системы n_D определяется взаимным расположением тел в системе.

МЕТОД ПОТОЧНОЙ АЛГЕБРЫ (МЕТОД ПОЛЯКА)
для определения угловых коэффициентов

Сущность метода состоит в том, что для замкнутой системы тел на основании свойств взаимных поверхностей записывается система алгебраических уравнений, решение которой позволяет найти неизвестные взаимные поверхности, а через них – угловые коэффициенты. Если число неизвестных взаимных поверхностей равно числу алгебраических уравнений, такая задача решается, и все неизвестные угловые коэффициенты находятся. Возможность решения задачи проверяется уравнением

$$z = n^2 - \left(\frac{n^2 - n}{2} + n + n_з + n_н + n_D\right) = 0. \qquad (1)$$

Если $z = 0$, все угловые коэффициенты определяются, если $z > 0$, часть угловых коэффициентов придется найти другими способами.

Для системы из 5 тел (рис. 2)

$$z = 5^2 - \left(\frac{5^2 - 5}{2} + 5 + 1 + 4 + 5\right) = 0,$$

т.е. число уравнений равно числу неизвестных и все угловые коэффициенты могут быть найдены.

Связь лучистых потоков

Различают следующие потоки излучения: падающий (Q пад.), отраженный (Q отр), поглощенный (Q погл.), пропущенный (Q проп), собственный (Q соб), результирующий (Q рез), эффективный (Q эф). Для подавляющего большинства твердых тел Q проп = 0.

Собственное излучение твердого тела

$$Q_{соб} = C_0 \varepsilon \left(\frac{T}{100}\right)^4 F,\ Вт \qquad (2)$$

определяется свойствами поверхности излучающего тела (степень черноты ε) и его температурой T. $C_0 = 5{,}67 \frac{Вт}{м^2 \cdot K^4}$ – коэффициент излучения абсолютно черного тела.

Результирующее излучение тела – это разность между поглощенным и собственным излучением тела

$$Q_{рез} = Q_{погл} - Q_{соб}. \qquad (3)$$

Эффективное излучение – это сумма собственного и отраженного излучений

$$Q_{эф} = Q_{соб} + Q_{отр}. \tag{4}$$

Другие связи между потоками определяются путем следующего анализа.

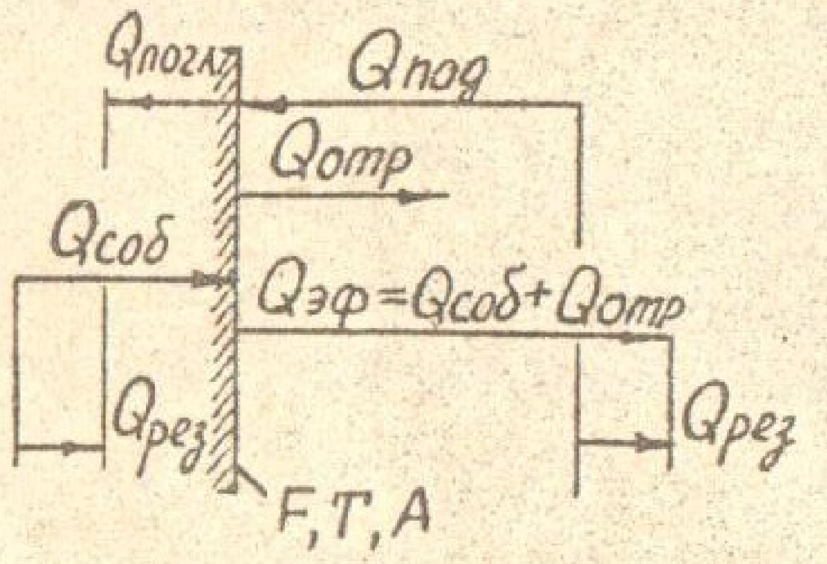


Рис. 3

Пусть на тело с площадью поверхности F, температурой Т, коэффициентом поглощения А падает поток излучения $Q_{пад}$. Часть этого потока поглощается ($Q_{погл} = A \cdot Q_{пад}$), остальная часть отражается ($Q_{отр}$). Собственное излучение тела $Q_{соб} > Q_{погл}$. Сложение векторов $Q_{соб}$ и $Q_{отр}$ дает $Q_{эф}$, а разность

$$Q_{пад} - Q_{эф} = Q_{рез}. \tag{5}$$

Из (3)
$$Q_{рез} = A Q_{пад} - Q_{соб},$$

$$Q_{пад} = \frac{Q_{рез}}{A} + \frac{Q_{соб}}{A}.$$

После подстановки значения $Q_{пад}$ в (5)

$$Q_{рез} = \frac{Q_{рез}}{A} + \frac{Q_{соб}}{A} - Q_{эф},$$

$$Q_{эф} = Q_{рез}\left(\frac{1}{A} - 1\right) + \frac{Q_{соб}}{A}.$$

Согласно закона Кирхгофа $A = \mathcal{E}$, $\frac{Q_{соб}}{A} = C_0 F \left(\frac{T}{100}\right)^4$.

$$Q_{эф} = Q_{рез}\left(\frac{1}{\mathcal{E}} - 1\right) + C_0 F \left(\frac{T}{100}\right)^4. \tag{6}$$

Формула (6) устанавливает связь между эффективным и результирующим излучением для любого тела и широко используется при расчетах лучистого теплообмена.

Метод результирующих потоков

Целью расчета лучистого теплообмена в системе тел является определение результирующего излучения каждого тела. Метод результирующих потоков позволяет найти эти потоки. Сущность метода состоит в следующем.

Для системы из n тел записывается система $2n$ алгебраических уравнений, решение которой позволяет найти эффективные и результирующие потоки каждого тела ($Q_{эф_i}$, $Q_{рез_i}$).

Так, для I тела (рис. 2)

$$Q_{эф_1} = Q_{рез_1}\left(\frac{1}{\mathcal{E}_1} - 1\right) + C_0 F_1 \left(\frac{T_1}{100}\right)^4,$$

$$Q_{рез_1} = Q_{пад_1} - Q_{эф_1} = \left(Q_{эф_1}\varphi_{1-1} + Q_{эф_2}\varphi_{2-1} + Q_{эф_3}\varphi_{3-1} + Q_{эф_4}\varphi_{4-1} + Q_{эф_5}\varphi_{5-1}\right) - Q_{эф_1}$$

По такому же принципу записываются уравнения для остальных 4 тел. В результате решения системы IO уравнений определяются эффективные и результирующие потоки каждого тела.

Пример решения задачи.

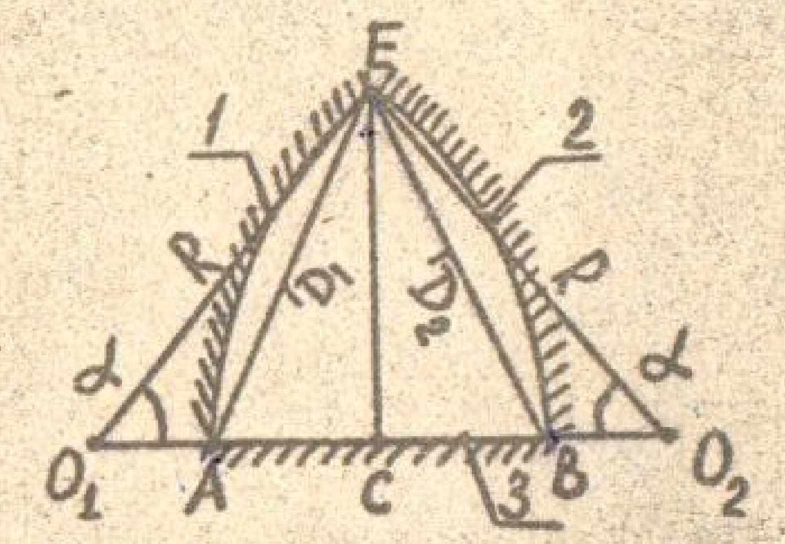


Рис. 4

Для системы из трех поверхностей, образующих протяженный канал, дано: R = 2 м, расстояние между центрами O_IO_2 – 2,5 м, $t_1 = 500°С$, $t_2 = 300°С$, $t_3 = 100°С$, $\mathcal{E}_1 = 0{,}9$, $\mathcal{E}_2 = 0{,}8$, $\mathcal{E}_3 = 0{,}7$.

Рассчитать все угловые коэффициенты и результирующие потоки каждой поверхности ($Q_{рез_i}$, $\frac{Вт}{м}$)

Р е ш е н и е

Определим площади поверхностей F_1, F_2, F_3 и полных делителей F_{D_1}, F_{D_2} в расчете на I м длины канала.

$$F_1 = F_2 = 2\pi R \frac{\alpha}{360} = 1{,}79 м^2, \quad F_3 = AB, \quad F_{D_1} = F_{D_2} = BE.$$

Так как $O_1O_2 - R = O_1A = O_2B = 0{,}5 м$, то $AB = O_1O_2 - 2O_1A = 1{,}5 м$,

$$CB = \frac{AB}{2} = 0{,}75\,м, \quad CO_2 = CB + O_2B = 1{,}25\,м, \quad \cos\alpha = \frac{CO_2}{R} = 0{,}625,$$

$$\alpha = 51{,}4^\circ, \quad \frac{BE}{2/R} = \sin\frac{\alpha}{2}, \quad BE = 2R\sin\frac{\alpha}{2} = 1{,}735\,м.$$

Таким образом,

$F_1 = F_2 = 1{,}79$ м^2, $F_3 = 1{,}5$ м^2. $F_{D_1} = F_{D_2} = 1{,}735$ м^2.

Определим все угловые коэффициенты:

φ_{1-1}, φ_{1-2}, φ_{1-3}, φ_{2-1}, φ_{2-2}, φ_{2-3}, φ_{3-1}, φ_{3-2}, φ_{3-3}.

Проверим по формуле (I), можно ли это сделать методом поточной алгебры

$$Z = 3^2 - \left(\frac{3^2 - 3}{2} + 3 + 0 + 1 + 2 \right) = 0.$$

Можно, т.к. число уравнений равно числу неизвестных. Запишем эти уравнения.

Условия взаимности

$$H_{1-2} = H_{2-1}, \quad (1^*)$$

$$H_{1-3} = H_{3-1} \quad (2^*)$$

$$H_{2-3} = H_{3-2} \quad (3^*)$$

Условия замыкаемости

$$F_1 = H_{1-2} + H_{1-3} + H_{1-1}. \quad (4^*)$$

$$F_2 = H_{2-1} + H_{2-2} + H_{2-3}. \quad (5^*)$$

$$F_3 = H_{3-1} + H_{3-2} + H_{3-3}. \quad (6^*)$$

Условие невогнутости

$$H_{3-3} = 0 \quad (7^*)$$

Условия полных делителей

$$F_{D_1} = H_{1-2} + H_{1-3}, \quad (8^*)$$

$$F_{D_2} = H_{2-1} + H_{2-3}. \quad (9^*)$$

Из условия симметрии канала и отсутствия самоизлучения плоской поверхности 3 :

$$\varphi_{3-3} = 0, \quad \varphi_{3-1} = \varphi_{3-2} = 0{,}5, \quad \varphi_{1-2} = \varphi_{2-1}, \quad \varphi_{1-3} = \varphi_{3-2}, \quad \varphi_{1-1} = \varphi_{2-2}.$$

Используя (2^*), находим:

$$H_{1-3} = H_{3-1} = \varphi_{3-1} \cdot F_3 = 0{,}5\,F_3,$$

$$\varphi_{1-3} = \frac{0{,}5F_3}{F_1}. \quad (10^*)$$

Из условия (8^*)

$$H_{1-2} = F_{D_1} - H_{1-3} = F_{D_1} - 0{,}5F_3,$$

$$\varphi_{1-2} = \frac{F_{D_1}}{F_1} - 0{,}5\frac{F_3}{F_1}. \quad (11^*)$$

Из условия (4^*)

$$H_{1-1} = F_1 - H_{1-2} - H_{1-3} = F_1 - F_{D_1} + 0{,}5F_3 - 0{,}5F_3,$$

$$\varphi_{1-1} = 1 - \frac{F_{D_1}}{F_1}. \quad (12^*)$$

Расчет угловых коэффициентов по формулам (10^* – 12^*) дает:

$\varphi_{1-3} = \varphi_{2-3} = 0{,}419$, $\varphi_{1-2} = \varphi_{2-1} = 0{,}55$, $\varphi_{1-1} = \varphi_{2-2} = 0{,}031$.

Запишем уравнения эффективных и результирующих потоков:

$$Q_{эф_1} = Q_{рез_1}\left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right) + C_0F_1\left(\frac{T_1}{100}\right)^4, \quad (13^*)$$

$$Q_{эф_2} = Q_{рез_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) + C_0F_2\left(\frac{T_2}{100}\right)^4, \quad (14^*)$$

$$Q_{эф_3} = Q_{рез_3}\left(\frac{1}{\varepsilon_3} - 1\right) + C_0F_3\left(\frac{T_3}{100}\right)^4, \quad (15^*)$$

$$Q_{рез_1} = Q_{эф_1}\varphi_{1-1} + Q_{эф_2}\varphi_{2-1} + Q_{эф_3}\varphi_{3-1} - Q_{эф_1}, \quad (16^*)$$

$$Q_{рез_2} = Q_{эф_2}\varphi_{2-2} + Q_{эф_1}\varphi_{1-2} + Q_{эф_3}\varphi_{3-2} - Q_{эф_2}, \quad (17^*)$$

$$Q_{рез_3} = Q_{эф_1}\varphi_{1-3} + Q_{эф_2}\cdot\varphi_{2-3} - Q_{эф_3}. \qquad (18^*)$$

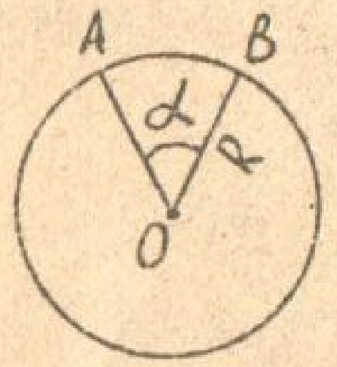
Подстановка (13^*) – (15^*) в (16^*) –(18^*) дает систему трех линейных уравнений с тремя неизвестными $Q_{рез_1}$, $Q_{рез_2}$, $Q_{рез_3}$:

$$-1{,}108\,Q_{рез_1} + 0{,}1375\,Q_{рез_2} + 0{,}2145\,Q_{рез_3} = 28273{,}1\,,$$
$$0{,}06105\,Q_{рез_1} - 1{,}242\,Q_{рез_2} + 0{,}2145\,Q_{рез_3} = -10151{,}7\,,$$
$$0{,}0465\,Q_{рез_1} + 0{,}1047\,Q_{рез_2} - 1{,}429\,Q_{рез_3} = -18121{,}4\,,$$

которая решается с помощью определителей, и находятся результирующие потоки $Q_{рез_1} = -21790\ \frac{Вт}{м}$, $Q_{рез_2} = 9220\ \frac{Вт}{м}$, $Q_{рез_3} = 12570\ \frac{Вт}{м}$.

З А Д А Ч И

Для решения задач потребуются некоторые сведения из математики, которые приводятся ниже.



Длина окружности радиусом R

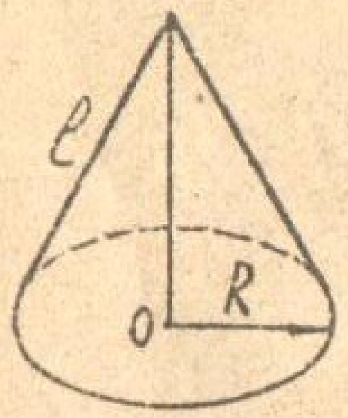
$$l = 2\pi R.$$

Длина дуги центрального угла α

$$l_{AB} = 2\pi R\,\frac{\alpha}{360}.$$

Площадь круга радиусом R

$$F = \pi R^2.$$

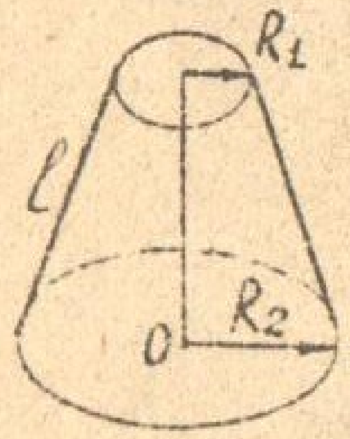


Площадь сферы радиусом R

$$F = 4\pi R^2.$$

Боковая поверхность конуса

$$F = \pi R l$$



Боковая поверхность цилиндра радиусом R, высотой h

$$F = 2\pi R h.$$

Боковая поверхность усеченного конуса

$$F = (R_1 + R_2)\pi l.$$

Система линейных алгебраических уравнений с тремя неизвестными

$$ax + by + cz = d,$$
$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1,$$
$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$

решается с помощью определителей

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} d & b & c \\ d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}, \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} a & d & c \\ a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \end{vmatrix},$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} a & b & d \\ a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \end{vmatrix}, \quad x = \frac{\Delta x}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta y}{\Delta}, \quad z = \frac{\Delta z}{\Delta}.$$

Схема вычисления определителей:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = \begin{matrix} a & b & c & a & b & \\ a_1 & b_1 & c_1 & a_1 & b_1 & \\ a_2 & b_2 & c_2 & a_2 & b_2 & \\ - & - & - & + & + & + \end{matrix} =$$

$$= ab_1c_2 + bc_1a_2 + ca_1b_2 - a_2b_1c - b_2c_1a - c_2a_1b.$$