Тема 1 (2 час, лекция 1)

Лекция 3

Способы интенсификации процессов теплопередачи. Теплопроводность в стержне (ребре) постоянного поперечного сечения. Теплопередача через плоскую ребристую стенку. Связь вопросов интенсификации и энергетических ресурсов и повышения эффективности производства.

Теплопроводность при наличии внутренних источников теплоты. Теплопроводность в неограниченной плоской стенке и круглом стержне в случае постоянного коэффициента теплопроводности при наличии внутренних источников теплоты. Теплопроводность в неограниченной цилиндрической стенке при наличии внутренних источников теплоты и:

- отводе теплоты через наружную поверхность;
- отводе теплоты через внутреннюю поверхность;
- отводе теплоты через наружную и внутреннюю поверхности.

Интенсификация теплопередачи $Q \rightarrow \max$

$$Q = \frac{\left(t_{ж1} - t_{ж2}\right)F}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

$$\frac{d_2}{d_1} < 1.8$$

$\left(t_{ж1} - t_{ж2}\right)$ - ограничиваются свойствами материалов и теплоносителей

F - ограничивается габаритами

$$\delta \sim 10^{-3};\ \ \lambda \sim (16 \div 458) \Rightarrow \frac{\delta}{\lambda} \sim (10^{-4} \div 10^{-6})$$

$$\alpha_1 \sim \left(\text{от процесса, например, вода в трубах отопления}\right)1000 \Rightarrow \frac{1}{\alpha_1} \sim 10^{-3}$$

$$\alpha_2 \sim \left(\text{конвекция и излучения батареи}\right) 10 \Rightarrow \frac{1}{\alpha_2} \sim 10^{-1}$$

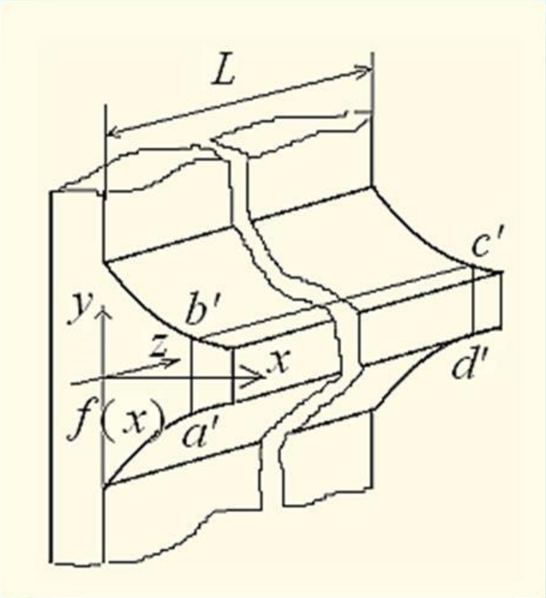
$$Q=\frac{\left(t_{ж1}-t_{ж2}\right)}{\frac{1}{\alpha_1 F_1}+\frac{\delta}{\lambda F_1}+\frac{1}{\alpha_2 F_2}}$$

$$Q=\frac{\left(t_{ж1}-t_{ж2}\right)F_1}{\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2 K_O}}$$

$$K_O=\frac{F_2}{F_1}$$

$$\frac{\delta}{\lambda}\to 0$$

оптимум: $\alpha_1 F_1 \approx \alpha_2 F_2$



Прямое ребро произвольного профиля

- – $\frac{\delta}{\lambda} \to 0 \Rightarrow \Delta_y t = q\frac{\delta}{\lambda} \to 0$
- – $\lambda = const$
- – $f(x)$ - половины сечения
- – $q_v = 0$

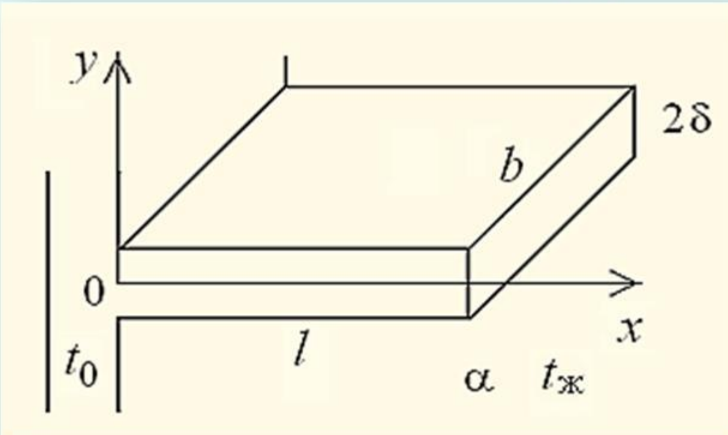
$$Q_x = -2L\lambda f(x)\frac{dt}{dx} \Rightarrow dQ_x = -2L\lambda\left(\frac{d}{dx}f(x)\frac{dt}{dx}\right)dx$$

$$Q_y = 2\Pi\alpha\left(t - t_ж\right)dx$$ Π - периметр

$$-2L\lambda\left(\frac{d}{dx}f(x)\frac{dt}{dx}\right)dx + 2\Pi\alpha\left(t - t_ж\right)dx = 0$$

$$-2L\lambda\frac{d}{dx}f(x)\frac{dt}{dx} + 2\Pi\alpha\left(t - t_ж\right) = 0$$

Одномерное температурное поле в плоском ребре. Коэффициент эффективности ребра



$$f(x) = f = \delta b \qquad \Pi = 2(b+\delta)$$

$$\frac{d^2 t}{dx^2} - \frac{\alpha \Pi}{\lambda f}(t - t_ж) = 0; \quad \theta = (t - t_ж); \quad m^2 = \frac{\alpha \Pi}{\lambda f}$$

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0;$$

$$\boxed{\theta = c_1 \exp(mx) + c_2 \exp(-mx);}$$

$$x = 0;\ \theta = \theta_0 = t_0 - t_ж$$

$$x = l;\ \left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{x=l} = -\frac{\alpha_{x=l}}{\lambda}\theta_{x=l}$$

Рассмотрим более простой:

$$x = 0;\ \theta = \theta_0 = t_0 - t_ж$$

$$x = l;\ \left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{x=l} = 0$$

$$x = 0;\ \theta = c_1 + c_2$$

$$x = l;\ c_1 m \exp(ml) - c_2 m \exp(-ml) = 0$$

$$\theta = \theta_0 \frac{e^{m(l-x)} + e^{-m(l-x)}}{e^{ml} + e^{-ml}} \times \frac{2}{2} = \theta_0 \frac{\mathrm{ch}\left[m(l-x)\right]}{\mathrm{ch}(ml)}$$

$$\theta_l = \frac{\theta_0}{\mathrm{ch}(ml)}$$

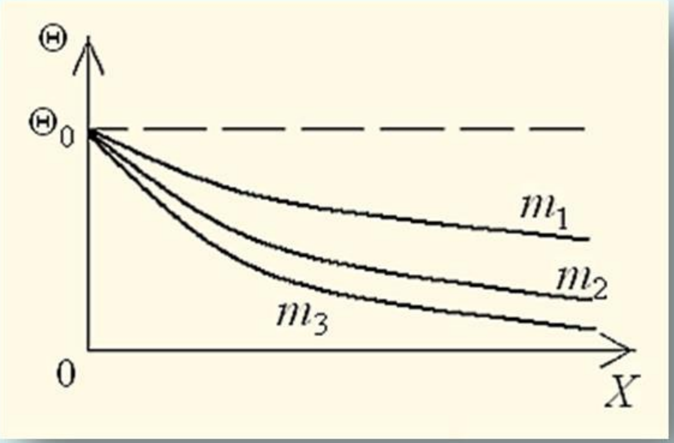
$$Q_p = -\lambda \left.\frac{dt}{dx}\right|_{x=0} \cdot f = -\lambda \left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=0} \cdot f = \theta_0 \lambda m \frac{\mathrm{sh}(ml)}{\mathrm{ch}(ml)} \cdot f = \theta_0 \lambda m \cdot \mathrm{th}(ml) \cdot f$$

$$l \gg \delta \Rightarrow \Pi = 2b(1+\frac{\delta}{b}) \approx 2b; \quad ml = l\sqrt{\frac{\alpha \Pi}{\lambda f}} = l\sqrt{\frac{\alpha 2b}{\lambda b \delta}} = \frac{l}{\delta}\sqrt{2\frac{\alpha\delta}{\lambda}} = \frac{l}{\delta}\sqrt{2 \cdot \mathrm{Bi}}$$

$$Q_p == \theta_0 \cdot \sqrt{\alpha \cdot \lambda \cdot \Pi \cdot f} \cdot \mathrm{th}(ml) \times \frac{2l}{2l} = \theta_0 \cdot \sqrt{\alpha \cdot \lambda \cdot 2b\, b\delta} \times \frac{2l}{2l} \mathrm{th}\left(\frac{l}{\delta}\sqrt{2 \cdot \mathrm{Bi}}\right)$$

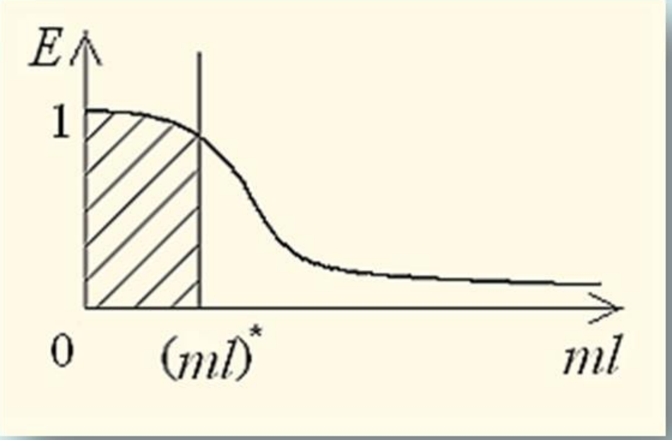
$$Q_p == \theta_0 \cdot \sqrt{\alpha \cdot \lambda \cdot 2\delta} \times \frac{2bl}{2l} \mathrm{th}\left(\frac{l}{\delta}\sqrt{2 \cdot \mathrm{Bi}}\right) = \theta_0 \alpha F_p \frac{\mathrm{th}\left(\frac{l}{\delta}\sqrt{2 \cdot \mathrm{Bi}}\right)}{\frac{l}{\delta}\sqrt{2 \cdot \mathrm{Bi}}} = \alpha \theta_0 E F_p$$

$$Q_p = \theta_0 \lambda m \cdot \mathrm{th}(ml) \cdot f$$



$$Q_p == \theta_0 \cdot \sqrt{\alpha \cdot \lambda \cdot \Pi \cdot f} \cdot \mathrm{th}(ml)$$

$$Q_p = \theta_0 \alpha F_p \frac{\mathrm{th}\left(\frac{l}{\delta}\sqrt{2 \cdot \mathrm{Bi}}\right)}{\frac{l}{\delta}\sqrt{2 \cdot \mathrm{Bi}}}$$

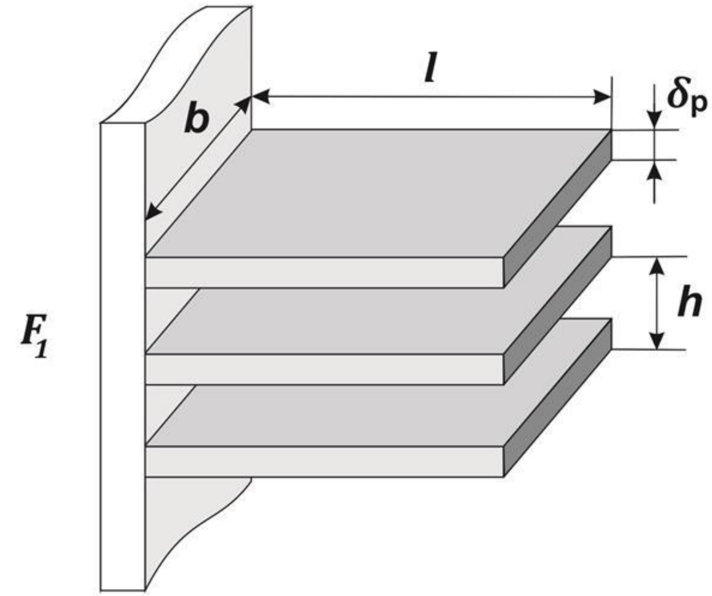


$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha \delta}{\lambda} = \frac{\delta / \lambda}{1 / \alpha}$$ – число Био

$$E = \frac{\mathrm{th}(ml)}{ml} = \frac{\mathrm{th}\left(\frac{l}{\delta}\sqrt{2 \cdot \mathrm{Bi}}\right)}{\frac{l}{\delta}\sqrt{2 \cdot \mathrm{Bi}}}$$ – коэффициент эффективности ребра

1. Ребра целесообразно выполнять из материала с высоким коэффициентом теплопроводности (медь, алюминий, латунь).
2. Ребра целесообразно выполнять на той поверхности, где коэффициент теплоотдачи минимальный, например, со стороны воздуха, а не воды.
3. Определяющим критерием является коэффициент теплоотдачи, а не величина температуры.
4. Нецелесообразно делать ребра большой длины (высоты).
5. Необходимо ребристую поверхность поддерживать в чистоте.

$$Q = \frac{\left(t_{ж1} - t_{ж2}\right)}{\dfrac{1}{\alpha_1 F_1} + \dfrac{\delta}{\lambda F_1} + \dfrac{1}{\alpha_{пр} F_{р\cdot с}}}$$



$$Q = Q_с + Q_р = \alpha_{пр} \theta_0 F_{р\cdot с};$$

$$Q_с = \alpha_с \theta_0 F_с;$$

$$Q_р = \alpha_р \theta_0 E F_р;$$

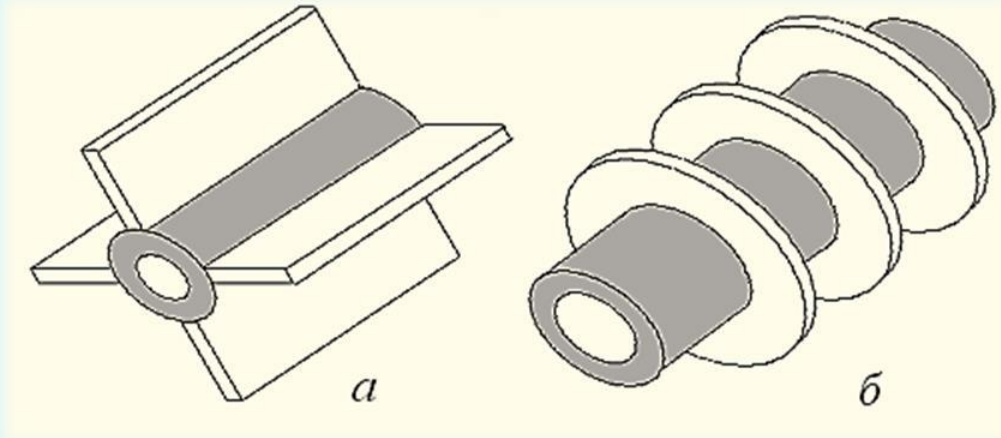
$$\alpha_р = \frac{\alpha_с F_с}{F_{р\cdot с}} + \frac{\alpha_р \theta_0 E F_р}{F_{р\cdot с}};$$

$$F_{р\cdot с} = F_с + F_р.$$

$$\theta_0 = t_2 - t_{ж2}$$

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha_р \delta_р}{\lambda}$$

$$E = \frac{th\left(\dfrac{l + 0.5 \cdot \delta_р}{\delta_р} \sqrt{2 \cdot \mathrm{Bi}}\right)}{\dfrac{l + 0.5 \cdot \delta_р}{\delta_р} \sqrt{2 \cdot \mathrm{Bi}}}$$



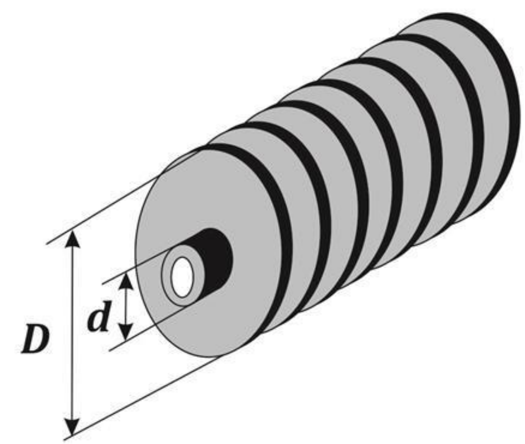
$$\theta_0 = t_2 - t_{ж2};$$

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha_р \delta_р}{\lambda};$$

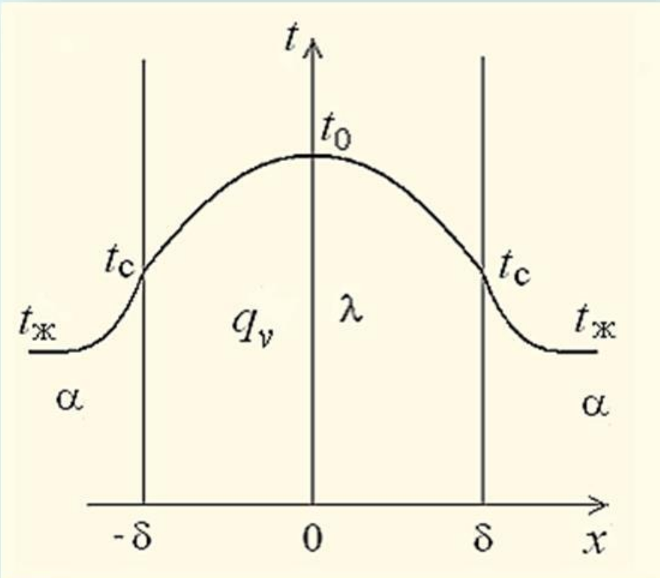
$$E = \frac{th\left(\dfrac{l' + 0.5\cdot\delta_р}{\delta_р}\sqrt{2\cdot \mathrm{Bi}}\right)}{\dfrac{l' + 0.5\cdot\delta_р}{\delta_р}\sqrt{2\cdot \mathrm{Bi}}};$$

$$l' = \frac{D-d}{2}\left(1 + 0.35\ln\frac{D}{d}\right).$$

Для поперечных прямоугольных и круглых ребер применяется эквивалентный диаметр, при котором площадь поверхности такая же, что и для круглых.



Температурное поле в плоской стенке при наличии тепловыделений



$$\frac{d}{dx}\lambda(t)\frac{dt}{dx}+q_v=0; \qquad \lambda=const; \qquad q_v=const.$$

$$\frac{d^2t}{dx^2}+\frac{q_v}{\lambda}=0$$

$$\frac{dt}{dx}=-\frac{q_v x}{\lambda}+c_1; \qquad t=-\frac{q_v x^2}{2\lambda}+c_1 x+c_2.$$

$$x=0; \quad \left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=0}=0; \qquad \frac{dt}{dx}=-\frac{q_v\cdot 0}{\lambda}+c_1=0; \qquad c_1=0;$$

$$x=\delta; \quad t=t\big|_{x=\delta} \qquad t_c=-\frac{q_v\delta^2}{2\lambda}+c_2; \qquad c_2=t_c+\frac{q_v\delta^2}{2\lambda};$$

$$t=t_c+\frac{q_v\delta^2}{2\lambda}\left[1-\left(\frac{x}{\delta}\right)^2\right]$$

$$t = t_c + \frac{q_v \delta^2}{2\lambda}\left[1 - \left(\frac{x}{\delta}\right)^2\right] \qquad \Rightarrow \quad t_{\max} = t_0 = t_c + \frac{q_v \delta^2}{2\lambda}$$

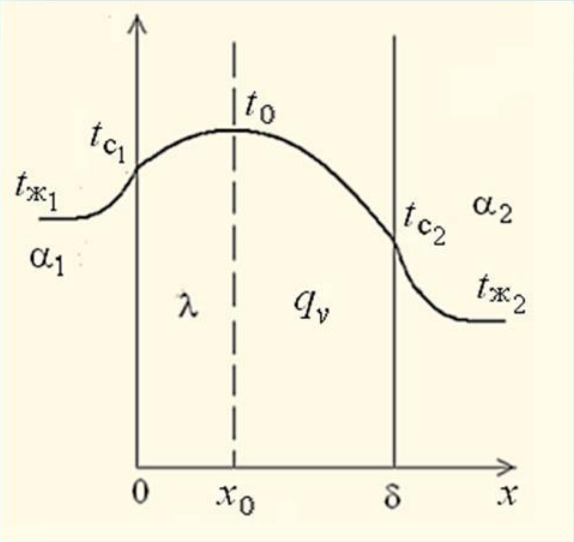
$$q(x) = -\lambda \frac{dt}{dx} = -\lambda\left(-\frac{q_v x}{\lambda}\right) = q_v x; \qquad \Rightarrow \quad q_c = q_v \delta.$$

$$x = 0; \qquad \left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=0} = 0;$$

$$x = \delta; \qquad -\lambda\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=\delta} = \alpha(t_c - t_ж) = q_c. \qquad \Rightarrow \qquad t_c = t_ж + \frac{q_c}{\alpha} = t_ж + \frac{q_v \delta}{\alpha}$$

$$t = t_ж + \frac{q_v \delta}{\alpha} + \frac{q_v \delta^2}{2\lambda}\left[1 - \left(\frac{x}{\delta}\right)^2\right] \quad \Rightarrow \quad t_{\max} = t_0 = t_ж + \frac{q_v \delta}{\alpha} + \frac{q_v \delta^2}{2\lambda}$$

Несимметричные условия отвода теплоты от пластины



$$\frac{dt}{dx} = -\frac{q_v x}{\lambda} + c_1; \qquad t = -\frac{q_v x^2}{2\lambda} + c_1 x + c_2.$$

$$\boxed{\left.\begin{matrix} c_1 \\ c_2 \\ x_0 \end{matrix}\right\} ?}$$

$$x = 0; \qquad -\lambda\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=0} = -\alpha_1 (t_{c_1} - t_{ж_1})$$

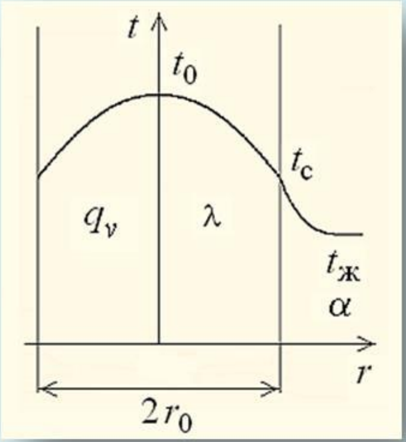
$$x = x_0; \qquad \left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=x_0} = 0;$$

$$x = \delta; \qquad -\lambda\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=\delta} = \alpha_2 (t_{c_2} - t_{ж2})$$

$$\boxed{t^{\text{прав}} = t_{ж_2} + \frac{q_v(\delta - x_0)}{\alpha} + \frac{q_v x_0}{\lambda}(\delta - x) + \frac{q_v}{2\lambda}\left(\delta^2 - x^2\right)} \Rightarrow t_{c_2} = t_{ж_2} + \frac{q_v(\delta - x_0)}{\alpha}$$

$$\boxed{t^{\text{лев}} = t_{ж_1} + \frac{q_v x_0}{\alpha} + \frac{q_v x_0}{\lambda} x + \frac{q_v}{2\lambda} x^2} \Rightarrow t_{c_1} = t_{ж_1} + \frac{q_v x_0}{\alpha}$$

$$t^{\text{прав}}(x_0) = t^{лев}(x_0) \quad \Rightarrow \quad x_0 \frac{\dfrac{t_{ж_2} - t_{ж_1}}{q_v} + \delta \cdot \left(\dfrac{1}{\alpha_2} + \dfrac{\delta}{2\lambda}\right)}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_2}}$$



Температурное поле в цилиндрической стенке при наличии внутренних источников тепла

$$\lambda = const; \qquad q_v = const.$$

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{d}{dr}\left(r\frac{dt}{dr}\right)+\frac{q_v}{\lambda}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{d}{dr}\left(r\frac{dt}{dr}\right)=-\frac{q_v}{\lambda}r$$

$$r\frac{dt}{dr}=-\frac{q_v}{2\lambda}r^2+c_1 \;\Rightarrow\; c_1=0$$

$$r=0; \qquad \left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=0}=0;$$

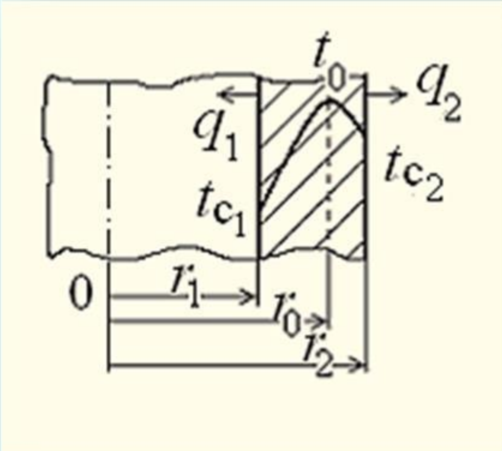
$$\frac{dt}{dr}=-\frac{q_v}{2\lambda}r+\frac{c_1}{r}\Rightarrow \boxed{t=-\frac{q_v}{4\lambda}r^2+c_1\ln r+c_2}$$

$$r=r_0; \qquad -\lambda\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_0}=\alpha(t_c-t_ж)=q_c$$

$$-\lambda\frac{dt}{dr}\bigg|_{r=r_0}=-\lambda\left(-\frac{q_v}{2\lambda}r_0\right)=\boxed{\frac{q_v r_0}{2}=q_c}$$

$$\boxed{t_c=t_ж+\frac{q_v r_0}{2\alpha}}$$

$$\boxed{t=t_ж+\frac{q_v r_0}{2\alpha}+\frac{q_v r_0^{\,2}}{4\lambda}\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]} \Rightarrow \quad t_{\max}=t_0=t_ж+\frac{q_v r_0}{2\alpha}+\frac{q_v r_0^{\,2}}{4\lambda}$$



$$t = -\frac{q_v}{4\lambda} r^2 + c_1 \ln r + c_2$$

$$\boxed{\left.\begin{matrix} c_1 \\ c_2 \\ r_0 \end{matrix}\right\}?}$$

$$r = r_1; \qquad -\lambda \left(\frac{dt}{dx}\right)_{r=r_1} = -\alpha_1 (t_{c_1} - t_{ж_1})$$

$$r = r_0; \qquad \left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_0} = 0;$$

$$r = r_2; \qquad -\lambda \left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_2} = \alpha_2 (t_{c_2} - t_{ж2})$$

САМОСТОЯТЕЛЬНО

$$t^{\text{внут}}(r) = t_{c_1} + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}\left[2\ln\frac{r}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]$$

$$t^{\text{внеш}}(r) = t_{c_2} + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda}\left[1 + 2\left(\frac{r_0}{r_2}\right)^2 \ln\frac{r}{r_2} - \left(\frac{r}{r_2}\right)^2\right]$$

$$t_0 = t_{c_1} + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}\left[\left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 + 2\ln\frac{r_0}{r_1} - 1\right]$$

$$t_0 = t_{c_2} + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}\left[\left(\frac{r_2}{r_0}\right)^2 - 2\ln\frac{r_0}{r_2} - 1\right]$$

$$q_{l1} = \alpha_1 (t_{c_1} - t_{ж_1}) 2\pi r_1$$

$$q_{l2} = \alpha_2 (t_{c_2} - t_{ж_2}) 2\pi r_2$$

$$r_0 = \frac{q_v\left(r_2^2 - r_1^2\right) - 4\lambda\left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)}{q_v \cdot 2\ln\frac{r_2}{r_1}}$$