

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**СИСТЕМА АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ
С ДИСКРЕТНЫМ ПИД-РЕГУЛЯТОРОМ**

Методические указания к выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по направлениям
210100 «Электроника и наноэлектроника»
и 201000 «Биотехнические системы и технологии»

Составитель **О.С. Вадутов**

Издательство
Томского политехнического университета
2014

УДК 621.078

Система автоматического управления с дискретным ПИД-регулятором: метод. указания к выполнению лаб. работы для студентов, обучающихся по направлениям 210100 «Электроника и микроэлектроника» и 201000 «Биотехнические системы и технологии» / сост. О.С. Вадутов; Национальный исследовательский Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2014. – 10 с.

Методические указания рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром кафедры промышленной и медицинской электроники « 26 » марта 2012 года, протокол № 10.

Зав. кафедрой ПМЭ,
доктор технических наук,
профессор

_____ *Г.С. Евтушенко*

Рецензент

Кандидат технических наук
доцент кафедры ПМЭ ТПУ
А.Ф. Готов

Цель работы. Интенсивное развитие современных вычислительных средств привело к разработке и внедрению цифровых систем управления. Целью лабораторной работы является изучение одного из часто используемых алгоритмов цифрового управления, полученного путем аппроксимации непрерывного ПИД-регулятора.

9.1. Дискретный ПИД-регулятор

Непрерывные ПИД-регуляторы получили широкое распространение в промышленности. Алгоритм работы ПИД-регулятора описывается выражением

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt},$$

где k_p , k_i и k_d – коэффициенты передачи соответственно для пропорциональной, интегральной и дифференциальной составляющих выходного сигнала.

В цифровых системах управления входная величина $e(t)$ регулятора квантуются в аналого-цифровом преобразователе (АЦП) по времени с интервалом дискретизации T , и на его вход поступает дискретная последовательность $e(n)$. Выходная последовательность $u(n)$ дискретного ПИД-регулятора формируется в виде суммы

$$u(n) = u_p(n) + u_i(n) + u_d(n),$$

где $u_p(n)$, $u_i(n)$ и $u_d(n)$ – соответственно пропорциональная, интегральная и дифференциальная составляющие. В зависимости от выбранного метода перехода от непрерывных операторов к их дискретным аналогам возникают различные варианты уравнений, описывающих дискретные ПИД-регуляторы.

Пропорциональная составляющая определяется формулой

$$u_p(n) = k_p \cdot e(n).$$

Интегральную составляющую можно аппроксимировать конечной суммой, применив метод прямоугольников или трапеций. При использовании метода прямоугольников (рис. 9.1, а) получаем

$$u_i(n) = k_i T \sum_{m=0}^{n-1} e(m).$$

В том случае, когда для выполнения операции интегрирования применяется метод трапеций (рис. 9.1, б), будем иметь

$$u_{\text{и}}(n) = k_{\text{и}} T \left(\frac{e(0)}{2} + \sum_{m=1}^{n-1} e(m) + \frac{e(n)}{2} \right).$$

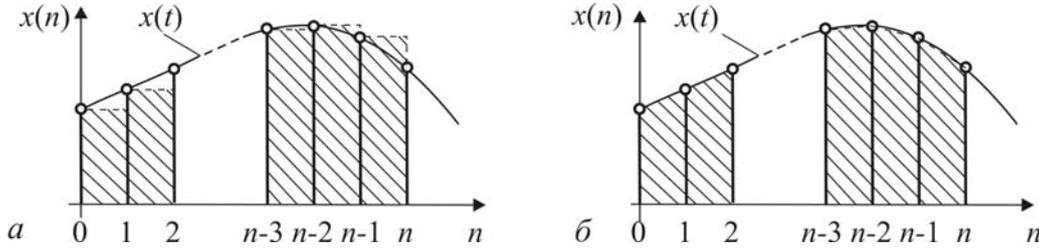


Рис. 9.1. Геометрическое представление интегрирования:
а – по методу прямоугольников, б – по методу трапеций

Производная функции $e(t)$ в момент времени $t = Tn$ аппроксимируется обратной разностью. При этом

$$u_{\text{д}}(n) = k_{\text{д}} \left. \frac{de(t)}{dt} \right|_{t=Tn} \approx k_{\text{д}} \frac{e(n) - e(n-1)}{T}.$$

Таким образом, при использовании метода прямоугольников алгоритм работы дискретного ПИД-регулятора описывается выражением

$$u(n) = k_{\text{п}} \cdot e(n) + k_{\text{и}} T \sum_{m=0}^{n-1} e(m) + \frac{k_{\text{д}}}{T} [e(n) - e(n-1)]. \quad (9.1)$$

В этом алгоритме для формирования интегральной составляющей необходимо запоминать все предыдущие значения сигнала ошибки $e(t)$ и суммировать их на каждом интервале дискретности. Это существенно увеличивает время вычисления текущего значения $u(n)$ управляющего воздействия. Поэтому, как правило, используют рекуррентные алгоритмы, в которых для вычисления текущего значения $u(n)$ используется предыдущее значение $u(n-1)$. Чтобы получить такой алгоритм, перепишем (9.1) в следующем виде

$$u(n-1) = k_{\text{п}} \cdot e(n-1) + k_{\text{и}} T \sum_{m=0}^{n-2} e(m) + \frac{k_{\text{д}}}{T} [e(n-1) - e(n-2)]. \quad (9.2)$$

После вычитания формулы (9.2) из формулы (9.1) получим рекуррентное уравнение

$$u(n) = u(n-1) + q_0 \cdot e(n) + q_1 e(n-1) + q_2 e(n-2), \quad (9.3)$$

где

$$q_0 = k_{\text{п}} + \frac{k_{\text{д}}}{T}; \quad q_1 = -k_{\text{п}} + k_{\text{и}} T - 2 \frac{k_{\text{д}}}{T}; \quad q_2 = \frac{k_{\text{д}}}{T}. \quad (9.4)$$

Если интегрирование выполняется методом трапеций, уравнение дискретного ПИД-регулятора принимает вид

$$u(n) = k_{\text{п}} \cdot e(n) + k_{\text{и}} T \left(\frac{e(0)}{2} + \sum_{m=1}^{n-1} e(m) + \frac{e(n)}{2} \right) + \frac{k_{\text{д}}}{T} [e(n) - e(n-1)].$$

Переходя аналогичным образом к рекуррентной форме, получим разностное уравнение регулятора:

$$u(n) = u(n-1) + g_0 \cdot e(n) + g_1 e(n-1) + g_2 e(n-2), \quad (9.5)$$

где

$$g_0 = k_{\text{п}} + \frac{k_{\text{и}} T}{2} + \frac{k_{\text{д}}}{T}; \quad g_1 = -k_{\text{п}} + \frac{k_{\text{и}} T}{2} - 2 \frac{k_{\text{д}}}{T}; \quad g_2 = \frac{k_{\text{д}}}{T}. \quad (9.6)$$

Полученное разностное уравнение (9.5) по виду не отличается от уравнения (9.3), но значения его коэффициентов связаны с параметрами $k_{\text{п}}$, $k_{\text{и}}$ и $k_{\text{д}}$ непрерывного ПИД-регулятора другими формулами.

Если известны параметры непрерывного ПИД-регулятора, параметры дискретного ПИД-регулятора могут быть рассчитаны по полученным выше формулам.

Если параметры дискретного ПИД-регулятора рассчитываются непосредственно по дискретной модели объекта управления, то необходимо выполнить требования на значения q_0 , q_1 и q_2 , при которых свойства дискретного ПИД-регулятора будут аналогичны свойствам непрерывного ПИД-регулятора.

Реакция дискретного ПИД-регулятора на единичное ступенчатое воздействие рассчитывается по уравнению (9.3):

$$\begin{aligned} u(0) &= q_0; \\ u(1) &= 2q_0 + q_1; \\ u(2) &= 3q_0 + 2q_1 + q_2; \\ &\dots\dots\dots \\ u(n) &= (n+1)q_0 + nq_1 + (n-1)q_2. \end{aligned}$$

Реакция дискретного ПИД-регулятора на ступенчатое воздействие (рис. 9.2) будет аналогична реакции непрерывного ПИД-регулятора, если выполняются условия:

$$\begin{aligned} u(0) &> u(1); \\ u(n-1) &< u(n) \text{ для } n \geq 2. \end{aligned}$$

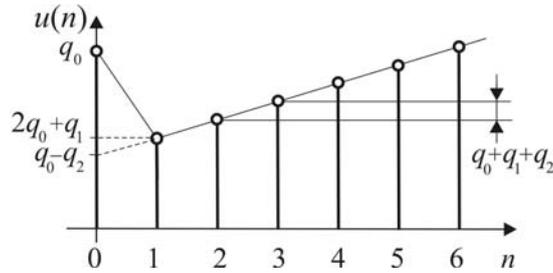


Рис. 9.2. Реакция дискретного ПИД-регулятора на ступенчатое воздействие

Непосредственно из рис. 9.2 следует, что указанные условия выполняются при следующих соотношениях между параметрами регулятора:

$$q_0 + q_1 < 0; \quad q_0 + q_1 + q_2 > 0; \quad q_0 - q_2 > 0.$$

9.2. Выбор периода дискретизации и параметров регулятора

В общем случае выбор периода дискретизации в цифровых системах управления является сложной и неоднозначной задачей, поскольку приходится учитывать противоречивые требования. Так, если выбрать период дискретизации слишком малым, то возрастает время вычисления управляющего воздействия. При большом периоде дискретизации ухудшается качество регулирования. Поэтому выбор периода дискретизации – далеко не тривиальная задача и требует учета многих факторов.

Методы синтеза параметров дискретного ПИД-регулятора можно разделить на две группы.

К **первой группе** относятся методы, предполагающие использование непрерывного ПИД-регулятора в качестве аналога. Сначала тем или иным способом рассчитываются параметры непрерывного ПИД-регулятора, а затем по формуле (9.4) или (9.6) в зависимости от выбранного метода аппроксимации интеграла – параметры дискретного ПИД-регулятора. При этом следует иметь в виду, что при переходе от непрерывных операторов к дискретным возникает погрешность и погрешность тем больше, чем больше период дискретизации T . Поэтому полученные дискретные уравнения регулятора можно считать эквивалентными непрерывным только при условии, что $e(t)$ изменяется незначительно в пределах интервала дискретизации.

Вторую группу образуют методы, основанные на использовании теории дискретных систем. В этих методах параметры регулятора q_0, q_1, q_2 (или g_0, g_1, g_2) определяются непосредственно по дискретным

моделям объекта управления и регулятора с помощью специально разработанных методов.

В лабораторной работе используется метод компенсации полюсов объекта управления нулями дискретного ПИД-регулятора, относящийся ко второй группе.

9.3. Цифровая САУ температуры

Операторно-структурная схема САУ температуры с цифровым регулятором показана на рис. 9.3.

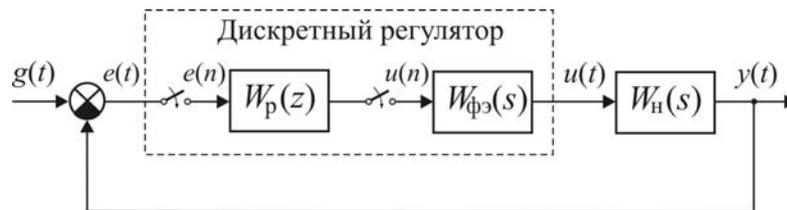


Рис. 9.3. Операторно-структурная схема цифровой САУ температуры

Передаточная функция $W_p(z)$ дискретного регулятора определяется по разностному уравнению (4а):

$$W_p(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{q_0 z^2 + q_1 z + q_2}{z(z-1)}.$$

Формирующий элемент представляет собой фиксатор нулевого порядка и описывается передаточной функцией

$$W_{\text{фэ}}(s) = \frac{1 - \exp(-Ts)}{s}.$$

Электрическая печь с нагревательным элементом представляет собой апериодическое звено второго порядка и имеет передаточную функцию

$$W_{\text{н}}(s) = \frac{k_0}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}.$$

Передаточная функция приведенной непрерывной части равна

$$W_{\text{н}}(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W_{\text{н}}(s)}{s} \right\} = \frac{r_0 z + r_1}{(z-d_1)(z-d_2)},$$

где $d_1 = e^{-T/T_1}$, $d_2 = e^{-T/T_2}$ – полюсы.

Согласно методу компенсации выберем передаточную функцию регулятора в следующем виде

$$W_p(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{q_0(z-d_1)(z-d_2)}{z(z-1)} = q_0 \frac{z^2 + (-d_1 - d_2)z + d_1 d_2}{z(z-1)}.$$

9.4. Выполнение лабораторной работы

Методические указания

Схема моделирования цифровой САУ температуры показана на рис. 9.4.

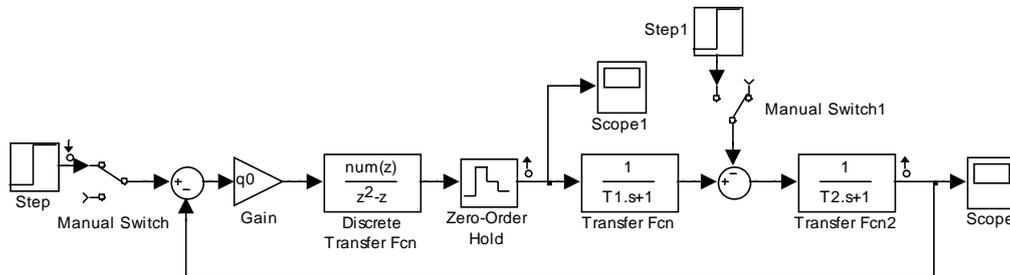


Рис. 9.4. Схема моделирования цифровой САУ температуры

Настройка параметров модели включает следующие действия:

- установка значений постоянных времени T_1 и T_2 модели объекта управления;
- установка выбранного значения периода T дискретизации;
- расчёт значений полюсов $z_1 = d_1 = e^{-T/T_1}$ и $z_2 = d_2 = e^{-T/T_2}$ приведенной непрерывной части;
- расчёт и установка значений коэффициентов полинома $z^2 + (-d_1 - d_2)z + d_1d_2$ дискретного регулятора (num(z)).

В лабораторной работе исследуется влияние периода дискретизации T и коэффициента передачи q_0 дискретного ПИД-регулятора на показатели переходных процессов, вызванных изменением задающего и возмущающего воздействий.

Программа

1. Составить в среде моделирования MatLab/Simulink модель системы согласно схеме, приведенной на рис. 9.4.

Примечание. Параметры объекта управления задаются преподавателем.

2. Установить значение периода дискретизации $T = T_1/2$ в модели фиксатора нулевого порядка (Zero-Order Hold). Рассчитать и установить значения параметров дискретного регулятора. Найти экспериментально (методом проб и ошибок) значение коэффициента передачи регулятора q_0 (Slider Gain), при котором система устойчива и имеет слабоколебательные переходные процессы.

3. Пронаблюдать и зафиксировать процессы на выходе дискретного регулятора и системы:

- 1) при ступенчатом изменении задающего воздействия;
- 2) ступенчатом изменении возмущающего воздействия;
- 3) возмущающем воздействии, изменяющемся по случайному закону.

Сделать выводы.

4. Исследовать влияние периода T дискретизации на качество процесса управления. Для этого установить значение периода дискретизации $T = T_1/4$ в модели фиксатора нулевого порядка (Zero-Order Hold). Рассчитать и установить значения параметров дискретного регулятора. Пронаблюдать и зафиксировать процессы на выходе дискретного регулятора и системы при ступенчатом изменении возмущающего воздействия. Сравнить с соответствующими процессами, полученными в п. 3, и сделать выводы.

Примечание. Значение коэффициента передачи q_0 дискретного регулятора принять из п. 3.

5. Исследовать влияние неточности компенсации полюсов объекта на качество процесса управления, увеличив и уменьшив значение постоянной времени T_2 объекта управления на 20 %.

Для этих двух случаев Рассчитать и установить значения параметров дискретного регулятора. Пронаблюдать и зафиксировать процессы на выходе дискретного регулятора и системы при ступенчатом изменении возмущающего воздействия. Сравнить с соответствующими процессами, полученными в п. 3, и сделать выводы.

Примечание. Значение коэффициента передачи q_0 дискретного регулятора примите из п. 3.

9.5. Контрольные вопросы и задания

1. Поясните особенности дискретных систем регулирования.
2. Объясните работу фиксатора нулевого порядка.
3. Запишите передаточную функцию дискретного ПИ-регулятора.
4. Какое влияние оказывает период дискретизации на устойчивость системы?

Учебное издание

СИСТЕМА АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С ДИСКРЕТНЫМ ПИД-РЕГУЛЯТОРОМ

Методические указания
к выполнению лабораторной работы

Составитель

ВАДУТОВ Олег Самигулович

Авторская редакция

Подписано к печати . Формат 60×84/16. Бумага «Снегурочка».

Печать Хероx. Усл.печ.л. 0,52. Уч.-изд.л. 0,47.

Заказ . Тираж экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет

Система менеджмента качества

Томского политехнического университета сертифицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту ISO 9001:2008



ИЗДАТЕЛЬСТВО  ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.

Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru