

Министерство образования Российской Федерации  
Томский политехнический университет

---

**В.Г. Букреев**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ  
АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ  
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ**

Учебное пособие

Томск 2002

УДК 62-83 : 621. 313.2 : 681. 513. 68  
Б 90

Букреев В.Г. Математическое обеспечение адаптивных систем управления электромеханическими объектами. Учебное пособие. - Томск: Изд - во ТПУ, 2002. - 132 с.

В учебном пособии рассматриваются теоретические вопросы проектирования адаптивных систем управления (СУ), обеспечивающих оптимальное движение электромеханических объектов (ЭМО) с нестационарными и неконтролируемыми возмущениями. Приведены основные методы синтеза структур и параметров регуляторов, наблюдателей состояния, обратных связей адаптивных СУ. Для конструирования систем управления объектами большой размерности используется декомпозиция на ряд независимых или слабосвязанных подсистем.

Предлагается алгоритмический метод проектирования дискретных систем, позволяющий синтезировать в реальном масштабе времени адаптивные законы управления многосвязными электромеханическими объектами. Излагаются методы и алгоритмы построения субоптимального управления ЭМО с полным и частично измеряемым вектором состояния.

Учебное пособие подготовлено на кафедре электропривода и автоматизации промышленных установок ТПУ и предназначено для научных работников, аспирантов, технических специалистов, студентов направления 551300, занимающихся исследованием систем управления технологическими процессами и промышленным оборудованием с различными электромеханическими объектами.

Печатается по постановлению Редакционно-издательского Совета Томского политехнического университета.

#### Рецензенты:

А.П. Зайцев – кандидат технических наук, доцент кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок;

Ю.И. Параев – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики ТГУ.

Темплан 2002

© Томский политехнический университет, 2002

## ВВЕДЕНИЕ

Одним из направлений повышения производительности труда является автоматизация технологических процессов с использованием интеллектуальных систем управления промышленным оборудованием. На этапе проектирования таких систем предполагается, как правило, их представление в виде функционально законченных подсистем. При этом выделяется три основных иерархических уровня управления:

1. Стратегический (высший) уровень управления. На данном уровне осуществляется обеспечение решений глобальных задач управления технологическим процессом и, в частности, планирование функционированием оборудования.

2. Tактический (средний) уровень управления. Этот уровень предполагает решение задач локального управления технологическим процессом, например, распределение движений механизмов промышленного оборудования по степеням подвижности.

3. Исполнительный (нижний уровень) управления. Для этого уровня характерно непосредственное цифровое или цифро-аналоговое управление исполнительными приводами механизмов оборудования.

Несмотря на условный характер разбиения системы управления промышленным оборудованием на перечисленные уровни, а также с возможным включением дополнительных уровней, связанных с требованиями к технологическому процессу, например, с синхронизацией работы механизмов или решением задач искусственного интеллекта, наличие исполнительного уровня является обязательным. Поэтому создание высокопроизводительного промышленного оборудования неразрывно связано с улучшением характеристик замкнутой системы управления исполнительными приводами как подсистемы соответствующего уровня управления технологическим процессом. Следует отметить, что на многих предприятиях повышение производительности труда обеспечивается не заменой устаревшего оборудования на более новые образцы, а путем модернизации составных элементов существующего оборудования. При этом экономически целесообразным вариантом является улучшение характеристик и расширение функциональных свойств систем управления технологическими процессами, включая систему управления исполнительными приводами.

Из всего многообразия исполнительных приводов наибольшее распространение получили электромеханические приводы (далее электромеханические объекты - ЭМО), отличающиеся высокой надежностью, возможностью оперативной перенастройки законов регулирования, большим разнообразием силовых преобразователей, совместимых с управляющими цифровыми контроллерами и ЭВМ высшего уровня управления. Однако наличие в контурах управления ЭМО элементов и устройств, функционирующих в дискретном (импульсном) режиме, приводит к существенному изменению свойств замк-

нотой системы регулирования. Для исследования процессов в таких системах необходимо использовать современную теорию дискретных систем управления ЭМО, таких, как методы адаптивного управления, методы идентификации неизвестных параметров и восстановления неизмеряемых переменных исполнительных приводов.

Очевидно, что для достижения требований к точности слежения задающих траекторий, устойчивости движения во всем пространстве параметров ЭМО, функционирующих в условиях параметрических и координатных возмущений, требуется организация оптимального и адаптивного управления исполнительным двигателем. Наибольшую сложность представляет компенсация параметрических возмущений в ЭМО, так как в отличие от координатных возмущений, которые имеют сигнальную природу и поддаются измерению, информация о нестабильности характеристик элементов объекта непосредственно не контролируется, а фиксируется косвенным путем - по приращению какой-либо переменной состояния. Кроме того, параметрические возмущения оказывают влияние как на переходный процесс, так и на установившийся режим в ЭМО.

Современные методы исследования дискретных СУ ЭМО базируются на представлении математических моделей объектов в пространстве состояний с использованием дифференциальных и разностных уравнений. При этом особое значение принимают такие методы синтеза систем управления, которые позволяют получить аналитическую форму записи законов и алгоритмов регулирования.

Основополагающими работами в теории исследования дискретных систем управления, результаты которых широко используются для проектирования СУ различными объектами, в том числе и электромеханическими, являются работы Р. Калмана, А. М. Летова, Л.С. Понтрягина, Р. Беллмана, Я.З. Цыпкина, А. А. Красовского и других.

Основное место в учебном пособии занимают вопросы методологического и математического обеспечения адаптивных регуляторов в широтно-импульсных системах управления электромеханическими объектами с нестационарными и неконтролируемыми возмущениями.

Для синтеза адаптивных регуляторов СУ ЭМО используется алгоритмический подход, который аккумулирует все положительные свойства аналитического конструирования оптимальных регуляторов и создает новые возможности как в процессе предварительного проектирования системы управления, так и при непосредственном управлении текущим состоянием электромеханического объекта.

## Г л а в а 1

# ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С ДИСКРЕТНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

Большинство промышленных механизмов с исполнительными электроприводами (ЭП) относятся к многомерным электромеханическим объектам с несколькими входами и выходами. Вопрос об адекватности модели динамического движения реальным протекающим процессам в таких ЭМО неразрывно связан со сложностью задач, решаемых исполнительными электроприводами. При этом общими режимами работы исполнительных ЭП практически всех промышленных механизмов принимаются следующие:

- режим перемещения рабочего органа (вала электродвигателя) ЭП из одного положения в другое с ограничениями на переменные состояния или без ограничений;
- режим слежения за программным заданием на перемещение рабочего органа (вала электродвигателя) или изменение других переменных состояния;
- режим стабилизации скорости движения рабочего органа (вала электродвигателя) или стабилизации других переменных состояния.

Анализ современных электроприводов показывает, что улучшение основных характеристик промышленного механизма - полезной мощности, снимаемой с единицы массы механизма, погрешности позиционирования, количества степеней подвижности - возможно как за счет применения малоинерционных электродвигателей постоянного тока (в том числе бесколлекторных), так и асинхронных двигателей. Несмотря на то, что доля коллекторных двигателей постоянного тока сокращается в общем объеме выпуска двигателей, в эксплуатации находится большое количество двигателей данного типа. Поэтому при необходимости улучшения характеристик действующего технологического оборудования с двигателями постоянного тока при нестационарных и неконтролируемых возмущениях повышаются требования к системе управления электроприводом, которые можно выполнить путем использования адаптивных алгоритмов. Наряду с этим интенсивно развивается направление автоматизированного электропривода с вентильным двигателем - бесколлекторным двигателем постоянного тока, имеющим минимальную удельную массу по сравнению с двигателями других типов.

Вопросам исследования электроприводов, их характеристик в системах управления технологическими процессами посвящено большое количество работ, среди которых особое место занимают фундаментальные работы известных ученых: Петрова Ю.П., Борцова Ю.А., Бургина Б.Ш., Кагана В.Г., Глазенко Т.А., Бельмана М.Х., Трахтенберга Р.М., Кулесского Р.А., Лебедева Н.И., Овчинникова И.Е., Козярука А.Е., Сабина Ю.А. и многих других.

Возрастающие требования к точности регулируемых процессов, устойчивости движения ЭМО со многими степенями подвижности, необходимость оценки неизмеряемых переменных значительно усложнили функции систем управления исполнительными приводами. Особенно остро стоит проблема компенсации неконтролируемых возмущений в быстродействующих ЭП. В этой связи для решения вопросов синтеза параметров законов регулирования, наряду с определением структуры системы управления ЭП, требуется предварительное выявление особенностей электромеханического объекта управления, связанных с воздействием координатных и параметрических возмущений.

### 1.1. Анализ функционирования исполнительных приводов ЭМО

Разнообразие технологического оборудования с электроприводами можно представить в виде следующих групп:

- оборудование с продолжительным режимом работы (вентиляторы и т.д.);
- обрабатывающие станки;
- прессовое, кузнечное и резательное оборудование;
- горнодобывающее и нефтегазовое оборудование;
- транспортные механизмы;
- манипуляторы и роботы;
- контрольно-испытательное оборудование;
- телескопические системы и оптическое оборудование.

В табл. 1.1.1 приведены сравнительные данные технических требований к характеристикам некоторых групп промышленного оборудования.

Таблица 1.1.1

Технические требования к характеристикам	Общепромышленное оборудование и механизмы	Манипуляторы и робототехническое оборудование	Оптико - механическое оборудование
Установившаяся погрешность скорости движения, %	0.5 - 0.01	0.2 - 0.01	0.1 - 0.001
Качество динамики скорости движения	Обычное	Высокое	Предельное быстродействие
Диапазон регулирования скорости	1 : 100	1 : 10 <sup>4</sup>	1 : 10 <sup>6</sup>
Масса, габариты, энергопотребление	В рамках энергосбережения	Ограничены (по условиям эксплуатации)	Минимальные
Возмущения	Стационарные малые	Нестационарные малые	Нестационарные большие
Температура окружающей среды, °С	+ 10 ÷ +30	-20 ÷ + 40	-60 ÷ + 60

Основные дестабилизирующие факторы, приводящие к координатным и параметрическим возмущениям в исполнительных приводах технологического оборудования, можно объединить следующим образом:

- воздействия механического характера: старение, износ, удары, ускорения;
- климатические возмущения: изменение температуры, влажности и т.д.;
- изменения характеристик источника питания: нестабильность уровня, частоты питающего напряжения;
- вариации внешней механической нагрузки: стабильная, нестабильная, с переменным моментом инерции и т.д.;
- прочие факторы: конструкторско-технологический разброс параметров, биологические факторы и т.д.

Далее на примере электромеханического объекта с малоинерционным двигателем постоянного тока рассмотрим основные нестационарные параметры, изменение которых отражает воздействие вышеотмеченных дестабилизирующих факторов. В первую очередь такими параметрами является электромагнитная  $T_{\text{Э}}$  и электромеханическая  $T_{\text{М}}$  - постоянные времени двигателя. Высокие массогабаритные показатели, значительная перегрузочная способность малоинерционных двигателей сочетаются с малыми значениями  $T_{\text{Э}}$  и  $T_{\text{М}}$ , которые соответственно на  $1 \div 2$  и  $5 \div 7$  порядков меньше, чем у двигателя обычной конструкции. Однако предельные значения динамических показателей большинства малоинерционных двигателей настолько значительны, что выбор ускорения и кратности по моменту (току) должен быть согласован с прочностью кинематических звеньев производственного механизма, структурой импульсного преобразователя и допустимым нагревом двигателя.

Определяющее влияние на параметры и структуру силового импульсного преобразователя оказывает малая индуктивность двигателя и значительный номинальный ток при небольшом питающем напряжении. Это проявляется в увеличении габаритов и массы преобразователя вследствие усложнения его схемных решений для обеспечения энергетической и динамической эффективности электропривода в целом.

Анализ постоянных времени нагрева малоинерционных двигателей показывает, что длительность нагрева якоря до минимальной температуры при кратности тока более  $3 \div 4$  раз соизмерима с длительностью переходного процесса ЭП. Использование высоких ускорений двигателя требует управляемого токоограничения по его тепловому состоянию, т.е., при построении структуры системы управления и синтезе ее параметров необходимо учитывать изменение теплового состояния двигателя, которое, с учетом известных допущений, для двигателя постоянного тока может быть записано уравнением

$$T_{\theta} \dot{\theta}(t) = i^2(t) R_{\text{д}} / A_{\text{д}} - \theta(t), \quad (1.1.1)$$

где  $T_{\theta}, \theta(t), i(t), R_{\text{д}}, A_{\text{д}}$  - соответственно тепловая постоянная, температура, ток, сопротивление, коэффициент теплоотдачи двигателя.

Другой особенностью малоинерционных двигателей является значительная неравномерность на малых частотах вращения. Это связано с тем, что в этой области работы привода существенное влияние оказывают возмущающие воздействия, обусловленные конструктивными и внешними факторами. К первым относятся износ подшипникового узла, состояние коллектора, щеток и т.д. Вторые, в свою очередь, определяются нестабильностью характеристик магнитного материала, температурой окружающей среды, колебаниями нагрузки и т.д. Распространенной характеристикой неравномерности частоты вращения служит коэффициент

$$K_H = (\omega_{MAX} - \omega_{MIN}) / \omega_{CP} = \Delta\omega / \omega_{CP} \quad (1.1.2)$$

где  $K_H, \omega_{MIN}, \omega_{CP}, \omega_{MAX}$  - соответственно коэффициент неравномерности, минимальное, среднее, максимальное значение частоты вращения. Выражение (1.1.2) характеризует относительную амплитуду частоты вращения двигателя, и для оценки ее случайной составляющей необходимо определить дисперсию. Дисперсия колебаний частоты вращения относительно среднего значения  $\omega_{CP}$

$$D_{\Delta\omega} = \left( \sum_{j=1}^{m-1} \Delta\omega_j^2 \right) / (m-1), \quad (1.1.3)$$

где  $m = T_{II} / \Delta t$  - число точек на измеряемом интервале  $T_{II}$  процесса  $\Delta\omega(t)$ ,  $\Delta t$  - время, необходимое для обработки измеряемого сигнала.

Анализируя экспериментальные зависимости  $\omega(t)$  некоторых типов малоинерционных двигателей, установлено наличие субгармонических колебаний частоты вращения, одной из причин которых является нестационарность момента внутреннего трения двигателя. Значение этого момента для многих двигателей составляет от 5 до 10% номинального момента. Поэтому при повышенных требованиях к динамическим процессам ЭП при синтезе законов управления и регулирования возникает необходимость учета разброса начального значения тока двигателя.

К особенностям электропривода, как объекта управления, следует отнести также нестационарность момента инерции и момента нагрузки, их значительную зависимость от пространственного расположения кинематических звеньев механизма. Кроме того, наряду с непосредственным соединением вала двигателя с механизмом достаточно широко используется механическая передача энергии через различные типы редукторов. Очевидно, что первый вариант конструктивной компоновки механической части ЭП позволяет получить максимальную жесткость кинематической схемы с максимальным приближением технических характеристик привода и рабочего органа механизма друг к другу. Реализация второго варианта компоновки, вызванная в основном отсутствием электродвигателей с высокой удельной мощностью либо необходимостью повышения скорости движения (производительности)



механизма, требует принятия дополнительных мер для устранения влияния люфта и других нежелательных факторов, возникающих вследствие включения редукторов. Эти меры разделяются на способы улучшения конструкции механизма и методы структурной и алгоритмической организации системы управления ЭП. Если первые имеют ограниченные возможности, то применение вторых позволяет реализовать адаптивные алгоритмы и законы управления.

## **1.2. Структуры цифровых систем управления ЭМО**

Определяющим направлением развития автоматизированного ЭП является широкое применение цифровой вычислительной техники промышленных контроллеров и микропроцессорных модулей. Цифровые системы управления электроприводами по сравнению с аналоговыми обладают рядом преимуществ, которые обусловлены в основном формой представления информационных сигналов. К наиболее существенным из них можно отнести следующие: высокую точность обработки информационно - измерительных сигналов; простую и надежную связь с ЭВМ верхнего уровня в иерархической структуре управления; независимость технических характеристик системы управления от изменения внешней среды; возможность диагностики и самодиагностики, что особенно важно для предотвращения аварийных режимов работы и увеличения производительности электрооборудования.

Опыт разработок отечественных и зарубежных цифровых ЭП свидетельствует о широком использовании микроЭВМ и микропроцессоров при построении систем стабилизации скорости вращения двигателя и позиционных систем управления различными механизмами. Однако использование цифровых программных устройств в ЭП сопряжено с решением ряда таких вопросов, как синтез алгоритма функционирования СУ для получения желаемых свойств привода, построение структуры аппаратной части системы управления и технической реализации измерительных устройств обратной связи. Независимо от типа исполнительных электродвигателей существует несколько важных особенностей, которые необходимо учитывать при проектировании управляющих контроллеров для ЭП.

Первая особенность - при определении законов управления приводами следует учитывать характер изменения задающих траекторий движения для ЭП, формируемых на тактическом уровне. Так, например, в силу сложности решения задачи планирования перемещений механизма со многими степенями подвижности, необходимо оценить возможность выполнения этой задачи и текущего управления однокоординатными приводами управляющими контроллерами СУ исполнительного уровня.

Вторая - исполнительный уровень представляет собой многоконтурную цифровую систему управления непрерывным объектом (в данном случае электродвигателем с механической нагрузкой), функции которой обычно заключаются в следующем:

- задание законов управления и планирование траекторий движения однокоординатного привода;
- определение рассогласований между заданием и текущим состоянием;
- организация цифрового регулирования скорости перемещения, положения или усилия, обеспечивающего выполнение задания;
- организация оптимального и адаптивного управления, обеспечивающая компенсацию параметрических и координатных возмущений в ЭП.

Третья - система управления приводом рассматривается как специализированный микропроцессорный модуль, программное и аппаратное обеспечение которого должно соответствовать синтезированным алгоритмам управления.

Как и аналоговые системы управления ЭП, находящиеся в настоящее время в эксплуатации на многих предприятиях, цифровые СУ приводами подразделяются по принципу управления, законам регулирования, по способам задания управляющего воздействия и т.д. Кроме того, возможна классификация систем управления ЭП по признакам, присущим цифровым вычислительным устройствам. Один из вариантов такой классификации приведен на рис.1.2.1. Достоинства цифрового управления максимально проявляются при построении мультипроцессорной СУ, когда в каждом контуре регулирования тока, скорости движения и положения каждого электропривода механизма используется автономный микропроцессорный модуль. При этом, для некоторых типов быстродействующих электроприводов контур регулирования тока электродвигателя выполняется в аналоговом виде, либо используется отдельный микропроцессорный модуль регулятора тока, осуществляющий стабилизацию тока на заданном уровне. В качестве закона регулирования скорости двигателя применяется пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД) закон и его модификации. Здесь следует отметить, что при сохранении принципа подчиненного регулирования программная реализация этого закона по сравнению с аппаратной требует значительно больших затрат, и управление в целом может быть менее эффективным за счет недостаточного использования вычислительных мощностей управляющего контроллера (УК).



Рис. 1.2.1. Классификация цифровых систем управления электроприводами

Таким образом, наибольшее распространение среди всего многообразия структур цифровых СУ ЭП получили: полностью цифровой вариант с УК в прямой цепи управления, реализующий, кроме основных законов регулирования алгоритмы адаптации, и гибридный вариант, когда внешний контур положения выполняется цифровым, а во внутренних - обработка сигнала осуществляется в аналоговой форме. Причем последний вариант имеет место при модернизации АСУ технологическим оборудованием с ранее установленными комплектными электроприводами. Блок-схема одного из возможных структурных решений цифро-аналогового привода изображена на рис.1.2.2. Управляющая ЭВМ, в качестве которой может быть любое программное устройство (в зависимости от требований к технологическому процессу), в том числе микро-ЭВМ или управляющая ЦВМ, в соответствии с программой анализирует текущие значения тока  $i(t)$ , скорости  $\omega(t)$ , положения  $\alpha(t)$  вала двигателя (Д).

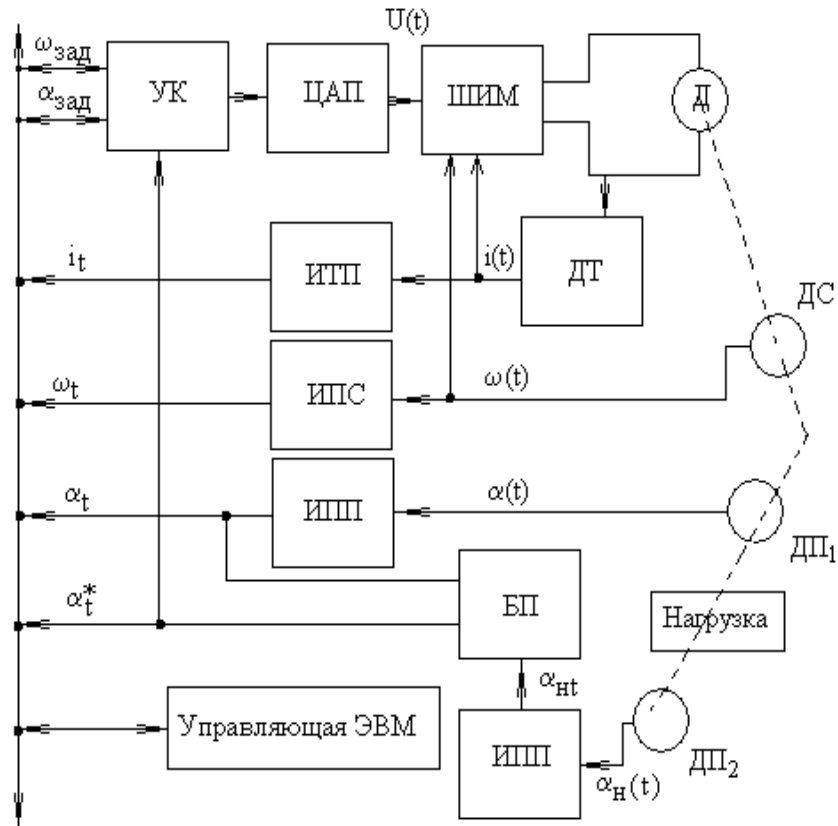


Рис. 1.2.2. Блок-схема одного из вариантов цифро-аналогового электропривода

Согласно алгоритма работы УК, преобразованный цифро-аналоговым преобразователем (ЦАП), управляющий сигнал  $u(t)$  поступает на широтно-импульсный модулятор (ШИМ) скорости двигателя с внутренним контуром динамического токоограничения. Непрерывные значения  $i(t)$ ,  $\omega(t)$ ,  $\alpha(t)$ , измеренные датчиками тока (ДТ), скорости (ДС) и положения (ДП), преобразуются в цифровую форму соответствующими преобразователями ИПТ, ИПС, ИПП. Функции блока переключения (БП) заключаются в следующем:

$$\alpha^*(t) = \begin{cases} \alpha(t); npu(\alpha_H(t) - \alpha(t)) > \Delta\alpha_L \\ \alpha_H(t); npu(\alpha_H(t) - \alpha(t)) \leq \Delta\alpha_L \end{cases} \quad (1.2.1)$$

где  $\Delta\alpha_L$  - заданное значение люфта в кинематических соединениях вала двигателя и нагрузки.

Структурная схема цифрового привода рассмотрена на рис. 1.2.3, где связи между блоками изображены сплошными линиями. Часть вектора измерений - ток  $i(t)$  и скорость  $\omega(t)$  - двигателя с выхода первичных датчиков поступает на вход ШИМ, а значения положения  $\alpha(t)$  вала двигателя квантуются по уровню и времени измерительным преобразователем. Вектор измерения здесь равен

$$y(t) = [i(t), \omega(t), \alpha(t)]^T = Cx(t), \quad (1.2.2)$$

где  $x(t)$  -  $n$ -мерный вектор состояния;  $C$  - матрица измерений, соответствующей размерности.

В состав алгоритмов работы вычислительного устройства (ВУ) целесообразно включить следующие алгоритмы:

- для режима стабилизации скорости двигателя

$$\omega_t^* = \omega_{ЗАМ} \quad \text{при любых } \Delta\alpha_t = \alpha_{ЗАД} - \alpha_t; \quad (1.2.3)$$

- для режима позиционирования

$$\omega_t^* = \begin{cases} \omega_{ЗАД} & \text{при } \Delta\alpha_t > K_{НОРМ}\omega_{ЗАД}; \\ \alpha_t & \text{при } \Delta\alpha_t < K_{НОРМ}, \end{cases} \quad (1.2.4)$$

где  $K_{НОРМ}$  - нормирующий множитель, согласующий сигналы контуров положения и скорости двигателя. При этом, преобразованный цифро-аналоговым преобразователем выходной сигнал  $u_t$  ВУ является входным сигналом ШИМ.

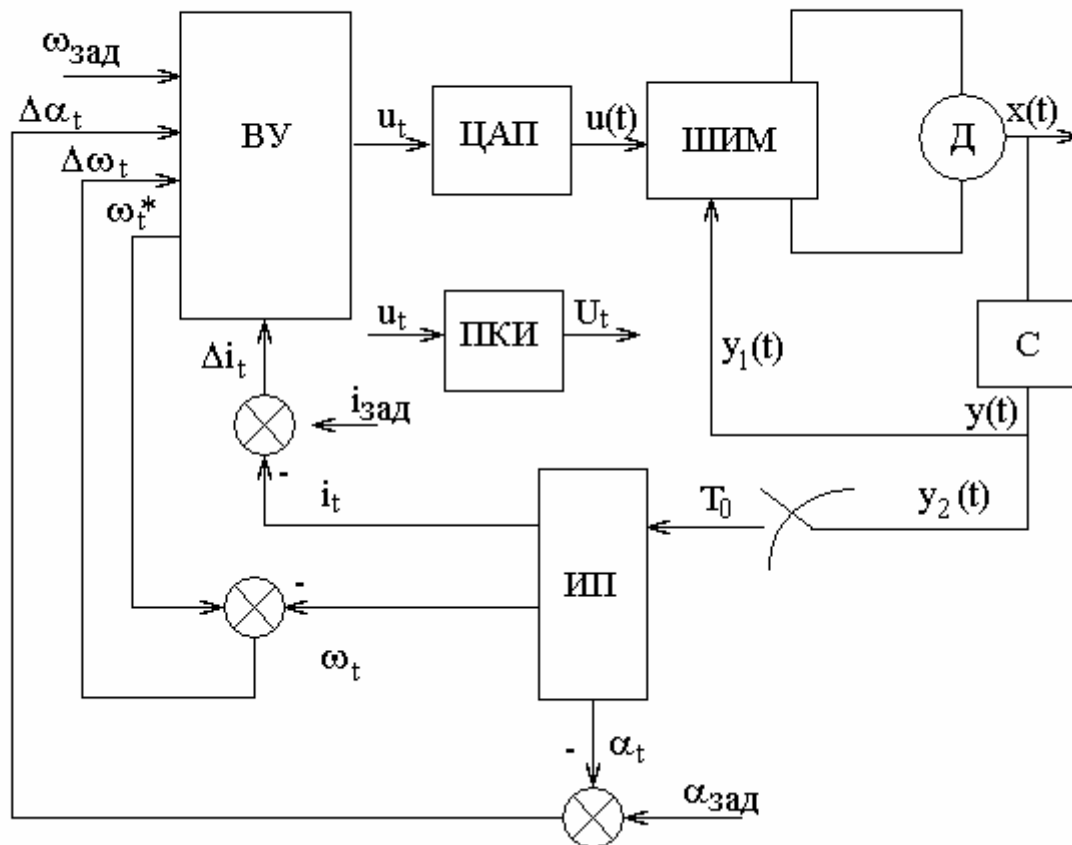


Рис. 1.2.3. Вариант структуры цифрового электропривода

Алгоритм (1.2.4) формирования задающего сигнала контура скорости двигателя позволяет уменьшить влияние люфта и упругости в кинематических соединениях ЭМО на точность позиционирования его рабочего органа путем плавного уменьшения задания скорости вращения двигателя в зоне  $\Delta\alpha_{MIN}$  позиционирования пропорционально рассогласованию по положению

(принцип "дотягивания"). При построении регуляторов скорости и тока в цифровом виде все составляющие вектора измерений  $y(t)$  квантуются измерительными преобразователями по времени и уровню.

Выходной сигнал  $u_t$  ВУ при этом преобразуется преобразователем код-интервал ПКИ в управляющее воздействие  $U_t$ , которое далее усиливается импульсным усилителем (где индекс "t" - дискретное время). Для реализации цифрового ПИД - закона регулирования, например скорости вращения двигателя, приращение  $\Delta u_t$  в разностной форме будет иметь вид

$$\Delta U_t = K_{II}(\omega_t - \omega_{t-1}) + K_D(\omega_t - 2\omega_{t-1} + \omega_{t-2}) + K_I(\omega_t^* - \omega_t), \quad (1.2.5)$$

где  $K_{II}$ ,  $K_D$ ,  $K_I$  - соответственно коэффициенты пропорциональных, дифференциальных, интегральных составляющих закона регулирования;  $\omega_t^*$  - определяется по уравнениям (1.2.3), (1.2.4).

Приращение входного сигнала ШИМ равно

$$\Delta U_t = U_t - U_{t-1}, t = jT, j = 1, 2, \dots, \quad (1.2.6)$$

где  $T$  - интервал дискретности широтно-импульсного модулятора.

Выражение (1.2.4) записано с учетом того, что заданное значение скорости  $\omega_t^*$  на интервале дискретности  $T$  не изменяется. Аналогичный вид будет иметь цифровой пропорционально - интегрально- дифференциальный закон регулирования тока.

Некоторые структуры адаптивных регуляторов и устройств обратных связей систем управления электроприводами рассмотрены в четвертой главе.

### 1.3. Модели автономных дискретных СУ ЭМО

При построении математической модели цифровых систем управления электромеханическими объектами необходимо отыскать разумный компромисс между двумя противоречивыми факторами: стремлением отразить все свойства замкнутой системы регулирования и ее элементов и степенью сложности математического описания для быстрого и удобного решения задачи исследования.

Для формирования в пространстве состояний математической модели ЭМО с дискретной модуляцией управляющего сигнала целесообразно рассмотреть отдельно его составляющие структурные звенья: непрерывную электромеханическую часть, включающую исполнительный электродвигатель и механическую нагрузку, дискретный модулятор с источником (преобразователем) энергии, систему управления и измерительные цифровые преобразователи переменных состояния.

Уравнения электрического равновесия двигателя постоянного тока на интервалах коммутации полупроводникового коммутатора (ПК) записываются следующим образом:

- для включенного состояния ПК, где  $t \in (t_0 + jT, t_0 + jT + \gamma)$ ,

$$\begin{aligned} L_\phi \dot{i}_1(t) &= U_0 R_\phi i_1(t) - U_c(t), \\ C_\phi \dot{U}_c(t) &= i_1(t) - i(t), \\ L_d(i) \dot{i}(t) &= U_c(t) - R_d i(t) - C_d(i) \omega(t), \end{aligned} \quad (1.3.1)$$

- для выключенного состояния ПК, где  $t \in (t_0 + jT + \gamma, t_0 + (j+1)T)$ ,

$$\begin{aligned} L_\phi \dot{i}_1(t) &= U_0 R_\phi i_1(t) - U_c(t), \\ C_\phi \dot{U}_c(t) &= i_1(t), \\ L_d(i) \dot{i}(t) &= -R_d i(t) - C_d(i) \omega(t), \end{aligned} \quad (1.3.2)$$

где  $U_0$ ,  $U_c(t)$  - соответственно напряжение питающей сети и конденсатора входного фильтра (ВФ) широтно-импульсного преобразователя;  $L_\phi$ ,  $R_\phi$ ,  $C_\phi$  - индуктивность, сопротивление и емкость конденсатора ВФ;  $L_d(i)$ ,  $R_d$  - индуктивность и сопротивление цепи двигателя;  $i_1(t)$  - входной ток ВФ;  $i(t)$  - ток двигателя;  $\omega(t)$  - скорость вращения двигателя;  $C_d(i)$  - конструктивная постоянная двигателя;  $T$  - период коммутации ПК;  $\gamma$  - относительная длительность включения ПК;  $t_0$  - время начального состояния.

Механической нагрузкой двигателя могут быть конструкции, кинематические звенья которых претерпевают различные деформации, изменяющиеся по величине и знаку под действием массы. Как отмечалось выше, одной из распространенных моделей механического взаимодействия исполнительного двигателя ЭМО и его нагрузкой является двухмассовая модель механической системы. Здесь предполагается, что вал двигателя с моментом инерции якоря соединен посредством невесомого эквивалентного упругого вала с коэффициентом жесткости  $F_{\text{УПР}}$  с сосредоточенной механической нагрузкой, момент инерции которой равен  $J_H$ . Для такой модели, с учетом люфта и эффекта упругости, можно записать:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}(t) &= \omega(t), \\ J_d \dot{\omega}_d(t) &= C_d(i) i(t) - f(\alpha_y, \Delta\alpha_L) - [F_d \omega_d(t) - M_{\text{УПР}}(\alpha_y, \Delta\alpha_L) - S_d \text{sign} \omega(t)], \\ \alpha_H(t) &= \omega_H(t), \\ J_H \dot{\omega}_H(t) &= f(\alpha_y, \Delta\alpha_L) - [F_H \omega_H(t) - S_H \text{sign} \omega(t) - M_H], \end{aligned} \quad (1.3.3)$$

где  $\alpha$ ,  $\alpha_H$  - соответственно углы поворота вала двигателя и исполнительного кинематического звена;  $F_d$ ,  $S_d$ ,  $F_H$ ,  $S_H$  - соответственно коэффициент вязкого демпфирования и момент сухого трения двигателя и кинематических звеньев нагрузки;  $M_{\text{УПР}}$  - момент в эквивалентном упругом элементе, равный

$$M_{\text{УПР}}(\alpha_y, \Delta\alpha_L) = \begin{cases} F_{\text{УПР}}(\alpha_y - \Delta\alpha_L / 2), & \text{при } \alpha_y > +\Delta\alpha_L / 2, \\ 0, & \text{при } \alpha_y < \Delta\alpha_L / 2, \\ F_{\text{УПР}}(\alpha_y - \Delta\alpha_L / 2), & \text{при } \alpha_y < -\Delta\alpha_L / 2, \end{cases} \quad (1.3.4)$$

где  $\alpha_y$  - угол скручивания упругого вала;  $\Delta\alpha_{\text{Л}}$  - значение люфта;  $F_{\text{УПР}}$  - коэффициент вязкого трения в упругом элементе;  $\omega_H(t)$  - скорость движения рабочего органа с нагрузкой;  $M_H$  - момент нагрузки. Функция  $f(\alpha_y, \Delta\alpha_{\text{Л}})$  характеризует степень жесткости эквивалентного упругого вала и равна

$$f(\alpha_y, \Delta\alpha_{\text{Л}}) = dM_{\text{УПР}} / d\alpha_y = \begin{cases} 0 & \text{при } \alpha_y \leq \Delta\alpha_{\text{Л}} / 2, \\ v & \text{при } \alpha_y > \Delta\alpha_{\text{Л}} / 2. \end{cases} \quad (1.3.5)$$

Таким образом, в качестве математического описания непрерывной части привода имеем систему дифференциальных уравнений: нелинейных с переменной структурой для динамических процессов двигателя (1.3.1) - (1.3.2) и нелинейных для механической системы (1.3.3) и теплового баланса двигателя (1.1.1).

Для создания методов синтеза адаптивных законов управления ЭМО и алгоритмов перенастройки контуров регулирования СУ в рамках концепции алгоритмического конструирования нестационарных систем возможно использование упрощенных моделей, в том числе линейной модели непрерывной электромеханической части исполнительных приводов. При этом принимаются следующие основные допущения: не учитываются насыщение, потери в стали, высшие гармоники магнитного поля; воздушный зазор в двигателе принимается равномерным; организация теплового ограничения осуществляется техническим устройством в двигателе; якорь двигателя непосредственно соединен с нагрузкой жестким валом или использована такая конструкция механизма, которая позволяет минимизировать эффекты люфта и упругости в соединениях кинематических звеньев. Здесь следует отметить, что информация о состоянии внутри зоны релейных характеристик элементов ЭМО и системы управления в принципе не восстанавливается ввиду ее неоднозначности.

В результате можно перейти к линейной модели и приведенные выше уравнения записать в векторно-матричной форме:

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t) + bU(t) + m_H \quad \text{при } t \in (t_0 + jT, t_0 + jT + \gamma(u(jT))) , \quad (1.3.6)$$

$$\dot{x}(t) = A_2 x(t) + bU(t) + m_H \quad \text{при } t \in (t_0 + jT + \gamma(u(jT)), t_0 + (j+1)T),$$

где  $x(t) \in R^n$  - вектор состояния непрерывной части привода;  $A_1, A_2$  - матрицы параметров двигателя и механической системы;  $U(t)$  - импульсное напряжение с выхода силового преобразователя, зависящее от вектора состояния привода и времени;  $b$  и  $m_H$  -  $n$ -мерные векторы, причем компоненты вектора  $m_H$  включают все внешние возмущения;  $u(jT)$  - входной сигнал широтно - импульсного модулятора в момент времени  $t = jT$ .

В общем случае уравнения широтно-импульсного модулятора при фиксированном  $T$  можно записать в следующем виде:



$$\gamma(u(jT)) = \begin{cases} |k(t)u(jT)| \text{ nпу } |u(jT)| \leq T/k(t), \\ T \text{ nпу } |u(jT)| > T/k(t); \end{cases} \quad (1.3.7)$$

$$U(t) = \begin{cases} U_1(t) \text{ nпу } t_0 + jT \leq t \leq t_0 + jT + \gamma(u(jT)), \\ U_2(t) \text{ nпу } t_0 + jT + \gamma(u(jT)) < t < t_0 + (j+1)T, \end{cases} \quad (1.3.8)$$

где  $k(t)$  - коэффициент передачи ШИМ, функциональная зависимость которого от времени может варьироваться от постоянного значения до, например, синусоидальной формы;  $U_1(t)$ ,  $U_2(t)$  - выходные напряжения силового преобразователя в соответствующие моменты времени, изменяющиеся по законам модуляции преобразователя. Таким образом,  $k(t)$  определяет закон изменения среднего значения напряжения исполнительного двигателя на интервале  $\gamma(u(jT))$ , а функции  $U_1(t)$  и  $U_2(t)$  - мгновенные значения выходного напряжения силового преобразователя, соответственно на интервалах  $\gamma(u(jT))$  и  $(T - \gamma(u(jT)))$ .

Далее в качестве закона модуляции управляющего сигнала исполнительным электродвигателем будем рассматривать один из вариантов записи уравнений (1.3.7), (1.3.8):

$$\gamma(u(jT)) = \begin{cases} |k(t)u(jT)| \text{ nпу } |u(jT)| \leq T/k, \\ T \text{ nпу } |u(jT)| > T/k; \end{cases} \quad (1.3.9)$$

$$U(t) = \begin{cases} U_0 \text{sign}(u(jT)) \text{ nпу } t_0 + jT \leq t \leq t_0 + jT + \gamma(u(jT)), \\ 0 \text{ nпу } t_0 + jT + \gamma(u(jT)) < t < t_0 + (j+1)T, \end{cases} \quad (1.3.10)$$

где  $k$  - постоянное значение коэффициента передачи ШИМ.

Распространенным приемом при исследовании ЭП с ШИМ, представленных детерминированными моделями, является пренебрежение возможными искажениями сигналов в процессе их преобразования с помощью АЦП и ЦАП - преобразователей. Допустимость этого подтверждается большим опытом разработок дискретных электроприводов с цифровым управлением.

Таким образом, поведение электромеханического объекта можно описать уравнением (1.3.6) с учетом (1.3.9) и (1.3.10). Решение уравнения (1.3.6) на интервале времени  $(t_0 + jT, t_0 + jT + \gamma)$  при фиксированном  $\gamma$  и постоянном векторе  $m_H$  в течение периода дискретизации ( $jT$ ) можно записать в виде (для сокращения записи уравнений здесь и далее аргумент  $(u(jT))$  при  $\gamma$  не указывается)

$$\begin{aligned} x(t_0 + jT + \gamma) &= F_1(\gamma)x(t_0 + jT) + G_1(\gamma)[bU_0 \text{sign}(u(jT)) + m_H], \\ x(t_0 + jT + \gamma) &= F_2(T - \gamma)x(t_0 + jT) + G_2(T - \gamma) + m_H, \end{aligned} \quad (1.3.11)$$

$$F_i(t) = \exp(A_i t), G_i(t) = \int_0^t F_i(\tau) d\tau = (F_i(t) - I)A_i^{-1}, i = 1, 2.$$

где  $I$  - единичная матрица.

На основании уравнений (1.3.11) поведение ЭМО с ШИМ управляющего сигнала можно представить как дискретную во времени систему управления вида

$$x_{t+1} = F(\gamma)x_t + G_1(\gamma)bU_0 \text{sign}(u_t) + G(t)m_H, \quad (1.3.12)$$

где символ  $t$  означает дискретное время, т.е.,  $t = t_0 + jT, u_t = u(jT)$ ,

$$\begin{aligned} F(\gamma) &= F_2(T - \gamma)F_1(\gamma), \\ G(\gamma) &= F_2(T - \gamma)G_1(\gamma) + G_2(T - \gamma). \end{aligned} \quad (1.3.13)$$

Управление такой системой осуществляется за счет изменения на каждом шаге ( $jT$ ) значения  $\gamma$  и  $\text{sign}(u_t)$ .

Уравнение (1.3.12) удобно сделать линейным относительно входного сигнала  $u_t$ . Для этого можно воспользоваться тем фактом, что величина  $\gamma$  является малой по сравнению с постоянными времени электромеханического объекта. Поэтому разложим выражение  $G_1(\gamma)$  в ряд по  $\gamma$  и ограничимся первыми двумя слагаемыми этого ряда. В результате, с учетом (1.3.9) и (1.3.10), приходим к следующей математической модели ЭМО:

$$x_{t+1} = F(\gamma)x_t + B_U u_t + G(\gamma)m_H, \quad (1.3.14)$$

где  $B_U = kU_0 b$ .

Если параметры входного фильтра силового импульсного преобразователя не учитываются (это возможно при мощности источника энергии, значительно превышающей мощность, потребляемую ЭМО), то  $A_1 = A_2 = A$  и уравнение (1.3.14) несколько упрощается за счет того, что матрицы  $F(\gamma)$  и  $G(\gamma)$  не зависят от  $\gamma$  и равны

$$F(\gamma) = \exp(AT), \quad G(\gamma) = (F(T) - I)A^{-1}.$$

Вычисление переходной матрицы  $F = \exp(AT)$  можно осуществить с помощью разложения функции  $\exp(AT)$  в матричный ряд

$$\exp(AT) = I + AT + \dots \quad (1.3.15)$$

Однако наибольшую точность вычислений дает следующая формула [Андреев Ю.Н. Управление конечномерными линейными объектами. М.: Наука, 1976, 424с.]

$$\exp(AT) = [I - 1/2TA + 1/12T^2A^2]^{-1} [I - 1/2TA + 1/12T^2A^2], \quad (1.3.16)$$

которая позволяет получить точность порядка  $O(T^5)$ .

В некоторых случаях, например при организации нелинейных регуляторов СУ ЭМО возникает необходимость выделения явным образом управляющего воздействия  $\gamma$ . При этом уравнение (1.3.14) для  $A_1 = A_2 = A$  записывается в модифицированном виде

$$x_{t+1} = Fx_t + U_0 b \gamma + G(\gamma)m_H \quad (1.3.17)$$

или при обозначениях  $B = U_0 b$  и  $\gamma = U_t$

$$x_{t+1} = Fx_t + B u_t + G(\gamma)m_H.$$

Также, после соответствующих преобразований, уравнение (1.3.12) можно записать в билинейной форме:

$$x_{t+1} = Fx_t + (Gx_t + G_1^*)\gamma + G_2^*, \quad (1.3.18)$$

где  $F = \exp(A_2T)$ ,  $G = \exp(A_2T)[A_1 - A_2]$ ,  $G_1^* = \exp(A_2T)b_U u_{0t} + A_2T(b_0U_0 + m_H)$ ,

$$G_2^* = T(b_0U_0 + m_H)$$

или, при обозначении  $\gamma = U_t$ ,

$$x_{t+1} = Fx_t + (Gx_t + G_1^*)U_t + G_2^*,$$

где  $u_{0t}$  - управляющее воздействие, поступающее непосредственно на исполнительный элемент ЭМО (для случая "силовой питающий фильтр - электродвигатель"  $u_{0t}$  равно напряжению  $U_{Ct}$  на конденсаторе фильтра);  $b_U$ ,  $b_0$  -  $n$ -мерные векторы, выделенные из вектора  $b$ .

При необходимости учета нелинейностей дифференциальные уравнения (1.3.1) - (1.3.3) и (1.1.1) на интервалах дискретности ШИМ можно записать следующим образом:

$$\dot{x}(t) = f_1(x(t)) \quad \text{при } t \in (t_0 + jT, t_0 + jT + \gamma), \quad (1.3.19)$$

$$\dot{x}(t) = f_2(x(t)) \quad \text{при } t \in (t_0 + jT, t_0 + jT + \gamma),$$

$$x(t = t_0) = x_0, x(t = t_0) = f_0(x(t)),$$

где  $f_1(x(t))$ ,  $f_2(x(t))$  - правые части соответствующих дифференциальных уравнений.

Одним из методов решения (1.3.19) является метод Эйлера, позволяющий аппроксимировать (1.3.19) разностными уравнениями

$$x_{t+1} = x_t + \Delta t f_1(x_t), \quad (1.3.20)$$

$$x_{t+1} = x_t + \Delta t f_2(t),$$

где  $\Delta t$  - интервал времени, выбор которого определяется минимальным значением  $\chi(u(jT))$  или электромагнитной постоянной двигателя. При этом аналитическая форма записи дискретных уравнений движения ЭМО в виде (1.3.18) и (1.3.19) возможна для случая аддитивности управляющего воздействия электродвигателем в функциях  $f_1(x_t)$ ,  $f_2(x_t)$ .

Математическая модель бесколлекторного двигателя постоянного тока с широтно-импульсной модуляцией питающего напряжения на интервалах коммутации обмоток и на внекоммутационном интервале может быть представлена аналогичными уравнениями вида (1.3.18) и (1.3.19). В качестве переменных состояний двигателя целесообразно использовать контурные токи в контурах электрической схемы замещения с коммутируемыми по сигналам датчика положения обмотками двигателя.

Для описания динамики асинхронного двигателя и бесколлекторного двигателя в синхронном режиме работы при равномерном и синусоидальном распределении магнитного поля может применяться следующая система нелинейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (значения переменных и коэффициентов записаны в относительных единицах):

$$\begin{aligned}
\dot{\Psi}_{SX} &= U_{SX} - Z_{A1}\Psi_{SX} + Z_{A2}\Psi_{RX} + (\omega_K / \omega_B)\Psi_{SX}, \\
\dot{\Psi}_{SY} &= U_{SY} - Z_{A1}\Psi_{SY} + Z_{A2}\Psi_{RY} + (\omega_K / \omega_B)\Psi_{SY}, \\
\dot{\Psi}_{RX} &= Z_{R2}\Psi_{SX} - Z_{R1}\Psi_{RX} + [(\omega_K - \omega_P / \omega_B)\Psi_{RY}], \\
\dot{\Psi}_{RY} &= Z_{R2}\Psi_{SY} - Z_{R1}\Psi_{RY} + [(\omega_K - \omega_P / \omega_B)\Psi_{RX}], \\
\dot{\omega}_P &= (Z_{A2} / J_P R_S)(\Psi_{SY}\Psi_{RX} - \Psi_{SX}\Psi_{RY}) - (M_C / J_P), \\
U_{SX} &= 0.67[U_A \cos \gamma_K + U_B \cos(120^\circ - \gamma_K) + U_C \cos(120^\circ + \gamma_K)], \\
U_{SY} &= -0.67[U_A \sin \gamma_K + U_B \sin(\gamma_K - 120^\circ) + U_C \sin(120^\circ + \gamma_K)], \\
U_A &= \cos(\omega_C t + \varphi_0), U_B = \cos(\omega_C t + \varphi_0 - 120^\circ), U_C = \cos(\omega_C t + \varphi_0 + 120^\circ), \\
i_{SX} &= (Z_{A1} / R_1)\Psi_{SX} - (Z_{A2} / R_1)\Psi_{RX}, i_{SY} = (Z_{A1} / R_1)\Psi_{SY} - (Z_{A2} / R_1)\Psi_{RY}, \\
i_A &= i_{SX} \cos \gamma_K - i_{SY} \sin \gamma_K, i_B = i_{SX} \cos(\gamma_K - 120^\circ) - i_{SY} \sin(\gamma_K - 120^\circ), \\
i_B &= i_{SX} \cos(\gamma_K + 120^\circ) - i_{SY} \sin(\gamma_K + 120^\circ), \\
Z_{A1} &= [(X_{S2} + X_M)R_1] / [(X_{S1} + X_M)(X_{S2} + X_M) - X_M^2], \\
Z_{R1} &= [(X_{S1} + X_M)R_2] / [(X_{S1} + X_M)(X_{S2} + X_M) - X_M^2], \\
Z_{A2} &= (X_M R_1) / [(X_{S1} + X_M)(X_{S2} + X_M) - X_M^2], \\
Z_{R2} &= (X_M R_2) / [(X_{S1} + X_M)(X_{S2} + X_M) - X_M^2], \\
\omega_B &= \omega_C, \omega_C = 2\pi f_C, \gamma_K = \omega_K t,
\end{aligned} \tag{1.3.21}$$

где  $\Psi_{SX}$ ,  $\Psi_{SY}$ ,  $\Psi_{RX}$ ,  $\Psi_{RY}$  - соответственно, потокосцепление статора и ротора по осям  $\{x\}$  и  $\{y\}$ ;  $U_{SX}$ ,  $U_{SY}$ ,  $i_{SX}$ ,  $i_{SY}$  - напряжение и ток статорной цепи по осям  $\{x\}$  и  $\{y\}$ ;  $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$ ,  $i_A$ ,  $i_B$ ,  $i_C$  - напряжение питания и ток статорной цепи фаз А, В, С (при соединении обмоток статора в "звезду");  $X_{S1}$ ,  $X_{S2}$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $X_M$ , - соответственно индуктивное и активное сопротивления статорной и роторной цепей, сопротивление взаимной индуктивности;  $\varphi_0$  - угол сдвига фаз, обусловленный произвольным моментом включения напряжения питания двигателя;  $\omega_P$  - частота вращения ротора двигателя;  $\omega_B$  - базовая частота вращения ротора двигателя;  $\omega_C$  - угловая частота питающей сети;  $f_C$  - электрическая частота питающей сети, равная 50 Гц;  $\omega_K$  - частота вращения обобщенных координат  $\{x, y\}$ , значение которой определяет следующие типы пространственных систем координат:

-  $\omega_K = 0$  - неподвижная в пространстве система координат  $\{\alpha, \beta\}$ , жестко связанная со статором (используется для исследования двигателей переменного тока при несимметрии фазных напряжений);

-  $\omega_K = \omega_P$  - система координат  $\{d, q\}$ , вращающаяся в пространстве с частотой вращения ротора (используется для исследования синхронных двигателей с магнитной или электрической несимметрией);

-  $\omega_K = \omega_C$  - синхронная с частотой вращения поля статора система координат  $\{U, V\}$  (используется для исследования симметричных двигателей переменного тока);

-  $\omega_K$  равно другому положительному значению - обобщенная система координат  $\{x, y\}$ , вращающаяся с произвольной частотой.

Следует отметить, что математическая модель двигателей переменного тока с электрической и магнитной несимметрией как со стороны статора, так и со стороны ротора более полно описывается системой дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами эквивалентных схем замещения для каждой фазы двигателя. При этом корректность преобразования многофазного двигателя к виду идеализированного двухфазного двигателя с последующим использованием вышеотмеченных пространственных координат определяется степенью влияния электрической и магнитной несимметрией на качественные показатели системы управления ЭМО с двигателем переменного тока.

Используя традиционный подход к синтезу законов управления двигателем переменного тока, основанный на анализе его характеристик и режимов работы, можно выделить два основных направления проектирования регуляторов:

- регулятор, обеспечивающий заданную статическую зависимость между частотой питающего напряжения и его амплитудой;

- регулятор, позволяющий организовать частотно - токовое управление с использованием силового преобразователя в качестве источника тока переменной частоты.

Рассматривая математическую модель вида (1.3.21) с широтно-импульсным формированием питающих напряжений  $U_{SX}, U_{SY}$  (токов  $i_{SX}, i_{SY}$ ), в качестве управляющих переменных для двигателя переменного тока могут приниматься частота, относительная длительность включения ШИМ и амплитуда выходного напряжения (тока) силового инвертора напряжения (тока) с соответствующими функциональными зависимостями (1.3.7), (1.3.8), определяющими в итоге значения  $\omega_C, U_A, U_B, U_C$ .

Следует отметить, что математическими моделями вида (1.3.12), (1.3.14), (1.3.17), (1.3.18) и (1.3.20) можно представить динамику практически всех исполнительных приводов ЭМО с электродвигателями постоянного и переменного тока с широтно-импульсной модуляцией управляющего сигнала - частоты и амплитуды питающего напряжения или тока обмоток двигателя. Рассмотренный подход к построению математических моделей электромеха-

нических объектов позволяет получить общее описание динамических процессов в ЭМО независимо от типа исполнительного привода с электродвигателями постоянного или переменного тока. Поэтому полученные в дальнейшем результаты синтеза алгоритмов адаптивного управления на примере исследования ЭМО с электроприводом постоянного тока будут иметь обобщающий характер.

В качестве объекта для последующего имитационного моделирования алгоритмов адаптивного управления используется ЭП постоянного тока с электродвигателем типа ДК-1-2.3 и Г - образным силовым фильтром на входе полупроводникового преобразователя, параметры которых приведены в табл. 1.3.1.

Таблица 1.3.1

Параметры электродвигателя ДК-1-2,3	Значение параметров
Индуктивность якорной обмотки	0,00224 Гн
Активное сопротивление цепи якоря	0,25 Ом
Конструктивная постоянная	0,035
Момент инерции якоря	0,0023 кг м <sup>2</sup>
Магнитный поток	0,00175 - 0,0022 Вб
ЭДС двигателя при $\omega_{НОМ}$	32 - 41 В
Напряжение питания	45 В
Номинальный ток якоря	7,5 А
Номинальная частота вращения $\omega_{НОМ}$	1000 об/мин
Индуктивность силового фильтра	0,002 Гн
Активное сопротивление силового фильтра	0,02 Ом
Емкость конденсатора силового фильтра	4000 мкФ

#### 1.4. Модели многосвязных дискретных СУ ЭМО

На этапе формирования математических моделей многосвязных дискретных систем управления электромеханическими объектами необходимо руководствоваться следующими основными принципами:

- используя сильные различия по условиям функционирования системы управления и электромеханического объекта, выделить "узкие" места, отбросив на основе априорных оценок несущественные ограничения.

В тех случаях, когда механическая система представляет собой двух-массовую систему с одной упругой связью при допущении о стационарности,

и, пренебрегая слабыми связями между локальными (автономными) подсистемами, можно произвести декомпозицию СУ ЭМО;

- при необходимости, базируясь на малости различий между подсистемами управления, произвести агрегирование.

Введем понятие «многосвязные электромеханические объекты», которое заключается в следующем: многосвязные электромеханические объекты - это многокоординатные исполнительные электроприводы, управляемые одной или несколькими системами управления, связанные структурно общими ограничениями на управляющие воздействия, переменные состояния и одним критерием оптимальности.

Для описания многосвязных электромеханических объектов используются уравнения Лагранжа второго рода

$$d(\partial T_K / \partial \omega_i) / \partial t - \partial T_K / \partial \alpha_i + \partial T_{II} / \partial \alpha_i + \partial T_P / \partial \alpha_i = Q_i, i = 1, \dots, n, \quad (1.4.1)$$

где  $T_K$  - кинетическая энергия ЭМО;  $T_{II}$  - потенциальная энергия объекта;  $T_P$  - энергия сил рассеяния;  $\omega_i$  - обобщенная скорость движения (обобщенная угловая скорость вращения);  $\alpha_i$  - обобщенная координата (обобщенный угол поворота);  $Q_i$  - обобщенная внешняя сила  $i$ -ой координаты (степени свободы);  $n$  - число степеней свободы.

Применительно к ЭМО, содержащим  $n$  инерционных и  $(n-1)$  упругих элементов, можно записать:

$$T_K \sum_{i=1}^n J_i \omega_i^2 / 2; T_{II} = \sum_{i=1}^{n-1} c_{i,i+1} (\alpha_i - \alpha_{i+1})^2 / 2; T_P = \sum_{i=1}^{n-1} a_{i,i+1} (\omega_i - \omega_{i+1})^2 / 2, Q_i = M_i, \quad (1.4.2)$$

где  $J_i$  - момент инерции  $i$ -го элемента;  $c_{i,i+1}$  - коэффициент характеризующий жесткость вала между  $i$  и  $(i+1)$  элементами;  $a_{i,i+1}$  - коэффициент, характеризующий упругую деформацию между элементами;  $M_i$  - обобщенный крутящий момент.

Таким образом, моменты, действующие на  $i$ -ый механический элемент ЭМО, определяются выражениями

$$\begin{aligned} M_{Ki} &= J_D \dot{\omega}(t) + (\omega_i^2 / 2) \partial J_i / \partial \alpha_i, \\ M_{Pi} &= -\dot{c}_{i-1,i} (\alpha_{i-1} - \alpha_i) + c_{i,i+1} (\alpha_i - \alpha_{i+1}), \\ M_{Pi} &= -a_{i-1,i} (\omega_{i-1} - \omega_i) + a_{i,i+1} (\omega_i - \omega_{i+1}). \end{aligned} \quad (1.4.3)$$

Для моментов инерции  $J_D$  исполнительного электродвигателя и нагрузки  $J_H$  уравнения (1.4.3.) записываются в виде:

$$\begin{aligned} J_D \dot{\omega}(t) + c_1 (\alpha - \alpha_H) + a_1 (\alpha - \alpha_H) &= M_D, \\ J_H \dot{\omega}_H(t) - c_1 (\alpha - \alpha_H) - a_1 (\alpha - \alpha_H) &= M_C, \end{aligned} \quad (1.4.4)$$

где  $M_D$ ,  $M_C$  - соответственно момент на валу двигателя и момент сопротивления создаваемый нагрузкой.

Обозначая момент упругих деформаций механического звена через

$$M_y = c_1(\alpha - \alpha_H) - a_1(\alpha - \alpha_H), \quad (1.4.5)$$

с учетом направления действия моментов в двигательном режиме, получим:

$$\begin{aligned} M_D &= J_D \dot{\omega}(t) + M_y, \\ M_y &= J_H \omega_H(t) + M_c, \end{aligned} \quad (1.4.6)$$

или, исключая  $M_y$  из первого уравнения, можно записать:

$$M_D = J_D \dot{\omega}(t) + J_D \dot{\omega}_H(t) + M_c. \quad (1.4.7)$$

Момент двигателя  $M_D$  в (1.4.7.) может рассматриваться как силовое воздействие для каждой степени подвижности ЭМО, которое связано с управлением, формируемым регулятором СУ, функциональной зависимостью, учитывающей динамику исполнительного привода, датчиков и устройств преобразования. Как отмечалось выше, применительно к электромеханическим объектам в качестве управления целесообразно считать управляющее напряжение (или ток), поступающее с выхода усилителя мощности или преобразователя непосредственно на исполнительный электродвигатель. Такой подход позволяет синтезировать в явном виде управление взаимосвязанными ЭМО с возможностью декомпозиции задач управления на начальном этапе проектирования.

Используя результаты разделе 1.3, рассмотрим вариант математической модели ЭМО с зависимым управлением механически несвязанными исполнительными приводами. Приведенная ниже математическая модель описывает достаточно большой класс электромеханических объектов с общим источником энергии.

Динамика ЭМО  $i$ -ой автономной степени подвижности  $n$ -координатного электропривода может быть записана следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{x}^i(t) &= A_1^i x^i(t) + b^i U^i(t) + m_H^i \text{ при } t \in (t_0 + jT^i, t_0 + jT^i + t_1), \\ \dot{x}^i(t) &= A_2^i x^i(t) + b^i U^i(t) + m_H^i \text{ при } t \in (t_0 + jT^i + t_1, t_0 + T_{MAX}), \\ x^i(t = t_0) &= x^i(0), t_1 = \gamma^i(u^i(jT^i)). \end{aligned} \quad (1.4.8)$$

Значения параметров механической нагрузки и моментов инерции кинематических звеньев механизма являются стационарными на всем интервале функционирования ЭМО или кусочно-постоянными на интервалах дискретности управляющих сигналов.

В результате интегрирования уравнений (1.4.8) на интервалах от  $t_0$  до  $t_1$  и от  $t_1$  до  $T_{MAX}$ , где  $T_{MAX}$  - максимальный период дискретности управляющего сигнала из  $n$  множества широтно-импульсных преобразователей электроприводов, получим дискретное уравнение аналогичное, например (1.3.16)



$$\begin{aligned}
x_{t+1}^i &= F^i x_t^i + (\Gamma^i x_t^i + G_t^i) \gamma^i + G_2^{*i}, \\
F^i &= \exp(A_2^i T_{MAX}), \Gamma^i = \exp(A_2^i T_{MAX}) [A_1^i - A_2^i], \\
G_1^{*i} &= \exp(A_2^i T_{MAX}) b_U^i u_{0t} + A_2^i T_{MAX} (b_0^i U_0 + m_H^i), \\
G_2^{*i} &= T_{MAX} (b_0^i U_0 + m_H^i),
\end{aligned} \tag{1.4.9}$$

где  $x_t^i$  - вектор состояния ЭМО;  $A_1^i, A_2^i$  - матрицы параметров объекта соответственно на интервалах подключения (от  $t_0$  до  $t_1$ ) и отключения (от  $t_1$  до  $T_{MAX}$ ) управляющих сигналов объекта;  $T_{MAX}$  - максимальный период дискретности управляющих сигналов;  $t$  - дискретное время,  $t=0, T_{MAX}, 2T_{MAX}, \dots$ ;  $b_U^i, b_0^i, m_H^i$  - векторы соответствующей размерности, характеризующие параметры силовой управляющей части импульсного преобразователя и элементов механической нагрузки объекта;  $t_0$  - время, характеризующее начальное состояние ЭМО.

В качестве управляющего воздействия  $U^i(t)$  в (1.4.8) рассматривается выходное напряжение импульсного преобразователя, модулированного по широтно - импульсному закону и поступающего непосредственно на  $i$  - ый исполнительный электродвигатель многосвязного ЭМО:

$$\gamma(u^i(jT^i)) = \begin{cases} k^i(t) u^i(jT^i) & \text{при } |u^i(jT^i)| \leq T^i / k^i(t), \\ T^i & \text{при } |u^i(jT^i)| > k^i(t); \end{cases} \tag{1.4.10}$$

$$U^i(t) = \begin{cases} U_1^i(t), \\ U_2^i(t), \end{cases} \tag{1.4.11}$$

Первое условие выполняется при  $t_0 + jT^i \leq t \leq t_0 + jT^i + \gamma^i(u^i(jT^i))$ , а второе - при  $t_0 + jT^i + \gamma^i(u^i(jT^i)) \leq t \leq t_0 + jT^i + (j+1)T^i$ , где  $u^i(jT^i), k^i(t)$  - соответственно входной сигнал и коэффициент передачи ШИМ электропривода  $i$  - ой степени подвижности многосвязного ЭМО.

В случае механически связанных ЭМО степень взаимного влияния исполнительных приводов друг на друга отражается посредством введения коэффициентов  $c_{i,i+1}, a_{i,i+1}$  взаимосвязей, в общем случае нестационарных и неконтролируемых, в соответствующие компоненты матриц исходной математической модели (1.4.8).

Для данного варианта математическая модель непрерывного ЭМО может быть представлена следующими уравнениями:

- для момента времени  $t \in (t_0 + jT^i, t_0 + jT^i + t_1)$

$$\dot{x}^i(t) = A_1^i(x^i, t) x^i(t) + b^i(x^i, t) U^i(t) + m_H^i(x^i, t), \tag{1.4.11}$$

- для момента времени  $t \in (t_0 + jT^i + t_1, t_0 + T_{MAX})$

$$\dot{x}^i(t) = A_2^i(x^i, t) x^i(t) + b^i(x^i, t) U^i(t) + m_H^i(x^i, t).$$

Для интегрирования системы уравнений (1.4.11) с целью получения дискретного уравнения вида (1.4.9) требуется аналитическая запись коэффициентов взаимосвязи на траектории движения и их определенная стационарность на интервалах дискретности модулятора системы управления.

Рассмотренные выше математические модели многосвязных ЭМО можно использовать при исследовании дискретных систем управления электроприводами с различными типами исполнительных двигателей.

### **1.5. Постановка задачи синтеза адаптивных регуляторов СУ ЭМО с нестационарными и неконтролируемыми возмущениями**

Введем понятия оптимального и адаптивного управления сложными электромеханическими объектами.

Оптимальное управление ЭМО – управление, позволяющее оптимально использовать на этапе синтеза или функционирования системы управления объектом энергетические, информационные, вычислительные ресурсы, имеющиеся для достижения цели управления при соблюдении необходимых ограничений.

Под адаптивным управлением ЭМО понимается управление объектом, в том числе и оптимальное, позволяющее обеспечить инвариантность к возмущениям с учетом получения дополнительной апостериорной информации (или пополнения априорной информации) об их характеристиках путем текущего измерения переменных состояния в процессе движения объекта.

Свойство адаптируемости СУ ЭМО гарантирует возможность параметрической инвариантности и отражает способность регулятора замкнутой системы компенсировать влияние возмущений на динамические характеристики объекта управления.

Многоплановость задач оптимального и адаптивного управления ЭМО такова, что построение решений в явной аналитической форме со строгим математическим обоснованием условий оптимальности оказывается возможным только в исключительных случаях. Более того, не существует универсальных вычислительных процедур с гарантированной сходимостью, которые обеспечивали бы выполнение основного положения теории оптимального управления - установление необходимых и в некоторых случаях достаточных условий оптимальности. Поиск же оптимальных управлений и траекторий движения большинства ЭМО, удовлетворяющих этим условиям, остается в значительной степени делом искусства. Во многих случаях для проектирования и практического воплощения систем управления ЭМО требуются специальные методы, которые позволили бы получить алгоритмы функционирования СУ в реальном масштабе времени на основе неполного или приближенного аналитического описания динамического движения сложных ЭМО.

Анализ понятия сложности электромеханических объектов показывает, что их обобщенными характеристиками могут быть:

- уровень технического выполнения электромеханического объекта, позволяющий достигнуть цель управления с заданным качеством;

- уровень затрат, необходимый для математического описания ЭМО, при котором обеспечивается цель управления с заданным качеством. Причем первое утверждение характеризует сложность непосредственно технической реализации ЭМО, а второе - сложность проектирования системы управления и математического представления ЭМО.

Минимальная степень сложности ЭМО (количественная характеристика) будет определяться наименьшим количеством невыводимых один из другого параметров (переменных состояния), достаточных для выполнения заданной цели. Поскольку основой знаний о параметрах ЭМО является информация, полученная априорно на этапе формирования математического описания или апостериорно в процессе функционирования системы, то степень сложности может быть охарактеризована уровнем информации, который необходим для достижения поставленной цели управления. В зависимости от сложности ЭМО целесообразно выбрать класс алгоритмов управления объектом, в рамках которого осуществляется разработка (применение) соответствующего математического и программного обеспечения. Укрупненную классификацию алгоритмов управления можно составить по качественным признакам информационного обеспечения ЭМО (табл. 1.5.1).

Таблица 1.5.1

Априорное информационное обеспечение ЭМО	Апостериорное информационное обеспечение ЭМО		
	<i>Высокое</i>	<i>Среднее</i>	<i>Низкое</i>
<i>Высокое</i>	Алгоритмы программного движения объекта (для разомкнутых и замкнутых систем)	Алгоритмы оптимального управления с декомпозицией математической модели	Алгоритмы адаптивного управления с идентификацией и восстановлением параметров
<i>Среднее</i>	Алгоритмы оптимального управления с возможностью агрегирования математической модели	Алгоритмы оптимального (субоптимального) управления	Обучающие алгоритмы с идентификацией и восстановлением параметров
<i>Низкое</i>	Алгоритмы адаптивного управления по возмущениям	Алгоритмы оптимального и адаптивного управления с прогнозирующей моделью	Алгоритмы адаптивного управления, синтезируемые в процессе движения объекта.

Анализ таблицы показывает, что наиболее универсальными алгоритмами управления, независимо от сложности ЭМО, являются алгоритмы, синтезируемые в процессе движения объекта. Формализация целей управления, требований к характеристикам регулируемых процессов и ограничений при

движении ЭМО в пространстве состояний осуществляется в виде целевой функции - функционала, экстремальность которого позволяет получить необходимые и достаточные условия оптимизации и соответствующий показатель инвариантности адаптивной СУ. Для детерминированных дискретных систем функционал в классической общей форме представляет собой сумму терминальной и интегральной составляющих:

$$I(x_t, U_t) = L_N(x_t, U_t) = L_N(x_{N_2}) + \sum_{t=N_1}^{N_2} L_N\{x_t, U_t, Q\}, \quad (1.5.1)$$

где  $t$  - текущее дискретное время;  $x_t$  - вектор состояний объекта;  $U_t$  - вектор управляющих воздействий;  $Q$  - матрица параметров объекта;  $L_N, L_1$  - скалярные функции, определяющие качество управления.

В общем случае система управления функционирует на некотором конечном интервале  $[0, N_K]$  ( $N_K \leq \infty$ ). Временной интервал  $[N_1, N_2]$ , фигурирующий в интегральной составляющей в (1.5.1) можно выбирать по следующим вариантам:

- $N_1 = 0, N_2 = N_K$  - оптимизация осуществляется по всему интервалу функционирования системы;

- $N_1 = t, N_2 = N_K$  - оптимизация осуществляется от текущего момента времени  $t$  до конечного;

- $N_1 = t, N_2 = t + N_0$  - оптимизация со скользящим временным интервалом ("окном") длиной  $N_0$ . При  $N_0 = 1$  получается широко применяемый вариант локальной оптимизации.

Получение оптимального управления ЭМО путем минимизации функционала, записанного в общей форме (1.5.1), сопряжено со значительными трудностями, и практическая реализация такого управления весьма проблематична. Поэтому наибольшее распространение получили частные формы функционала (1.5.1), для которых значительно облегчается решение задачи оптимизации. Некоторые из этих функционалов записываются в следующих формах:

- с аддитивной интегральной функцией затрат на управление, которая может быть представлена, например, степенной или квадратичной функцией;

- с квадратичными функциями терминальной и интегральной составляющих (функционал Летова - Калмана);

- как функционалы обобщенной работы (ФОР).

Основное отличие ФОР заключается в том, что его интегральная составляющая содержит компоненты неизвестные до момента реализации синтезированного оптимального управления. Вследствие неполной информации о составляющих ФОР данные функционалы относятся к виду полуопределенных, которые играют значительную роль в решении такой важной проблемы, как оптимизация ЭМО в реальном масштабе времени. Синтез управлений в реальном масштабе времени предполагает выполнение законов и алгоритмов управления, основанных на оптимизации назначенных функциона-

лов, одновременно с формированием управляющих воздействий. Рассматривая адаптивное управление ЭМО, которое доставляет оптимум в отношении достижения конечной цели, можно привести укрупненную классификацию систем по качественным признакам их адаптивности и оптимальности (табл.1.5.2).

Таблица 1.5.2

Характеристики системы управления ЭМО	Неадаптивная	Ограниченно адаптивная	С высокоразвитой адаптацией
Неоптимальная	Разомкнутые системы	Разомкнутые системы с обратной связью по возмущениям	Разомкнутые системы с максимально возможной информацией о текущем состоянии
Оптимальная (субоптимальная) в отношении частного функционала качества	Системы с обратной связью	Беспоисковые адаптивные системы	Поисковые адаптивные системы
Оптимальная (субоптимальная) в отношении достижения заданной цели	Системы экстремального регулирования	Системы экстремального регулирования с адаптивными свойствами	Системы, синтезированные методами алгоритмического конструирования

Классификацию систем управления ЭМО можно осуществить и по количественным характеристикам уровней адаптивности и оптимальности. В этом случае уровень адаптивности целесообразно оценивать количеством перенастраиваемых параметров СУ ЭМО с учетом степени выполнения необходимых и достаточных условий экстремальности функционала, отражающего эффективность изменения параметров системы для компенсации возмущений действующих на объект при выполнении заданной цели. Уровень оптимальности может быть определен в результате оценки экстремальности назначенного или вычисляемого в процессе движения ЭМО функционала качества, содержащего в том числе требование достижения заданной цели и требование минимизации критерия отражающего влияние возмущений на объект.

Способы компенсации неконтролируемых параметрических возмущений в системах автоматического управления и регулирования можно разделить по двум направлениям:

- пассивная компенсация, осуществляемая путем подбора средств коррекции в СУ с неизменяемой структурой коэффициентов передачи регулятора и устройств обратных связей в процессе формирования управляющих воздействий объектом;

- активная компенсация, которая реализуется в основном в самонастраивающихся системах управления путем перенастройки параметров регулятора, устройств обратных связей и объекта с точки зрения достижения поставленной цели и оптимизации назначенного функционала качества.

В свою очередь, задачи пассивной компенсации могут быть разделены на две группы:

- первая группа объединяет задачи, в которых система управления синтезируется исходя из ограничений на возмущенное движение объекта или на функцию чувствительности замкнутой СУ к параметрическим возмущениям;

- вторая группа включает задачи, в которых требование нечувствительности (или малой чувствительности) к параметрическим возмущениям достигается за счет минимизации функционала качества, сформированного с учетом возмущенного движения объекта рассмотренного отдельно или включенного в состав обобщенного функционала работы. Данная группа задач может являться разновидностью задач оптимального и адаптивного управления для фиксированных структур СУ на отдельных участках траектории движения объекта или интервалах функционирования системы, и для их решения можно использовать все идеи и методы синтеза оптимального управления: динамическое и нелинейное программирование, вариационное исчисление и т.д.

Кратко рассмотрим методы, которые используются при решении первой группы задач.

Во-первых, это методы, основанные на обеспечении достаточно большого коэффициента передачи регулятора. Такие системы исследованы, например, в работах М.В. Меерова. Однако, обеспечение устойчивости замкнутых систем при больших коэффициентах усиления является сложной задачей, которая еще более усложняется с учетом влияния помех и неустойчивости начальных условий переменных состояния.

Эффективным способом уменьшения чувствительности СУ к параметрическим возмущениям является создание скользящих режимов движения, которые возможны в системах с переменной структурой (работы С.В. Емельянова, В.И. Уткина), где, в зависимости от регулируемой переменной и ее производных, коэффициенты передачи регулятора получают приращения, изменяющиеся по релейному закону. В результате, поведение регулируемой переменной в пределах зоны гистерезиса, не зависит от параметрических возмущений. Несмотря на то, что теория систем с переменной структурой хорошо развита, ее практическое применение ограничено вследствие таких недостатков, как эффект "дрожания" управляющих сигналов, который может привести к колебательному движению промышленных механизмов из-за неполного учета нелинейностей в математической модели; достаточно большие энергетические затраты при управлении, т.к. постоянно формируется максимальный сигнал управления объектом.

Для компенсации параметрических возмущений могут быть также использованы методы, развитые в классической теории инвариантности, в частности, принцип двухканальности (работы Петрова Б.Н., Уланова Г.М.).

Часто для синтеза нечувствительных систем к параметрическим возмущениям используется структурная или параметрическая избыточность по отношению к невозмущенному движению объекта. В этом случае введение избыточных звеньев и параметров позволяют переопределить исходную задачу синтеза и разделить требования к невозмущенному и возмущенному движениям объекта (работы Горовица А.М., Рутмана Р.С.). Для решения переопределенной задачи синтеза используются в основном следующие направления: метод корневого годографа (работы Горовица А.М.); частотные методы (работы Рутмана Р.С.); алгоритмический метод (работы Боднера В.А.).

Применение параметрических обратных связей в качестве цепей коррекции для стабилизации динамических свойств систем управления достаточно глубоко разработано в работах Догановского С.А., Озерянного Н.А. Параметрические обратные связи позволяют реализовать принципы управления с эталонной моделью, сигнальной самонастройки и идентификации, что позволяет создавать СУ, по существу, адаптирующиеся к параметрическим возмущениям.

Таким образом, в теории проектирования адаптивных систем управления ЭМО можно выделить два основных направления:

- синтез параметров регуляторов при фиксированной структуре системы управления ЭМО;
- поэтапный синтез структуры СУ ЭМО и параметров регуляторов.

В учебном пособии рассматриваются методы исследования адаптивных дискретных СУ ЭМО по второму направлению, которое является актуальным в настоящее время. Это определяется тем, что в процессе функционирования электромеханического объекта неоднократно изменяется цель управления согласно требованиям технологического процесса.

Изменение цели управления в первую очередь требует подстройки структуры системы управления, универсальность которой может быть обеспечена программными средствами в цифровых контроллерах при поддержке соответствующего математического обеспечения.

В своем большинстве адаптивные СУ электромеханическими объектами относятся к классу беспойсковых адаптивных систем автоматического регулирования, которые традиционно имеют два контура управления:

- основной контур регулирования, формирующий непосредственно управляющее воздействие исполнительными приводами;
- контур адаптации, осуществляющий перенастройку параметров основного контура регулирования.

Для оценки эффективности адаптации, определяющей необходимость введения контура адаптации в процессе движения ЭМО, могут быть включены в систему управления дополнительные устройства.

Рассмотрим концепцию проектирования адаптивной системы управления электромеханическими объектами, в рамках которой осуществляется решение задач, связанных с конструированием регуляторов и устройств обратных связей цифровых исполнительных электроприводов.

Задачу синтеза основного контура регулирования в адаптивной СУ электромеханическим объектом можно разделить на две подзадачи.

Первая состоит в том, что для выбранных исполнительных приводов и датчиков необходимо определить законы регулирования управляющих контроллеров и алгоритмы обработки информации устройств обработки и преобразования сигналов. Здесь основной проблемой является достижение адекватности динамических процессов модели и реального электромеханического объекта. При этом математическая модель ЭМО может быть представлена различными типами уравнений: от нелинейных нестационарных до линейных стационарных.

Другой немаловажной проблемой, которая может возникнуть при проектировании основного контура регулирования, является решение вопросов размерности модели. При большом порядке уравнений, описывающих замкнутую систему управления ЭМО с основным контуром регулирования, требуется оценить вычислительные возможности цифровых ЭВМ и контроллеров как на этапе предварительного синтеза, так и при реализации законов и алгоритмов регулирования. Для некоторых типов ЭМО, в частности взаимосвязанных, понижение порядка модели, с учетом определения уровня влияния друг на друга исполнительных приводов выделенных степеней подвижности объекта, позволяет организовать децентрализованное управление или снизить ограничения на объем памяти и быстродействие управляющих контроллеров. Одним из приемлемых вариантов решения данной подзадачи является структура основного контура СУ ЭМО с набором законов и алгоритмов регулирования при математическом описании объекта линейными стационарными уравнениями на всем интервале (или подинтервалах) функционирования замкнутой системы.

Проблемам декомпозиции систем автоматического регулирования, начиная с работ Вознесенского И.Н., посвящено значительное количество работ, среди которых работы авторов Черноусько Ф.Л., Первозванского А.А., Гайцгори, Цуркова В.И., Шильяка Д. Большинство методов декомпозиции, рассмотренных в данных работах, ориентированы на численные процедуры получения сепаратных моделей по формальной математической модели системы управления или объекта, их структурном преобразовании или приведение исходной системы уравнений к форме уравнений Лагранжа. Однако, эффективность решения последующей задачи управления по полученным сепаратным моделям без учета физической сущности и свойств управляемых объектов недостаточна при практической реализации регуляторов ЭМО. Здесь, следует отметить работы, связанные с решением обратных задач динамики управляемых систем, в результате которых синтезируются алгорит-



мы взаимосвязанного или независимого управления без каких-либо преобразований исходных уравнений движения объекта, но с использованием эталонных моделей по каждой координате перемещения взаимосвязанного ЭМО (работы Крутько П.Д.).

Создание эталонных моделей по каждой координате перемещения ЭМО связано, в свою очередь, с проблемой адекватности модели и реального объекта и может оказаться экономически нецелесообразным.

Вторая подзадача заключается в синтезе параметров законов регулирования для линейных стационарных ЭМО, которая достаточно успешно может быть выполнена методами аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР). Такое разбиение первоначальной задачи синтеза основного контура регулирования является методическим приемом, который позволяет установить более или менее корректное направление при выборе методов проектирования контуров адаптации и оценки эффективности адаптации, независимое от субъективных свойств проектировщика. В самом общем случае контур адаптации системы управления ЭМО должен решать вопросы, связанные как с нестационарностью параметров объекта, так и возможным изменением спектральных характеристик внешних воздействий на объект и устройства СУ.

В данном учебном пособии рассматривается задача синтеза контуров адаптации при детерминированных параметрических и приведенных к ним координатных возмущениях в электромеханических объектах и элементах системы управления. Для создания структуры и алгоритмов контура адаптации ЭМО могут быть использованы методы, достаточно широко применяемые в теории автоматического управления объектами данного класса. К этим методам можно отнести следующие:

- методы на основе инвариантности;
- методы, использующие информацию о частотных и временных характеристиках объекта;
- методы, базирующиеся на создании эталонной модели (наблюдателя состояния объекта) и идентификатора параметров непосредственно в рамках системы управления;
- методы теории чувствительности.

Завершающим этапом синтеза адаптивной СУ ЭМО является организация контура оценки эффективности алгоритмов адаптации с точки зрения достижения заданной цели управления. Применяемые при этом методы могут быть аналогичны методам предыдущего этапа поскольку для организации структуры и алгоритмов функционирования данного контура необходима процедура сравнения вычисляемого эмпирически или в процессе функционирования адаптивной системы критерия (функционала), отражающего свойства адаптивности.

## 1.6. Обзор методов синтеза адаптивных регуляторов СУ ЭМО

Для обеспечения требуемых точностных и динамических характеристик процессов электромеханической системы важное место занимает математическое и алгоритмическое обеспечение цифровых ЭП.

Конкретными требованиями к исполнительным электроприводам, определяющими степень сложности алгоритмов и законов цифровых регуляторов, уровень технической и программной реализации устройств управления, являются оптимизация по точности и быстродействию в режимах разгона и торможения, устойчивость, высокая точность при движении по заданной программе, низкое энергопотребление.

Вопросы проектирования электромеханических систем и автоматизированного электропривода различных промышленных установок нашли отражение в работах таких известных ученых, как Борцова Ю.А., Бургина Б.Ш., Башарина А.В., Ильинского Н.Ф., Соколовского Г.Г., Шаталова А.С., Слежановского О.В., Бессекерского В.А. и многих других.

Базой для исследования цифровых систем управления электромеханическими объектами с импульсной модуляцией управляющего воздействия, исполнительным двигателем является теория дискретных систем, в которой значительное место занимают методы, основанные на функциональных преобразованиях, - дискретное преобразование Лапласа и  $z$  - преобразование. Этот подход позволяет применить методы анализа и синтеза хорошо разработанной теории непрерывных систем для определения параметров цифровых регуляторов ЭМО в терминах "выход - вход".

Для синтеза дискретных систем регулирования с использованием передаточных функций наибольшее распространение получили методы модального управления; методы, основанные на теории гиперустойчивости замкнутой системы; методы, использующие статистическую теорию автоматических систем управления и контроля.

В некоторых случаях необходимость быстрого и удобного с инженерной точки зрения решения задачи синтеза законов цифрового управления ЭМО определяет целесообразность рассмотрения ЭП с ШИМ управляющего сигнала в линеаризованном представлении.

Существует несколько способов линейного представления СУ с широтно-импульсным модулятором. Одним из вариантов эквивалентного замещения линейного объекта  $n$ -го порядка с ШИМ является образование  $n$ -контурной амплитудно-импульсной системы. Возможна также грубая аппроксимация широтно-импульсного модулятора путем его описания передаточной функцией экстраполятора нулевого порядка (при динамическом изменении относительной продолжительности включения  $\gamma \ll T$ ).

Несмотря на то, что с использованием передаточных функций имеются хорошо апробированные методы определения параметров законов управления, коэффициентов передачи звеньев обратных связей, корректирующих

цепей цифровых электроприводов, возникают значительные трудности при построении многоконтурных систем управления ЭМО, в частности получение дискретной передаточной функции замкнутой многомерной системы регулирования. При этом требование многократного определения корней характеристического уравнения замкнутой СУ ограничивает применение методов синтеза параметров законов управления электроприводом на основе передаточных функций. Одним из путей преодоления данной трудности при анализе цифровых СУ ЭП является использование пакетов прикладных программ, позволяющих автоматизировать процесс исследования на ЦВМ.

Однако невозможность учета влияния неконтролируемых возмущений при синтезе регуляторов СУ с использованием передаточных функций в процессе формирования управления ЭМО обуславливает применение методов исследования в пространстве состояний. В этом случае описание многомерной замкнутой системы управления с ШИМ представляется векторно-матричным разностным уравнением вида (1.3.12), (1.3.14), (1.3.17), (1.3.18), (1.4.9). Отметим, что основные результаты теории оптимального и адаптивного управления получены в пространстве состояния систем управления.

В табл. 1.6.1. приведена краткая классификация адаптивных регуляторов, из которой следует вывод о значительных преимуществах регулятора, построенного по принципу комбинированного управления.

Таблица 1.6.1

Тип регуляторов	Основные особенности проектирования	Достоинства	Недостатки
Регуляторы с большими коэффициентами усиления	Жесткие требования к помехам в замкнутой системе	Обеспечивают максимальное быстрое действие	Возможны автоколебательные режимы и большие энергозатраты
Адаптивные регуляторы	Ограничения при выборе функционала качества	Обеспечивают требуемую точность	Ограничение условий по быстродействию
Регуляторы с переменной структурой	Выполнение условий устойчивости при изменении структуры системы	Выполнение условий оптимальности в реальном масштабе времени	Возникновение переходных процессов при переключении структуры
Регуляторы, построенные на принципах комбинированного управления	Особых требований к проектированию нет	Выполнение условий оптимальности в реальном масштабе времени	Обязательное использование цифровой вычислительной техники

Как отмечалось выше, для решения задачи конструирования параметров СУ ЭМО в пространстве состояний требования к качественным показателям могут быть сформированы в виде функционала от переменных состоя-

ния, управления и времени, распространенной формой записи которого является квадратичная форма, представленная для дискретных СУ ЭП с одномерным управлением в виде

$$I(x_t, U_t) = \sum_{t=0}^N (x_t^T Q x_t + U_t^2 R), \quad (1.6.1)$$

где компоненты матрицы  $Q$  и постоянной  $R$  характеризуют вклад соответствующих переменных  $x_t$  и управления  $U_t$ . Условия минимума этого функционала с учетом  $Q = Q^T \geq 0$  и  $R > 0$ , позволяют построить стабилизирующее управление в замкнутой системе регулирования на рассматриваемом интервале  $N$  времени.

Функционирование ЭП многих промышленных механизмов сопровождается нестационарностью и во многих случаях неконтролируемостью таких параметров, как статический и динамический моменты нагрузки входного питающего напряжения широтно-импульсного преобразователя и т.д. Поэтому для получения желаемого качества процесса регулирования требуется дополнительно обеспечить целенаправленное изменение в реальном масштабе времени управляющего воздействия ЭП, синтезированного по его стационарной детерминированной математической модели.

Решение задачи адаптации СУ с нестационарными возмущениями осуществляется следующими способами: на основе перенастройки коэффициентов передачи контуров регулирования (параметрическая адаптация); формирования дополнительного сигнала на вход системы управления (сигнальная адаптация). Методические аспекты построения адаптивных СУ, анализ их структур нашли отражение в работах. Наиболее развитыми методами синтеза являются методы, основанные на теории оптимального управления и устойчивости. Однако в практике создания современных адаптивных СУ ЭП промышленных механизмов эти методы еще не нашли широкого распространения.

Одним из эффективных методов построения контура адаптации системы управления с неконтролируемыми и нестационарными параметрами является алгоритмический метод. Представляя функционал качества (1.6.1) с учетом использования оценки  $\hat{x}_t$  динамического процесса  $x_t$  в виде суммы  $I_1(\varepsilon_t = x_t - \hat{x}_t)$  и  $I_2(\hat{x}_t, U_t)$ , построение структуры СУ ЭМО и синтез параметров контуров адаптации можно осуществить в три этапа:

- первый этап заключается в синтезе структуры системы управления при решении двух подзадач: минимизация функционала  $I_1(\varepsilon_t)$  качества оценки  $\hat{x}_t$  динамического процесса  $x_t$  по наблюдениям  $y_t$  и построение управления  $U_t$ , доставляющего минимум функционалу  $I_2(\hat{x}_t, U_t)$ ;

- второй этап предполагает построение алгоритмов адаптации в структурном пространстве СУ с помощью выделенных целей минимизации функционалов  $I_1(\varepsilon_t)$  и  $I_2(\hat{x}_t, U_t)$  параметров ЭМО:

$$\psi_t = [\psi_{P_t}, \psi_{H_t}, \psi_{D_t}]^T, \quad (1.6.2)$$

где  $\psi_{P_t}$ ,  $\psi_{H_t}$ ,  $\psi_{D_t}$  - соответственно подвектор строки структурных параметров регулятора, наблюдающего устройства, датчиков.

- третий этап заключается в выборе параметров алгоритмов настройки  $\psi_{P_t}$ ,  $\psi_{H_t}$ ,  $\psi_{D_t}$ :

$$\begin{aligned} \psi_{P_t} &= \psi_{P_{t-1}} + [\beta_{P_{t-1}} O_P(x_b, U_t)], \\ \psi_{H_t} &= \psi_{H_{t-1}} + [\beta_{H_{t-1}} O_H(x_b, U_t)], \\ \psi_{D_t} &= \psi_{D_{t-1}} + [\beta_{D_{t-1}} O_D(x_b, U_t)], \end{aligned} \quad (1.6.3)$$

где  $\beta_{P_t}$ ,  $\beta_{H_t}$ ,  $\beta_{D_t}$  - матрицы значений параметров контуров адаптации для соответствующих составных элементов системы управления;  $O_P(\hat{x}_t, U_t)$ ,  $O_H(\hat{x}_t, U_t)$ ,  $O_D(\hat{x}_t, U_t)$  - условия оптимальности функционалов  $I_1(\varepsilon_t)$  и  $I_2(\hat{x}_t, U_t)$ . Здесь определяются такие значения  $\beta_{P_t}$ ,  $\beta_{H_t}$ ,  $\beta_{D_t}$ , которые обеспечивают асимптотический переход периферийных значений функционала  $I_2(\hat{x}_t, U_t)$  к его экстремальным значениям.

Реализация законов оптимального управления и алгоритмов адаптации ЭП требует оценки неизмеряемых переменных системы управления. Поэтому одним из структурных звеньев СУ является наблюдатель состояния, который в случае стационарных параметров привода выполняет функцию модели, а при нестационарных - осуществляет идентификацию параметров объекта управления с одновременным восстановлением полного вектора  $x_t$  состояний или его части.

Определение структуры и алгоритмов работы адаптивного идентификатора состояний целесообразно также выполнить на основе алгоритмического метода. Это позволяет организовать многофункциональную адаптивную систему для различных режимов работы СУ ЭМО на единой методологической основе.

Здесь следует отметить, что важное значение при синтезе параметров законов управления ЭП имеют динамические свойства устройств обратных связей - первичных датчиков измерения переменных состояния ЭМО и преобразователей информации в цифровую форму. Линейность преобразования информационного сигнала, отсутствие инерционности датчиков в значительной степени упрощает математическое представление замкнутой системы регулирования. Кроме того, организация эффективного управления сложным объектом требует гибкой перенастройки таких характеристик датчиков и измерительных преобразователей, как коэффициенты усиления, постоянные времени, то есть технические решения измерительных устройств должны определяться общими задачами управления ЭМО: достижением заданных характеристик регулируемых процессов, устойчивости замкнутой СУ во всех режимах работы ЭП.

## Г л а в а 2

# АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЭМО В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ О СОСТОЯНИИ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ПРИВОДОВ

Во многих системах управления взаимосвязанными электромеханическими объектами траектория движения рабочего органа промышленного механизма может быть пересчитана в траектории задания для исполнительных приводов по каждой степени перемещения. Это позволяет создать предпосылки для декомпозиции исходной многосвязной СУ, определенной в пространстве обобщенных координат на ряд отдельных подсистем более низкого порядка, которыми можно управлять по отдельности как независимыми подсистемами. При синтезе алгоритмов адаптивного управления многокоординатными исполнительными электроприводами с несколькими управляющими входами и многомерными взаимосвязанными выходами обычно возникает задача разделения ее математической модели на независимые подсистемы с дальнейшим построением локальных регуляторов для каждой подсистемы. Кроме того, при управлении взаимосвязанными электромеханическими объектами, динамика которых обычно описывается уравнениями большой размерности, построение оптимального регулятора в полном пространстве состояний представляет собой затруднительную процедуру. В этом случае целесообразно синтезировать субоптимальное управление объектами данного класса, осуществляя декомпозицию исходной математической модели на независимые или слабо связанные подсистемы не только на начальном этапе проектирования, но и в процессе движения ЭМО. В результате такой декомпозиции возможно исключение избыточных обратных связей по состоянию объекта без значительного снижения качественных показателей замкнутой системы управления.

Применение методов декомпозиции, используемых в теории исследования больших СУ, может быть ограничено из-за требования к длительности алгоритмов управления ЭМО для обеспечения высоких динамических показателей технологических процессов. Из известных методов декомпозиции наибольший интерес представляют методы, ориентированные на оперативное решение задач декомпозиции.

Применительно к рассматриваемым задачам адаптивного управления взаимосвязанными ЭМО этапы алгоритмического конструирования адаптивных регуляторов можно представить в виде блок - схемы, приведенной на рис. 2.1.



Рис. 2.1. Блок-схема выполнения этапов алгоритмического конструирования адаптивных СУ ЭМО

## 2.1. Декомпозиция дискретных СУ в условиях стационарности параметров ЭМО

В случае описания многосвязного ЭМО размерность уравнений вида (1.3.12), (1.3.14), (1.3.17), (1.3.18), (1.4.9) увеличивается в соответствующее число раз с учетом параметров взаимного влияния между электроприводами, значения которых отражаются в составе матриц  $A_1, A_2$ . При этом управление  $U_i$  ЭМО записывается в форме  $m$ -мерного вектора, компоненты которого также могут быть зависящими друг от друга (например, при контурном движении рабочего звена механизма или при питании электроприводов от одного источника энергии ограниченной мощности).

В данном параграфе рассматривается взаимосвязанный электромеханический объект - многокоординатный электропривод с учетом того, что индекс " $n$ " в (1.3.14), (1.3.15), (1.3.19) определяет соответствующую размерность вектора состояния  $x(t)$  и блочных матриц  $F, G, G_1, G_2$ , а индекс " $m$ " - размерность вектора управляющих воздействий  $U_i$ . Динамика одной степени подвижности (однокоординатного электропривода) многосвязного ЭМО представляется уравнениями вида (1.3.14), (1.3.15), (1.3.19), учитывающими изменяемый характер параметров объекта на интервалах ШИМ.

Рассмотрим наиболее распространенную задачу декомпозиции дискретной системы управления ЭМО с широтно-импульсной модуляцией управляющих сигналов исполнительными электроприводами, связанными друг с другом кинематическими звеньями.

Вектор измеряемых переменных в системе управления ЭМО формируется следующим образом:

$$y_t = Cx_t, \quad (2.1.1)$$

где  $C$  -  $m \times n$ -матрица, состоящая из нулей и единиц и характеризующая включение в состав  $y_t$  технически измеряемых компонент вектора состояния  $x_t$ .

Записывая вектор измерения для  $(t+1)$  момента времени

$$y_{t+1} = Cx_{t+1} = CFx_t + (CGx_t + CG_1^*)U_t + CG_2^*, \quad (2.1.2)$$

уравнение (1.3.19) представляется в виде

$$\begin{pmatrix} I & -(Gx_t + G_1^*) \\ 0 & C(Gx_t + G_1^*) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t+1} \\ U_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Fx_t + G_2^* \\ y_{t+1} - CFx_t - CG_2^* \end{pmatrix}. \quad (2.1.3)$$

Обозначая  $(Gx_t + G_1^*) = G$ , можно заключить, что система уравнений (2.1.3) будет иметь единственное решение относительно вектора  $[x_{t+1}, U_t]^T$  в том случае, если блочная матрица

$$S = \begin{pmatrix} I & -G \\ 0 & CG \end{pmatrix}. \quad (2.1.4)$$

является неособенной и имеет обратную матрицу  $S^{-1}$ . Используя соответствующие матричные преобразования, матрица  $S^{-1}$  записывается в виде

$$S^{-1} = \begin{pmatrix} I & G(CG)^{-1} \\ 0 & (CG)^{-1} \end{pmatrix}. \quad (2.1.5)$$

С учетом (2.1.5) система уравнений (2.1.3) принимает вид

$$\begin{pmatrix} x_{t+1} \\ U_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_t \\ y_{t+1} \end{pmatrix}, \quad (2.1.6)$$

где  $A = (I + GDC)F$ ,  $B = GD$ ,  $C = -DCF$ ,  $D = (CG)$ .

Далее, осуществляя перестановку компонент векторов управления и измерения, уравнения (1.3.19) можно записать в виде

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= Fx_t + g_j U_{jt} + G_j \bar{U}_{jt}, \\ y_{it} &= c_i^T x_t, \\ \bar{y}_{it} &= C_i x_t, \end{aligned} \quad (2.1.7)$$

где  $U_{jt}$  -  $j$ -й элемент вектора управляющих воздействий;  $y_{it}$  -  $i$ -й элемент вектора измерений;  $\bar{U}_{jt}$  -  $(m-1)$ - мерный вектор управляющих воздействий без  $U_{jt}$ ;  $\bar{y}_{it}$  -  $(m-1)$ - мерный вектор измерений без  $y_{it}$ .

Алгоритм декомпозиции многомерной дискретной системы (1.3.19) предполагает анализ относительной переходной функции, которая определя-



ется отношением переходных функций полностью разомкнутой и частично замкнутой системы для скалярных переменных  $j$ -х управляющих воздействий  $U_{jt}$  и  $i$ -ых контролируемых выходов  $y_{it}$ :

$$\varphi_{ijt} = p_{ijt} / q_{ijt}, \quad (2.1.8)$$

где  $p_{ijt}$  - переходная функция полностью разомкнутой системы,  $p_{ijt} = y_{it}$  при единичном воздействии  $U_{jt} = 1$ ;  $q_{ijt}$  - переходная функция частично замкнутой системы с обратной связью по  $i$ -му выходу  $y_{it}$ ,  $q_{ijt} = y_{it}$  при единичном воздействии  $U_{jt} = 1$ .

Для определения  $q_{ijt}$  необходимо построить такой регулятор, который обеспечивает  $y_{it} = 0$  при  $U_{jt} = 1$ .

Записывая (2.1.3), с учетом выделения  $i$ -ых,  $j$ -ых компонент вектора  $y_{it}$  измерения и управления  $U_{jt}$

$$\begin{pmatrix} I - G_j \\ 0 \ C_j G_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t+1} \\ \bar{U}_{jt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Fx_t + g_j U_{jt} \\ -\bar{y}_{i(t+1)} - C_i Fx_t - g_j U_{jt} \end{pmatrix}, \quad (2.1.9)$$

система уравнений (2.1.6) будет иметь вид

$$\begin{pmatrix} x_{t+1} \\ \bar{U}_{jt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{ij} & -B_{ij} \\ E_{ij} & -D_{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_t \\ \bar{y}_{i(t+1)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{ij} \\ N_{ij} \end{pmatrix} g_j U_{jt}, \quad (2.1.10)$$

где

$$\begin{aligned} A_{ij} &= (I - G_j D_{ij} C_i), \quad D_{ij} = (C_i G_j)^{-1}, \quad B_{ij} = G_j D_{ij}, \\ M_{ij} &= (I - G_j D_{ij} C_i), \quad E_{ij} = -D_{ij} C_i F, \quad N_{ij} = -D_{ij} C_i. \end{aligned}$$

Подставляя  $\bar{U}_{jt}$  из (2.1.10) в (2.1.7), с учетом (2.1.1), получим уравнение для замкнутой системы регулирования

$$x_{t+1} = A_{ij} x_t - G_j D_{ij} C_i x_{t+1} + M_{ij} g_j U_{jt}, \quad (2.1.11)$$

которое представим в виде

$$x_{t+1} = (I + G_j D_{ij} C_i) [A_{ij} x_t + M_{ij} g_j U_{jt}]. \quad (2.1.12)$$

При этом непременным условием является то, что матрица  $(I + G_j D_{ij} C_i)$  должна быть неособенной. Тогда, при формировании обратной матрицы

$$(I + G_j D_{ij} C_i)^{-1} = (I - 0.5 G_j D_{ij} C_i), \quad (2.1.13)$$

и в силу следующих равенств:

$$\begin{aligned} (I - 0.5 G_j D_{ij} C_i) A_{ij} &= A_{ij}, \\ (I - 0.5 G_j D_{ij} C_i) M_{ij} &= M_{ij}, \end{aligned} \quad (2.1.14)$$

вектор  $y_{i(t+1)}$  записывается

$$y_{i(t+1)} = C_i x_{t+1} = C_i A_{ij} x_t + C_i M_{ij} g_j U_{jt}. \quad (2.1.15)$$

Так как

$$C_i A_{ij} = 0 \quad \text{и} \quad C_i M_{ij} = 0, \quad (2.1.16)$$

можно заключить, что при любых значениях  $\bar{U}_{jt}$  вектор  $y_{i(t+1)} = 0$  для  $t=1,2,\dots$

Следовательно, для системы (1.3.19) существует регулятор, для которого выполняется условие  $y_{it} = 0$  при  $U_{jt} = 1$ .

В соответствии с определением переходной функции  $p_{ijt}$  из (2.1.7) получим

$$p_{ijt} = \sum_{k=1}^t c_i^T F^{k-1} g_j. \quad (2.1.17)$$

При нулевых начальных условиях  $x(t=t_0)=0$  решение уравнения

$$x_{t+1} = A_{ij} x_t + M_{ij} g_j U_{jt} \quad (2.1.18)$$

записывается в виде

$$x_{t+1} = \sum_{k=1}^t A_{ij}^{k-1} M_{ij} g_j U_{j(t-k)}. \quad (2.1.19)$$

Согласно (2.1.7), с учетом определения переходной функции  $q_{ij}(t)$ , получим

$$q_{ijt} = \sum_{k=1}^t c_i^T A_{ij}^{k-1} M_{ij} g_j, \quad A_{ij} = M_{ij} F. \quad (2.1.20)$$

Таким образом, на основе параметров наблюдаемой и управляемой системы (1.3.19), (2.1.1) и при существовании системы вида (2.1.6), с учетом (2.1.5), вычисление относительной переходной функции  $\varphi_{ijt}$  позволяет сделать заключение об автономности систем управления с парами  $\{y_{it}, U_{jt}\}$  при  $i, j \in R$ . Из определения относительной переходной функции (2.1.8) по значениям  $\varphi_{ijt}$  можно установить степень взаимного влияния подсистем с парами  $\{y_{it}, U_{jt}\}$  для следующих случаев:

1. При значениях  $\varphi_{ijt} = 1$  взаимосвязь подсистем с парами  $\{y_{it}, U_{jt}\}$  полностью отсутствует,

2. При значениях  $\varphi_{ijt}$ , отличных от 1, взаимосвязь подсистем с парами  $\{y_{it}, U_{jt}\}$  существует и имеет явно выраженный характер для  $\varphi_{ijt}$  много больше или много меньше 1.

Блок-схема алгоритма определения критерия декомпозиции приведена на рис. 2.1.1.

Рассмотрим пример определения критерия декомпозиции двух - координатного электропривода постоянного тока с перекрестными связями в ме-

ханических звеньях и широтно-импульсной модуляцией питающего напряжения электродвигателя. Уравнение динамики непрерывного электро механического объекта запишем в виде

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bU(t), \quad x(t = t_0) = x_0. \quad (2.1.21)$$

где  $x(t)$  -  $n$  - мерный вектор, включающий ток  $i(t)$  якоря, частоту вращения  $\omega(t)$  и угол  $\alpha(t)$  поворота вала двигателей приводов первой и второй координат, соответственно верхний индекс "1" или "2";  $x(t) = [i^1(t), \omega^1(t), \alpha^1(t), i^2(t), \omega^2(t), \alpha^2(t)]^T$ ;  $U(t)$  -  $m$ - мерный вектор управляющих воздействий, модулируемых по широтно-импульсному закону;  $U(t) = [U^1(t), U^2(t)]^T$ ;  $A, b$  - соответственно,  $n \times n$  и  $n \times m$  - блочные матрицы, диагональные компоненты которых имеют разреженную структуру:

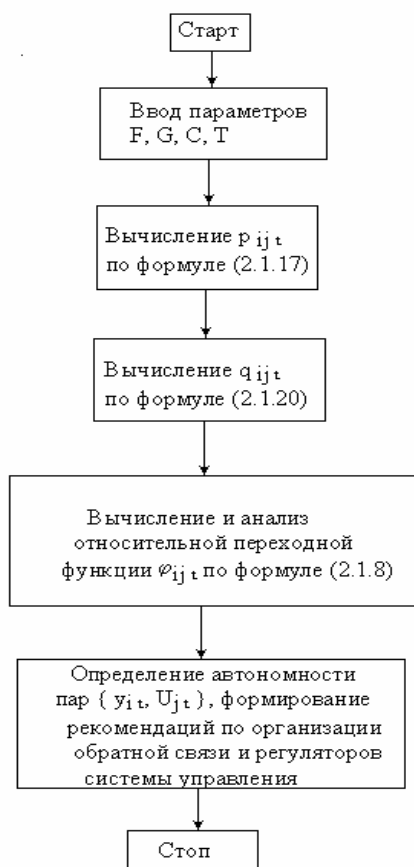


Рис. 2.1.1. Блок-схема алгоритма определения критерия декомпозиции

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}, \quad (2.1.22)$$

$$A_{11} = \begin{pmatrix} -R_1/L_1 & -C_{\partial 1}/L_1 & 0 \\ C_{\partial 1}/J_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -C\omega_2/J_2 & -C\alpha_2/J_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_{21} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -C\omega_1/J_2 & -C\alpha_1/J_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_{22} = \begin{pmatrix} -R_2/L_2 & -C_{\partial 2}/L_2 & 0 \\ C_{\partial 2}/J_2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$b_{11} = \begin{pmatrix} 1/L_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b_{12} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b_{21} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b_{22} = \begin{pmatrix} 1/L_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где  $R_1, R_2, L_1, L_2$  - соответственно активное сопротивление, индуктивность обмотки якоря двигателей;  $C_{\partial 1}, C_{\partial 2}$  - конструктивная постоянная двигателей;  $J_1 = J_{\partial 1} + J_{n1}$ ;  $J_2 = J_{\partial 2} + J_{n2}$ ;  $J_{\partial 1}, J_{\partial 2}$  - момент инерции двигателей;  $J_{n1}, J_{n2}$  - момент инерции нагрузки, приведенный к валу двигателей;  $C\omega_1, C\omega_2, C\alpha_1, C\alpha_2$  - коэффициенты, характеризующие взаимосвязь по скорости движения и угловому положению механических звеньев приводов первой и второй координат. Здесь принимаются допущения, рассмотренные в разделе 1.3.

Предполагая, что управление приводами одновременно формируется в начале каждого такта ШИМ, дискретная модель (2.1.2) записывается следующим образом:

$$x_{t+1} = Fx_t + BU_t = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{pmatrix} x_t + \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} U_t, \quad x_{t=0} = x_0. \quad (2.1.23)$$

Компоненты блочных матриц  $F$  и  $B$  можно записать в виде первых двух членов ряда, аппроксимирующего матричный экспоненциал  $\exp(AT)$ :

$$F = I + AT, \quad B = Fb, \quad (2.1.24)$$

где  $T$  - период дискретности широтно-импульсного модулятора.

Используя в качестве исполнительных двигателей приводов малоинерционные двигатели ДК 1-2.3 с параметрами, приведенными в табл. 1.3.1, в соответствии с (2.1.22) и (2.1.24), можно записать:

$$F = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ F_{21}(J_{H_1}) & 1 & 0 & 0 & F_{25}(J_{H_1}) & F_{26}(J_{H_1}) \\ 0 & T & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F_{44} & F_{45} & 0 \\ 0 & F_{52}(J_{H_2}) & F_{53}(J_{H_2}) & F_{54}(J_{H_2}) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F_{65} & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.1.25)$$

$$B = \begin{pmatrix} B_{11} & 0 \\ B_{22}(J_{H_1}) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & B_{42} \\ 0 & B_{52} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.1.26)$$

$$\begin{aligned} F_{11} &= 8.6, \quad F_{12} = -3.4 \cdot 10^{-3}, \quad F_{21}(J_{H_1}) = \frac{7.6 \cdot 10^{-6}}{2.2 \cdot 10^{-3} + J}, \quad F_{25}(J_{H_1}) = \frac{-2.3 \cdot 10^{-6}}{2.2 \cdot 10^{-3} + J_{H_1}}, \\ F_{26}(J_{H_1}) &= \frac{-3.3 \cdot 10^{-8}}{2.2 \cdot 10^{-3} + J_{H_1}}, \quad F_{44} = 8.6; \quad F_{45} = -3.4 \cdot 10^{-3}, \quad F_{52}(J_{H_2}) = \frac{-2.3 \cdot 10^{-6}}{2.2 \cdot 10^{-3} + J_{H_2}}, \\ F_{53}(J_{H_2}) &= \frac{-3.3 \cdot 10^{-8}}{2.2 \cdot 10^{-3} + J_{H_2}}, \quad F_{54}(J_{H_2}) = \frac{7.6 \cdot 10^{-6}}{2.2 \cdot 10^{-3} + J_{H_2}}, \quad F_{52}(J_{H_2}) = 3.3 \cdot 10^{-3}, \\ B_{11} = B_{42} &= 3.8 \cdot 10^{-3}, \quad B_{21}(J_{H_1}) = \frac{3.4 \cdot 10^{-4}}{2.2 \cdot 10^{-3} + J_{H_1}}, \quad B_{52}(J_{H_2}) = \frac{3.4 \cdot 10^{-3}}{2.2 \cdot 10^{-3} + J_{H_2}}. \end{aligned} \quad (2.1.27)$$

Организуя, например, регулятор частоты вращения двигателей двухкоординатного ЭП, вектор измерения записывается следующим образом:

$$y_t = \begin{pmatrix} 010000 \\ 000010 \end{pmatrix} x_t. \quad (2.1.28)$$

Переходные функции разомкнутой и частично замкнутой системы для пар  $\{y_{2t}, U_{1t}\}$ ,  $\{y_{5t}, U_{2t}\}$  имеют вид

$$\begin{aligned} p_{21t} &= \sum_{k=1}^l [F_{21}(J_{H_1})]^{k-1} * B_{11} + B_{21}(J_{H_1}), \quad p_{52t} = \sum_{k=1}^l [F_{21}(J_{H_2})]^{k-1} * B_{11} + B_{21}(J_{H_2}), \\ q_{21t} &= \sum_{k=1}^l [F_{21}(J_{H_1})]^{k-1} * B_{11} + B_{21}(J_{H_2}), \quad q_{52t} = \sum_{k=1}^l [F_{21}(J_{H_2})]^{k-1} * B_{11} + B_{21}(J_{H_1}). \end{aligned} \quad (2.1.29)$$

Анализ значений относительных переходных функций  $\varphi_{21t}$  и  $\varphi_{52t}$  для различных соотношений  $J_{H1}$  и  $J_{H2}$  позволяет заключить следующее:

1. При  $J_{H1} = J_{H2}$  на всем интервале функционирования системы  $\varphi_{21t} = 1$ ;  $\varphi_{52t} = 1$ , и регуляторы для каждого электропривода могут проектироваться отдельно.

2. При значительных различиях  $J_{H1}$  и  $J_{H2}$  значения  $\varphi_{21t}$  и  $\varphi_{52t}$  отличаются от 1. Так, для случая  $J_{H2} \gg J_{H1}$ :  $\varphi_{21t} \gg 1$ ;  $\varphi_{52t} \ll 1$ .

Следовательно, при проектировании регуляторов электроприводов рассматриваемого примера, изменяющаяся степень взаимного влияния подсистем регулирования с парами  $\{y_{2t}, U_{1t}\}$  и  $\{y_{5t}, U_{2t}\}$ , для случая больших отличий  $J_{H1}$  и  $J_{H2}$  друг от друга, не позволяет осуществить декомпозицию системы (2.1.23).

Для рассматриваемого примера на рис. 2.1.2 приведены зависимости, отражающие изменение относительных переходных функций  $\varphi_{21t}$  и  $\varphi_{52t}$  для различных соотношений значений  $J_{H1}$  и  $J_{H2}$ . Так, при большой разнице значений момента инерции механической нагрузки двигателей ЭП (в 100 и более раз) переходные функции  $\varphi_{21t}$  и  $\varphi_{52t}$  уже на третьем такте дискретности ШИМ значительно отличаются от 1, что определяет необходимость построения регулятора в пространстве состояний двухкоординатного ЭП.

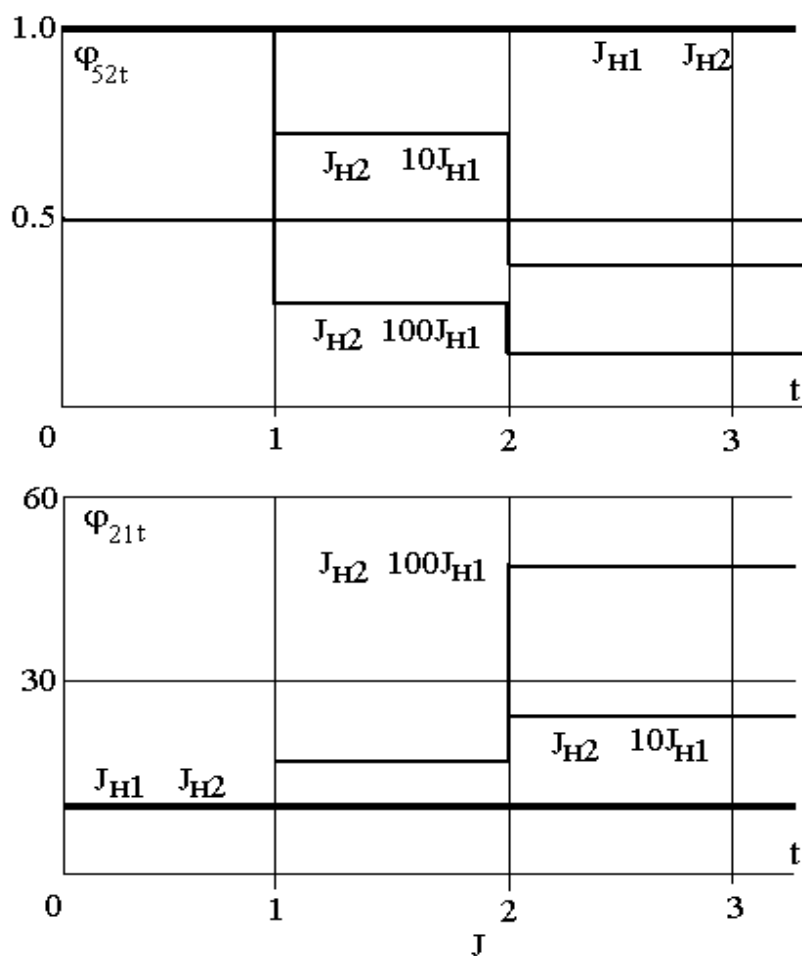


Рис. 2.1.2. Функциональные зависимости  $\varphi_{21t}$  и  $\varphi_{52t}$  для различных соотношений значений  $J_{H1}$  и  $J_{H2}$  ( $t$  - дискретное время)

## 2.2. Алгоритмы параметрической адаптации регуляторов при неконтролируемых возмущениях в исполнительных ЭП ЭМО

Рассматривая дискретное представление ЭМО вида (1.3.26), матрицы параметров которых существенно изменяются во времени, можно записать следующее:

$$F_t = F_t^0 \pm \Delta F_t, \quad G_t = G_t^0 \pm \Delta G_t, \quad (2.2.1)$$

где  $F_t^0, G_t^0$  - матрицы соответствующих размерностей, компоненты которых равны минимальным или максимальным значениям;  $\Delta F_t, \Delta G_t$  - матрицы соответствующих размерностей, компоненты которых представляют собой неизвестные параметры. Такое представление  $F_t$  и  $G_t$  является логичным и разумным, т. к. во многих практических случаях, априори можно установить так называемую “трубку” значений параметров объекта управления и, следовательно, их минимальные или максимальные значения.

Задача конструирования адаптивного регулятора для ЭМО с параметрами, записанными выражениями (2.2.1), будет заключаться в определении стабилизирующей последовательности:

$$U_t = U_t^0 + \Delta U_t, \quad (2.2.2)$$

из условия экстремальности назначенного функционала качества на траектории движения замкнутой системы. Здесь  $U_t^0$  представляет собой управляющее воздействие, формируемое регулятором при  $F_t = F_t^0$  и  $G_t = G_t^0$ , а  $\Delta U_t$  - приращение управления, генерируемое контуром адаптации в процессе функционирования системы.

Для построения контура адаптации наиболее эффективными методами являются методы, основанные на анализе отклонений (или их функций) траектории движения системы от оптимальной траектории. Используя функцию Гамильтона, запишем расширенный функционал качества в виде

$$I = x_N^T Q_N x_N - \lambda_N^T x_N + \sum_{t=1}^{N-1} [H_t - \lambda_t^T x_t] + H^0, \quad (2.2.3)$$

где

$$H_t = 0.5 x_t^T Q x_t + 0.5 U_t^T R U_t + \lambda_{t+1}^T [F_t x_t + G_t U_t], \quad (2.2.4)$$

где  $\lambda_t$  - вектор неопределенных множителей Лагранжа;  $H^0$  - значение функции  $H_t$  при  $t = t_0$ . Стабилизирующее значение управления  $U_t$  в виде обратной связи формируется согласно выражения

$$U_t = -R^{-1} G_t^T F_t^{-T} [S_t - Q] x_t, \quad (2.2.5)$$

где  $S_t$  - матрица решения уравнения Риккати

$$S_t = Q + F_t^T [S_{t+1}^{-1} + G_t R^{-1} G_t^T]^{-1} F_t. \quad (2.2.6)$$

Последовательность  $S_t$  определяется обычно на ЭВМ методом обратной прогонки при "закрепленном правом конце" с конечного момента времени  $t = N$  при  $S_N = Q_N$  до момента времени  $t = t_0$ . Вычисленные таким образом значения  $S_t$  запоминаются и в дальнейшем используются для построения управления  $U_t$  в виде (2.2.5) с учетом текущего времени.

Отклонение функции Гамильтона  $H_t$  на оптимальной траектории движения дискретной системы управления ЭМО записывается выражением

$$\Delta H_t^{OPT} = H_t^{OPT} - x_t^T D_t x_t, \quad (2.2.7)$$

где

$$D_t = Q + K_t^T R K_t + S_t^{*T} F_t - S_t^{*T} G_t K_t, \quad (2.2.8)$$

$$K_t = R^{-1} G_t^T F_t^{-T} [S_t - Q], \quad (2.2.9)$$

$$S_t^* = F_t^{-T} [S_t - Q] \quad (2.2.10)$$

Минимальное значение функционала (2.2.3) достигается при выполнении условия

$$\Delta H_t^{OPT} = 0. \quad (2.2.11)$$

Следовательно, для дискретной системы с известными компонентами матриц  $F_t^0$  и  $G_t^0$  и предварительно вычисленными значениями матриц  $S_t^0$  и  $K_t^0$  (2.2.6), (2.2.9) условие (2.2.11) принимает вид

$$\Delta H^{OPT} = x_t^T [Q - D_t^0] x_t + U_t^T R U_t + x_t^T S_t^{*OT} x_{t+1}. \quad (2.2.12)$$

Данное уравнение положим в основу построения структуры и алгоритмов адаптации ЭМО с нестационарными и неконтролируемыми параметрами исполнительных приводов.

Пусть  $W(t)$  - матрица параметров ЭМС, с помощью которой можно произвести адаптацию системы. Организуем алгоритм адаптации в виде интегрального звена

$$\dot{W}(t) = \beta(t) \Delta H_t, \quad W(t = t_0) = W_0, \quad (2.2.13)$$

где  $\beta(t)$  - соответствующая матрица параметров блока адаптации. Для обеспечения асимптотического процесса изменения параметров  $W(t)$  будем использовать широко распространенный второй метод Ляпунова. При этом функцию Ляпунова выберем в виде квадратичной формы

$$V(x, W) = 0.5 \Delta H_t^2. \quad (2.2.14)$$

Полная производная  $V(x, W)$  с учетом (2.2.13), будет иметь вид:

$$\dot{V}(x, W) = \Delta H_t [\partial \Delta H_t / \partial W(t)]^T \beta(t) \Delta H_t. \quad (2.2.15)$$

Сходимость процесса адаптации обеспечивается отрицательной определенностью матрицы



$$\beta(t) = -[\partial \Delta H_t / \partial W(t)], \quad (2.2.16)$$

кроме области  $\Delta H_t = 0$ .

Полагаем, что компенсация изменений неконтролируемых параметров  $\Delta F_t$  и  $\Delta G_t$  осуществляется путем перенастройки коэффициентов передачи матриц пропорционального регулятора (2.2.15) в виде

$$K_t = K_t^0 + \Delta K_t, \quad S_t = S_t^0 + \Delta S_t. \quad (2.2.17)$$

Подставляя (2.2.17) в (2.2.12), определяем матрицу параметров блока адаптации согласно (2.2.16):

$$\beta(t) = -x_{t+1} x_t^T. \quad (2.2.18)$$

Осуществляя симметризацию выражения (2.2.18), окончательно запишем алгоритм перенастройки

$$\beta(t) = -0.5[x_t x_{t+1}^T + x_{t+1} x_t^T]. \quad (2.2.19)$$

Таким образом, согласно уравнения (2.2.13), дискретный алгоритм изменения коэффициентов передачи регулятора имеет вид

$$\Delta S_{t+1} = \Delta S_t - 0.5 \Delta H_t [x_t x_{t+1}^T + x_{t+1} x_t^T], \quad \Delta S(t = t_0) = \Delta S_0, \quad (2.2.20)$$

где отклонение  $\Delta H_t$  функции Гамильтона определяется выражением (2.2.12). Уравнения (2.2.8) - (2.2.12), (2.2.20) позволяют организовать множество алгоритмов адаптации (с учетом их сходимости) регуляторов СУ ЭМО при возможном изменении компонент матриц  $F_t$  и  $G_t$ . Последовательность вычислений для синтеза адаптивной системы управления ЭМО можно представить в виде блок-схемы, представленной на рис. 2.2.1.

Анализируя систему уравнений (2.2.12) и (2.2.20), следует отметить, что при реализации быстродействующих алгоритмов адаптации возникают два существенных момента, затрудняющих их использование. Во-первых, это связано со сложностью задания компонент матрицы  $\Delta S_0$ , значения которых изначально неизвестны, но которые в значительной степени определяют динамику блока адаптации. Во-вторых, для определения текущих значений  $U_t$  ( $\Delta K_b$ ,  $x_t$ ) необходимо вычисление будущих значений вектора  $x_t$  состояний ЭМО. Эффективность разрешения первой трудности во многом зависит от опыта и интуиции проектировщика СУ ЭМО. При этом она может быть успешно разрешена при достаточно большой инерционности исполнительных приводов электромеханических систем. В этом случае скорость протекания переходных процессов в блоке адаптации должна значительно превосходить данный динамический показатель регулируемых переменных состояния ЭМО. Преодоление же второго затруднения возможно несколькими способами, одним из которых является построение наблюдателя состояний пониженной размерности или упрощенной эталонной модели электромеханического объекта.

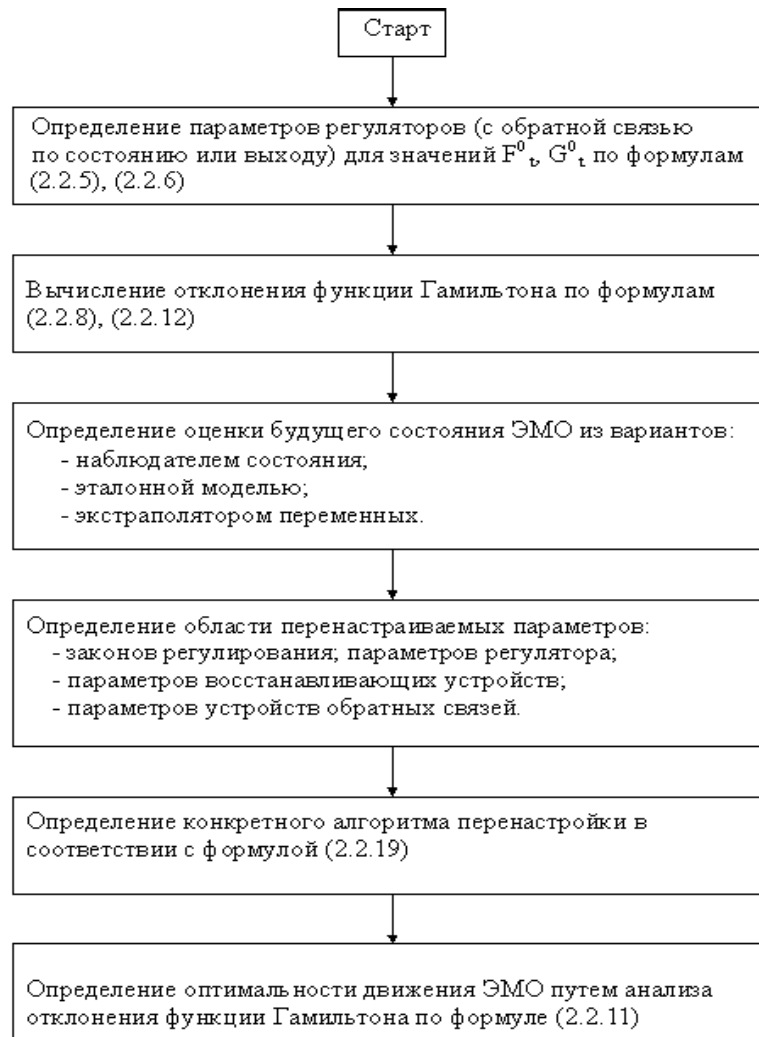


Рис. 2.2.1. Блок-схема последовательности синтеза адаптивной системы управления ЭМО с использованием функции Гамильтона

На рис. 2.2.2 приведен один из вариантов обобщенной структуры адаптивной системы управления исполнительным приводом ЭМО с эталонной моделью. Данный вариант предусматривает использование для непосредственного управления исполнительным приводом ЭМО и формирования алгоритмов перенастройки коэффициентов передачи регулятора эталонных значений всего вектора состояния ЭМО. Однако включение в канал обратной связи системы управления ЭМО дополнительных звеньев может привести к значительным динамическим ошибкам. В тех случаях, когда для обеспечения требуемого качества управления достаточно организации отрицательной обратной связи по вектору измерения, восстанавливаемые переменные используются только при функционировании блока адаптации (рис. 2.2.3). В системах управления ЭМО с аналоговыми регуляторами наиболее целесообразным вариантом является использование предложенных алгоритмов адаптации путем перенастройки коэффициентов регулятора, широтно-импульсного модулятора, измерительных преобразователей (рис. 2.2.4). Это позволяет ор-

ганизовать блок адаптации на программно-аппаратном уровне как внешнее устройство, улучшающее характеристики комплектных исполнительных приводов. Особенности построения наблюдателя состояний электромеханического объекта будут рассмотрены в последующих главах работы при решении задачи восстановления неконтролируемых переменных ЭМО.

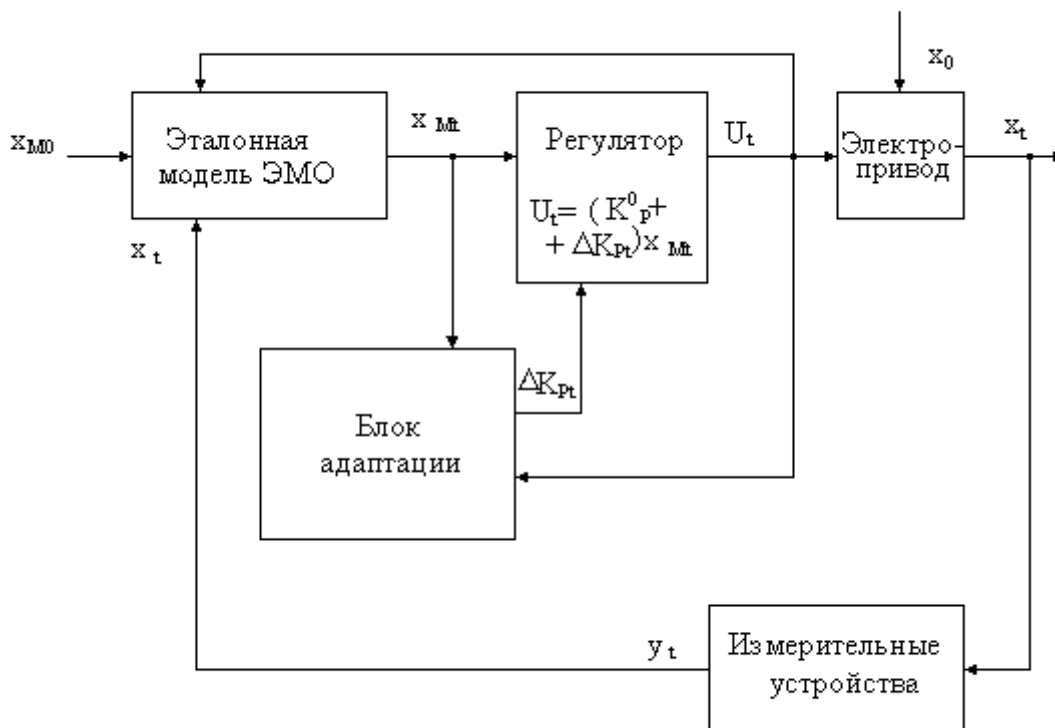


Рис. 2.2.2. Структура адаптивной СУ с эталонной моделью исполнительного ЭП

Другим способом определения  $x_{t+1}$  является применение прогнозирующих методов, позволяющих построить ускоренную адекватную математическую регулируемую процесс.

Поскольку рассматриваемая система относится к классу детерминированных, то предсказание будущих значений  $x_t$  по соответствующей информации о прошлом состоянии не вызовет затруднений.

Основой одного из методов экстраполяции является разложение аналитической функции в ряд Тейлора. При этом экстраполируемая функция и ее производные должны быть непрерывными во всем диапазоне ее изменения. Значения функции  $x_{t+1}$  для дискретного случая соответствуют выражению:

$$x_{t+1} = x_t + \sum_{j=0}^N (\Delta x_t^j / j!) [(t+1) - t]^j. \quad (2.2.21)$$

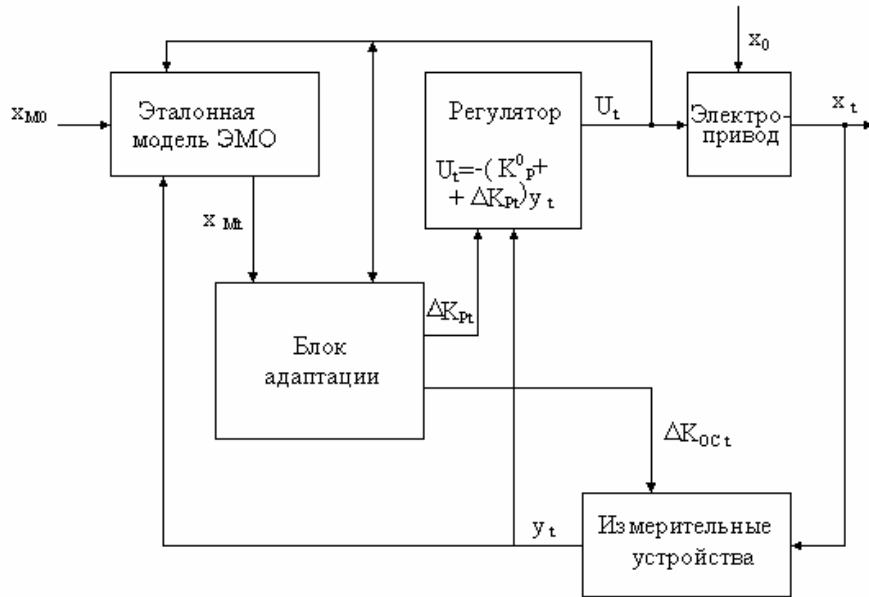


Рис. 2.2.3. Структура адаптивной СУ исполнительным ЭП с обратной связью по вектору измерения

Практическое применение получили экстраполяция нулевого порядка ( $j=0$ ) и линейная экстраполяция ( $j=1$ ). В четвертой главе книги приведена структура системы управления ЭП, в которой используется прогнозирующее устройство, функционирующее на основе вычисления скорости изменения составляющих  $x_t$ :

$$x_{t+1} = 2x_{t1} - x_{t2}, \quad (2.2.22)$$

где моменты времени  $t_1 = T - \Delta t$ ,  $t_2 = T - 2\Delta t$ ;  $\Delta t$  - период квантования измерительных преобразователей.

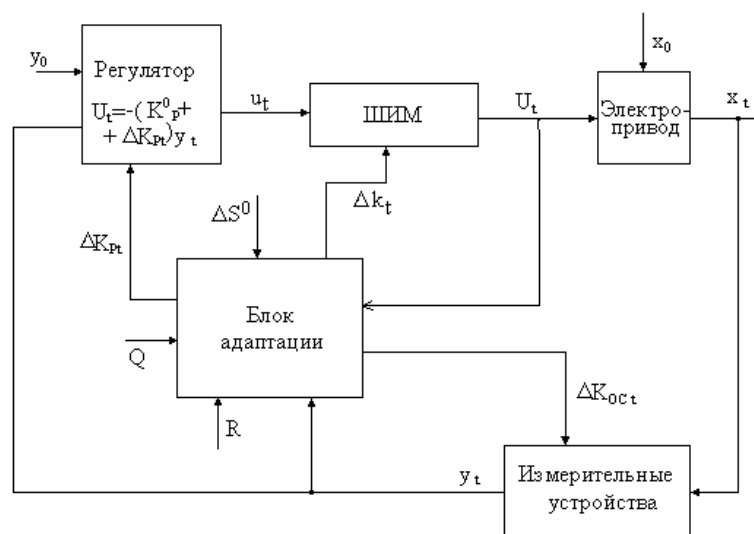


Рис. 2.2.4. Структура адаптивной СУ исполнительным ЭП с аналоговыми регуляторами

Применительно к цифро-аналоговым системам управления исполнительными приводами ЭМО функции блока адаптации можно ограничить перенастройкой параметров контура положения (рис. 2.2.5).

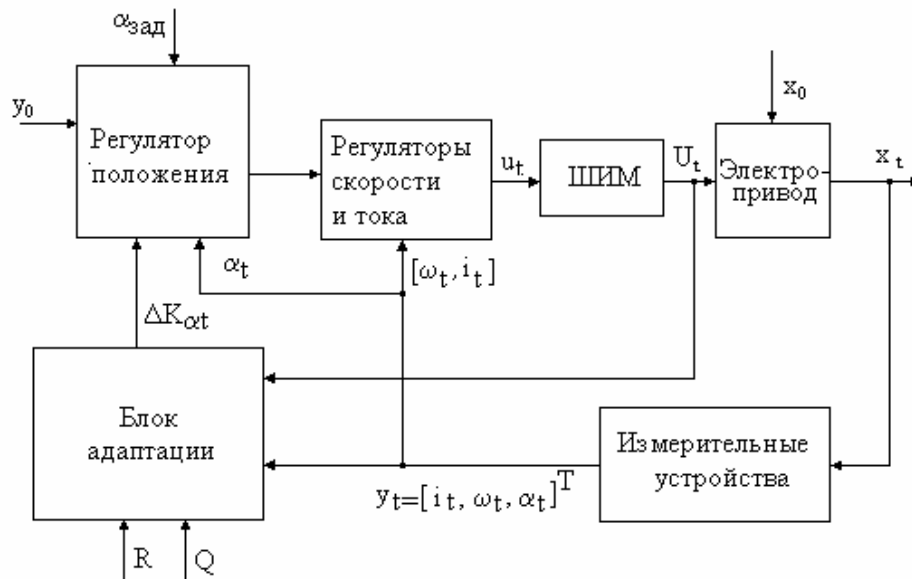


Рис. 2.2.5. Структура адаптивной цифро-аналоговой системы управления исполнительным ЭП

На примере электропривода постоянного тока, представленного моделью вида (1.3.17) и параметрами, приведенными в табл. 1.3.1, установлено, что синтезированный алгоритм перенастройки коэффициентов передачи по току  $K_i$  и скорости  $K_\omega$  двигателя адаптивного регулятора является высокоэффективным способом компенсации влияния, например, изменений момента инерции  $J_D$  нагрузки двигателя на показатели переходных процессов. Так, при скачкообразном уменьшении  $J_D$  в 15 раз от номинального  $J_{ДНОМ}$  значения практически полностью исключается колебательный характер процесса стабилизации скорости двигателя (рис. 2.2.6 - 2.2.7).

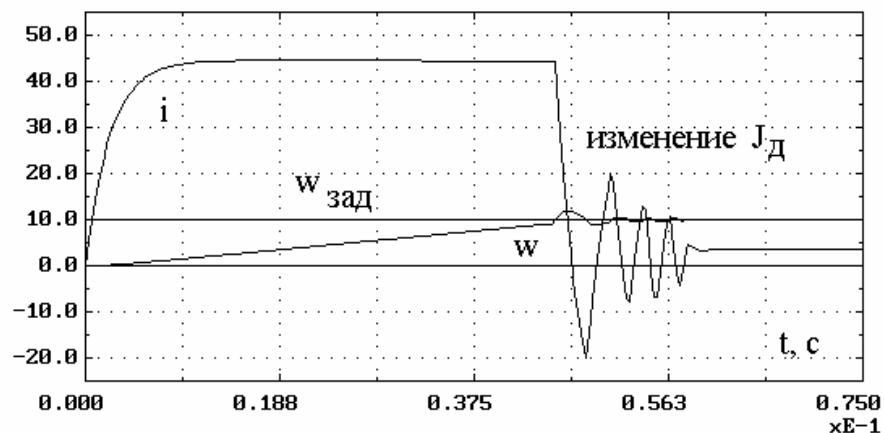


Рис. 2.2.6. Переходные процессы в ЭП при скачкообразном уменьшении неконтролируемого  $J_D$  на 50% от  $J_{ДНОМ}$ . без подключения контура адаптации

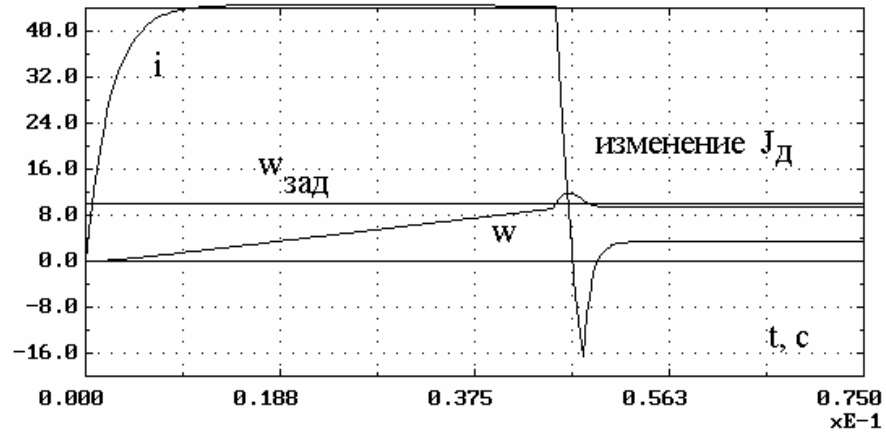


Рис. 2.2.7. Переходные процессы в ЭП при скачкообразном уменьшении неконтролируемого  $J_d$  в 15 раз от  $J_{дном}$ . с адаптивным регулятором

При этом коэффициенты передачи по току  $K_i$  и скорости  $K_\omega$  двигателя изменяются соответствующим образом (рис. 2.2.8 - 2.2.9). Изменение чувствительности алгоритма адаптации возможно путем введения нормирующих множителей при вычислении  $\Delta H_t$  в (2.2.12) и  $\Delta S_t$  в (2.2.20), значения которых ограничиваются областью устойчивости замкнутой адаптивной системы и могут определяться, например, коэффициентом передачи ШИМ.

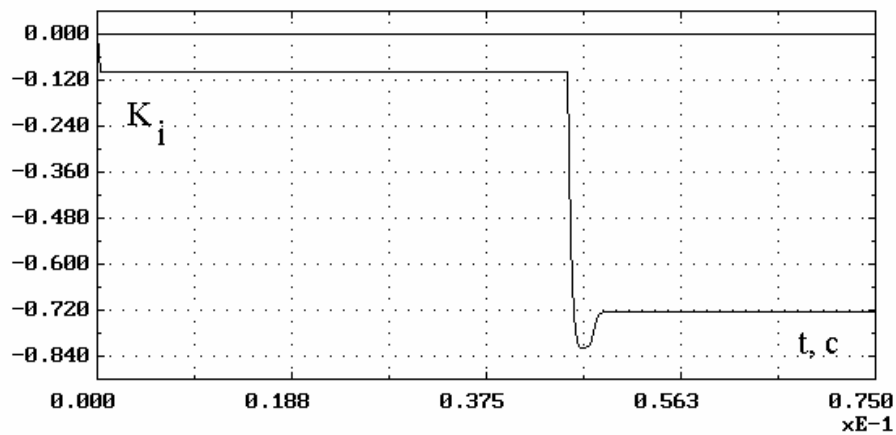


Рис. 2.2.8. Процесс перенастройки коэффициента передачи по току  $K_i$  адаптивного регулятора

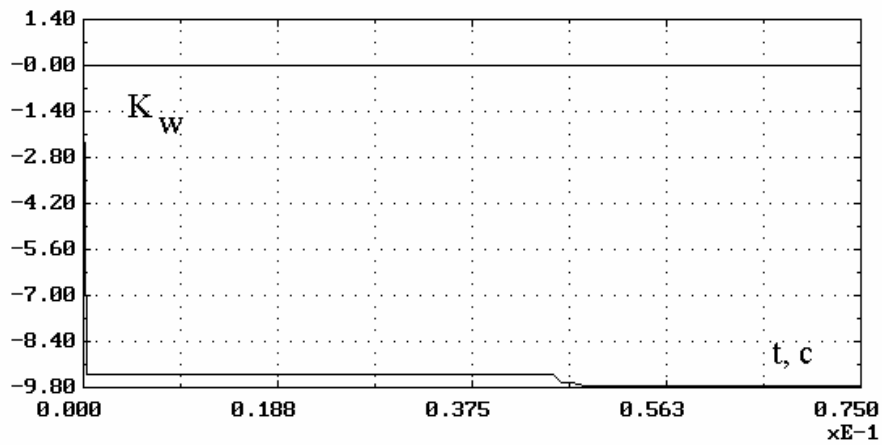


Рис. 2.2.9. Процесс перенастройки коэффициента передачи по скорости  $\Delta K_{\omega}$  адаптивного регулятора

В рассматриваемом примере при вычислении  $\Delta K_i$  и  $\Delta K_{\omega}$  используются следующие значения множителей:

- вариант 1: для  $\Delta H_t - 10^{-5}$ ;  
для  $\Delta S_t - 10^{-4}$ ;
- вариант 2: для  $\Delta H_t - 10^{-5}$ ;  
для  $\Delta S_t - 5 \cdot 10^{-4}$ .

Влияние нормирующих множителей на процесс  $\Delta K_{\omega}$  для приведенных вариантов проявляется в изменении вида и значений  $\Delta K_{\omega}$  (рис.2.2.10 - 2.2.11). Так, увеличение множителя при  $\Delta S_t$  в 5 раз приводит к пропорциональному возрастанию  $\Delta K_{\omega}$ , а следовательно, повышению чувствительности алгоритма адаптации.

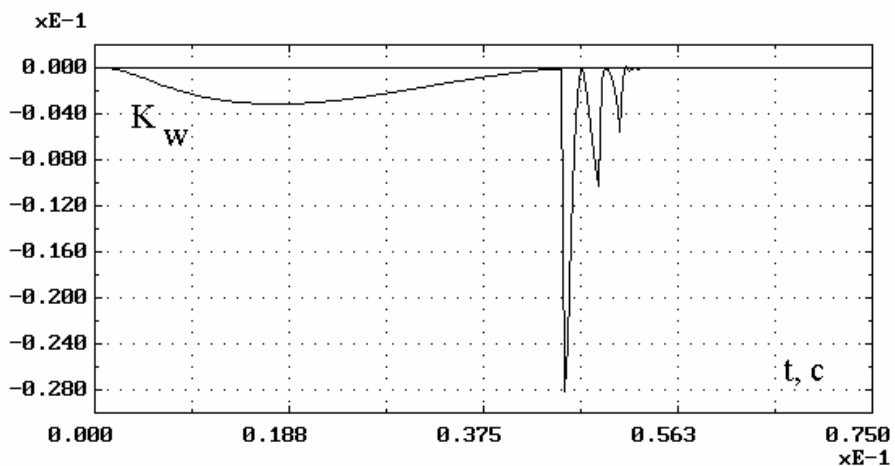


Рис. 2.2.10. Процесс вычисления  $\Delta K_{\omega}$  для нормирующих множителей первого варианта

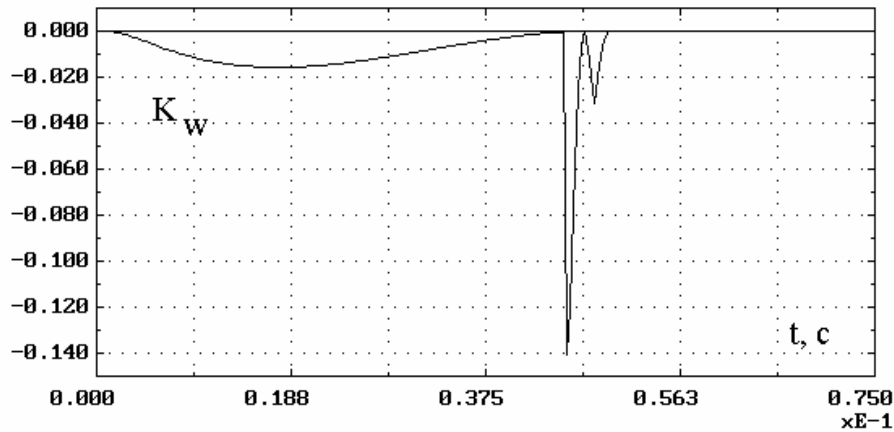


Рис. 2.2.11. Процесс вычисления  $\Delta K_{\omega}$  для нормирующих множителей второго варианта

### 2.3. Построение адаптивного регулятора с использованием наблюдателя состояний ЭМО

Техническая сложность или практическая невозможность измерения полного вектора  $x_t$  состояния электромеханических объектов и их исполнительных приводов обуславливает необходимость построения адаптивного управления ЭМО с наблюдателем состояния в условиях неконтролируемых возмущений и неполной информации о протекающих процессах.

Для вычисления полного вектора состояний электромеханического объекта или его части широко используются динамические фильтры - фильтры Калмана и Люэнбергера.

Рассмотрим задачу синтеза стабилизирующего управления  $U_t$  для системы: регулятор - наблюдатель состояния - нестационарный объект, который минимизирует обобщенный функционал качества (1.3.3). Пусть поведение объекта описывается уравнением (1.3.17). Полагаем, что наблюдатель состояния ЭМС описывается уравнением

$$\hat{x}_{t+1} = \hat{F} \hat{x}_t + \hat{G} U_t + L (y_t - C \hat{x}_t)$$

или

$$\hat{x}_{t+1} = \hat{F} \hat{x}_t + \hat{G} U_t + L y_t \quad \text{при} \quad x(t = t_0) = x_0, \quad (2.3.1)$$

где  $\hat{F}, \hat{G}$  - оценки соответствующих матриц  $F, G$  в (1.3.17);  $L$  - матрица соответствующей размерности, компоненты которой определяют динамику наблюдателя состояний. Уравнение ошибки оценивания на  $(t+1)$  шаге дискретности записывается как

$$\varepsilon_{e+1} = [F - LC] x_t - \hat{F} \hat{x}_t, \quad \varepsilon(t = t_0) = x_0 - \hat{x}_0. \quad (2.3.2)$$



В уравнении (2.3.1) параметры матрицы и матрицы - вектора в зависимости от размерности управления (многомерного или скалярного), соответствуют параметрам, аналогичным матрицам (вектору) в математической модели исполнительных приводов ЭМО.

Записывая полный вектор состояния

$$\hat{x}_t = \hat{x}_t + \varepsilon_t, \quad (2.3.3)$$

квадратичный функционал качества вида (1.3.3) можно представить суммой трех составляющих:

$$I(\hat{x}_t, U_t) = I_1(\varepsilon_t) + I_2(\hat{x}_t, U_t) + I_3\left(\varepsilon_t, \hat{x}_t\right), \quad (2.3.4)$$

где

$$I_1(\varepsilon_t) = \varepsilon_{N1}^T Q_{N1} \varepsilon_{N1} + 0.5 \sum_{t=t_0}^{N1-1} \varepsilon_t^T Q_t \varepsilon_t, \quad (2.3.5)$$

$$I_2(\hat{x}_t, U_t) = \hat{x}_N^T Q_N \hat{x}_N + 0.5 \sum_{t=N1}^{N-1} \left[ \hat{x}_t^T Q_t \hat{x}_t + U_t^T R U_t \right], \quad (2.3.6)$$

$$I_3(\varepsilon_t, \hat{x}_t) = \varepsilon_N^T Q_N \hat{x}_N + 0.5 \sum_{t=N1}^{N-1} \varepsilon_t^T Q_t \hat{x}_t. \quad (2.3.7)$$

Очевидно, что наблюдатель состояния, восстанавливающий компоненты неизмеряемой части вектора состояния, должен формировать наилучшую оценку в пространстве переменных параметров  $\varepsilon_t, \hat{x}_t, U_t$ . Уравнение (2.3.2), с учетом равенства

$$\hat{F} = [F - LC], \quad (2.3.8)$$

записывается в виде:

$$\varepsilon_{t+1} = [F - LC]\varepsilon_t, \quad \varepsilon(t = t_0) = \varepsilon_0. \quad (2.3.9)$$

Используя в дальнейшем линейное преобразование многомерной системы уравнений (2.3.9), определим параметры наблюдателя состояний. С этой целью введем такую симметричную положительно определенную матрицу  $P = P^T > 0$ , которая позволяет записать

$$P = P^{-1}[F - LC] \quad (2.3.10)$$

и вектор  $\zeta \in R^n$ , связанный с решением уравнения (2.3.9) посредством выражения

$$\zeta_t = P^{-1} \varepsilon_t. \quad (2.3.11)$$

В новых фазовых переменных уравнение (2.3.9) примет вид

$$\zeta_{t+1} = P^{-1}[F - LC]P\zeta_t, \quad \zeta(t = t_0) = P^{-1}[F - LC]\zeta_0. \quad (2.3.12)$$

Значения компонент матрицы  $P$  выбираем таким образом, чтобы выполнялось равенство

$$P^{-1}[F - LC] = [F^T - C^T L^T]. \quad (2.3.13)$$

Это позволяет представить уравнение (2.3.12) следующим образом:

$$\zeta_{t+1} = F^T \zeta_t - C^T L^T \zeta_t, \quad \zeta(t = t_0) = \zeta_0. \quad (2.3.14)$$

Умножая функционал (2.3.5) справа и слева на  $P^{-1}$ , качественные показатели наблюдателя состояния на данном этапе можно анализировать выражением

$$I_1(\zeta_t) = \zeta_{N1}^T Q_{N1} \zeta_{N1} + 0.5 \sum_{t=t_0}^{N1-1} \zeta_t^T Q_t \zeta_t. \quad (2.3.15)$$

Так как произведенное линейное преобразование не изменяет свойств и количественных характеристик замкнутой системы регулирования, то, записывая уравнение (2.3.14) в виде:

$$\zeta_{t+1} = F^T \zeta_t - C^T v_t, \quad \zeta(t = t_0) = \zeta_0, \quad (2.3.16)$$

где

$$v_t = -L_t^T \zeta_t, \quad (2.3.17)$$

задачу построения наблюдателя состояния можно сформулировать следующим образом: определение значений компонент матрицы  $L^T$ , при которых достигается минимум функционала (2.3.15). Здесь последовательность  $v_t$  (2.3.17) выполняет роль управляющего воздействия динамической системой, состоящей из регулятора и исполнительного привода ЭМО. Следовательно, расширяя функционал (2.3.15) качества наблюдателя состояния,

$$I_1(\zeta_t) = \zeta_{N1}^T Q_{HN1} \zeta_{N1} + 0.5 \sum_{t=t_0}^{N1-1} [\zeta_t^T Q_H \zeta_t + v_t^T R_H v_t], \quad (2.3.18)$$

где для наблюдателя состояния  $Q_H$  - положительно-определенная матрица;  $R_H$  - положительно-определенная матрица, параметры  $v_t$  будем определять в форме линейной обратной связи в соответствии с уравнением

$$v_t = -R_H^{-1} C F^{-T} \left[ \hat{S}_t - Q_H \right] \zeta_t, \quad (2.3.19)$$

где  $\hat{S}_t$  - матрица решения уравнения Риккати:

$$\hat{S}_t = Q_H + F \left[ \hat{S}_{t+1}^{-1} + C^T R_H^{-1} C \right] F^T \quad (2.3.20)$$

(знак “ $\hat{\phantom{x}}$ ” характеризует принадлежность к наблюдателю состояния).

Сопоставляя выражения (2.3.17) и (2.3.19), матрица  $L$  параметров наблюдателя состояния будет соответствовать

$$L = [\hat{S}_t - Q_H]^T F^{-1} C^T R_H^{-1}. \quad (2.3.21)$$

Для выбора параметров  $Q_H$  и  $R_H$  значение  $v_t$  подставим в (2.3.18) и полученное выражение сравним с выражением (2.3.15). В результате связь между матрицами  $Q$ ,  $Q_H$ ,  $R_H$  отображается посредством следующего уравнения:

$$Q = Q_H + [\hat{S}_t - Q_H][F^{-1} C^T R_H^{-1} C F^{-T}] [\hat{S}_t - Q_H]. \quad (2.3.22)$$

Так как  $Q$  и  $Q_H$  по определению положительно-определенные, то, принимая

$$Q - Q_H = \hat{Q} = \hat{Q}^T \geq 0, \quad (2.3.23)$$

выражение (2.3.20) записывается следующим образом:

$$\hat{S}_t = Q - \hat{Q} + F^T [\hat{S}_{t+1} + C^T R_H^{-1} C]^{-1} F. \quad (2.3.24)$$

Тогда, с учетом (2.3.21), разностное уравнение, описывающее динамику наблюдателя состояний, принимает вид

$$\hat{x}_{t+1} = F \hat{x}_t + G U_t + [\hat{S}_t - Q_H] F^{-T} C^T R_H^{-1} (y_t - C \hat{x}_t). \quad (2.3.25)$$

Так как на первом этапе решения задачи  $U_t = 0$ , то окончательно записываем

$$\hat{x}_{t+1} = F \hat{x}_t + [\hat{S}_t - Q_H]^T F^{-1} C^T R_H^{-1} (y_t - C \hat{x}_t). \quad (2.3.26)$$

Для второго интервала времени от  $N_1$  до  $N$  характерно условие  $\varepsilon_t = 0$ , вследствие чего,  $I_3(\varepsilon_t, \hat{x}_t) = 0$  и уравнение наблюдателя состояния:

$$\hat{x}_{t+1} = F \hat{x}_t + G U_t, \quad \hat{x}(t = t_0) = \hat{x}_0, \quad (2.3.27)$$

где управление  $U_t$ , доставляющее минимум функционалу качества (2.3.6), сформированному на интервале  $(N_1, N)$  в виде

$$I_2(\hat{x}_t, U_t) = \hat{x}_N^T Q_N \hat{x}_N + 0.5 \sum_{t=N_1}^{N-1} [\hat{x}_t^T Q_t \hat{x}_t + U_t^T R U_t], \quad (2.3.28)$$

будет определяться уравнением

$$U_t = -R_H^{-1} C F^{-T} [\hat{S}_t - Q_H] \hat{x}_t. \quad (2.3.29)$$

Матрица  $\hat{S}_t$  вычисляется в результате решения матричного уравнения Риккати.

Оценка эффективности предложенных алгоритмов функционирования наблюдателя состояний осуществлялась для ЭП постоянного тока с регулятором скорости двигателя. Так, при отличии  $\omega_{H0}$  и  $\omega_0$  имеется существенная разница в длительности переходных процессов ЭП и наблюдателя состояний ЭП (рис. 2.3.1 - 2.3.2), что не позволяет использовать оценку  $x_t$  для организации управления  $U_t$  ЭП.

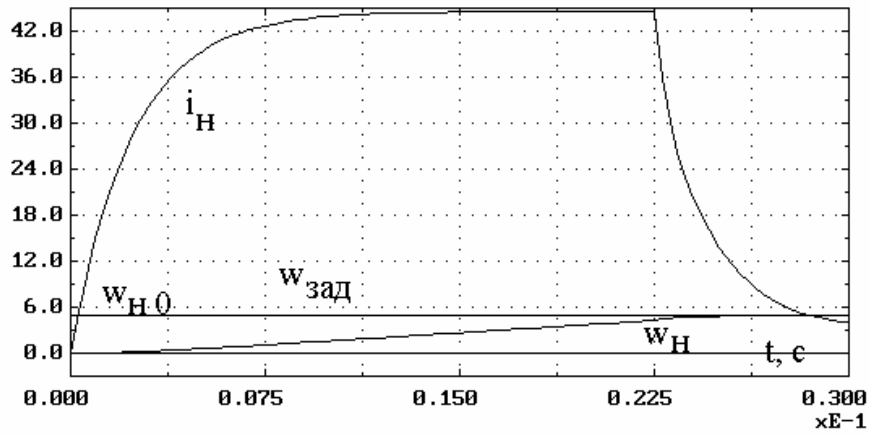


Рис.2.3.1. Переходные процессы в наблюдателе состояний ЭП с нулевыми начальными условиями ( $\omega_{H0} = 0$ )

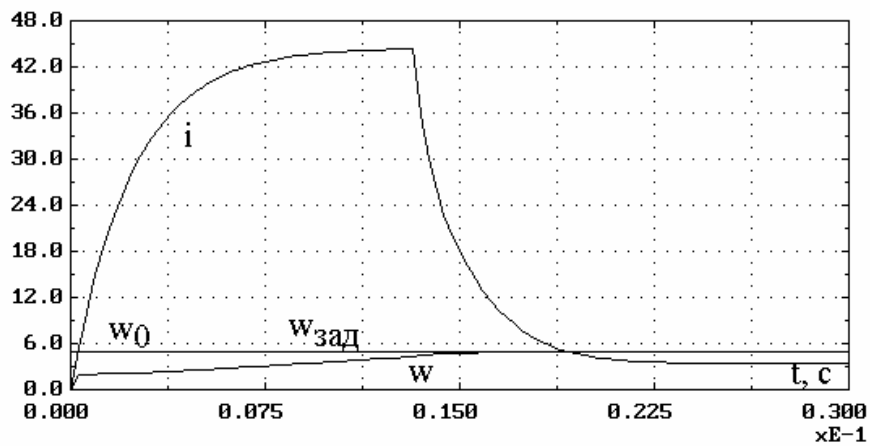


Рис.2.3.2. Переходные процессы в ЭП с ненулевыми начальными условиями ( $\omega_0=2 \text{ c}^{-1}$ )

Синтезированный алгоритм подстройки  $\omega_{H0}$  до уровня  $\omega_0$  обеспечивает равенство динамических процессов в наблюдателе состояний и ЭП (сравнение рис. 2.3.2. - 2.3.3.).

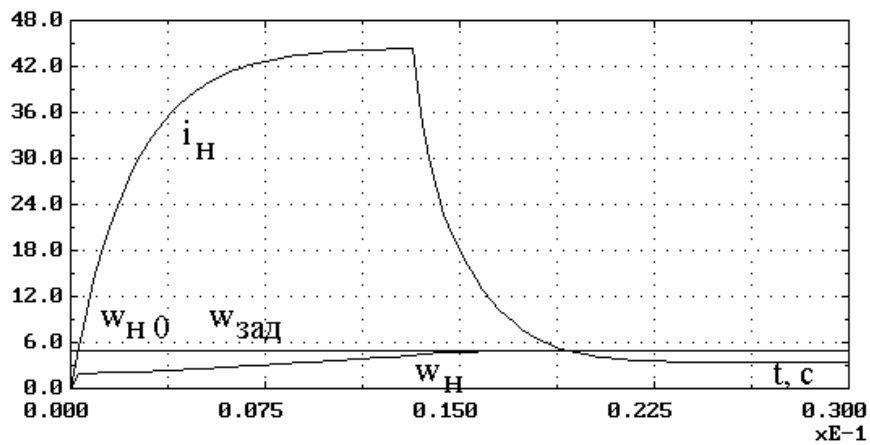


Рис. 2.3.3. Переходные процессы в наблюдателе состояний ЭП с учетом определения ненулевого начального условия  $\omega_0$

Однако в случаях большого отличия  $\omega_{H0}$  от  $\omega_0$  требуется исключить влияние процесса подстройки  $\omega_{H0}$  (рис. 2.3.4) на динамический процесс в наблюдателе состояний.

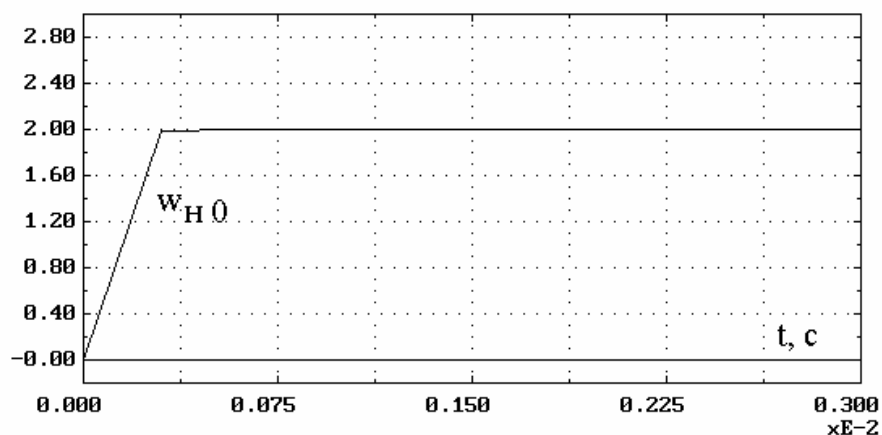


Рис.2.3.4. Переходной процесс в наблюдателе состояний ЭП при определении ненулевого начального условия  $\omega_0$

На рис. 2.3.5 приведена структура системы управления ЭМО, реализующая синтезированные алгоритмы, с возможностью анализа условий декомпозиции эталонной модели (наблюдателя состояний) по результатам раздела 2.1. Анализатор формирует необходимые логические сигналы  $\rho_M$ ,  $\rho_P$ ,  $\rho_{OC}$ , которые осуществляют переключение структур регулятора, эталонной модели, устройств обратной связи с учетом получения устойчивого решения задачи декомпозиции многосвязного ЭМО.

Таким образом, раздельное решение задачи оптимизации движения ЭМО на первом этапе предполагает включение блока задержки, которое на интервале времени  $[t_0, N_1]$  отключает управляющее воздействие исполнительными приводами (в этом промежутке времени в наблюдателе состояния происходит формирование наилучшей оценки  $\hat{x}_t$  состояния  $x_t$  по измерениям  $y_t$ ) и на интервале  $[N_1, N]$  подключает  $U_t$  на входы исполнительных приводов и наблюдателя состояния, который в этом случае выполняет роль эталонной модели.

Следовательно, для уменьшения или устранения нежелательных переходных процессов в ЭМО, вызываемых неадекватностью начальных условий, необходимо ввести блок задержки, алгоритм работы которого синтезируется в следующем параграфе.

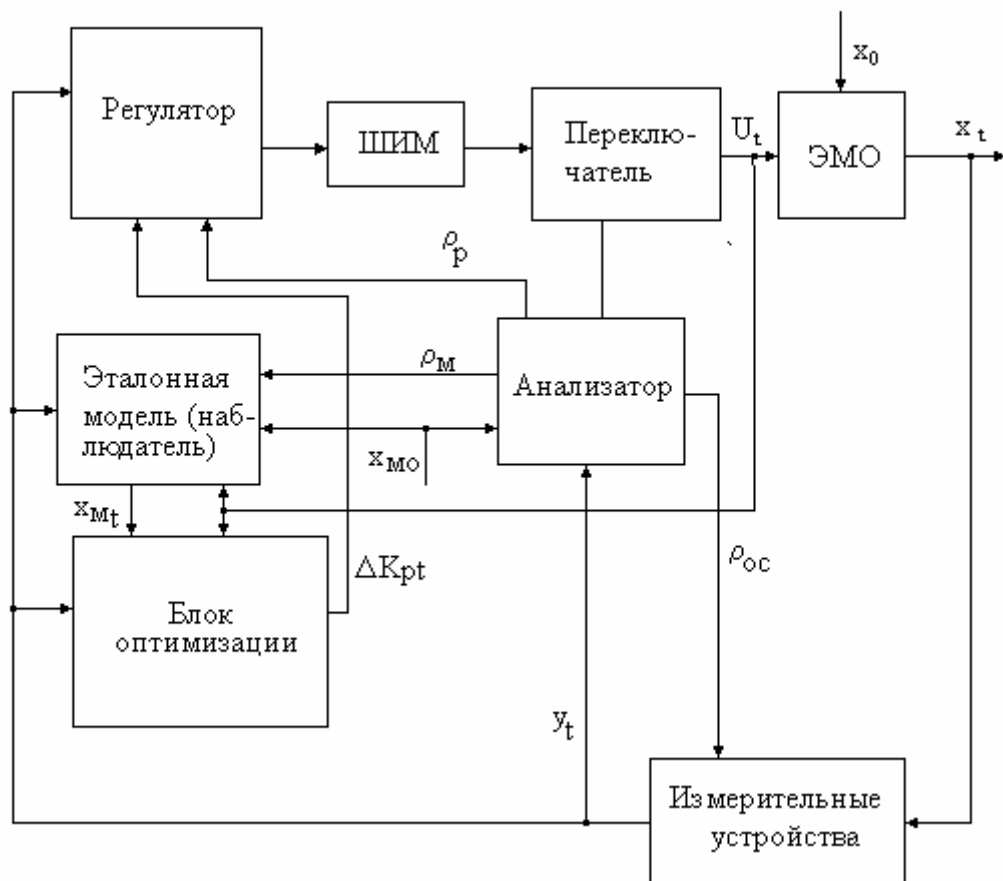


Рис. 2.3.5. Структура адаптивной системы управления ЭМО с разделением процессов наблюдения и управления

#### 2.4. Улучшение динамических характеристик наблюдателя состояния адаптивной СУ ЭМО

Длительность интервала  $N_1$  при формировании наилучшей оценки вектора  $x_t$  состояния по измерениям  $y_t$  можно определять в результате экспериментальных исследований ЭМО либо на основе сравнений компонент векторов  $y_t$  и  $\hat{y}_t = C \hat{x}_t$ . Причем второй способ предполагает наличие в  $y_t$  переменной с максимальным временем переходного процесса. Данный способ отыскания  $N_1$  имеет ограниченные возможности при значительных изменениях параметров ЭМО. Поэтому актуальной задачей становится задача построения алгоритма функционирования блока задержки, использующей значения измеряемых переменных, параметров наблюдателя и регулятора.

Рассмотрим функции Ляпунова квадратичной формы

$$\begin{aligned} V_1(\varepsilon_t) &= \varepsilon_t^T K_H \varepsilon_t, \\ V_2(\hat{x}_t) &= \hat{x}_t^T K_P \hat{x}_t, \end{aligned} \tag{2.4.1}$$

где  $K_H, K_P$  - матрицы коэффициентов усиления пропорциональной обратной связи наблюдателя состояний и регулятора ЭМО. Записываем первую разность  $\Delta V_1(\varepsilon_t)$  и  $\Delta V_2(\hat{x}_t)$  соответствующих функций Ляпунова:

$$\Delta V_1(\varepsilon_t) = \varepsilon_{t+1}^T K_H \varepsilon_{t+1} - \varepsilon_t^T K_H \varepsilon_t, \quad (2.4.2)$$

$$\Delta V_2(\hat{x}_t) = \hat{x}_t^T K_P \hat{x}_{t+1} - \hat{x}_t^T K_P \hat{x}_t. \quad (2.4.3)$$

Учитывая (2.3.2) и (2.3.10), уравнения (2.4.2), (2.4.3) запишем в следующем виде:

$$\Delta V_1(\varepsilon_t) = -\varepsilon_{t+1}^T [K_H - (F - LC)^T K_H (F - LC)] \varepsilon_t, \quad (2.4.4)$$

$$\Delta V_2(\hat{x}_t) = -\hat{x}_t^T [K_P - (F - GK_P)^T K_P (F - GK_P)] \hat{x}_t + \varepsilon_t^T C^T L^T K_P L C \varepsilon_t. \quad (2.4.5)$$

Из первого уравнения (2.4.4) получаем условие асимптотической сходимости процесса восстановления

$$(F - LC)^{-1} > (F - LC)^T. \quad (2.4.6)$$

Асимптотические свойства переходных процессов в наблюдателе состояния выполняются при следующих неравенствах:

$$(F - GK_P)^{-1} > (F - GK_P)^T, \quad (2.4.7)$$

$$\hat{x}_t^T [K_P - (F - GK_P)^T K_P (F - GK_P)] \hat{x}_t - \left( y_t - C \hat{x}_t \right)^T L^T K_P L \left( y_t - C \hat{x}_t \right) > 0. \quad (2.4.8)$$

Последнее неравенство можно записать в следующем виде:

$$\hat{x}_t^T [K_P - (F - GK_P)^T K_P (F - GK_P)] \hat{x}_t > \left( y_t - C \hat{x}_t \right)^T L^T K_P L \left( y_t - C \hat{x}_t \right). \quad (2.4.9)$$

Уравнение (2.4.9) является алгоритмом работы (рис. 2.4.1) устройства переключения, осуществляющее подключение управления  $U_t$  исполнительным приводом в моменты выполнения неравенства (2.4.9).

Одним из методов определения (2.4.6) и (2.4.7) является сравнительная оценка главных миноров матриц правой и левой частей неравенств. Однако, прежде чем осуществить анализ неравенств (2.4.6) и (2.4.7), необходимо выполнить обязательное требование о наличии собственных чисел матриц  $(F-LC)$  и  $(F-GK_P)$  в области единичного круга (здесь рассматривается дискретное уравнение вида (1.3.17) для стационарных параметров ЭМО).

Применительно к ЭП постоянного тока, представленного, например, системой уравнений второго порядка и пропорциональными регуляторами тока и скорости двигателя, условия (2.4.6), (2.4.7) принимают форму конкретных выражений. Так, условие (2.4.6) записывается в виде двух неравенств:

$$(f_{22} + l_2 c_2) / [(f_{22} - l_2 c_2)(f_{11} - l_1 c_1) - (f_{21} - l_2 c_1)(f_{12} - l_1 c_2)] > (f_{11} - l_1 c_1),$$

$$[(f_{22} - l_2 c_2)(f_{11} - l_1 c_1) - (f_{21} - l_2 c_1)(f_{12} - l_1 c_2)]^2 < 1. \quad (2.4.10)$$

В свою очередь, условие (2.4.7)

$$(f_{22} - g_2 K_{\omega}) / [(f_{22} - g_2 K_{\omega})(f_{11} - g_1 K_i) - (f_{21} - g_2 K_i)(f_{12} - g_1 K_{\omega})] > (f_{11} - g_1 K_i),$$

$$[(f_{22} - g_2 K_{\omega})(f_{11} - g_1 K_i) - (f_{21} - g_2 K_i)(f_{12} - g_1 K_{\omega})]^2 < 1. \quad (2.4.11)$$

Здесь, строчные символы с нижней индексацией обозначают соответствующие компоненты матриц  $F$ ,  $L$ ,  $G$ ,  $C$ ,  $K_P$ .



Рис.2.4.1.Блок-схема алгоритма функционирования переключающего устройства

Графическая интерпретация неравенств (2.4.9) - (2.4.12) для ЭП с двигателем ДК1-2.3 (табл. 1.3.1) приведена на рис. 2.4.2. и 2.4.3.



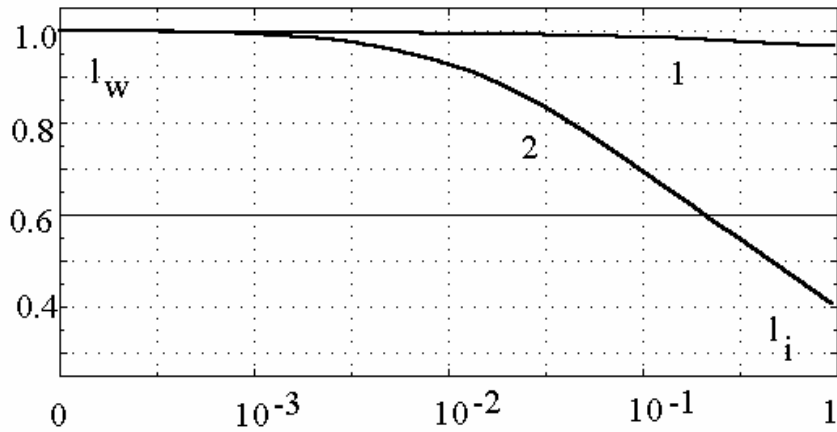


Рис. 2.4.2. Область устойчивости наблюдателя состояний в пространстве параметров его коэффициентов передачи:  
 - с регулятором скорости ЭП (ниже кривой 1);  
 - с регуляторами скорости и тока ЭП (ниже кривой 2)

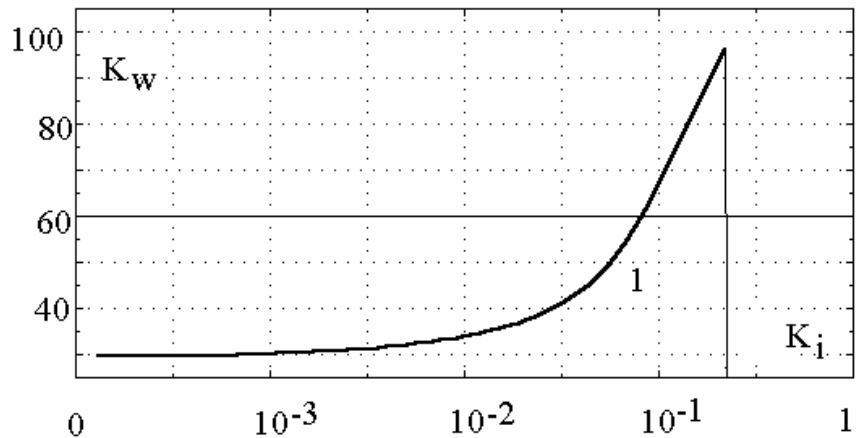


Рис. 2.4.3. Область устойчивости наблюдателя состояний в пространстве параметров коэффициентов передачи регулятора:  
 - с регуляторами скорости и тока ЭП (ниже кривой 1)

При построении наблюдателя состояний с регулятором скорости область устойчивости в пространстве параметров  $l_\omega = l_2$  и  $l_i = l_1$  ограничивается кривой 1 (рис. 2.4.2). В случае организации регуляторов тока и скорости для формирования оценки состояния  $x_t$  ЭП область устойчивости сокращается и характеризуется кривой 2 (рис. 2.4.2). Данный факт позволяет заключить о снижении запаса устойчивости наблюдателя состояний при увеличении числа контуров регулирования системы управления ЭП, требующих восстановления переменных.

Область устойчивости наблюдателя состояний в пространстве коэффициентов  $K_\omega$  и  $K_i$  передачи регуляторов скорости и тока, ограниченная кривой на (рис. 2.4.3), является избыточной вследствие гарантированной сходимости процесса регулирования переменных в ЭП.

## 2.5. Синтез адаптивного регулятора с использованием эталонной модели ЭМО

Рассмотрим вариант организации управления ЭМО, когда наблюдатель состояния выполняет роль эталонной модели объекта с известными параметрами. В этом случае:

$$\hat{x}_{t+1} = F_t^0 \hat{x}_t + G_t^0 U_t, \quad \hat{x}_{t=t_0} = \hat{x}_0. \quad (2.5.1)$$

При восстановлении всего вектора  $x_t$  структура адаптивной СУ ЭМО имеет вид, изображенный на рис. 2.2.1.

Блок адаптации функционирует согласно уравнению (2.1.20), а регулятор (2.1.5) с учетом замены вектора  $x_t$  на оценку  $\hat{x}_t$ .

Во многих системах управления необходимо оценивать не все переменные, а только некоторую их часть. В этом случае образуется вспомогательный вектор  $z_t$ , который представляет собой совокупность измеряемых и наблюдаемых переменных:

$$z_t = \begin{bmatrix} y_t, \hat{x}_t \end{bmatrix}^T, \quad (2.5.2)$$

$$y_t = Cx_t.$$

Основным требованием к эталонной модели, наряду с равенством ее параметров и параметров исполнительных приводов является  $\hat{x}_0 = x_0$ . При этом будет выполняться соотношение

$$x_t = \hat{x}_t = z_t. \quad (2.5.3)$$

Следовательно, алгоритм адаптации регулятора СУ ЭМО записывается в виде

$$\Delta S_{t+1} = \Delta S_t - 0.5 \Delta H_t(z, U) \begin{bmatrix} z_t \hat{x}_{t+1}^T + \hat{x}_{t+1} z_t^T \end{bmatrix}, \quad (2.5.4)$$

где  $\Delta H_t(z, U)$  в соответствии с уравнением (2.1.7) равно

$$\Delta H_t(z, U) = H_t(z, U) - z_t^T D_t^0 z_t. \quad (2.5.5)$$

Функция Гамильтона при этом записывается следующим выражением

$$H_t(z, U) = z_t^T Q z_t + U_t^T R U_t + z_t^T [S_t^0 + \Delta S_t] \hat{x}_{t+1}. \quad (2.5.6)$$

В тех случаях, когда при проектировании системы управления ЭМО используется квадратичный функционал качества, то значение  $\{z_t^T D_t^0 z_t\}$  на оптимальной траектории движения замкнутой системы будет равно нулю.

Для организации контура параметрической адаптации будем использовать уравнение

$$\Delta S_{t+1} = \Delta S_t - 0.5 \Delta H_t(z, U) \left[ z_t \hat{x}_{t+1}^T + \hat{x}_{t+1}^T z_t^T \right]. \quad (2.5.7)$$

Улучшение адекватности процессов модели (2.5.1), (2.5.2), протекающих в ЭМО, реальным процессам возможно при разделении восстанавливаемых и измеряемых переменных. При этом упрощается структура наблюдателя состояний (уменьшается размерность его переменных) за счет исключения измеряемых переменных.

На рис. 2.5.1 приведена структура адаптивной системы управления исполнительным приводом ЭМО с наблюдателем состояния пониженной размерности, обеспечивающей восстановление только неизмеряемых переменных вектора состояния.

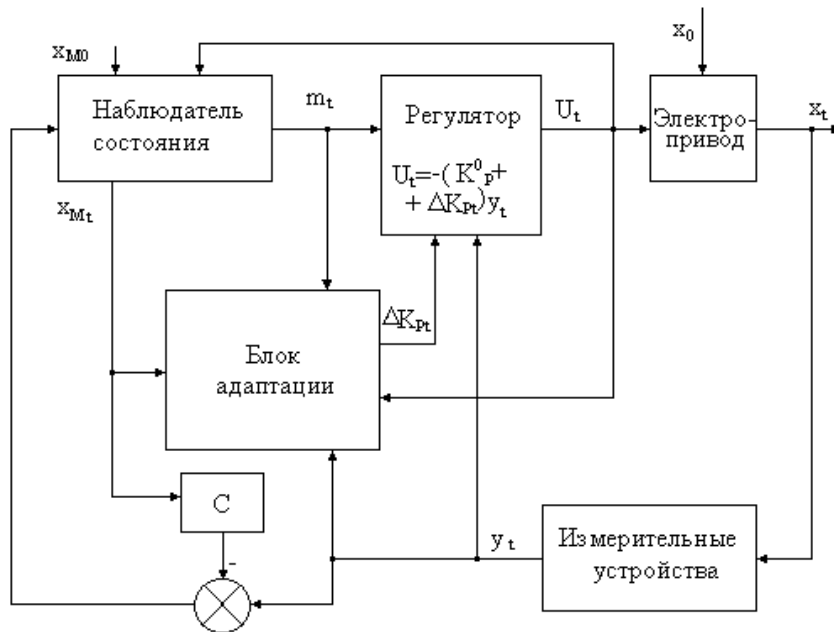


Рис. 2.5.1. Структура адаптивной СУ исполнительным ЭП с наблюдателем состояния пониженной размерности

Матрицу измерений в такой системе, при соответствующей перенумерации переменных  $x_t$  ЭМО, сформулируем в виде

$$C = [ I_m, 0 ], \quad (2.5.8)$$

где  $I_m$  - единичная  $m \times m$  - матрица. Обозначая

$$x_t^T = \left[ y_t, m_t \right], \quad (2.5.9)$$

где  $m_t$  - часть вектора состояний, недоступная прямому измерению, исходную систему (1.3.17) представляем в матрично-блочной форме

$$\begin{pmatrix} y_{t+1} \\ \hat{m}_{t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_t \\ m_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \end{pmatrix} U_t \quad (2.5.10)$$

с вектором измерения

$$y_t^T = \begin{bmatrix} y_t^T, \hat{m}_t^T \end{bmatrix} C^T. \quad (2.5.11)$$

Тогда уравнение (2.5.1) записывается следующим образом:

$$\begin{pmatrix} y_{t+1} \\ \hat{m}_{t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_t \\ \hat{m}_t \end{pmatrix} + L[y_t - C \begin{pmatrix} y_t \\ \hat{m}_t \end{pmatrix}] + \begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \end{pmatrix} U_t. \quad (2.5.12)$$

При обозначении

$$\hat{z}_t = \hat{m}_t - Ly_t, \quad (2.5.13)$$

где  $\hat{m}_t$  - оценка вектора  $m_t$ , наблюдатель состояния пониженной размерности определяется уравнением

$$z_{t+1} = (F_{22} - LF_{12})\hat{m}_t + (F_{21} - LF_{11})y_t + (G_2 - LG_1)U_t. \quad (2.5.14)$$

В этом случае вектор  $\hat{x}_t$  будет соответствовать

$$\hat{x}_t^T = \begin{bmatrix} \hat{y}_t^T, \hat{m}_t^T \end{bmatrix} \quad (2.5.15)$$

или

$$\hat{x}_t = \hat{z}_t + Ly_t. \quad (2.5.16)$$

Конкретизируем данный алгоритм адаптации в режиме стабилизации скорости движения исполнительного привода. Управление приводом при описании его математической моделью второго порядка определяется выражением

$$U_t = -[0 \quad K_2] \begin{pmatrix} 00 \\ 01 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{x}_{1t} \\ \hat{x}_{2t} \end{pmatrix}. \quad (2.5.17)$$

Согласно (2.1.10), для стационарных значений  $F^0$  и  $G^0$  запишем

$$\tilde{S}^0 = -R^{-1} [G_1^0 S_{12}^0 G_2^0 (S_{22}^0 - Q_{22})]. \quad (2.5.18)$$

Используя оценку  $\hat{x}_t$  только для формирования перенастраиваемых коэффициентов передачи регулятора, адаптивное управление исполнительных приводов равно

$$U_t = -R^{-1} \left[ 0, G_2^0 (S_{22}^0 - Q_{22} + \Delta S_t C) \right] \begin{pmatrix} \hat{x}_{1t} \\ \hat{x}_{2t} \end{pmatrix}, \quad (2.5.19)$$

где последовательность  $\Delta S_{t+1}$  определяется

$$\Delta S_{t+1} = \Delta S_t - 0.5 \Delta H_t(z, U) \left\{ \begin{pmatrix} \hat{x}_{1t} \\ \hat{x}_{2t} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_{1t+1}, \hat{x}_{2t+1} \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{x}_{1t+1} \\ \hat{x}_{2t+1} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_{1t}, \hat{x}_{2t} \end{bmatrix} \right\}. \quad (2.5.20)$$

Реализация данного алгоритма адаптации ЭП на управляющих контроллерах требует меньших вычислительных ресурсов - объема памяти и быстрой реакции - на 30% - 40% по сравнению с алгоритмом, синтезированным в разделе 2.2.

## 2.6. Организация нелинейного управления электрохимическими объектами с переменными параметрами

Как отмечалось выше, при синтезе систем управления исполнительными приводами большинства промышленных механизмов, в частности роботов и манипуляторов различного назначения, функционирующих в условиях нестационарности и неконтролируемости возмущений, возникает необходимость улучшения свойств локальных регуляторов.

Напомним, что в процессе движения кинематических звеньев ЭМО должны выполняться две основные задачи:

- обеспечение экстремальности назначенного функционала качества, отражающего точностные, динамические характеристики, а также, потери на управление;
- обязательное соблюдение условий устойчивости замкнутой системы регулирования, которые не гарантируются при решении первой задачи с линейным управлением.

Одним из направлений в теории проектирования систем управления ЭМО, при решении упомянутых задач, является конструирование нелинейного локального регулятора, имеющего определенные преимущества по сравнению с линейным оптимальным регулятором.

Рассмотрим один из вариантов организации нелинейного управления ЭМО с широтно - импульсной модуляцией питающего напряжения исполнительным электродвигателем.

Запишем динамику движения объекта в форме (1.3.6) с учетом выделения момента нагрузки в векторе  $m_H = eM_H$ , стационарности параметров ЭМО и внешних возмущений на интервалах дискретности ШИМ:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_1 x(t) + b_1 U_1(t) + e M_H \text{ при } t \in (t_0 + jT \leq t \leq t_0 + jT + \gamma), \\ \dot{x}(t) &= A_2 x(t) + b_2 U_2(t) + e M_H \text{ при } t \in (t_0 + jT + \gamma < t < t_0 + (j+1)T), \\ x(t = t_0) &= 0, \end{aligned} \quad (2.6.1)$$

где  $x(t)$  -  $n$ -мерный вектор состояния ЭМО;  $A_1, A_2$  -  $n \times n$  - матрицы параметров объекта соответственно на интервалах подключения и отключения управляющих сигналов объекта;  $T$  - период дискретности управляющих сигналов (период ШИМ);  $b_1, b_2$  -  $n$  - мерные векторы, характеризующие параметры силовой управляющей части импульсного преобразователя на интервалах дискретности ШИМ;  $e$  -  $n$  - мерный вектор, характеризующий параметры элементов механической нагрузки объекта;  $M_H$  - момент нагрузки электромеханического объекта;  $t_0$  - время, характеризующее начальное  $x(0)$  состояние ЭМО.

В качестве управляющих воздействий  $U_1(t), U_2(t)$  рассматривается выходное напряжение широтно-импульсного преобразователя, поступающее непосредственно на исполнительный электродвигатель ЭМО. Длительность  $\gamma$  ШИМ записывается уравнением

$$\gamma(u[jT]) = \begin{cases} ku[jT] \text{ при } |u[jT]| \leq T/k, \\ T \text{ при } |u[jT]| > T/k \end{cases} \quad (2.6.2)$$

где  $k$  - постоянное значение коэффициента передачи ШИМ.

Управляющее воздействие  $U(t)$  на каждом интервале ШИМ будем синтезировать из условия минимума среднего квадратичного функционала  $I(x, U)$  качества:

$$I(x, U) = 0.5 \int_0^t (x^T(t) Q x(t) + U^2(t) R) dt, \quad (2.6.3)$$

где  $Q$  - диагональная, положительно полуопределенная  $n \times n$  матрица;  $R$  - коэффициент, характеризующий потери на управление ЭМО;  $R > 0$ , компоненты которых на начальном этапе проектирования определяются соотношениями

$$q_{ii} = 1/[x_i(t)_{MAX}]^2, \quad R = 1/[U(t)_{MAX}]^2. \quad (2.6.4)$$

Значение гамильтониана  $H^0(x, U)$  на оптимальной траектории движения ЭМО с точки зрения минимума (2.6.3) можно записать как

$$H^0(x, U) = -\partial I(x, U) / \partial t = 0. \quad (2.6.5)$$

Здесь предполагается, что управление ЭМО формируется без ограничений, т.е. широтно-импульсная модуляция питающего напряжения  $U_1(t), U_2(t)$  электродвигателя осуществляется на линейной части характеристики модулятора. Такой режим функционирования ЭМО является наиболее используемым в реальных эксплуатационных условиях для многих промыш-

ленных механизмов, т. к. ограничения на управление возникают в основном в аварийных режимах или с предельными возможностями источника энергии для высокоэкономичных электромеханических объектов.

Тогда равенство нулю частной производной гамильтониана  $H^0(x, U)$ :

- на первом интервале ШИМ ( $t_0 + jT \leq t \leq t_0 + jT + \gamma$ ):

$$H_1^0(x, U) = -[0.5x^T Qx + 0.5U^2 R] + \lambda^T(t)(A_1 x(t) + b_1 U_1(t) + eM_H), \quad (2.6.6)$$

- на втором интервале ШИМ ( $t_0 + jT + \gamma < t < t_0 + (j+1)T$ ):

$$H_2^0(x, U) = -[0.5x^T Qx + 0.5U^2 R] + \lambda^T(t)(A_2 x(t) + b_2 U_2(t) + eM_H), \quad (2.6.7)$$

где  $\lambda$  -  $n$  - мерный вектор неопределенных множителей Лагранжа по управлению позволяет записать соответствующие выражения для организации регулятора СУ ЭМО:

$$U_1(t) = R^{-1} \lambda^T(t) b_1, \quad (2.6.8)$$

$$U_2(t) = R^{-1} \lambda^T(t) b_2. \quad (2.6.9)$$

Подставляя (2.6.8), (2.6.9) соответственно в (2.6.6) и (2.6.7), после преобразований получим

$$H_1^0(x, U) = (\lambda^T(t) b_1)^2 + 2\lambda^T(t) b_1 [RB_1^T A_1 x + RB_{H1}^T eM_H] - Rx^T Qx, \quad (2.6.10)$$

$$H_2^0(x, U) = (\lambda^T(t) b_2)^2 + 2\lambda^T(t) b_2 [RB_2^T A_2 x + RB_{H2}^T eM_H] - Rx^T Qx, \quad (2.6.11)$$

где векторы  $B_1, B_2, B_{H1}, B_{H2}$  определяются из соотношений

$$\begin{aligned} b_1 B_1^T A_1 x &= A_1 x; \\ b_2 B_2^T A_2 x &= A_2 x; \\ b_1 B_{H1}^T eM_H &= b_2 B_{H2}^T eM_H = eM_H. \end{aligned} \quad (2.6.12)$$

При выполнении условия (2.6.5) на траектории движения ЭМО во всем пространстве состояний, в результате решения уравнений (2.6.10) и (2.6.11), можно записать

$$\begin{aligned} (\lambda^T(t) b_1)_{1,2} &= -\beta_1 \pm \sqrt{\beta_1^2 + \rho}, \\ (\lambda^T(t) b_2)_{1,2} &= -\beta_2 \pm \sqrt{\beta_2^2 + \rho}, \end{aligned} \quad (2.6.13)$$

где

$$\begin{aligned} \beta_1 &= [RB_1^T A_1 x + RB_{H1}^T eM_H], \\ \beta_2 &= [RB_2^T A_2 x + RB_{H2}^T eM_H], \\ \rho &= Rx^T Qx. \end{aligned} \quad (2.6.14)$$

Для регуляторов с отрицательной обратной связью по вектору состояний уравнения (2.6.9) следует записать в виде

$$\begin{aligned} U_1(t) &= -R^{-1}(\beta_1 + \sqrt{\beta_1^2 + \rho}), \\ U_2(t) &= -R^{-1}(\beta_2 + \sqrt{\beta_2^2 + \rho}). \end{aligned} \quad (2.6.15)$$

Таким образом, динамика замкнутой системы регулирования ЭМО, представленного в виде (2.6.1), записывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_1 x(t) - b_1 R^{-1}(\beta_1 + \sqrt{\beta_1^2 + \rho}) + eM_H \text{ нпу } t \in (t_0 + jT) \leq t \leq t_0 + jT + \gamma, \\ \dot{x}(t) &= A_2 x(t) - b_2 R^{-1}(\beta_2 + \sqrt{\beta_2^2 + \rho}) + eM_H \text{ нпу } t \in (t_0 + jT + \gamma) < t < t_0 + (j+1)T, \\ x(t = t_0) &= x(0). \end{aligned} \quad (2.6.16)$$

Анализируя (2.6.16), можно заключить, что нелинейное управление вида (2.6.15) является более эффективным при построении адаптивных СУ, т. к. позволяет кроме функциональной зависимости  $U_1(t)$ ,  $U_2(t)$  от значений  $x(t)$ , организовать дополнительное воздействие на процессы регулирования и стабилизации путем коррекции значений  $Q$ ,  $R$  в  $\beta$  и  $\rho$  (уравнения (2.6.14)). Это в значительной степени расширяет возможности оперативной адаптации СУ ЭМО к изменяющимся возмущениям.

На рис. 2.6.1 приведена структура адаптивной СУ ЭМО, реализующая нелинейный закон управления, с возможностью анализа устойчивости и вычисления функционала качества процесса регулирования.

Ниже рассмотрим возможные варианты алгоритмов работы анализатора устойчивости, вычислителя качества (точности) процесса регулирования и блока адаптивной подстройки  $Q$  и  $R$ .

Для нахождения границ области устойчивости рассматриваемой структуры СУ ЭМО в пространстве параметров и переменных состояния объекта целесообразно использовать второй метод Ляпунова, позволяющий в алгебраической форме записать необходимые и достаточные условия стабилизируемости. При назначении функции Ляпунова квадратичной формы требование отрицательности ее первой производной обычно записывается в виде неравенств, включающих предельные значения параметров СУ и переменных объекта.

В случае невыполнения данных неравенств следует принять соответствующие мероприятия не только на этапе проектирования регуляторов системы управления, но и в процессе динамического движения ЭМО.

Рассматривая уравнения (2.6.16) замкнутой системы регулирования, можно получить множество таких неравенств для конкретных режимов работы ЭМО, параметров исполнительных приводов, электродвигателей и кинематических звеньев механизмов. Одним из характерных режимов функционирования замкнутой СУ ЭМО является движение объекта с максимальным значением управляющего воздействия в зоне насыщения ШИМ:

$$\begin{aligned} U_1(t)_{MAX} &= TU_1, \\ U_2(t)_{MAX} &= TU_2. \end{aligned} \quad (2.6.17)$$



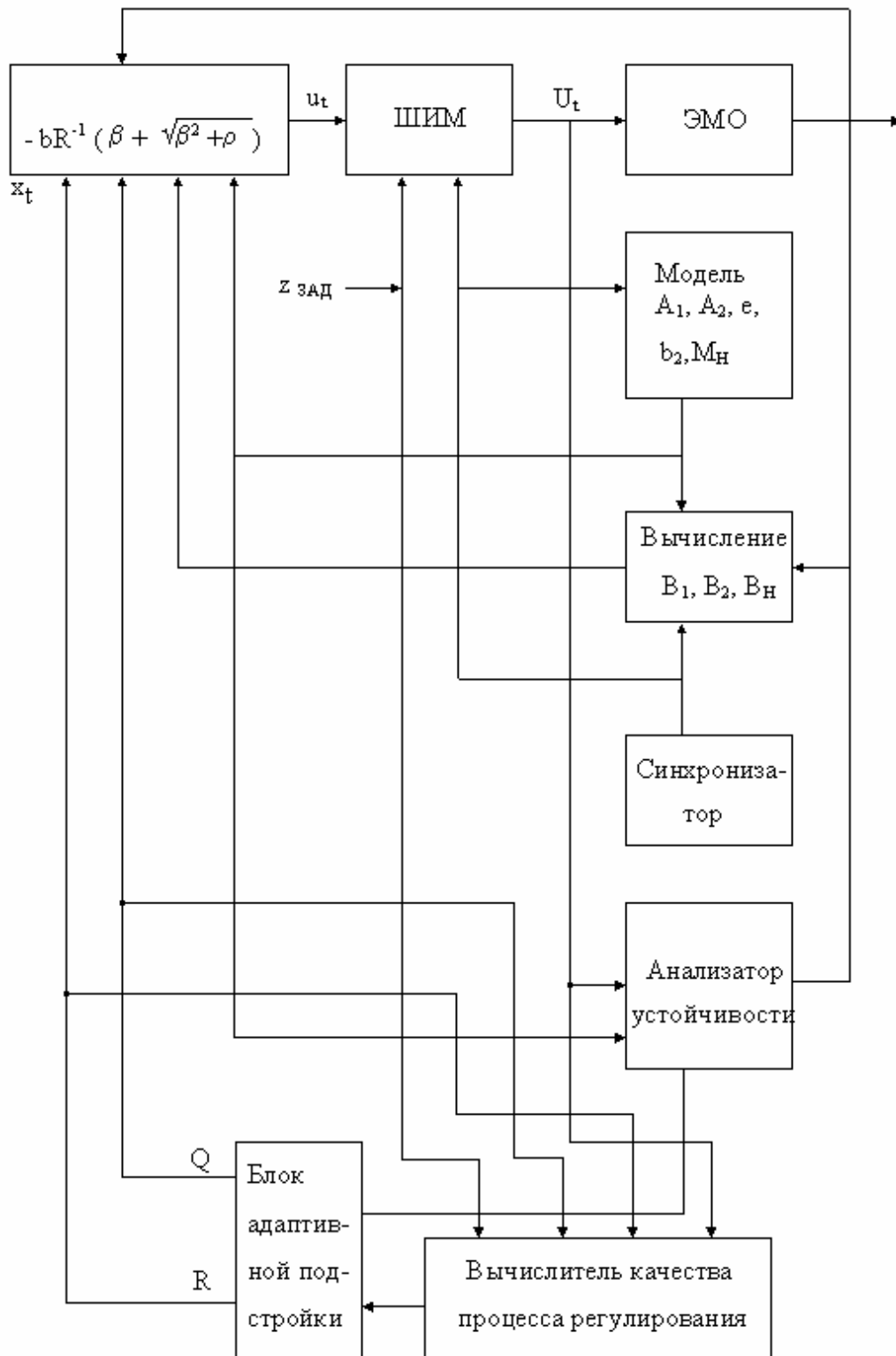


Рис. 2.6.1. Структура адаптивной СУ ЭМО с нелинейным регулятором

В данном случае условия отрицательной определенности первой производной функции Ляпунова квадратичной формы для уравнений (2.6.16) записываются в следующем виде:

- при  $t \in (t_0 + jT \leq t \leq t_0 + jT + \gamma)$

$$\dot{V}(t) = 0.5 [x^T (A_1 x(t) - TU_1 + eM_H) + (A_1 x(t) - TU_1 + eM_H)^T x] < 0, \quad (2.6.18)$$

- при  $t \in (t_0 + jT + \gamma \leq t \leq t_0 + (j+1)T)$

$$\dot{V}(t) = 0.5 [x^T (A_2 x(t) - TU_2 + eM_H) + (A_2 x(t) - TU_2 + eM_H)^T x] < 0.$$

Как следует из уравнений (2.6.18), при полностью известных параметрах ЭМО границы области устойчивости будут определяться предельным значением момента нагрузки, которое может быть равно перегрузочной способности исполнительного электродвигателя по моменту, и максимальными значениями регулируемых переменных  $x(t)$ . Для режимов работы ЭМО, при которых известна зависимость момента нагрузки от вектора состояний,

$$M_H = S(x, t)_H x(t), \quad (2.6.19)$$

где  $S(x)_H$  -  $n$ -мерный вектор - строка, значения компонент которого функционально определяют вклад соответствующей переменной вектора состояний в формирование  $M_H$ , выражение (2.6.18) позволяет учесть влияние движения ЭМО в пространстве на область устойчивости замкнутой системы регулирования.

Таким образом, одним из вариантов алгоритма функционирования анализатора устойчивости может являться выполнение неравенств (2.6.18).

Алгоритмом работы вычислителя качества (точности) процесса регулирования в данном случае служит определение функционала вида (2.6.3).

Алгоритм функционирования блока адаптивной подстройки  $Q$  и  $R$  предполагает сравнение вычисленного функционала качества с эталонным значением. Подстройка компонент диагональной матрицы  $Q$  и коэффициента  $R$  может быть произведена, например, по методу, рассмотренному в разделе 2.2. Изменения  $Q$  и  $R$  необходимо производить в пределах их граничных значений, сформированных анализатором устойчивости адаптивной СУ.

Иллюстрацией предлагаемого метода синтеза адаптивных регуляторов могут служить результаты моделирования (рис. 2.6.2 - рис. 2.6.7) электропривода постоянного тока, динамика которого представлена уравнениями второго порядка. Здесь устанавливались следующие условия:  $R = 5$ ;  $Q = \text{diag} [0.1 \ 1000]$ ;  $\beta = 0$ . Изменение такого параметра, как момент  $J_D$  инерции двигателя, обуславливает изменение не только длительности переходного процесса, а также амплитуды перерегулирования и количества автоколебаний.

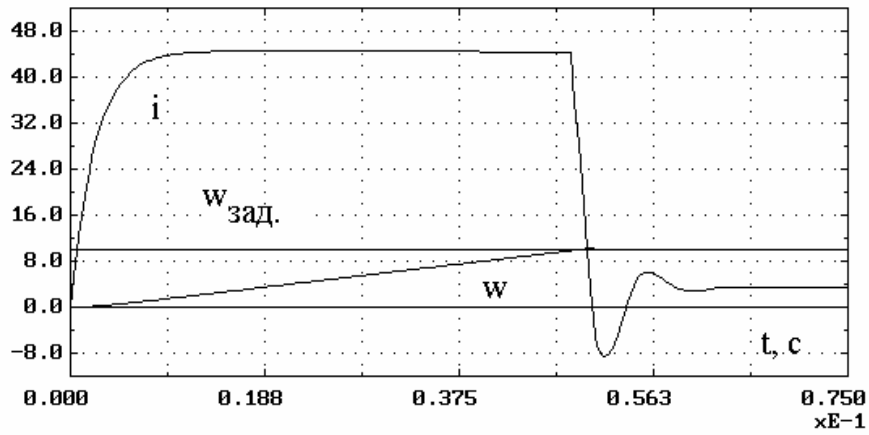


Рис.2.6.2. Переходные процессы в ЭП с нелинейным регулятором по выходу для номинального значения момента  $J_{\text{ДНОМ}}$  инерции двигателя

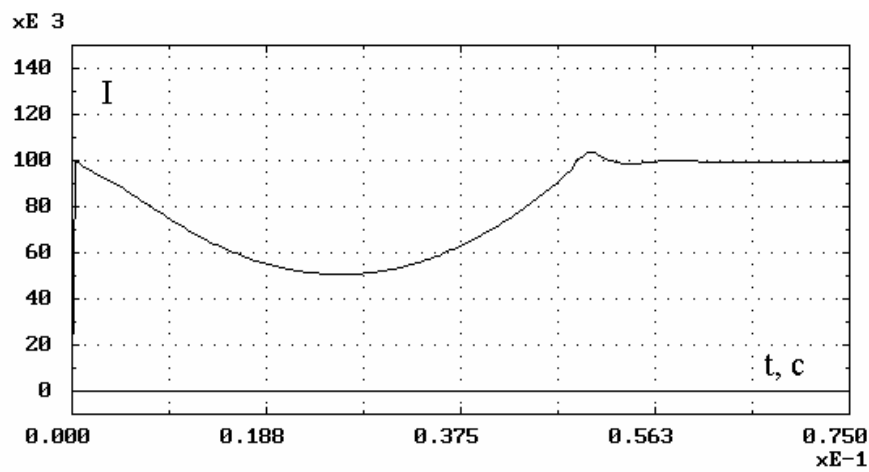


Рис. 2.6.3. Зависимость квадратичного функционала качества от времени в ЭП с нелинейным регулятором по выходу для номинального значения момента  $J_{\text{ДНОМ}}$  инерции двигателя

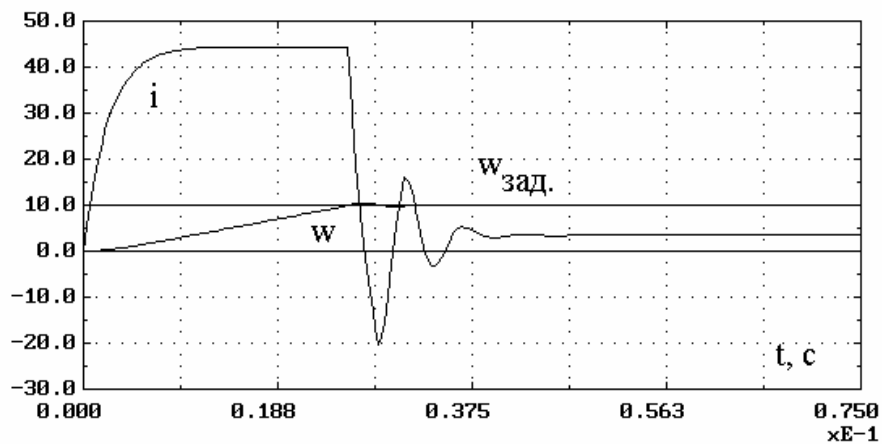


Рис. 2.6.4. Переходные процессы в ЭП с нелинейным регулятором по выходу при уменьшении момента  $J_{\text{Д}} = 0.5J_{\text{ДНОМ}}$  инерции двигателя

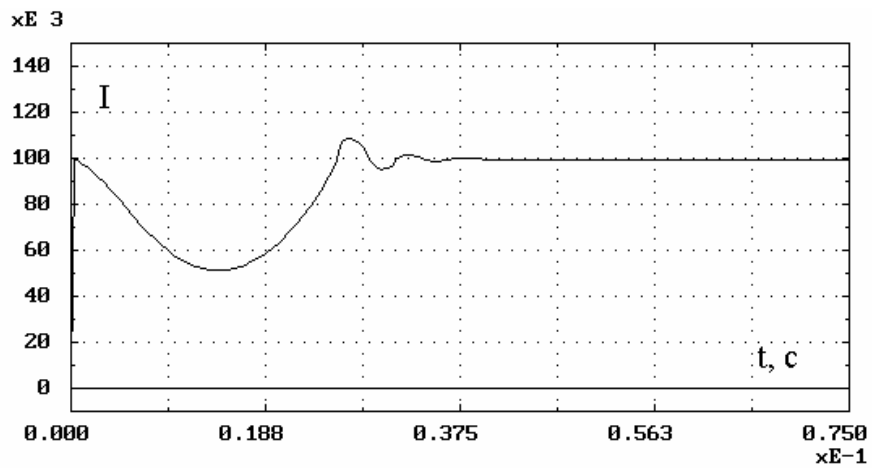


Рис. 2.6.5. Зависимость квадратичного функционала качества от времени в ЭП с нелинейным регулятором по выходу при уменьшении момента  $J_D = 0.5J_{D\text{НОМ}}$  инерции двигателя

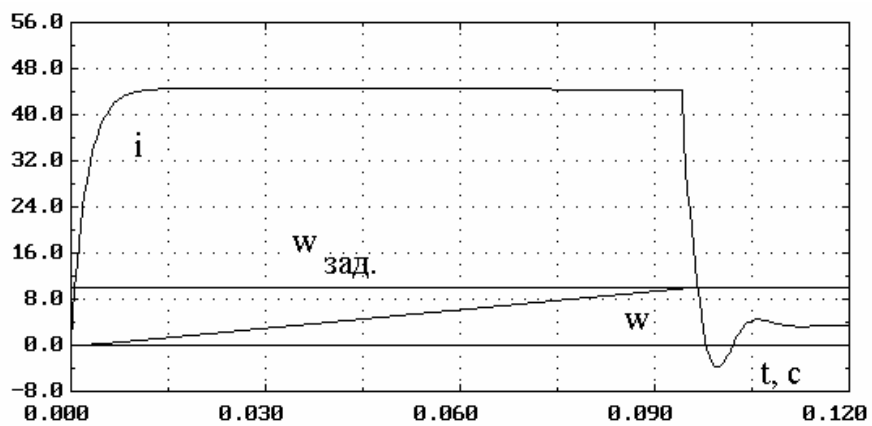


Рис. 2.6.6. Переходные процессы в ЭП с нелинейным регулятором по выходу при увеличении момента  $J_D = 2J_{D\text{НОМ}}$  инерции двигателя

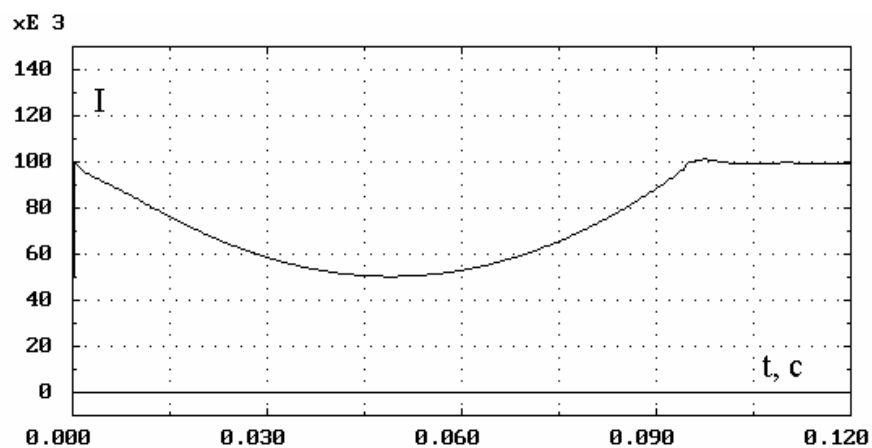


Рис. 2.6.7. Зависимость квадратичного функционала качества от времени в ЭП с нелинейным регулятором по выходу при увеличении момента  $J_D = 2J_{D\text{НОМ}}$  инерции двигателя

Характер переходных процессов принципиально не изменяется при увеличении  $R = 50$  (рис.2.6.8).

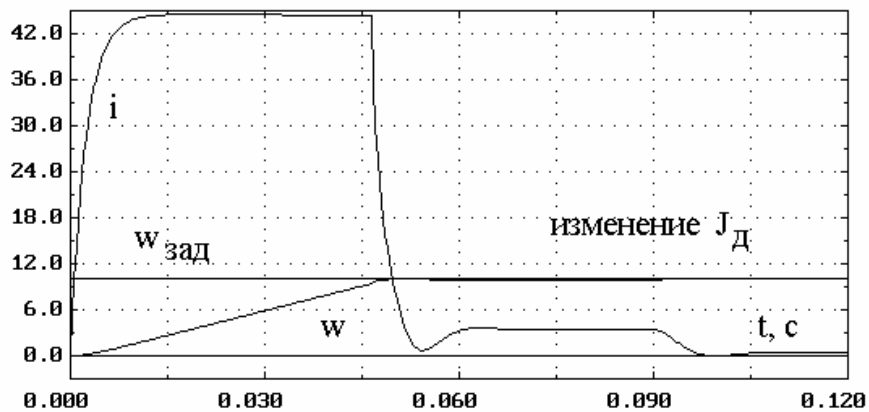


Рис. 2.6.8. Переходные процессы в ЭП с нелинейным регулятором по выходу при скачкообразном увеличении момента  $J_D$  инерции двигателя в 10 раз

Включение в состав управления предварительно рассчитанного значения  $\beta$  с  $V_1^T = [-5.8 \ 25] \cdot 10^{-4}$  (при полностью контролируемом возмущающем значении  $J_D$ ) позволяет получить апериодический переходной процесс и исключить влияние скачкообразного изменения  $J_D$  на установившийся режим замкнутой системы (рис. 2.6.9,  $R = 5$  и рис. 2.6.10,  $R = 50$ ). В случае, когда момент инерции  $J_D$  изменяется неконтролируемым образом до определенного предела, нелинейное управление также обеспечивает необходимое качество стабилизации заданной скорости (рис. 2.6.11 - 2.6.13).

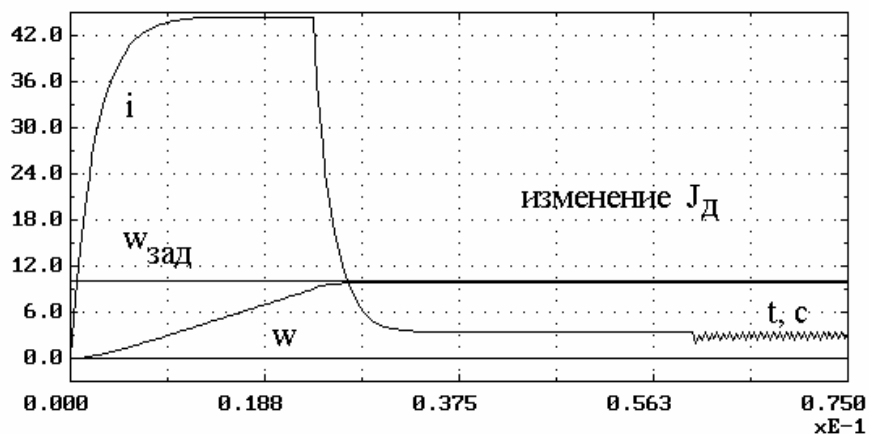


Рис.2.6.9. Переходные процессы в ЭП с нелинейным регулятором по выходу при скачкообразном уменьшении момента  $J_D$  инерции двигателя в 10 раз

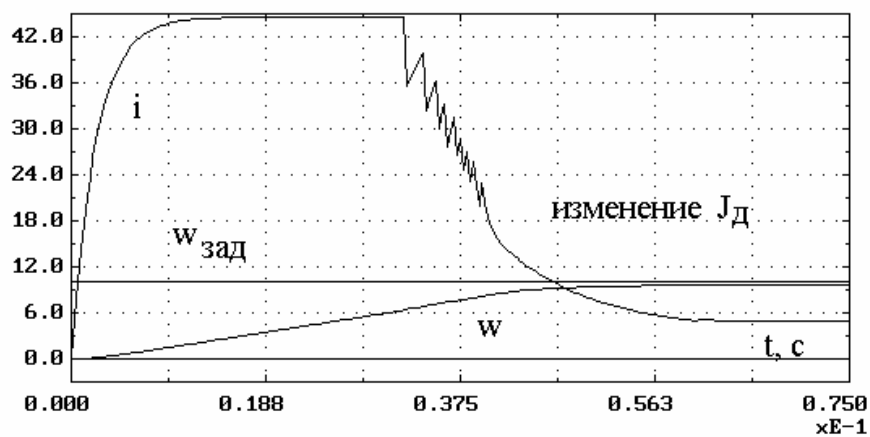


Рис. 2.6.10. Переходные процессы в ЭП с нелинейным регулятором по выходу при скачкообразном увеличении контролируемого значения момента  $J_D$  инерции двигателя в 10 раз

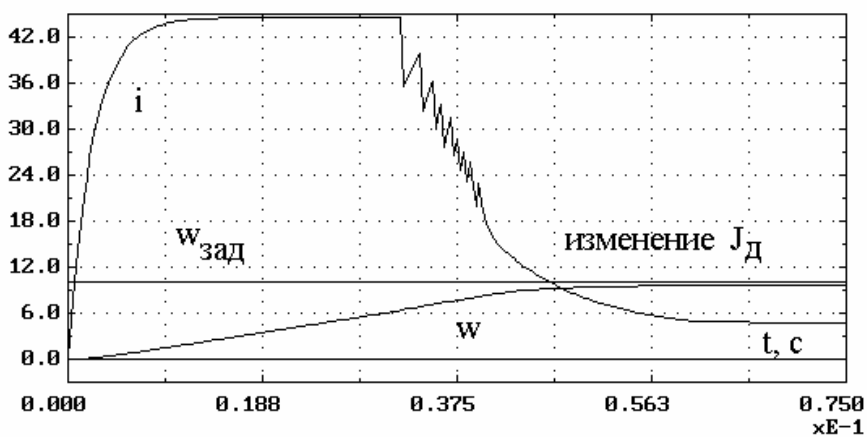


Рис. 2.6.11. Переходные процессы в ЭП с нелинейным регулятором по выходу при скачкообразном увеличении неконтролируемого значения момента  $J_D$  инерции двигателя в 10 раз

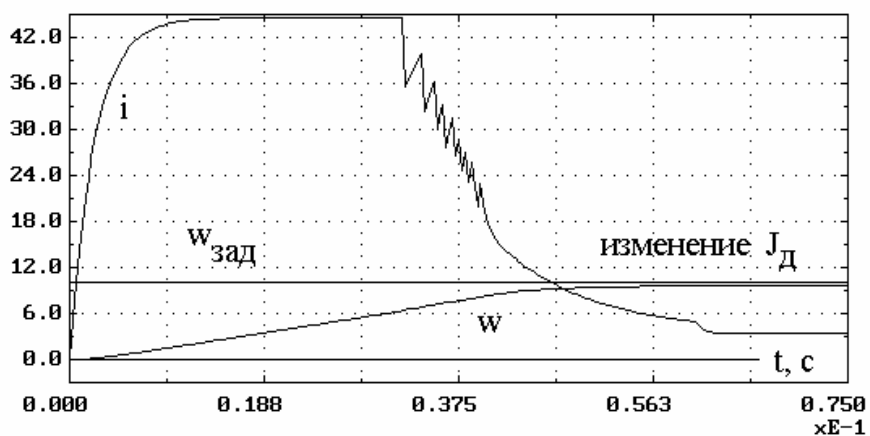


Рис. 2.6.12. Переходные процессы в ЭП с нелинейным регулятором по выходу при скачкообразном уменьшении неконтролируемого значения момента  $J_D$  инерции двигателя в 50 раз

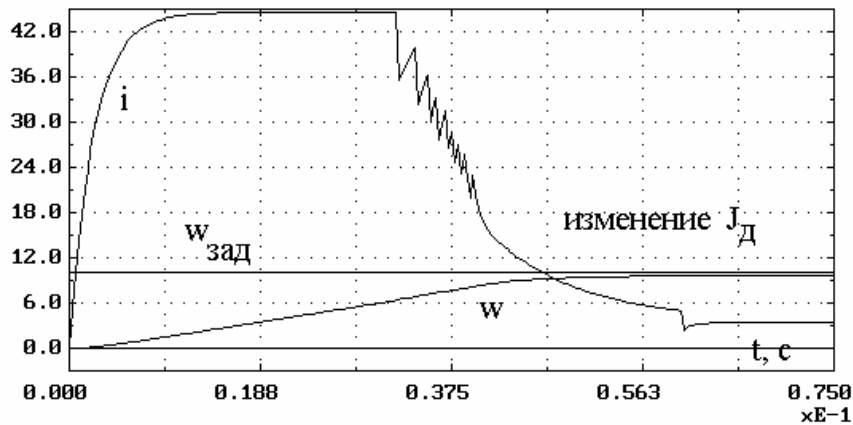


Рис. 2.6.13. Переходные процессы в ЭП с нелинейным регулятором по выходу при скачкообразном увеличении контролируемого значения момента  $J_d$  инерции двигателя в 50 раз

При больших же изменениях  $J_d$ , например уменьшения в 100 раз, от номинального значения замкнутая система с нелинейным регулятором становится принципиально неустойчивой (рис. 2.6.14 и 2.6.15).

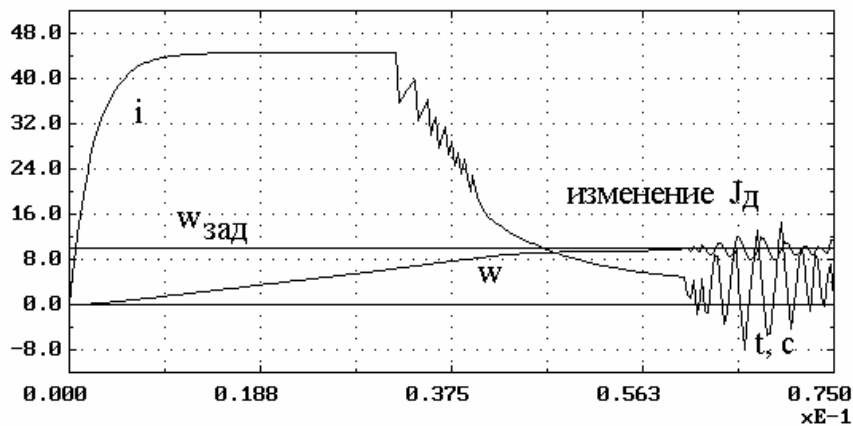


Рис. 2.6.14. Переходные процессы в ЭП с нелинейным регулятором по выходу при скачкообразном увеличении неконтролируемого значения момента  $J_d$  инерции двигателя в 100 раз

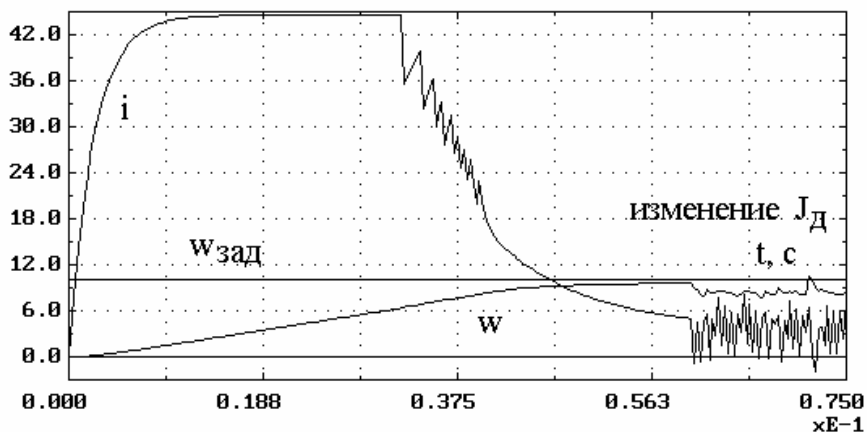


Рис. 2.6.15. Переходные процессы в ЭП с нелинейным регулятором по выходу при скачкообразном увеличении контролируемого значения момента  $J_d$  инерции двигателя в 100 раз

## Глава 3

### АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЭМО С КОНТРОЛИРУЕМЫМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ В ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ЭП

В тех случаях, когда имеется техническая возможность осуществить измерение или идентификацию возмущений в ЭМО, целесообразно использовать приближенные решения задач синтеза адаптивных регуляторов, допускающих неполное аналитическое представление электромеханических объектов. Их использование значительно упрощает алгоритмы перенастройки параметров СУ в реальном масштабе времени с учетом изменяющихся в определенных границах условий и режимов работы исполнительных приводов. Также немаловажным фактором при проектировании адаптивной системы управления ЭМО конкретного технологического оборудования является экономическая целесообразность реализации адаптивных алгоритмов, обеспечивающих в полной мере оптимальное движение объекта. Поэтому вследствие отсутствия по объективным или субъективным, причинам полной информации о состоянии исполнительного электропривода, например, невозможности измерения скорости и положения рабочего органа механизма и заведомой неадекватности линеаризованной модели исходному математическому представлению ЭП, качественные показатели реального процесса в той или иной степени будут отличаться от назначенных, а движение замкнутой СУ - характеризоваться субоптимальным адаптивным управлением.

К основным признакам субоптимальности можно отнести следующие: во - первых, это управление ЭМО по части переменных состояния всего объекта; во – вторых, использование приближенной модели сложного ЭМО. Кроме того, очень часто возникает проблема точного определения начальных значений регулируемых переменных. Неточность в определении начального состояния ЭМО безусловно приводит к отличию действительного функционала качества от назначенного и может быть причиной появления неустойчивых процессов в замкнутой системе регулирования. Следовательно, в процессе организации субоптимального адаптивного управления ЭМО необходимо гарантировать практическую устойчивость и робастность при флуктуациях контролируемых возмущений.

Для синтеза субоптимального адаптивного управления ЭМО с контролируемыми возмущениями можно использовать базовые методы детерминированного синтеза регуляторов: методы АКОР, модального управления и методы, основанные на анализе функции Ляпунова. Сравнение первых двух методов приводит к выводу об определенной симметрии их свойств. Так, если трудности АКОР состоят в назначении функционалов качества, то соответствующая проблема модального управления заключается в определении же-



лаемого вида характеристических полиномов замкнутой системы. В обоих методах возникают аналогичные проблемы учета ограничений, а также гарантированной устойчивости при вариациях параметров ЭМО. Однако, методы модального управления являются более простыми в вычислительном отношении. Методы синтеза регуляторов с использованием функций Ляпунова позволяют получить более широкие границы области устойчивости и возможность организовать нелинейное управление ЭМО.

При построении следящих электроприводов одним из путей обеспечения точности позиционирования рабочего органа производственного механизма и плавности движения является уменьшение задающего сигнала скорости электропривода в функции от рассогласования по положению вала двигателя или рабочего органа механизма (1.2.3), (1.2.4). Очевидно, что такое техническое решение обладает ограниченными возможностями. Поэтому в режиме движения электропривода по заданной программе для расчета управляющего воздействия целесообразно использовать второй метод Ляпунова.

Обеспечивая асимптотическую устойчивость регулируемого процесса, второй метод Ляпунова является наиболее развитым для практического применения в разработках систем управления ЭП. Использование этого метода базируется на условии отрицательной определенности первой производной функции Ляпунова на траектории движения замкнутой системы регулирования. Данный метод в первую очередь предназначен для определения области устойчивости в пространстве параметров систем и функции Ляпунова, т.е. обеспечения равенства нулю вектора состояния возмущенного движения ЭП при  $t \rightarrow \infty$ . При этом выбор функции Ляпунова имеет важное значение и при строгом математическом подходе к решению вопросов синтеза представляет собой самостоятельную задачу. Распространенным видом функции Ляпунова являются “квадратичная форма” или “квадратичная форма плюс интеграл от нелинейности”, которые для линейных и линеаризованных систем позволяют получить необходимые и достаточные условия устойчивости. Для регуляторов с сильно выраженными нелинейными характеристиками определение конкретного типа функций Ляпунова в значительной степени зависит от теоретической подготовки и опыта разработчиков систем управления. Управление электроприводом, синтезированное на основе второго метода Ляпунова, можно применять не только в режиме позиционирования вала двигателя или рабочего органа механизма, но и для уменьшения влияния такого внешнего возмущения, как превышение амплитуды питающего напряжения ШИМ выше допустимого значения. Это осуществляется путем введения дополнительного функционально зависящего от напряжения питания параметра в управляющий сигнал  $U_i$ . Следует отметить, что предложенные в данной главе книги методы конструирования адаптивных регуляторов СУ ЭМО с контролируемыми возмущениями могут использоваться для определения средних значений коэффициентов передачи адаптивных регуляторов систем управления объектами с неконтролируемыми возмущениями.

### 3.1. Параметрический синтез регуляторов СУ с обратной связью по выходу ЭМО

Обратную связь в замкнутой системе управления исполнительным электроприводом можно представить в виде комбинации компонент вектора состояний

$$y_t = \tau_{OC}^T C x_t, \quad (3.1.1)$$

где  $\tau_{OC}$  - вектор параметров обратных связей ЭП;  $C$  - матрица, состоящая из единиц и нулей и характеризующая использование компонент вектора состояния в алгоритме управления.

Тогда условие устойчивости системы (1.4.26), с учетом (3.1.1), запишется в виде неравенства

$$p_3 : \{F + GKC\} < 1, \quad (3.1.2)$$

где  $p_3$  - собственные числа матрицы замкнутой системы;  $K$  - вектор-строка параметров регулятора ЭП, который можно записать следующим образом:

$$K = k \tau_{OC}^T. \quad (3.1.3)$$

Рассмотрим частные способы формирования вектора обратной связи.

Способ 1. Вектор  $y_t$  представлен в виде линейной комбинации, т.е. вектор  $\tau_{OC}$  содержит известные компоненты. Тогда вектор-строка  $K$  имеет одну степень свободы за счет изменения чувствительности регулятора для выполнения условия (3.1.2).

Способ 2. Вектор  $y_t$  задан с точностью до значений компонент вектора  $\tau_{OC}$ . При этом  $K$  - вектор-строка неизвестных параметров, которые необходимо определить в результате решения задачи синтеза. Чувствительность  $k$  ШИМ определяется из условия технической реализации системы управления. Уравнение (3.1.3) при этом записывается как

$$K = k k^T, \quad (3.1.4)$$

где  $k^T$  - вектор-строка, компоненты которого заданы с точностью до значений  $\tau_{OC}^T$ .

Отмеченные способы задания  $y_t$  обладают ограниченными возможностями для обеспечения (3.1.2), особенно если часть собственных чисел матрицы  $F$  по модулю больше единицы. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать общий случай построения обратной связи (3.1.1).

Для определения вектора  $K$  в (3.1.2) на линейном участке характеристики  $\chi(u[jT])$  ШИМ используем метод синтеза оптимального регулятора с заданными структурными ограничениями. Управление будем отыскивать в форме обратной связи по выходу  $y_t$ :

$$U_t = K C x_t, \quad (3.1.5)$$

минимизирующего квадратичный критерий качества

$$I = M_{x_0} \left\{ \sum_{t=t_0}^N (x_t^T Q x_t + U_t^T R U_t) \right\}, \quad (3.1.6)$$

где  $M_{x_0}\{a\}$  - операция усреднения выражения  $\{a\}$  по вектору начальных условий  $x_0$ .

Запись функционала качества в виде (3.1.6) позволяет учесть вероятностный характер разброса начальных значений вектора состояний. В предположении, что вектор  $x_t$  распределен по нормальному закону с нулевым средним, запишем

$$M_{x_0} \{x_t x_t^T\} = X_0. \quad (3.1.7)$$

Данное предположение не противоречит реальным условиям эксплуатации объекта управления, т.к. вектор  $x_0$ , характеризующий начальное состояние, как правило, принадлежит некоторой ограниченной окрестности начала координат. Характер этой окрестности можно описать, например, диагональной матрицей  $X_0 = \text{diag}(x_{10}, \dots, x_{n0})$ , где элементы  $x_j > 0$  выбираются пропорционально диаметру сечения оси  $0x_j$ , упомянутой окрестности начальных условий.

С учетом вышеотмеченного, задача синтеза системы управления будет заключаться в определении одного или нескольких параметров обратной связи из условия экстремальности (3.1.6) при ограничениях (3.1.2). Очевидно, что экстремальное значение (3.1.6) следует определять на тех уравнениях вида (3.1.5), которым соответствует множество векторов  $\mathfrak{R}$ , удовлетворяющих условиям

$$\mathfrak{R} = \{K : p_j(F_K) < 1, \quad j = 1, \dots, n\}, \quad (3.1.8)$$

где  $F_K$  -  $n \times n$  - матрица замкнутой системы;

$$F_K = F + GKC. \quad (3.1.9)$$

Известно, что при  $K \in \mathfrak{R}$ , для решения однородного векторного уравнения

$$x_{t+1} = F_K x_t, \quad (3.1.10)$$

при распределении вектора  $x_0$  по нормальному закону, справедливо равенство:

$$M_{x_0} \left\{ \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{t=t_0}^N x_t x_t^T \right\} = X. \quad (3.1.11)$$

При этом симметричная матрица  $X$  размером  $n \times n$  удовлетворяет дискретному уравнению Ляпунова

$$X = F_K X F_K^T + X_0. \quad (3.1.12)$$

Действительно, для матрицы

$$X_t = M_{x_0} \{x_t x_t^T\}, \quad t = 0, 1, \dots \quad (3.1.13)$$

справедливо разностное матричное уравнение

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= F_K x_t F_K^T, \\ x(t=t_0) &= x_0, \end{aligned} \quad (3.1.14)$$

из которого получим

$$x_{N+1} + \sum_{t=t_0}^N x_t = F_K \left( \sum_{t=t_0}^N x_t \right) F_K^T + x_0. \quad (3.1.15)$$

В результате соотношений

$$\Psi_1 = \left| \sum_{t=t_0}^N x_t \right| \leq \left| \sum_{t=t_0}^N x_t \right| \leq \sum_{j=1}^n p_{MAX}^{2j} |x_0| \leq |x_0| / (1 - p_{MAX}^2), \quad (3.1.16)$$

$$\Psi_2 = |x_{N+1}| \leq |x_N| \leq p_{MAX}^{2n} |x_0|, \quad p_{MAX} = \max |p_j \{F_K\}| \quad (3.1.17)$$

можно сделать вывод об ограниченности  $\Psi_1$  и стремлении  $\Psi_2$  к нулю при  $N \rightarrow \infty$ . Тогда, вследствие тождеств

$$\begin{aligned} M_{X_0} \{x_t Q x_t^T\} &= Tr X Q, \\ M_{X_0} \{x_t x_t^T\} &= X \end{aligned} \quad (3.1.18)$$

и равенства (3.1.11), функционал (3.1.6), с учетом (3.1.5), записывается как

$$I(K) = Tr X (Q + C^T K^T R K C) = Tr X [Q + R(K)], \quad (3.1.19)$$

где  $R(K)$  - пхп-матрица, которая имеет вид

$$R(K) = C^T K^T R K C. \quad (3.1.20)$$

Таким образом, решение исходной задачи синтеза параметра обратной связи заключается в определении минимума функции (3.1.19) по элементам вектора-строки  $K$  при ограничениях (3.1.12). Используя метод множителей Лагранжа, запишем лагранжиан задачи

$$I(X, \Lambda, K) = I(K) + Tr \{ \Lambda (X - X_0) + \Lambda F_K X F_K^T \}, \quad (3.1.21)$$

где  $\Lambda$  - симметричная пхп - матрица множителей Лагранжа.

Необходимые условия минимума (3.1.21) получим, дифференцируя  $I(X, \Lambda, K)$  по  $X, \Lambda, K$  и приравнивая полученные частные производные к нулю:

$$\partial I / \partial X = 0, \quad \partial I / \partial K = 0, \quad \partial I / \partial \Lambda = 0. \quad (3.1.22)$$

После выполнения матричного дифференцирования получим систему матричных уравнений

$$\begin{aligned} X^* &= F_K X^* F_K^T + X_0, \\ \Lambda^* &= F_K \Lambda^* F_K^T + Q + R(K^*), \\ (R + G^T \Lambda^* G) K^* (C X^* C^T) + G^T \Lambda^* F X^* C^T &= 0, \end{aligned} \quad (3.1.23)$$

где (\*)- означает оптимальное значение переменных. Из последнего уравнения системы (3.1.23) однозначно определяется выражение для оптимального значения  $K^*$

$$K^* = -(R + G^T \Lambda^* G)^{-1} G^T \Lambda^* F X^* C^T (C X^* C^T)^{-1}. \quad (3.1.24)$$

Для решения задачи синтеза с любым законом регулирования необходимо произвести расширение вектора состояния исходной математической модели. Рассмотрим ПИД - закон регулирования, который в дискретной форме записывается как

$$\tilde{y}_t = K_{II} y_t + K_D (y_t - y_{t-1}) + K_I \sum_{j=0}^t y_j, \quad (3.1.25)$$

где  $K_{II}$ ,  $K_D$ ,  $K_I$  - соответственно вектор - строки коэффициентов передачи пропорциональных, дифференциальных, интегральных составляющих измеряемых сигналов.

Расширим пространство состояния системы (1.4.26) введением дополнительных переменных

$$\tilde{x}_t^T = [x_t^T, (x_t^1)^T, (x_t^2)^T], \quad (3.1.26)$$

где 
$$x_{t+1}^1 = y_{t+1} - y_t = (CF - C)x_t + CGU_t, \quad (3.1.27)$$

$$x_{t+2}^2 = \sum_{j=0}^t y_j = x_t^2 + y_{t+1} = x_t^2 + CFx_t + CGU_t. \quad (3.1.28)$$

С учетом выражения (1.4.26) получим дискретную систему

$$\tilde{x}_{t+1} = \begin{pmatrix} F & 0 & 0 \\ (CF - C) & 0 & 0 \\ CF & 0 & I_L \end{pmatrix} \tilde{x}_t + \begin{pmatrix} G \\ CG \\ CG \end{pmatrix} U_t, \quad (3.1.29)$$

где  $I_L$  - единичная матрица соответствующей размерности;  $\tilde{x}_t$  - расширенный вектор состояния.

Измерения в системе (3.1.29) осуществляются согласно выражения

$$\tilde{y}_t = dial(C, I_L, I_L) \tilde{x}_t. \quad (3.1.30)$$

Обозначая:

$$\tilde{F} = \begin{pmatrix} F & 0 & 0 \\ (CF - C) & 0 & 0 \\ CF & 0 & I_L \end{pmatrix}, \quad (3.1.31)$$

$$\tilde{C} = \text{diag}(C, I_L, I_L), \quad \tilde{K} = [K_{II} \mid K_{DI} \mid K_{II}], \quad G^T = \left[ G^T \mid G^T C^T \mid G^T C^T \right],$$

записываем систему (3.1.29) с расширенным пространством состояния в виде (1.3.17):

$$\tilde{x}_{t+1} = \tilde{F}\tilde{x}_t + \tilde{G}U_t, \quad \tilde{x}(t=t_0) = \tilde{x}_0. \quad (3.1.32)$$

Назначая соответствующим образом компоненты матрицы  $\tilde{Q}$  и  $\tilde{R}$  квадратичного критерия качества (3.1.6) в расширенном пространстве, после решения системы вида (3.1.23) из (3.1.24) определяется  $\tilde{K}^*$ .

### Алгоритмы решения системы (3.1.23)

Наиболее простым из численных методов решения системы матричных уравнений (3.1.23) является итерационная процедура. Один из алгоритмов расчета  $K$  на ЦВМ приведен на рис. 3.1.1. В том случае, когда известна область допустимых значений коэффициентов  $K_{\text{ДОП}}$  передачи контуров регулирования замкнутой системы, целесообразно задаваться начальными значениями  $K_{j=0} = K_{\text{НАЧ}} \in K_{\text{ДОП}}$  и  $\Lambda_{j=0} = \Lambda_{\text{НАЧ}}$ , где  $j$  - шаг итерации.

Другой алгоритм определения неизвестных параметров  $K$  регулятора заключается в следующем:

1. Организуется вычислительный процесс:

$$\begin{aligned} X_{j+1} &= \Phi_1(X_j, \Lambda_j), \quad X_{j=0} = X_{\text{НАЧ}}, \\ \Lambda_{j+1} &= \Phi_2(X_j, \Lambda_j), \quad \Lambda_{j=0} = \Lambda_{\text{НАЧ}}, \end{aligned} \quad (3.1.33)$$

где  $\Phi_1(\cdot)$ ,  $\Phi_2(\cdot)$  - соответственно, значения правых частей первых двух уравнений (3.1.23) при подстановке из (3.1.24) выражения  $K(X, \Lambda)$ .

2. Вычисления по формулам (3.1.33) повторяются до тех пор, пока не выполнится одно из условий сходимости вычислительного процесса:

$$\left[ (X_j - X_{j-1}) / X_{j-1} \right] + \left[ (\Lambda_j - \Lambda_{j-1}) / \Lambda_{j-1} \right] < \varepsilon_1 \quad (3.1.34)$$

или

$$\left[ \text{Tr} X_0 (\Lambda_j - \Lambda_{j-1}) / \text{Tr} X_0 \Lambda_{j-1} \right] < \varepsilon_2, \quad (3.1.35)$$

где  $\varepsilon_1 > 0$ ,  $\varepsilon_2 > 0$  ( $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  малые величины) задают точность вычислительного процесса. Матрицы  $\Lambda_{\text{НАЧ}}$ ,  $X_{\text{НАЧ}}$  при  $j=0$  для приведенных выше вычислительных алгоритмов определения  $K^*$  регуляторов СУ ЭМО обычно равны единичной матрице. Следует отметить, что в случае отсутствия информации о средне - квадратичном отклонении начальных условий  $x_0$  от нулевого среднего значения матрица  $X_0$  в первом уравнении (3.1.23) заменяется значениями  $[x_0 x_0^T]$ .

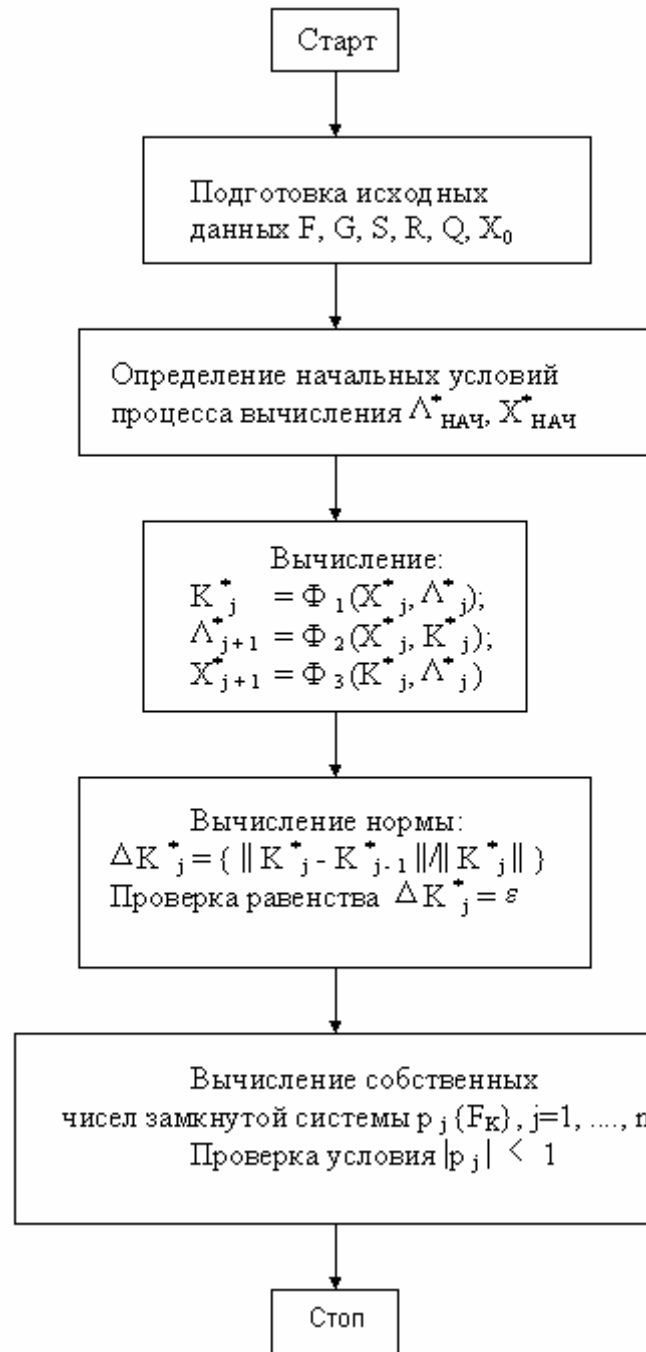


Рис. 3.1.1. Блок-схема алгоритма вычисления коэффициентов передачи субоптимального регулятора

Т.е. решение всей системы матричных уравнений (3.1.23), а следовательно и параметры  $K^*$  регулятора будут зависеть от конкретных начальных значений  $x_0$  регулируемого процесса.

Сходимость вычислений параметров регулятора подтверждается на примере синтеза коэффициентов передачи по току  $K_i$  (рис. 3.1.2) и скорости  $K_\omega$  (рис. 3.1.3) при описании динамики ЭП постоянного тока уравнениями второго порядка. Следует отметить, что количество итераций вычисления коэф-

коэффициентов передачи регулятора не зависит от изменения параметров ЭП и уменьшается, как минимум, в четыре раза по сравнению с вычислительным процессом, реализующим "прогонку" решения уравнения Риккати вида (2.2.6) (рис. 3.1.4 - 3.1.5).

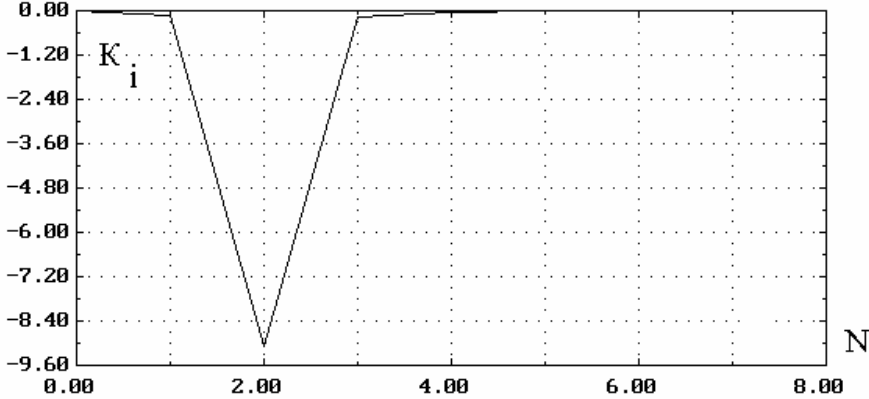


Рис. 3.1.2. Переходный процесс вычисления коэффициента передачи регулятора по току

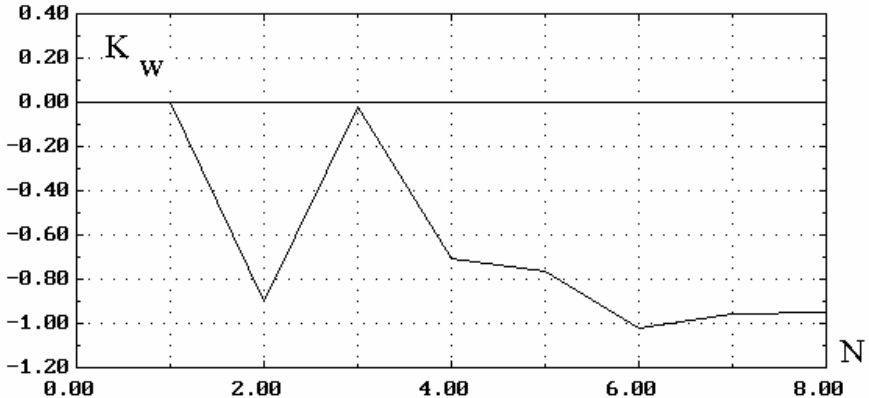


Рис. 3.1.3. Переходный процесс вычисления коэффициента передачи регулятора по скорости

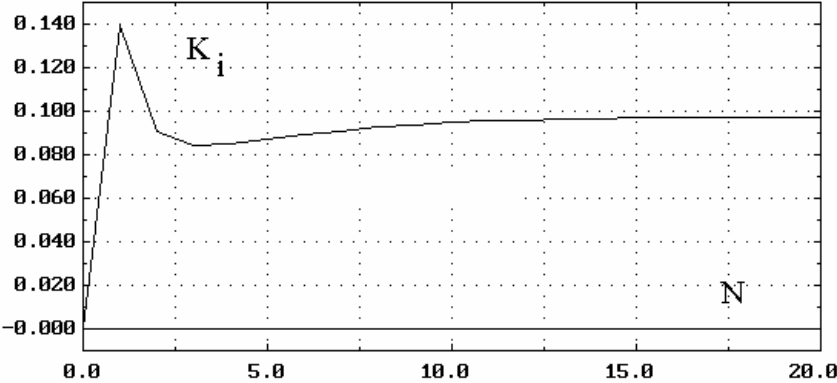


Рис. 3.1.4. Переходный процесс вычисления коэффициента передачи регулятора по току при решении уравнения Риккати вида (2.2.6)



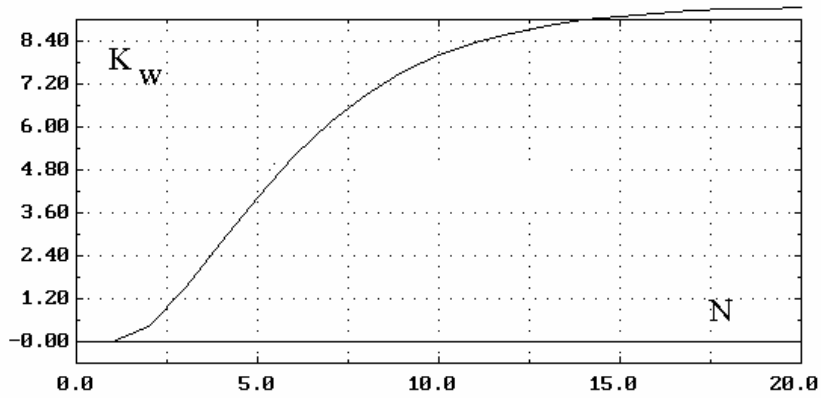


Рис. 3.1.5. Переходный процесс вычисления коэффициента передачи регулятора по скорости при решении уравнения Риккати вида (2.2.6)

В результате, после проведения всех необходимых вычислений, оптимальное значение функционала качества (3.1.19) будет равно

$$I(K^*) = Tr X_0 \Lambda^* \quad (3.1.36)$$

В отличие от оптимального регулятора, синтезированного в виде линейной обратной связи с использованием решения уравнения Риккати, здесь возможно снижение затрат на управление при прочих равных условиях, что подтверждается меньшими значениями функционала качества (рис. 3.1.6-3.1.7).

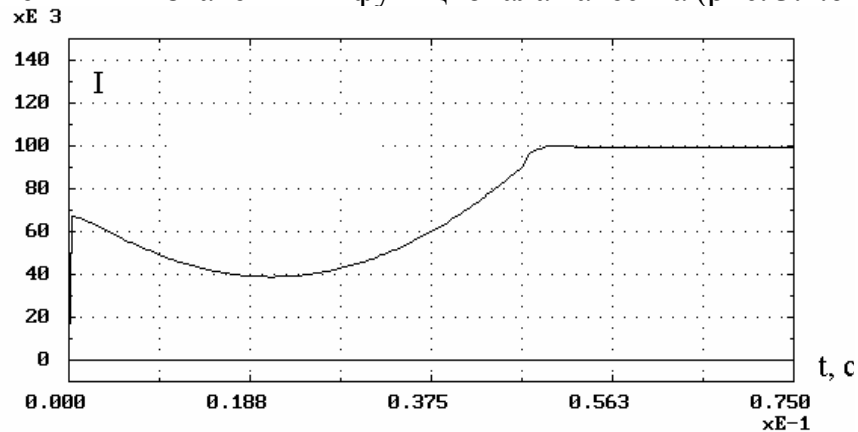


Рис. 3.1.6. Зависимость квадратичного функционала качества от времени для регулятора, синтезированного по АКОР

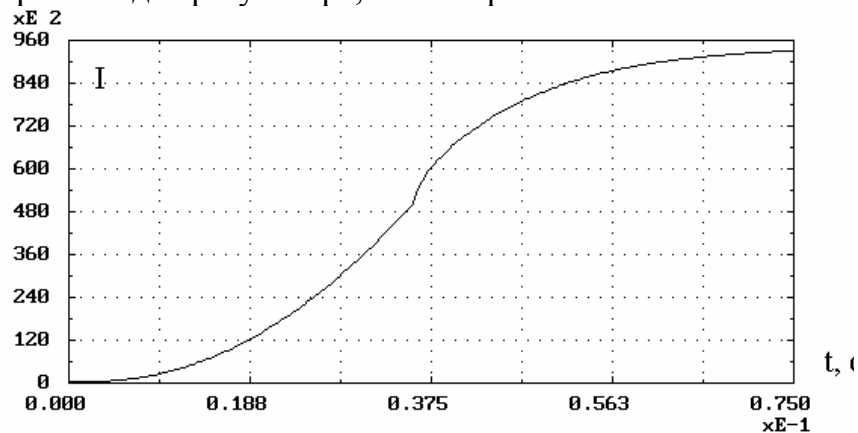


Рис. 3.1.7. Зависимость квадратичного функционала качества от времени для регулятора, синтезированного методом параметрического синтеза

В процессе моделирования ЭП постоянного тока установлено, что коэффициенты передачи по скорости  $K_w$  и току  $K_i$  регулятора в значительной степени зависят от начальных значений скорости  $\omega_0$  и тока  $i_0$  объекта управления - двигателя (рис. 3.1.8 - 3.1.9).

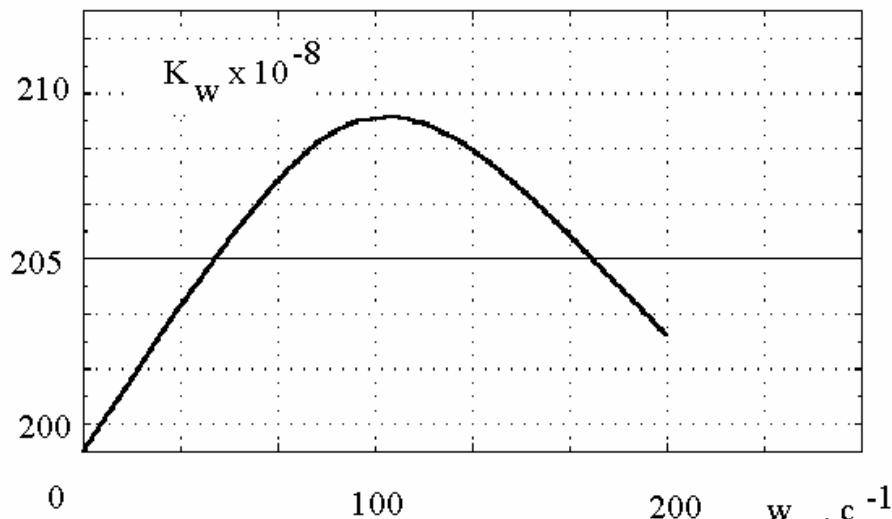


Рис. 3.1.8. Зависимость коэффициента передачи контура регулирования скорости от начальных условий по скорости в пределах их номинальных значений

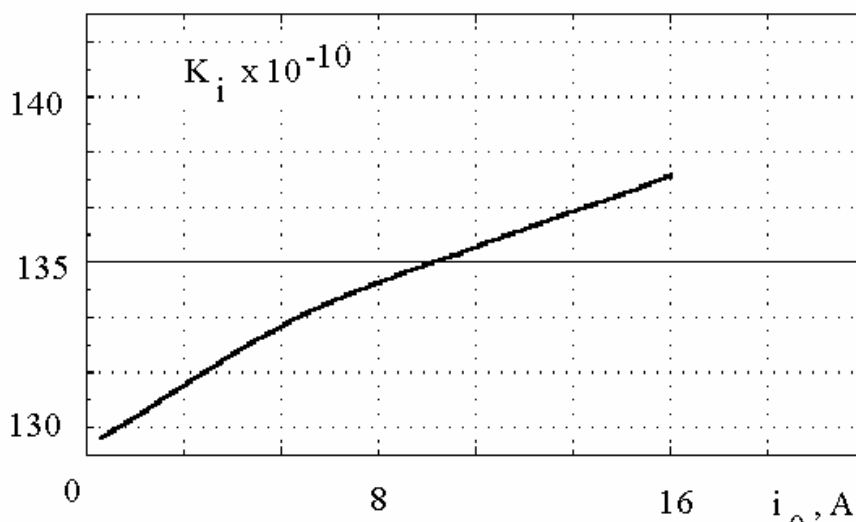


Рис. 3.1.9. Зависимость коэффициента передачи контура регулирования тока от начальных условий по току в пределах их номинальных значений

Поэтому при проектировании систем управления высокоточными электроприводами с большим диапазоном регулирования необходимо учитывать влияние средне - квадратичного отклонения  $\sigma_{y_0}$  начальных значений измеряемых переменных  $y_0$  на коэффициенты передачи регулятора и производить их своевременную коррекцию.

На рис. 3.1.10 и 3.1.11 приведены структуры адаптивных регуляторов с определением  $\sigma_{y0}$ . Блок адаптации, кроме перенастройки параметров регулятора, чувствительности ШИМ и коэффициентов передачи измерительных преобразователей, осуществляет изменение структуры регулятора и обратной связи. Параметры электромеханического объекта определяются для невозмущенного режима замкнутой системы с использованием эталонной модели ЭМО.

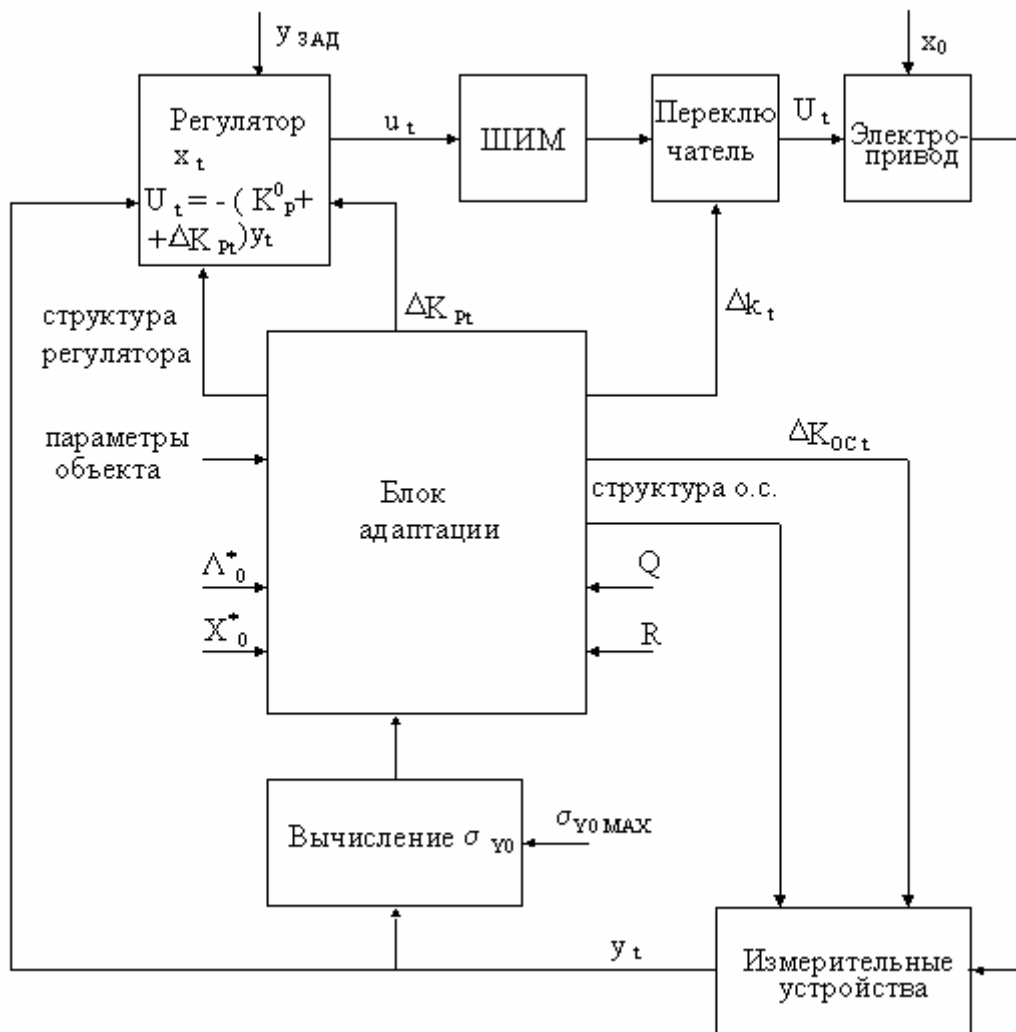


Рис. 3.1.10. Структура адаптивной СУ исполнительным ЭП с определением  $\sigma_{y0}$

С целью исключения эффектов влияния переходных процессов в блоке адаптации на динамические процессы замкнутой системы целесообразно ввести в прямой контур регулирования переключатель, осуществляющий отключение управляющего сигнала ЭМО на начальном этапе функционирования СУ (рис. 3.1.11).

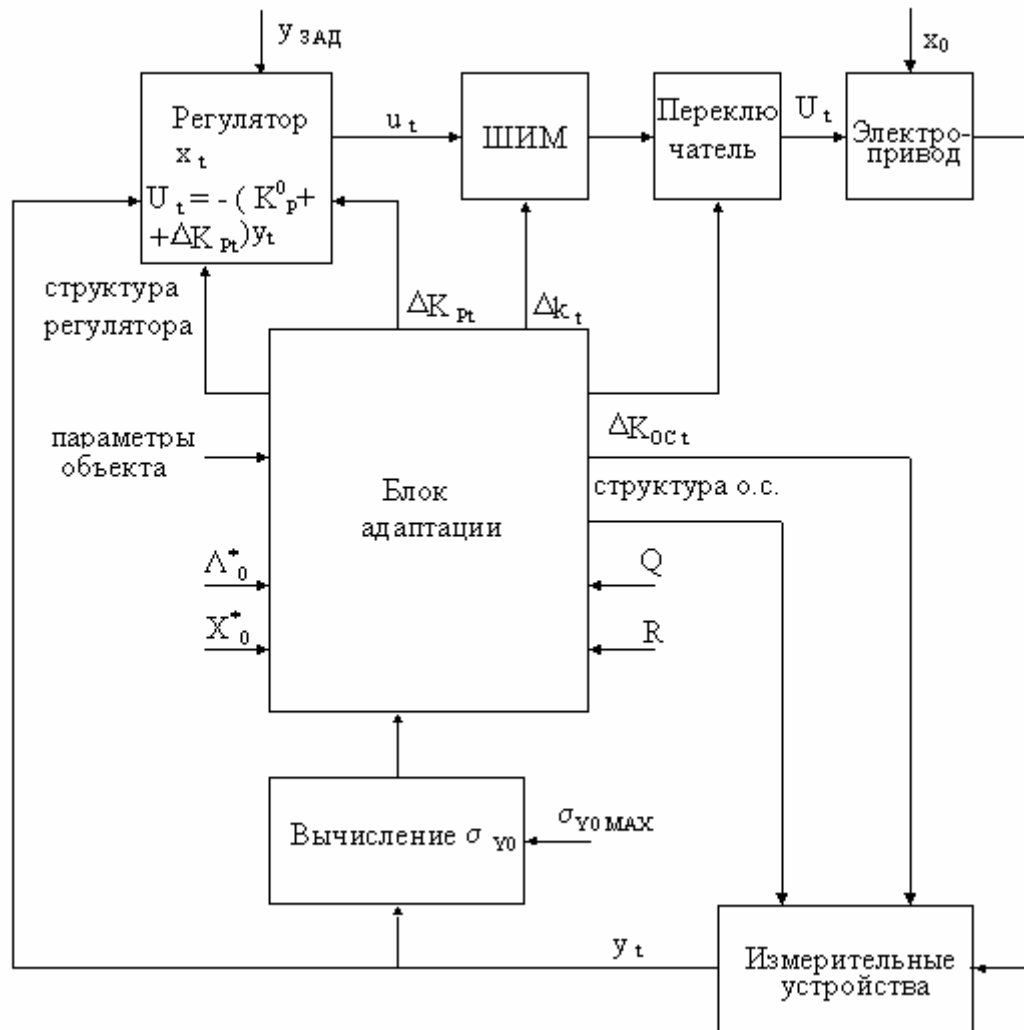


Рис. 3.1.11. Структура адаптивной СУ исполнительным ЭП с определением  $\sigma_{y0}$  и отключением управляющего сигнала

Длительность задержки на подключение управляющего сигнала ЭМО определяется максимальной длительностью вычисления блоком адаптации параметров перенастройки регулятора, ШИМ и измерительных преобразователей.

Рассмотрим задачу синтеза параметрического регулятора при стабилизации угловой скорости двигателя (на примере двигателя ДК-1-2.3 с параметрами, приведенными в табл. 1.3.1) с ШИМ питающего напряжения в форме (1.3.9), (1.3.10). Динамику двигателя запишем уравнениями вида (1.3.1), (1.3.2) (без учета параметров входного фильтра силового преобразователя):

$$\begin{aligned} \dot{i}(t) &= -424i(t) - 10.3\omega(t) + 21429U(t), \\ \dot{\omega}(t) &= 5.23\omega(t), \end{aligned} \quad (3.1.37)$$

где  $i(t)$ ,  $\omega(t)$  - ток и угловая скорость вала двигателя. Дискретное представление (3.1.37) с периодом  $T = 0,33 \cdot 10^{-3}$  с будет иметь вид

$$x_{t+1} = \begin{bmatrix} 0.893 & -0.004 \\ 0.0189 & 1 \end{bmatrix} x_t + \begin{bmatrix} 390 \\ 0 \end{bmatrix} U_t, \quad (3.1.38)$$

где  $x_t = [i_t \ \omega_t]^T$ .

Для организации регулятора предполагается использовать измеряемые значения скорости двигателя и вычисляемые на их основе данные об ускорении вала. В данном случае вектор  $y_t$  формируется следующим образом:

$$y_t^T = [\omega_t, (\omega_t - \omega_{t-1})]^T. \quad (3.1.39)$$

Расширенное пространство состояния ЭП, с учетом (3.1.39), записывается векторно-матричным уравнением:

$$x_{t+1} = \begin{bmatrix} 0.88 & -0.0029 & 0 \\ 0.015 & 1.0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_t \\ \omega_t \\ \omega_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5.4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} U_t, \quad (3.1.40)$$

где  $x_t^T = [i_t, \omega_t, \omega_{t-1}]^T$ .

Выбирая компоненты матрицы  $Q$  и значение  $R$  квадратичного функционала качества (3.1.6) в пределах их максимальных значений,

$$q_{jj} = 1/|x_{ijMAX}|^2, R = 1/|U_{iMAX}|^2, \quad (3.1.41)$$

где  $x_{ijMAX}$  - максимально допустимое значение регулируемой переменной;  $U_{iMAX}$  - максимально возможное значение управляющего воздействия на выходе широтно-импульсного модулятора. Для данного случая:

$$U_{iMAX} = 48 * 0,33 \cdot 10^{-3} \text{ Вc}. \quad (3.1.42)$$

Примем следующие условия: двигатель допускает значительное пере-регулирование по току при отсутствие ограничений на ускорение механизма, соединенного с валом двигателя. Тогда значение  $q_{11}$  диагональной матрицы  $Q$  равно 0. Величины  $q_{22}$ ,  $q_{33}$  выберем в равными 100, что соответствует максимально допустимым значениям пульсаций угловой скорости и ускорения соответственно  $0,1 \text{ c}^{-1}$  и  $0,1 \text{ c}^{-2}$ .

Таким образом, для матрицы  $Q = \text{diag}(0, 100, 100)$  и  $R_1 = 5000$ ,  $R_2 = 4000$  в результате решения системы уравнений (3.1.23) получим следующие параметры регулятора:

$$K_1 = [-0.00000855, -9.7685, -7.2738] \cdot 10^{-9}, \quad (3.1.43)$$

$$K_2 = [-0.0000435, -1.22, -0.18] \cdot 10^{-8},$$

где коэффициенты передачи регулятора по скорости  $K_{\omega t}$  и ускорению  $K_{a t}$  соответственно равны

$$K_{1\omega t} = -9.7685 \cdot 10^{-9}, K_{1at} = -7.2738 \cdot 10^{-9}, \quad (3.1.44)$$

$$K_{2\omega t} = -1.22 \cdot 10^{-8}, K_{2at} = -0.18 \cdot 10^{-8}.$$

Анализ динамических процессов (3.1.40) отражает, что при коэффициентах  $K_1$  (рис. 3.1.12) обеспечивается меньшая амплитуда пульсаций переходных процессов тока и скорости двигателя по сравнению с коэффициентами  $K_2$  (рис. 3.1.13).

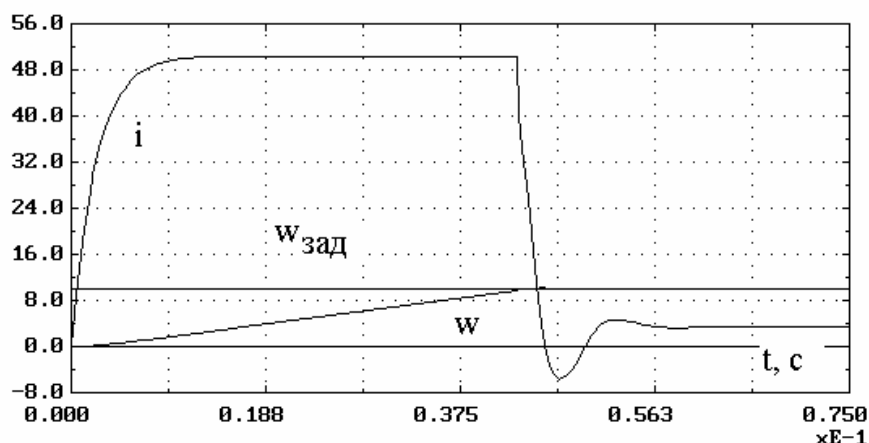


Рис. 3.1.12. Переходные процессы в ЭП с параметрическим регулятором по выходу для коэффициентов  $K_1$  передачи

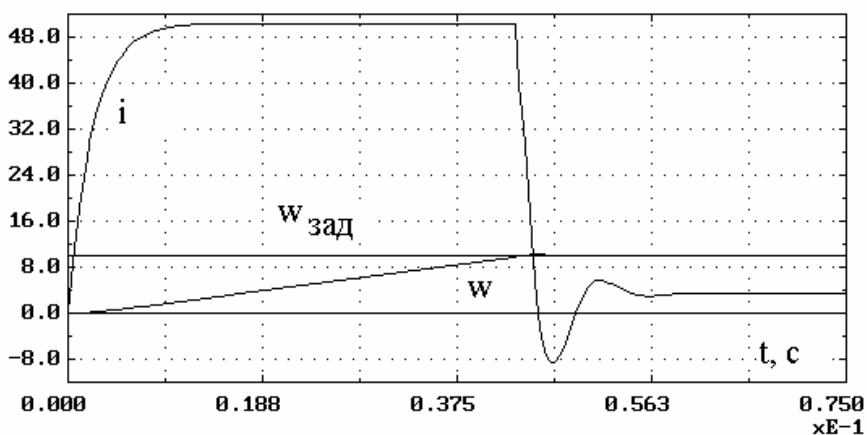


Рис. 3.1.13. Переходные процессы в ЭП с параметрическим регулятором по выходу для коэффициентов  $K_2$  передачи

Это определяется увеличением затрат на управление при введении "штрафа" на максимальную амплитуду управляющего воздействия. Синтезированный регулятор с данными обратными связями стабилизирует замкнутую систему при изменении неконтролируемых возмущений, например при увеличении в 100 раз момента инерции нагрузки двигателя (рис. 3.1.14).

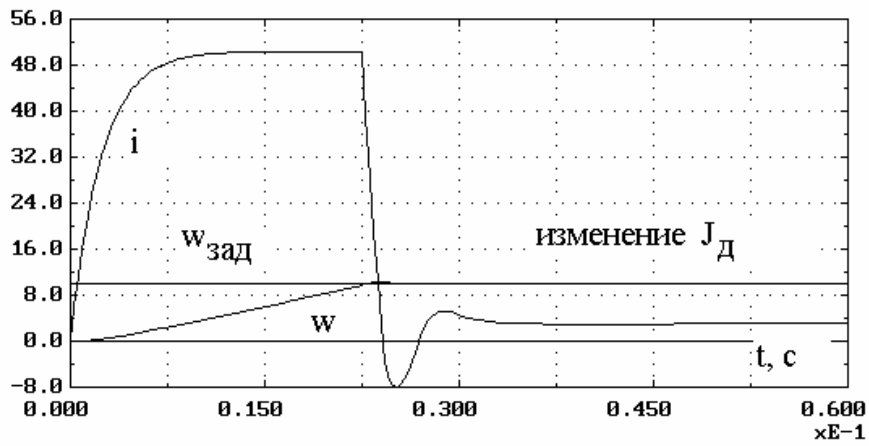


Рис. 3.1.14. Переходные процессы в ЭП с параметрическим регулятором по выходу при скачкообразном увеличении неконтролируемого значения момента  $J_D$  инерции двигателя в 100 раз для коэффициентов  $K_1$  передачи

Рассмотрим задачу синтеза параметрического регулятора при позиционировании (слежении за заданным сигналом) вала двигателя ЭП постоянного тока. Уравнение динамики двигателя с параметрами, как и в предыдущем случае, записывается в виде

$$\begin{aligned} \dot{i}(t) &= -424i(t) - 10.3\omega(t) + 21429U(t), \\ \dot{\omega}(t) &= 5.23\omega(t), \\ \dot{\alpha}(t) &= \omega(t), \end{aligned} \quad (3.1.45)$$

где к переменным состояния двигателя, представленного уравнением (3.1.37), добавляется  $\alpha(t)$ - угол поворота вала двигателя.

Дискретная модель (3.1.45) с периодом ШИМ  $T=0,33 \cdot 10^{-3}$  с записывается как

$$x_{t+1} = \begin{pmatrix} 0.88 & -0.0029 & 0 \\ 0.0189 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0.0003 & 1 \end{pmatrix} x_t + \begin{pmatrix} 5.4 \\ 0.0048 \\ 0 \end{pmatrix} U_t, \quad (3.1.46)$$

где  $x_t = [i_t, \omega_t, \alpha_t]^T$ .

Рассмотрим решение задачи, когда измеряются только значения угловой скорости и положения вала двигателя. Этому соответствует следующий вектор выхода:

$$y_t = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x_t. \quad (3.1.47)$$

Для значения  $R = 5000$  матриц качества регулируемых переменных  $Q_1 = \text{diag}(0,10,100)$ ,  $Q_2 = \text{diag}(0,100,100)$  и начального состояния  $X_0 = \text{diag}(0.1,0.1,0.1)$  рассчитаны значения коэффициентов передачи регулятора с обратной связью по скорости и положению вала двигателя:

$$K_1 = [-0.0142, -9.67, -0.0098] \cdot 10^{-6}, \quad (3.1.48)$$

$$K_2 = [-0.0142, -9.67, -0.001] \cdot 10^{-5}.$$

Результаты моделирования показывают, что в случае возрастания коэффициента  $1/K_\omega$ , включаемого в контур задания и обратной связи по положению при исключении контура задания по скорости, увеличивается число автоколебаний положения вала двигателя в области заданного значения и уменьшается полоса пропускания следящего контура (рис. 3.1.15 - 3.1.17).

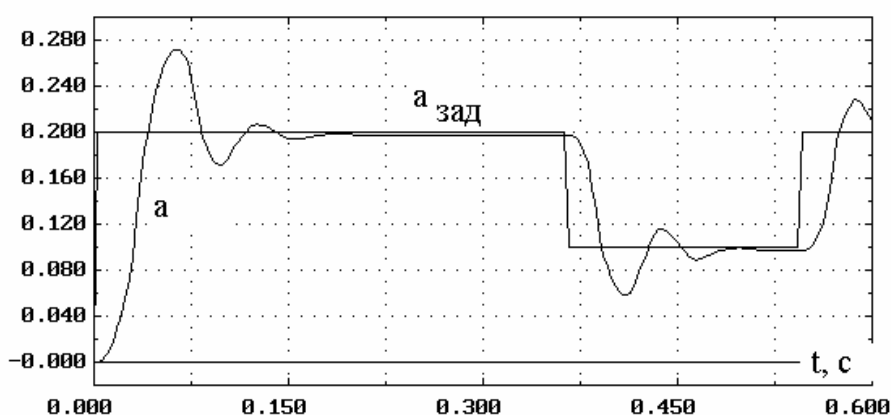


Рис. 3.1.15. Переходные процессы в ЭП с параметрическим регулятором по выходу для коэффициентов  $K_1$  передачи с включением в контур задания и обратной связи по положению коэффициента  $1/K_\omega = 10^5$

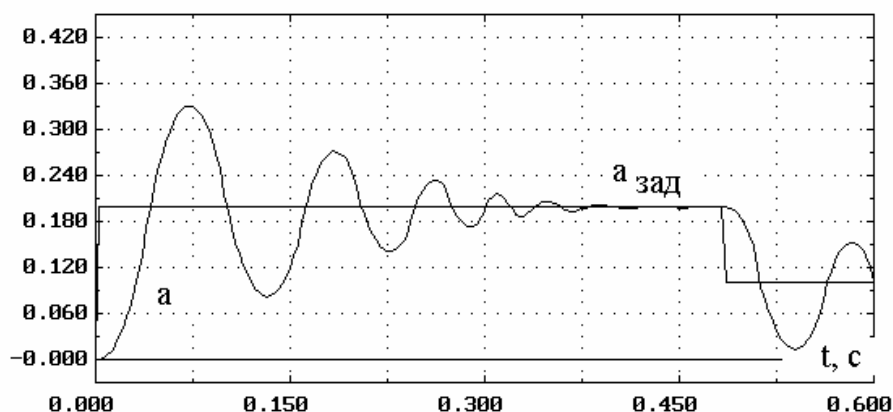


Рис. 3.1.16. Переходные процессы в ЭП с параметрическим регулятором по выходу для коэффициентов  $K_1$  передачи с включением в контур задания и обратной связи по положению коэффициента  $1/K_\omega = 2 \cdot 10^5$



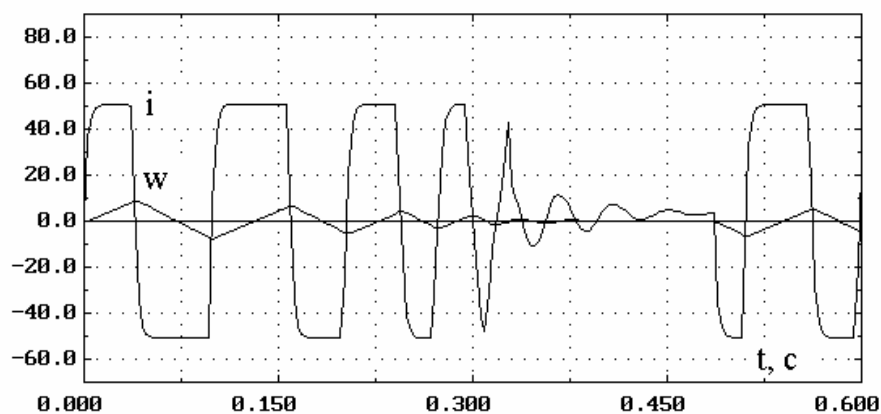


Рис. 3.1.17. Переходные процессы в ЭП с параметрическим регулятором по выходу для коэффициентов  $K_1$  передачи с включением в контур задания и обратной связи по положению коэффициента  $1/K_\omega = 2 \cdot 10^5$

Регулятор с матрицей  $Q_2 = \text{diag}[0, 100, 100]$  (что соответствует введению в функционал качества штрафа на значение скорости в процессе регулирования) обеспечивает более плавный переходный процесс по положению вала двигателя (рис. 3.1.18).

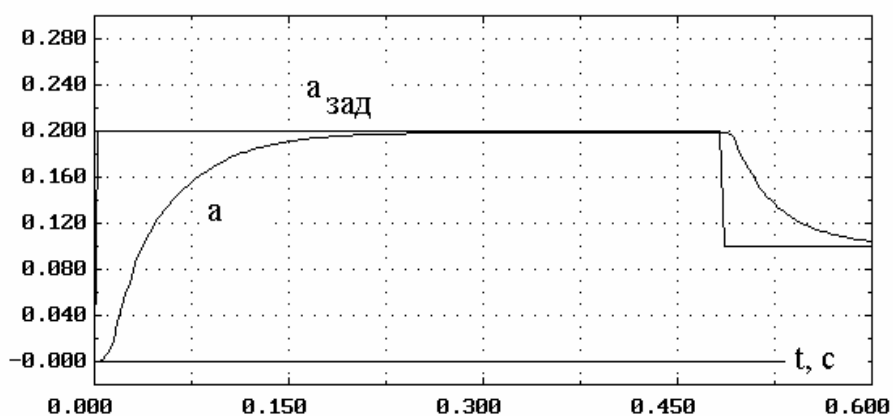


Рис. 3.1.18. Переходные процессы в ЭП с параметрическим регулятором по выходу для коэффициентов  $K_2$  передачи с включением в контур задания и обратной связи по положению коэффициента  $1/K_\omega = 2 \cdot 10^5$

При возникновении возмущений, например при увеличении момента инерции нагрузки, синтезированный регулятор отслеживает заданное значение по положению (рис. 3.1.19 - 3.1.20), однако для уменьшения амплитуды и числа автоколебаний в случае контролируемых возмущений требуется перенастройка коэффициента  $1/K_\omega$  в соответствии с рассчитанными коэффициентами передачи регулятора. Здесь могут быть использованы алгоритмы адаптации, рассмотренные во второй главе книги.

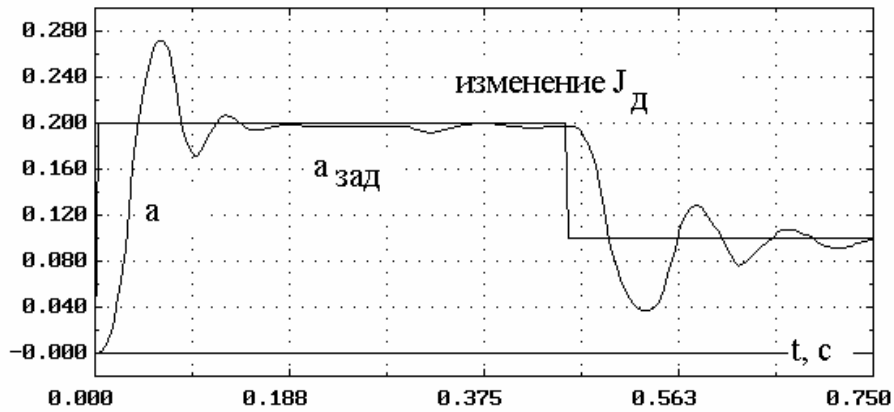


Рис. 3.1.19. Переходные процессы в ЭП с параметрическим регулятором по выходу при скачкообразном увеличении неконтролируемого значения момента  $J_d$  инерции двигателя в 5 раз для коэффициентов  $K_1$  передачи с включением в контур задания и обратной связи по положению коэффициента  $1/K_\omega = 10^5$

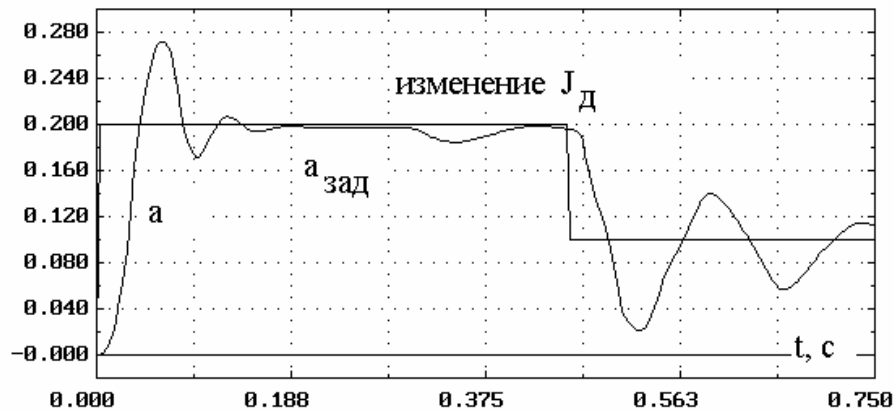


Рис. 3.1.20. Переходные процессы в ЭП с параметрическим регулятором по выходу при скачкообразном увеличении контролируемого значения момента  $J_d$  инерции двигателя в 5 раз для коэффициентов  $K_1$  передачи с включением в контур задания и обратной связи по положению коэффициента  $1/K_\omega = 10^5$

### 3.2. Синтез модального управления электромеханическими объектами с широтно-импульсным регулятором

В тех случаях, когда возмущения ограничиваются областью с известными границами, построение локальных регуляторов с фиксированной структурой является достаточным для получения желаемых точностных и динамических характеристик замкнутых систем управления электромеханическими объектами. Однако при этом возникает задача построения такого управления, которое обеспечивало бы асимптотическую устойчивость в режимах слежения и стабилизации регулируемых переменных при максимальных вариациях возмущений в ЭМО.

Кроме того, для выполнения требований к динамике ЭМО возникает необходимость в быстродействующих алгоритмах и законах регулирования, ориентированных на применение современной цифровой вычислительной техники - управляющих контролеров.

Рассмотрим метод модального управления для синтеза субоптимального регулятора СУ ЭМО, динамика движения которого может быть представлена стационарной системой уравнений

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bU(t), \quad x(0) = x_0, \quad (3.2.1)$$

где  $x(t)$  -  $n$ -мерный вектор переменных объекта управления;  $U(t)$  - управляющее воздействие;  $A$  -  $n \times n$  - матрица параметров ЭМО;  $b$  -  $n$ -мерный вектор-столбец управления. Пара  $\{A, b\}$  предполагается полностью управляемой.

Для управления  $U(t)$  объектом будем использовать широтно-импульсный модулятор представленный уравнениями (1.3.9), (1.3.10), записанными в более удобной форме:

$$\gamma = \begin{cases} \kappa \text{ mod}(u(t_k)) \text{ нпу } \kappa \text{ mod}(u(t_k)) < T, \\ T \text{ нпу } \kappa \text{ mod}(u(t_k)) > T, \end{cases} \quad (3.2.2)$$

$$U(t) = \begin{cases} U_0 s_k \text{ нпу } t_k < t < t_k + \gamma, \\ 0 \text{ нпу } t_k + \gamma < t < t_k + T, \end{cases} \quad (3.2.3)$$

где  $k$ ,  $u(t_k)$ ,  $T$ ,  $\gamma$  - коэффициент передачи, входной сигнал, период дискретизации, длительность включения ШИМ;  $t_k = \kappa T$ ,  $\kappa = 0, 1, \dots$ ;  $s_k = \text{sign } u(t_k)$ ;  $U_0$  - напряжение источника питания силового преобразователя.

При управлении (3.2.2) решение уравнения (3.2.1) на интервале времени  $(t_k, t_k + T)$  записывается в виде

$$\begin{aligned} x(t_{k+1}) &= F(T - \gamma)x(t_k + \gamma), \\ x(t_k + \gamma) &= F(T)[x(t_k) + (I - F(-\gamma))g], \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

где  $F(\gamma) = \exp(A\gamma)$  - матричная экспонента;  $I$  - единичная матрица;

$$g = s_k A^{-1} b U_0. \quad (3.2.5)$$

Входной сигнал ШИМ  $u(t_k)$  будем формировать в виде комбинации составляющих вектора состояния:

$$u(t_k) = \kappa^T x(t_k), \quad (3.2.6)$$

где  $\kappa^T$  -  $n$ -мерная вектор-строка параметров регулятора.

Таким образом, задача синтеза регулятора заключается в выборе параметров вектора-строки  $\kappa^T$ , при которых гарантируется необходимая стабилизация процесса  $x(t)$ . Используя равенство

$$F(-\gamma) \cong I - A\gamma, \quad (3.2.7)$$

на первоначальном этапе синтеза выполним линеаризацию системы (3.2.4). Подставляя (3.2.7) в (3.2.4) с учетом того, что  $s_k \gamma = gu(t_k)$ , получим

$$x(t_{k+1}) = F(T)[x(t_k) + Bu(t_k)] \quad (3.2.8)$$

где  $B = gbU_0$ . (3.2.9)

Исключая  $u(t_k)$  в (3.2.8) путем подстановки (3.2.6), окончательно запишем линейную дискретную систему

$$x(t_{k+1}) = F(T)[I + Bk^T]x(t_k). \quad (3.2.10)$$

Следовательно, задачу синтеза модального управления можно поставить следующим образом: определить такие параметры вектора - строки  $\kappa^T$ , при которых матрица

$$W = F(T)[I + Bk^T] \quad (3.2.11)$$

имеет заданный спектр, или, что то же самое, равенство характеристического многочлена матрицы  $W$  заданному многочлену  $\Delta^*(p)$ .

Пусть характеристические многочлены матриц  $W$  и матрицы  $F(T)$  соответственно имеют вид

$$\Delta^*(p) = p^n + a_n^* p^{n-1} + \dots + a_2^* p + a_1^*, \quad (3.2.12)$$

$$\Delta(p) = p^n + a_n p^{n-1} + \dots + a_2 p + a_1. \quad (3.2.13)$$

Составим из коэффициентов  $a_1^*, a_2^*, \dots, a_n^*$  вектор-столбец  $a^*$ , а из коэффициентов  $a_1, a_2, \dots, a_n$  - вектор-столбец  $a$ .

Основной способ решения задачи синтеза модального управления заключается в линейном преобразовании (3.2.11). Пусть  $P$  матрица преобразования такая, что

$$\begin{aligned} P^{-1}F(T)P &= H - e_n a^T, \\ P^{-1}F(T)B &= e_n, \end{aligned} \quad (3.2.14)$$

где  $H$  - верхняя наддиагональная  $n \times n$ -матрица;  $e_n$  -  $n$ -ый орт - вектор-столбец. Тогда

$$P^{-1}F(T)(I + Bk^T)P = H + en(K - a)T, \quad (3.2.15)$$

где  $K^T = \kappa^T P$ .

Приравняв левую часть равенства (3.2.15) к матрице

$$W^* = H - ena^* T, \quad (3.2.16)$$

характеристический многочлен которой записывается уравнением (3.2.13), получим решение задачи синтеза модального управления:

$$KT = aT - a^* T \quad (3.2.17)$$

или

$$kT = (aT - a^*T)P - 1. \quad (3.2.18)$$

Можно показать, что матрица  $P$ , при которой выполняются соотношения (3.2.14), состоит из произведения трех матриц:

$$P = F(T)P_1 P_2, \quad (3.2.19)$$

где  $P_1 = [B, F(T)B, \dots, F^{n-1}(T)B]$  - матрица управляемости для пары  $\{F(T)B\}$ ;

$$P_2 = \begin{pmatrix} a_2 & a_3 & \dots & a_{n-1} & a_n & 1 \\ a_3 & a_4 & \dots & a_n & 1 & 0 \\ a_n & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.2.20)$$

где  $a_2, a_3, \dots, a_n$  - коэффициенты многочлена  $\Delta(p)$ .

Таким образом, с помощью выражения (3.2.12) можно вычислить коэффициент регулятора (3.2.6), при котором матрице динамики замкнутой системы (3.2.11) соответствует характеристический многочлен (3.2.12). Этот многочлен всегда можно выбрать так, чтобы его собственные числа были устойчивыми, т.е. лежали в единичном круге, что обеспечивает требуемую стабилизацию системы.

Заметим, что для разрешимости задачи модального управления необходимо и достаточно, чтобы матрица преобразования  $P$ , определяемая соотношением (3.2.13), была невырожденной, т.к., матрицы  $F(T)$  и  $P_2$  всегда невырожденные, то для невырожденности матрицы  $P$  необходимо, чтобы невырожденной была матрица  $P_1$ . Но это означает, что пара матриц  $\{F(T), B\}$  или, что то же самое, пара  $\{F(T), b\}$  должны быть полностью управляемыми. В свою очередь, пара  $\{F(T), b\}$  будет полностью управляемой, если полностью управляема пара  $\{A, b\}$  и матрица  $A$  не имеет собственных чисел, мнимая часть которых кратна  $\pi/T$  [ 84 ].

В качестве примера рассмотрим синтез модального регулятора ЭП с электродвигателем постоянного тока.

Уравнения движения электродвигателя можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} L_d \dot{i}(t) &= -R_d i(t) - C_d \omega(t) + U(t), \\ J_d \dot{\omega}(t) &= C_d i(t), \\ \dot{\alpha}(t) &= \omega(t), \end{aligned} \quad (3.2.21)$$

где  $i(t)$  - ток двигателя;  $\omega(t)$  - угловая скорость;  $\alpha(t)$  - угловое положение вала двигателя;  $U(t)$  - напряжение на выходе широтно-импульсного преобразователя (импульсного преобразователя) - управляющее воздействие;  $R_d, L_d, C_d, J_d$  - соответственно сопротивление обмотки якоря, индуктивность, конструктивная постоянная двигателя, момент инерции двигателя и нагрузки, приведенный к валу двигателя.

В векторно-матричной форме, аналогичной (3.2.1), уравнения (3.2.21) можно записать как

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} U(t), \quad (3.2.22)$$

где  $x_1(t) = i(t)$ ,  $x_2(t) = \omega(t)$ ,  $x_3(t) = \alpha(t)$ ,  $a_{11} = -R_d / L_d$ ,  $a_{12} = -C_d / L_d$ ,  $a_{21} = C_d / J_d$ ,  $a_{31} = 1 / L_d$ .

Вычисления проводились при следующих значениях параметров (в качестве двигателя использовался двигатель ДК-1-2.3, табл. 1.3.1):

$$T = 310^{-4} \text{ с}, U_0 = 48 \text{ В}, k = 10^{-4} \text{ В/с}, a_{11} = -424.1, a_{12} = -10.27, a_{21} = 10.45, b = 446.4.$$

Многочлен (3.2.12) сформирован в виде бинома Ньютона с радиусом дуги Баттерворда, равным  $10^{-5}$ , 0.2, 0.5.

В результате вычислений, проводимых по приведенным выше формулам, коэффициенты передачи регулятора, в случае организации обратной связи по току и скорости, приняли следующие значения:

Вариант 1. Радиус дуги Баттерворда =  $10^{-5}$ ,  $J_d = J_{\text{ДНОМ}}$ ,

$$k^T = [-0.244 - 58.69]. \quad (3.2.23)$$

Вариант 2. Радиус дуги Баттерворда = 0.2,  $J_d = J_{\text{ДНОМ}}$ ,

$$k^T = [-0.263 - 77.64]. \quad (3.2.24)$$

Вариант 3. Радиус дуги Баттерворда = 0.5,  $J_d = J_{\text{ДНОМ}}$ ,

$$k^T = [-0.28 - 114.9]. \quad (3.2.25)$$

Вариант 4. Радиус дуги Баттерворда = 0.2,  $J_d = 2J_{\text{ДНОМ}}$ ,

$$k^T = [-0.26 - 155.27]. \quad (3.2.26)$$

Моделировалось решение уравнения (3.2.2) при управлении, определяемом соотношениями (3.2.2), (3.2.3), и условия, что процесс  $u(t_K)$  соответствует (3.2.6) с учетом вычисленных коэффициентов  $k^T$  (3.2.27). Для данного моделирования использовались формулы (3.2.4). Результаты моделирования в виде переходных процессов тока и скорости вала двигателя при изменении вида модуляции управляющего сигнала (амплитудно-импульсный и широтно-импульсный), радиуса дуги Баттерворда, момента инерции нагрузки дви-

гателя представлены на рис. 3.2.1 - 3.2.10. Во всех рассматриваемых случаях наблюдаются асимптотические устойчивые переходные процессы стабилизации скорости вращения вала двигателя. При изменении контролируемого значения момента инерции  $J_H$  нагрузки наблюдается пропорциональное изменение коэффициента передачи регулятора скорости двигателя (см. варианты 2 и 4). Это позволяет достаточно просто организовать контур адаптации в случае вариаций контролируемых (идентифицируемых) значений  $J_H$ . Уменьшение же неконтролируемых значений  $J_H$  до определенного предела приводит к возникновению автоколебательного процесса в ЭП (рис. 3.2.10), для исключения которого требуется организация контура адаптации.

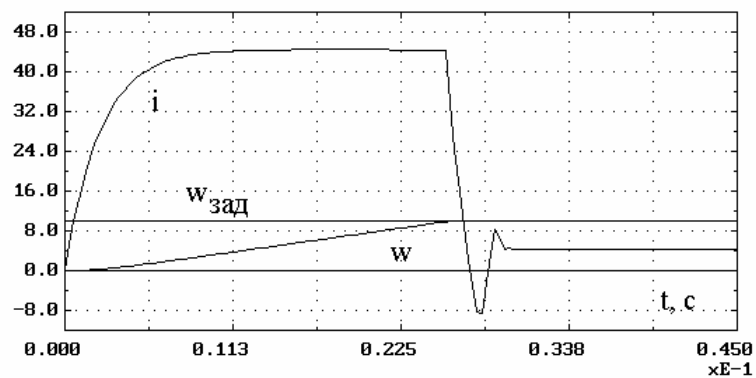


Рис. 3.2.1. Переходные процессы в ЭП с модальным регулятором по выходу и АИМ управляющего сигнала. Первый вариант расчета

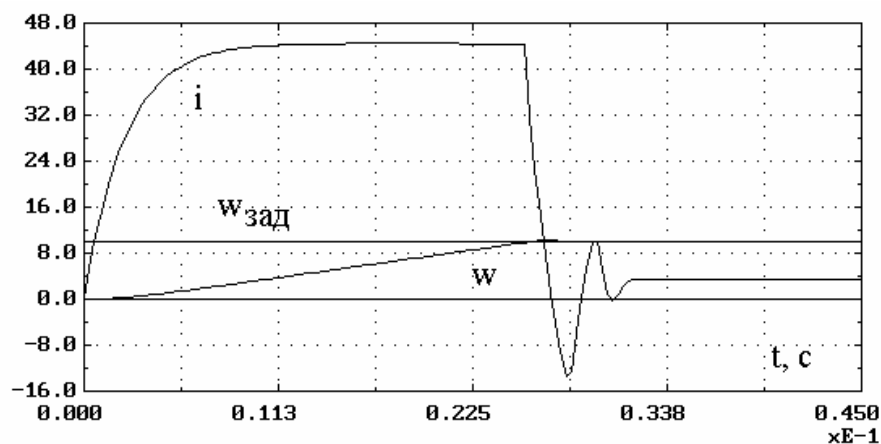


Рис. 3.2.2. Переходные процессы в ЭП с модальным регулятором по выходу и ШИМ управляющего сигнала. Первый вариант расчета

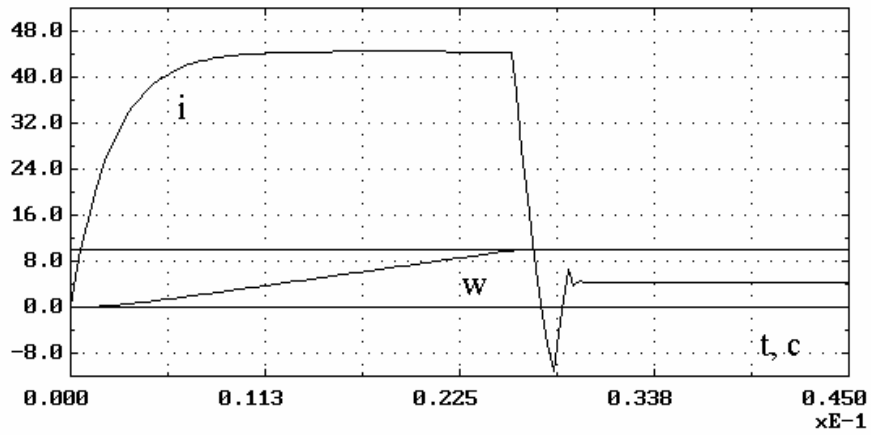


Рис. 3.2.3. Переходные процессы в ЭП с модальным астатическим регулятором и АИМ управляющего сигнала. Первый вариант расчета

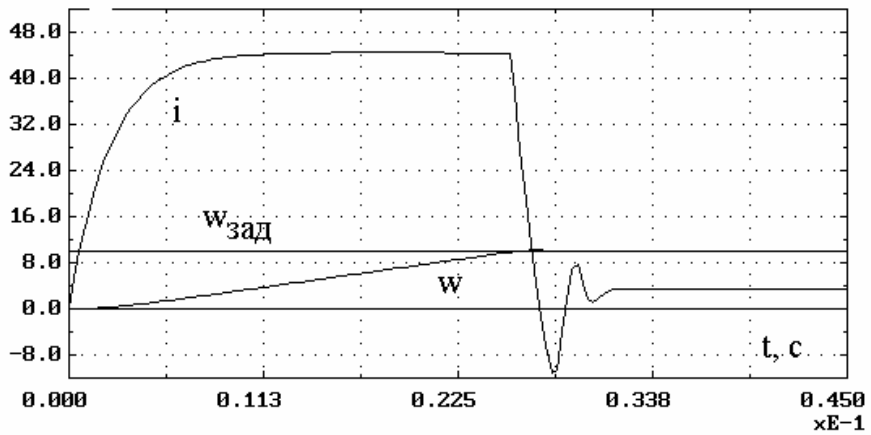


Рис. 3.2.4. Переходные процессы в ЭП с модальным астатическим регулятором и ШИМ управляющего сигнала. Первый вариант расчета

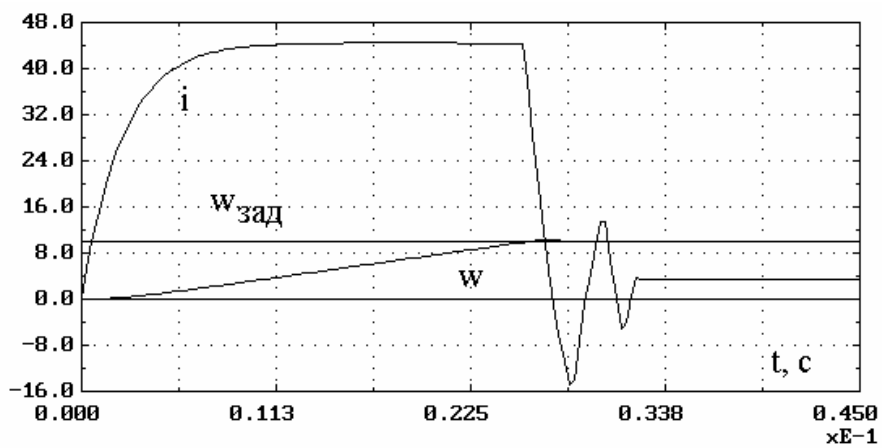


Рис. 3.2.5. Переходные процессы в ЭП с модальным регулятором по выходу и ШИМ управляющего сигнала. Второй вариант расчета



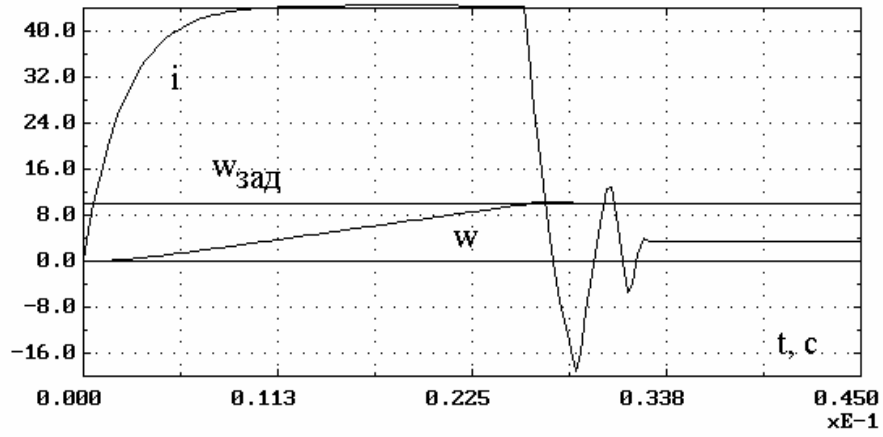


Рис. 3.2.6. Переходные процессы в ЭП с модальным астатическим регулятором и ШИМ управляющего сигнала. Второй вариант расчета

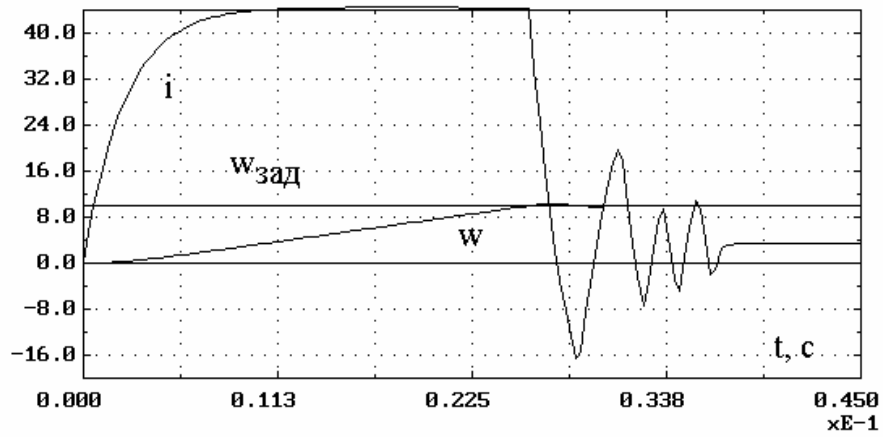


Рис. 3.2.7. Переходные процессы в ЭП с модальным регулятором по выходу и ШИМ управляющего сигнала. Третий вариант расчета

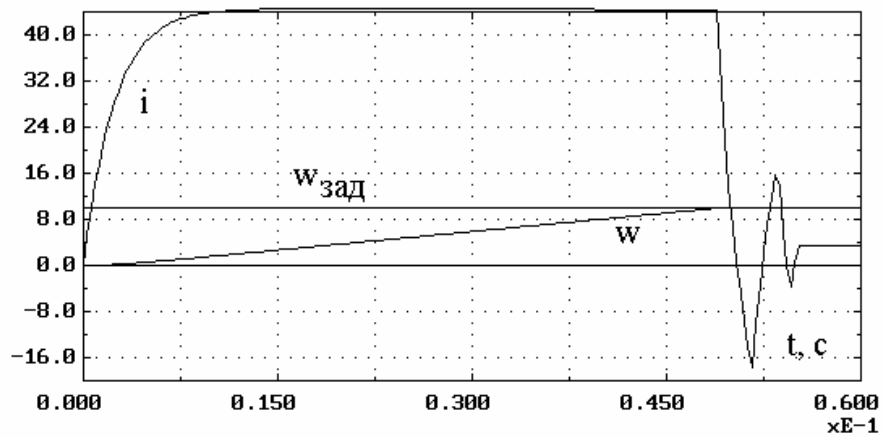


Рис. 3.2.8. Переходные процессы в ЭП с модальным регулятором по выходу и ШИМ управляющего сигнала. Четвертый вариант расчета

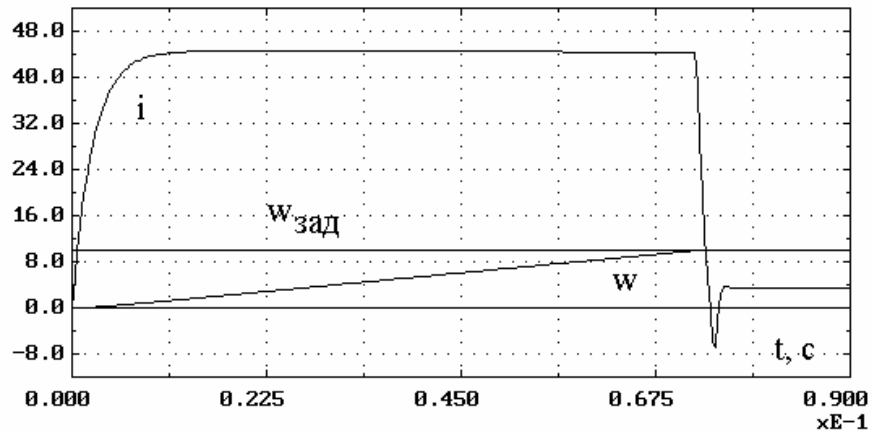


Рис. 3.2.9. Переходные процессы в ЭП с модальным регулятором по выходу и ШИМ управляющего сигнала при увеличении неконтролируемого момента инерции нагрузки на 50 % от номинального значения. Четвертый вариант расчета

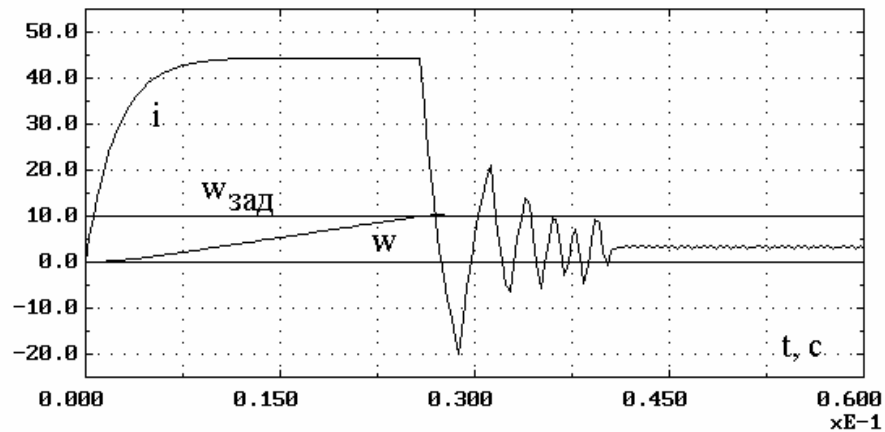


Рис.3.2.10. Переходные процессы в ЭП с модальным регулятором по выходу и ШИМ управляющего сигнала при уменьшении неконтролируемого момента инерции нагрузки на 50 % от номинального значения. Четвертый вариант расчета

Функционал качества регулирования (рис. 3.2.11) в статическом режиме работы ЭП равен, практически, нулевому значению.

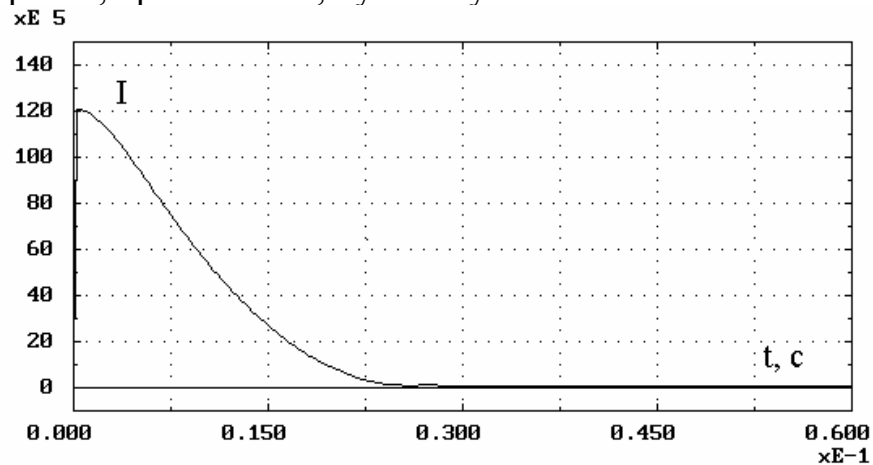


Рис. 3.2.11. Изменение функционала качества движения ЭП при модальном управлении

### 3.3. Синтез стабилизирующего управления ЭМО с использованием функций Ляпунова

Как отмечалось выше, программное движение исполнительных приводов ЭМО промышленных механизмов сопровождается значительными возмущениями различного типа, как, например, изменениями питающего напряжения силового преобразователя, статического и динамического моментов нагрузки, нестабильностью параметров двигателей и устройств обратных связей системы управления. В тех случаях, когда возмущения ограничиваются областью с известными границами, построение локальных регуляторов с фиксированной структурой является достаточным для получения желаемых точностных и динамических характеристик исполнительных приводов. Однако при этом возникает задача асимптотической устойчивости замкнутой системы управления при достижении выходными переменными объекта: “исполнительный привод - кинематическое звено промышленного механизма” заданных значений.

Для получения необходимой плавности движения в окрестности заданной точки позиционирования и асимптотической устойчивости возмущенной СУ синтез управления приводом может быть осуществлен на основе второго метода Ляпунова. Данный метод основывается на исследовании функции Ляпунова и ее первой производной на траектории движения замкнутой системы регулирования. Как правило, для линейных систем используется определенно-положительная функция от координатных рассогласований, записанная в виде квадратичной формы. Из тождеств, образующих условия отрицательной определенности первой производной функции Ляпунова, получают алгоритмы управления, обеспечивающие устойчивость в полном пространстве состояний привода.

Используя дискретное линеаризованное представление ЭМО вида (1.3.18)

$$x_{t+1} = Fx_t + (Gx_t + G_1^*)U_t + G_2^*, \quad (3.3.1)$$

и функцию Ляпунова квадратичной формы

$$V(x_t) = x_t^T P x_t, \quad (3.3.2)$$

где  $P$  – положительно - определенная  $n \times n$  - матрица, управление  $U_t$  будем определять из условия минимума первой разности  $V(x_t)$ :

$$\Delta V(x_t) = V(x_{t+1}) - V(x_t), \quad (3.3.3)$$

определенную на решениях системы (3.3.1), которую для сокращения дальнейших выкладок представим в виде

$$x_{t+1} = F_t + U_t G_t, \quad (3.3.4)$$

где

$$\begin{aligned} F_t &= Fx_t + G_2^*, \\ \Gamma_t &= \Gamma x_t + G_1^*. \end{aligned} \quad (3.3.5)$$

Согласно (3.3.3) запишем

$$\Delta V(x_t) = U_t^T \Gamma_t^T P \Gamma_t + U_t \Gamma_t^T P F_t + U_t F_t^T P \Gamma_t + F_t^T P F_t - x_t^T P x_t. \quad (3.3.6)$$

Минимизируя выражение (3.3.6) по  $U_t$ , получим

$$U_t = -\Gamma_t^T P F_t (\Gamma_t^T P \Gamma_t)^{-1}. \quad (3.3.7)$$

Подставим (3.3.7) в (3.3.6):

$$\Delta V(x_t) = \left[ (\Gamma x_t + G_1^*)^T (F_t^T P F_t) - (\Gamma_t^T P F_t)^2 (\Gamma_t^T P \Gamma_t)^{-1} \right] - x_t^T P x_t. \quad (3.3.8)$$

Таким образом, управление  $U_t$  (3.3.7), с учетом (3.3.5), определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} U_t &= -\left\{ (\Gamma x_t + G_1^*)^T \left[ (\Gamma x_t + G_1^*)^T P (\Gamma x_t + G_1^*) \right]^{-1} \right\} P E x_t - \\ &\quad - \left\{ (\Gamma x_t + G_1^*)^T \left[ (\Gamma x_t + G_1^*)^T P (\Gamma x_t + G_1^*) \right]^{-1} \right\} G_2^*. \end{aligned} \quad (3.3.9)$$

Обозначая

$$K(x_t) = -\left\{ (\Gamma x_t + G_1^*)^T \left[ (\Gamma x_t + G_1^*)^T P (\Gamma x_t + G_1^*) \right]^{-1} \right\} P F, \quad (3.3.10)$$

$$\tilde{K}(x_t) = -\left\{ (\Gamma x_t + G_1^*)^T \left[ (\Gamma x_t + G_1^*)^T P (\Gamma x_t + G_1^*) \right]^{-1} \right\} G_2^*, \quad (3.3.11)$$

выражение (3.3.8) примет вид

$$U_t = -(K(x_t)x_t + \tilde{K}(x_t)). \quad (3.3.12)$$

Анализируя выражения (3.3.10) и (3.3.11), заключаем, что для реализации управления (3.3.12) величина  $(\Gamma x_t + G_1^*)^T P (\Gamma x_t + G_1^*)$  должна быть положительно определена во всем пространстве состояния ЭМО.

По условию (3.3.2)  $\det P \neq 0$ , тогда  $(\Gamma x_t + G_1^*)$  будет положительно определена в любой точке пространства  $x_t$ , за исключением гиперплоскости, определенной уравнением

$$(\Gamma x_t + G_1^*) = 0. \quad (3.3.13)$$

Построенный закон управления ЭП обеспечивает наиболее быстрое убывание функции Ляпунова (3.3.2), определенной на решениях билинейной системы (3.3.1).

Из множества законов управления (3.3.12), обеспечивающих отрицательность  $\Delta V(x_t)$ , выделим закон управления, оптимальный по принуждению, т.е. такой закон, который обеспечивает выполнение условия  $\Delta V(x_t) < 0$  с наи-

меньшим значением  $U_i^2$  в каждый момент времени. Для определения такого закона запишем функцию Лагранжа

$$\Xi(U, \lambda) = U_i^2 + \lambda[-\Delta V(x_i) + P(x_i, t)], \quad (3.3.14)$$

где  $\lambda$  - неопределенный множитель Лагранжа;  $P(x_i, t)$  - правая часть уравнения (3.3.6). Необходимое условие оптимальности выражения (3.3.14), когда

$$\partial \Xi(U, \lambda) / \partial U_i = 0, \quad (3.3.15)$$

позволяет получить уравнение

$$U_i + \lambda(\Gamma_i^T P \Gamma_i U_i + \Gamma_i^T P F_i) = 0. \quad (3.3.16)$$

После преобразования уравнения (3.3.16) запишем

$$U_i = -\lambda(1 + \lambda \Gamma_i^T P \Gamma_i)^{-1} \Gamma_i^T P F_i. \quad (3.3.17)$$

Неопределенный множитель Лагранжа  $\lambda$  должен быть выбран из условия обеспечения отрицательной определенности  $\Delta V(x_i)$ . Подставляя полученное уравнение (3.3.17) в выражение (3.3.6), получим

$$\Delta V(x_i) = \left\{ \Gamma_i^T P F_i \right\}^2 (1 + \lambda \Gamma_i^T P \Gamma_i)^{-2} \left\{ \lambda(-\lambda \Gamma_i^T P \Gamma_i - 2) + F_i^T P F_i - x_i^T P x_i \right\}. \quad (3.3.18)$$

Из последнего уравнения следует, что  $\Delta V(x_i)$  знакоопределена при любых значениях  $\lambda > 0$ . Поэтому выражение (3.3.17), определяющее закон управления по принуждению, можно получить, если приращение функции Ляпунова  $\Delta V(x_i)$  принять равной

$$\Delta V(x_i) = U_i^2 \Gamma_i^T P F_i + 2U_i \Gamma_i^T P F_i + F_i^T P F_i - x_i^T P x_i + U_i^2 / \lambda. \quad (3.3.19)$$

Таким образом, смысл множителя  $\lambda$  - это величина, обратная штрафному коэффициенту, учитывающему “вклад” в приращение функции Ляпунова управляющего сигнала. При  $\lambda \rightarrow \infty$  получаем управление, оптимальное по отношению к функции Ляпунова.

Синтезированное управление вида (3.3.12) и (3.3.17) позволяет обеспечить асимптотическую стабилизацию выходных переменных ЭМС с заданной степенью точности и ограничениями на энергозатраты в силовом преобразователе.

На рис. 3.3.1 приведена блок - схема алгоритма вычислений управления вида (3.3.12) или (3.3.17).

Для определения компонент матрицы  $P$  можно использовать метод расчета матричных уравнений Ляпунова или систему алгебраических уравнений

$$F^T P F - P = -Q. \quad (3.3.20)$$

При этом точностные характеристики и затраты на управление формируются, например, в виде квадратичного функционала качества (1.3.3).

На примере дискретной модели (1.3.26) электропривода постоянного тока с соответствующими числовыми данными из табл. 1.3.1 уравнение (3.3.1) будет иметь вид

$$\begin{aligned} i_{t+1} &= 0.96i_t - 0.16\omega_t + 0.0064U_t, \\ \omega_{t+1} &= 0.0000365i_t + \omega_t + 0.0183U_t, \\ \alpha_{t+1} &= 0.0001\omega_t + \alpha_t. \end{aligned} \quad (3.3.21)$$

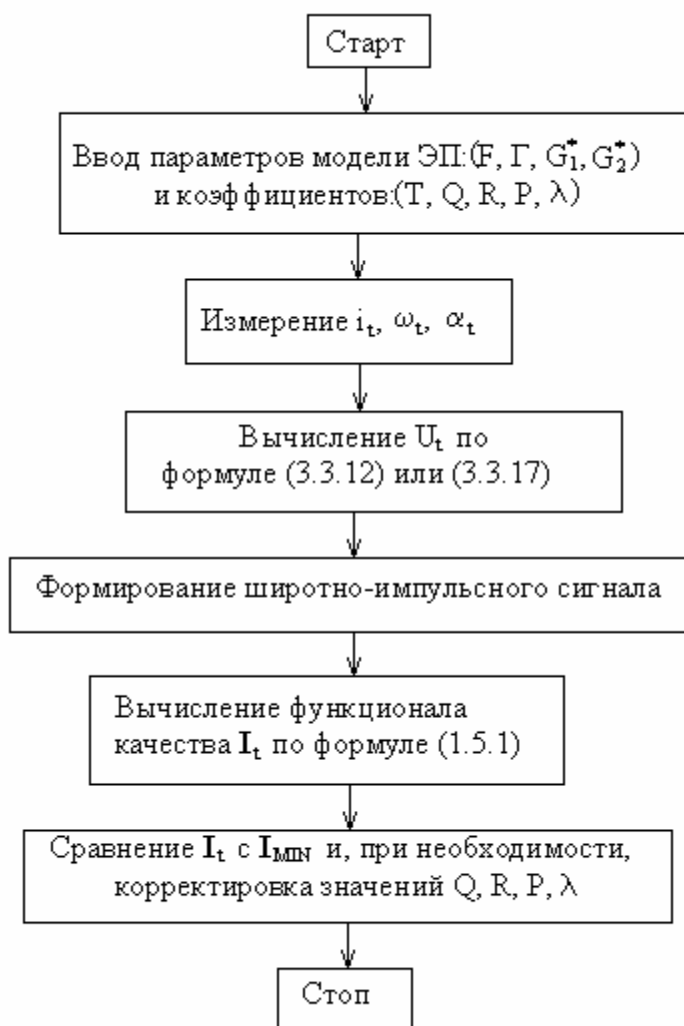


Рис. 3.3.1. Блок-схема алгоритма вычисления нелинейного управления, где управление  $U_t$  в функции двух переменных  $i_t$  и  $\omega_t$  согласно (3.3.7) записывается выражением:

$$U_t = -K_{II}(138i_t - 0.775\omega_t), \quad (3.3.22)$$

где  $K_{II}$  - коэффициент пропорциональности, значение которого определяется компонентами матрицы  $P$  и вектора  $G$ .

Варьируя значение множителя  $\lambda$  при построении управления вида (3.3.17)

$$U_t = [\lambda(138i_t - 0.775\omega_t)/(1 + \lambda/K_{II})] \quad (3.3.23)$$

можно компенсировать влияние возмущений, в частности, изменение момента инерции механической нагрузки электродвигателя на качественные показатели электропривода с соблюдением устойчивости.

Предложенный метод определения параметров пропорционального регулятора СУ ЭМО распространяется на случай проектирования регуляторов с ПИД - законом и его модификациями путем включения в систему (3.3.1) исходных уравнений дополнительных переменных: интегральной и дифференциальной составляющих вектора состояния.

Результаты моделирования (рис. 3.3.2 - 3.3.7) электропривода постоянного тока с Г-образным силовым фильтром питающего напряжения широтно-импульсного преобразователя при организации управления  $U_t$  вида (3.3.12) и (3.3.17) отражают асимптотический характер динамических процессов переменных состояния для различных режимов работы ЭП.

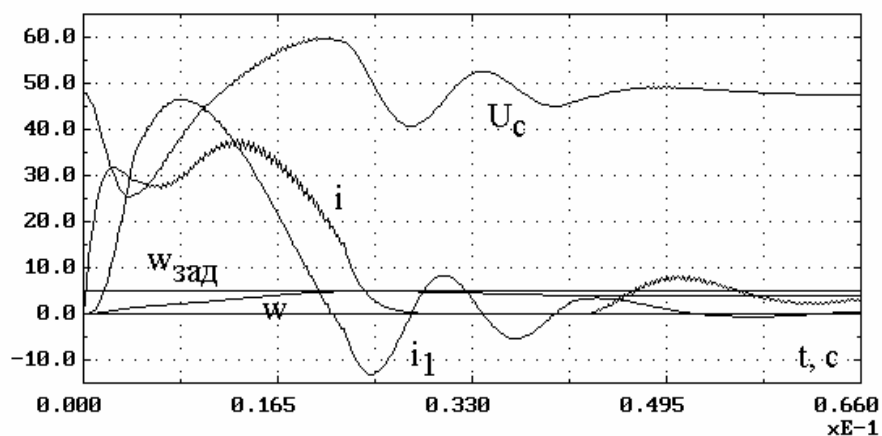


Рис. 3.3.2. Переходные процессы в ЭП с регулятором вида (3.3.12) для минимального значения момента  $J_{д\text{MIN}}$  инерции двигателя

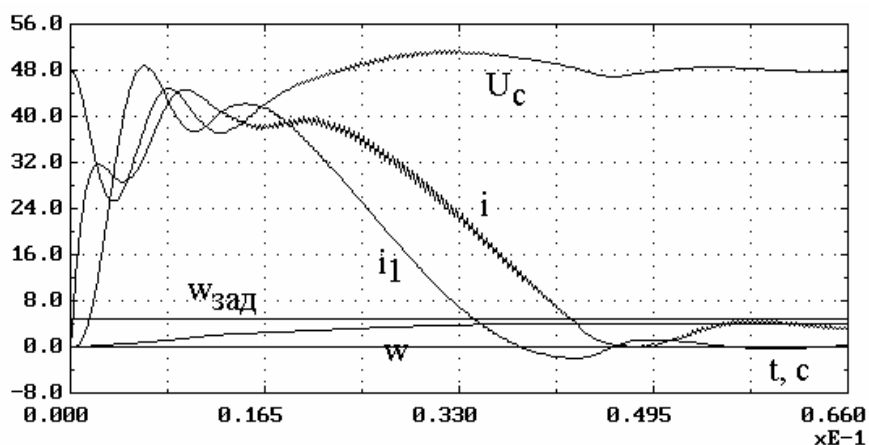


Рис. 3.3.3. Переходные процессы в ЭП с регулятором вида (3.3.12) при увеличении контролируемого момента инерции двигателя  $J_{д}=3J_{д\text{MIN}}$

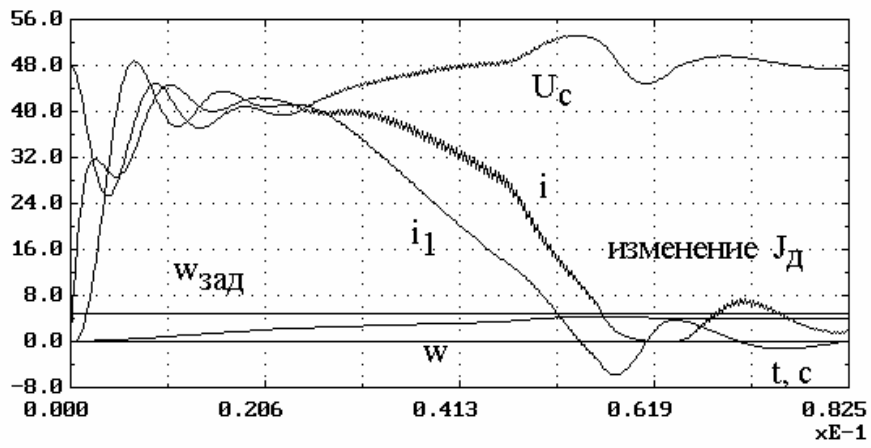


Рис. 3.3.4. Переходные процессы в ЭП с регулятором вида (3.3.12) при уменьшении неконтролируемого момента инерции двигателя  $J_d=0,2J_{дном}$

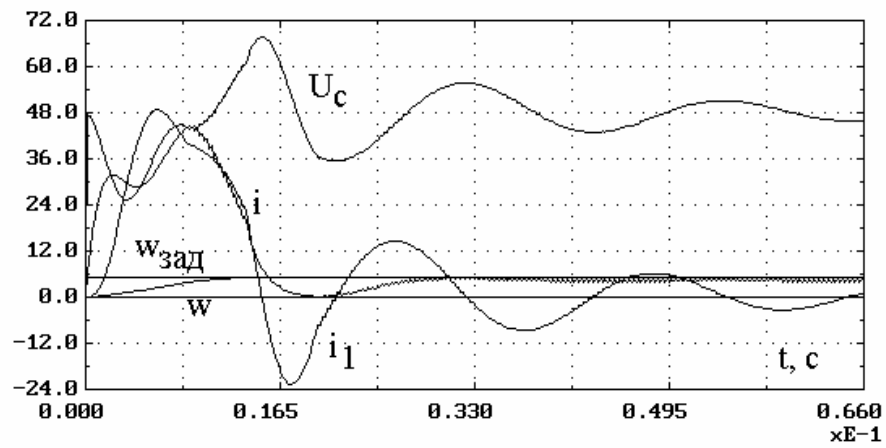


Рис. 3.3.5. Переходные процессы в ЭП с регулятором вида (3.3.17) для минимального значения момента  $J_{д\text{MIN}}$  инерции двигателя

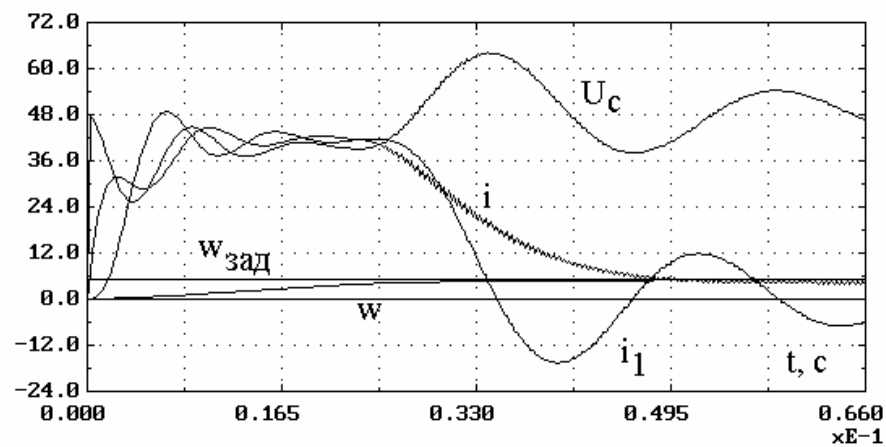


Рис. 3.3.6. Переходные процессы в ЭП с регулятором вида (3.3.17) при увеличении контролируемого момента инерции двигателя  $J_d=3J_{д\text{MIN}}$



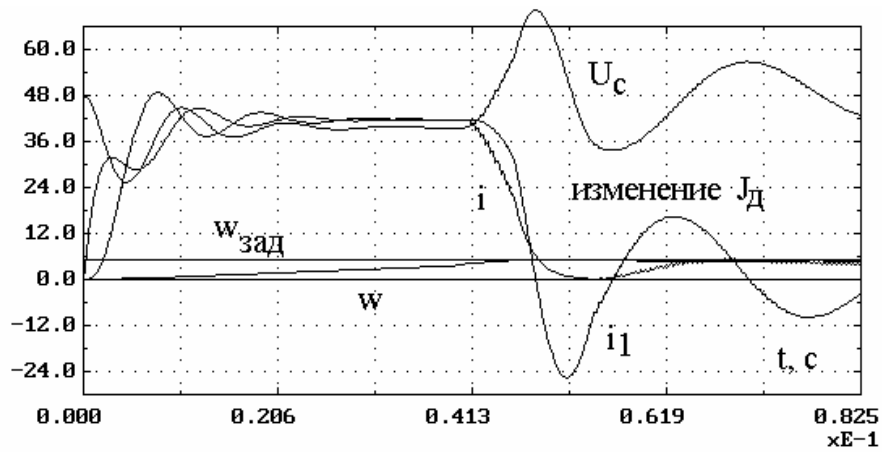


Рис. 3.3.7. Переходные процессы в ЭП с регулятором вида (3.3.17) при уменьшении неконтролируемого момента инерции двигателя  $J_d=0,2J_{ном}$

Как показали исследования, при скачкообразном изменении неконтролируемого момента инерции нагрузки двигателя в 20 раз переходные процессы тока  $i_t$  и скорости  $\omega_t$  являются устойчивыми.

### 3.4. Синтез локально - оптимального управления исполнительными электроприводами ЭМО

Как отмечалось выше, использование данного метода в решениях задач синтеза адаптивных регуляторов, допускающих линеаризованное и приближенное аналитическое представление исходной нелинейной модели электро-механических объектов, значительно упрощает алгоритмы управления ЭМО, выполнение которых должно осуществляться в реальном масштабе времени с учетом изменяющихся контролируемых возмущений в исполнительных приводах. Представим динамику ЭМО на интервале дискретности  $(jT, (j+1)T)$ , где  $j = 0, 1, \dots$ , уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_1 x(t) + f_1(t) \quad \text{при } t_0 + jT < t < (t_0 + jT) + \gamma, \\ \dot{x}(t) &= A_2 x(t) + f_2(t) \quad \text{при } (t_0 + jT) + \gamma < t < t_0 + (j+1)T, \\ x(t = t_0) &= x(0), \end{aligned} \quad (3.4.1)$$

где  $x(t)$  -  $n$  - мерный вектор состояний ЭМО;  $A_1, A_2$  -  $n \times n$  - матрицы параметров объекта;  $f_1(t), f_2(t)$  -  $n$  - мерный вектор внешних воздействий, включающий управляющее воздействие источника энергии, возмущения механической нагрузки и т.д.;  $T$  - интервал дискретности управления;  $\gamma$  - длительность управляющего воздействия;  $t_0$  - время, характеризующее начальное  $x(0)$  состояние ЭМО.

Пусть, измеряемый выход электромеханического объекта записывается в виде:

$$y(t) = c^T x(t), \quad (3.4.2)$$

где  $c^T$  -  $n$  - мерный вектор - строка, компоненты которого характеризуют включение в состав  $y(t)$  технически измеряемых или желаемых компонент вектора  $x(t)$ .

Задачу организации локально - оптимального управления ЭМО сформулируем следующим образом. Необходимо за счет выбора значений  $\gamma$  на каждом из интервалов  $[jT, (j+1)T]$  осуществить управление объектом так, чтобы разность  $\varepsilon(t)$  текущего  $y(t)$  и заданного  $y_{3АД}(t)$  значений удовлетворяла условию

$$\varepsilon(t) = (y(t) - y_{3АД}(t)) = \varepsilon_{MIN}(t) \rightarrow 0. \quad (3.4.3)$$

Для известных и стационарных параметров матриц  $A_1, A_2$  и векторов  $f_1(t), f_2(t)$  на интервале  $(t \in t_0, T)$  систему уравнений (3.4.1) в дискретной форме запишем следующим образом:

$$x(T) = F_2(T - \gamma)[F_1(\gamma)x(0) + F_1(\gamma)] + F_2(T - \gamma), \quad (3.4.4)$$

где  $F_i(\gamma) = \exp(A_i\gamma), G_i(\gamma) = \int_0^\gamma F_i(\gamma - \tau)f_i d\tau = (F_i(\gamma) - I)A_i^{-1}f_i, i = 1, 2.$

В результате преобразований для значений  $x_t = x(jT)$  получим дискретное векторно - матричное уравнение

$$x_{t+1} = \Phi(\gamma)x_t + G(\gamma), \quad (3.4.5)$$

где

$$\Phi(\gamma) = F_2(T - \gamma)F_1(\gamma);$$

$$G(\gamma) = F_2(T - \gamma)(F_1(\gamma) - I)A_1^{-1}f_1 + (F_2(\gamma) - I)A_2^{-1}f_2. \quad (3.4.6)$$

При значении  $T$ , много меньшем постоянных времени электромеханического объекта  $\Phi(\gamma)$  и  $G(\gamma)$ , в (3.4.4) можно разложить в ряд по  $\gamma$  и ограничиться первыми двумя его членами:

$$\begin{aligned} \Phi(\gamma) &= \Phi_0 + \gamma\Phi_1, \\ G(\gamma) &= G_0 + \gamma G_1. \end{aligned} \quad (3.4.7)$$

Подставляя (3.4.7) в (3.4.4), получим дискретное разностное уравнение:

$$x_{t+1} = \Phi_0 x_t + G_0 + \gamma(\Phi_1 x_t + G_1). \quad (3.4.8)$$

На каждом шаге дискретности  $(jT, (j+1)T)$  значение  $\gamma$  будем выбирать из условия равенства ошибки  $\varepsilon_t$  нулю. Тогда, при соответствующих подстановках, для интервала  $(j + 1)$  значение  $y_{3АДt+1}$  записывается в виде

$$y_{3АДt+1} = c^T \Phi_0 x_t + c^T G_0 + \gamma(c^T \Phi_1 x_t + c^T G_1), \quad (3.4.9)$$

Из последнего выражения оптимальное значение  $\gamma$  с точки зрения  $\varepsilon_t = 0$  равно

$$\gamma^* = (y_{3АДt+1} - c^T(\Phi_0 x_t + c^T G_0)) / c^T(\Phi_1 x_t + G_1). \quad (3.4.10)$$

Рассматривая, например, в качестве дискретного закона регулирования управляющего напряжения или тока исполнительного двигателя ЭМО ши-

ротно - импульсную модуляцию, значение длительности  $\gamma$  выходного сигнала ШИМ на временной оси формируется по следующему алгоритму:

$$\gamma = \begin{cases} T - \gamma_{MIN}; \text{при } \gamma^* > T; \\ \gamma^*; \text{при } 0 < \gamma^* < T - \gamma_{MIN}; \\ \gamma_{MIN}; \text{при } \gamma^* < \gamma_{MIN}. \end{cases} \quad (3.4.11)$$

где  $\gamma_{MIN}$  - интервал времени, длительность которого определяется особенностью технической реализации широтно - импульсных преобразователей (задержки на включение силовых полупроводниковых ключей для исключения сквозных токов и т.д.).

В случае  $\gamma_{MIN} \ll T$  значение  $\gamma_{MIN}$  можно принять равным нулю. При этом в соответствии с (3.4.6), (3.4.7) получаем более простые выражения для вычисления  $\Phi_0, G_0, \Phi_1, G_1$ :

$$\begin{aligned} \Phi_0 &= F_2(T), \Phi_1 = F_2(T)(A_1 - A_2), \\ G_0 &= (F_2(T) - I)A_2^{-1}f_2, G_1 = F_2(T)(f_1 - f_2). \end{aligned} \quad (3.4.12)$$

Как отмечалось выше, динамическое движение ЭМО с исполнительным ЭП постоянного тока и широтно - импульсной модуляцией управляющего сигнала можно представить в виде системы из двух матричных уравнений, описывающих силовой импульсный преобразователь с входным LC - фильтром и электродвигатель с питающим напряжением, формируемым по ШИМ закону, например вида (1.3.9), (1.3.10).

Пусть  $x_1(t)$  -  $n$  - мерный вектор состояния силового фильтра импульсного преобразователя,  $x_2(t)$  -  $n$  - вектор состояния электродвигателя, система уравнений (3.4.1) при известных допущениях записывается следующим образом:

- в случае подключения питающего напряжения с выхода преобразователя к электродвигателю

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + b_1, \\ \dot{x}_2 &= A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + b_2 \end{aligned} \quad (3.4.13)$$

или

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}. \quad (3.4.14)$$

Выражение (3.4.14) соответствует первому уравнению системы (3.4.1) с учетом

$$A_1 = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}; \quad f_1 = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}. \quad (3.4.15)$$

- в случае отсутствия напряжения на электродвигателе

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_{11}x_1 + b_1, \\ \dot{x}_2 &= A_{22}x_2 + b_2. \end{aligned} \quad (3.4.16)$$

или

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & 0 \\ 0 & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}. \quad (3.4.17)$$

Выражение (3.4.17) соответствует второму уравнению системы (3.4.1) с учетом

$$A_2 = \begin{pmatrix} A_{11} & 0 \\ 0 & A_{22} \end{pmatrix}, \quad f_2 = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}. \quad (3.4.18)$$

(с целью упрощения обозначений символ "t" здесь и далее не приводится).

Решение задачи локально оптимального управления будем осуществлять, измеряя вектор  $x_2(t)$  состояния электродвигателя. Следовательно, можно записать

$$c^T = [0, c_1^T] \quad (3.4.19)$$

Вычислим составляющие уравнения (3.4.18) с учетом (3.4.14) и (3.4.17):

$$c^T \Phi_0 x_t = [0, c_1^T] \begin{pmatrix} \exp(A_{11}T) & 0 \\ 0 & \exp(A_{22}T) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \end{pmatrix} = c_1^T (\exp(A_{22}T)) x_{2t}, \quad (3.4.20)$$

$$c^T G_0 = [0, c_1^T] \begin{pmatrix} (\exp(A_{11}T) - I) & 0 \\ 0 & (\exp(A_{22}T) - I) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11}^{-1} & 0 \\ 0 & A_{22}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = c_1^T (\exp(A_{22}T) - I) A_{22}^{-1} b_2, \quad (3.4.21)$$

$$c^T \Phi_1 x_t = [0, c_1^T] \begin{pmatrix} \exp(A_{11}T) & 0 \\ 0 & \exp(A_{22}T) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & A_{12} \\ A_{21} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \end{pmatrix} = c_1^T (\exp(A_{22}T)) A_{21} x_{1t}, \quad (3.4.22)$$

$$c^T G_1 = 0. \quad (3.4.23)$$

В результате анализа (3.4.20) - (3.4.23) можно заключить, что числитель выражения (3.4.10) зависит от измеряемых переменных  $x_{2t}$ , а знаменатель - от неизменяемых переменных  $x_{1t}$ . Для исключения переменных  $x_{1t}$  из знаменателя (3.4.10) можно воспользоваться стационарным решением уравнения (3.4.14), т.е.

$$x_1^* = -A_{11}^{-1} b_1, \quad (3.4.24)$$

Тогда уравнение (3.4.10), при стационарных значениях  $y_{3ADt} = y_{3AD}^*$  на интервале функционирования электромеханического объекта, принимает вид

$$\gamma^* = g[y_{3AD}^* - K^T x_{2t} - h_0] \quad (3.4.25)$$

где

$$\begin{aligned} K^T &= c_1^T \exp(A_{22}T), \\ h_0 &= c_1^T (\exp(A_{22}T) - I) A_{22}^{-1} b_2, \\ 1/g &= -(c_1^T (\exp(A_{22}T)) A_{22}^{-1} b_1). \end{aligned} \quad (3.4.26)$$

Аналогично вышеотмеченному предположению о значительно меньшем значении  $T$  по сравнению с постоянными времени ЭМО можно ограничиться в (3.4.26) первыми двумя членами матричного ряда:

$$\exp(A_{22}T) = I + A_{22}T. \quad (3.4.27)$$

Тогда значения коэффициентов в (3.4.26) будут равны

$$\begin{aligned} K^T &= c_1^T (I + A_{22}T), \quad h_0 = c_1^T b_2, \\ 1/g &= -c_1^T (I + A_{22}T) A_{21} A_{11}^{-1} b_1. \end{aligned} \quad (3.4.28)$$

В качестве примера, иллюстрирующего метод локальной оптимизации, рассмотрим электропривод постоянного тока с Г-образным силовым LC-фильтром в цепи постоянного тока и широтно-импульсной модуляцией питающего напряжения электродвигателя вида (1.3.9), (1.3.10). Линеаризованные уравнения динамики непрерывного электромеханического объекта со стационарными параметрами электропривода в нормальной форме могут быть записаны в виде

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + f, \quad x(t) = Ax(t) + f, \quad x(t=t_0) = x_0. \quad (3.4.29)$$

где  $x(t)$  -  $n$ -мерный вектор, включающий ток  $i_f(t)$  силового фильтра, ток  $i(t)$  якоря двигателя, напряжение  $U(t)$  на конденсаторе силового фильтра, частоту вращения  $\omega(t)$  и угол  $\alpha(t)$  поворота вала двигателя;  $x(t) = [i_f(t), i(t), U(t), \omega(t), \alpha(t)]^m$ ;  $A, f$  - соответственно  $n \times n$ -матрица и  $n \times m$ -вектор:

$$A = \begin{pmatrix} -R_\phi / L_\phi - 1/L_d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/C & 0 & -\chi / C_\phi & 0 & 0 \\ 0 & \chi / L_d - R_d / L_d - C_d / L_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_d / J_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.4.30)$$

$$f = \begin{pmatrix} U_0 / L_\phi \\ 0 \\ 0 \\ M_H / J_D \\ 0 \end{pmatrix},$$

где  $R_\phi$ ,  $R_D$ ,  $L_\phi$ ,  $L_D$  - соответственно активное сопротивление, индуктивность силового фильтра и обмотки якоря двигателя;  $C_\phi$  - емкость конденсатора силового фильтра;  $C_D$  - конструктивная постоянная двигателя;  $J_D$  - момент инерции нагрузки, приведенный к валу двигателя;  $U_0$  - входное напряжение силового фильтра;  $M_H$  - момент нагрузки двигателя.

Значение  $\chi$  в матрице  $A$  (3.4.30) определяется длительностью  $\gamma$  в интервале времени от 0 до  $T$ :

$$\chi = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 < t < \gamma, \\ 0 & \text{при } \gamma < t < T. \end{cases} \quad (3.4.31)$$

В качестве исполнительного двигателя привода используем малоинерционный двигатель ДК1-2,3 с параметрами, приведенными в табл. 1.3.1 и периодом дискретности ШИМ  $T = 0,33 \cdot 10^{-3}$  с.

Организуя, например, регулятор скорости вращения двигателя, коэффициенты передачи обратной связи по току и скорости для номинального значения  $J_{ДНОМ}$  приняли следующие значения:

$$K^T = [-0.31, -209.06]. \quad (3.4.32)$$

Причем установлено, что изменение  $J_D$  приводит к пропорциональному изменению коэффициента передачи регулятора скорости.

Результаты моделирования в виде переходных процессов тока и скорости вала двигателя при изменении момента инерции нагрузки двигателя для двух типов модуляции управляющего сигнала (амплитудно-импульсной и широтно-импульсной) представлены на рис. 3.4.1 - 3.4.5. В случае широтно-импульсной модуляции управляющего сигнала регулятор с коэффициентами передачи, рассчитанными при известном  $J_D$ , обеспечивает асимптотически устойчивые переходные процессы стабилизации скорости вращения вала двигателя (рис. 3.4.2).

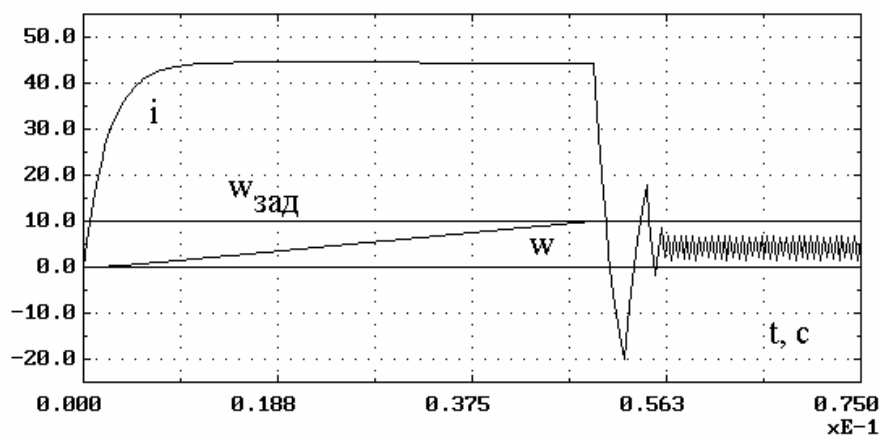


Рис. 3.4.1. Переходные процессы в ЭП с локально-оптимальным регулятором и АИМ управляющего сигнала с контролируемым  $J_D$

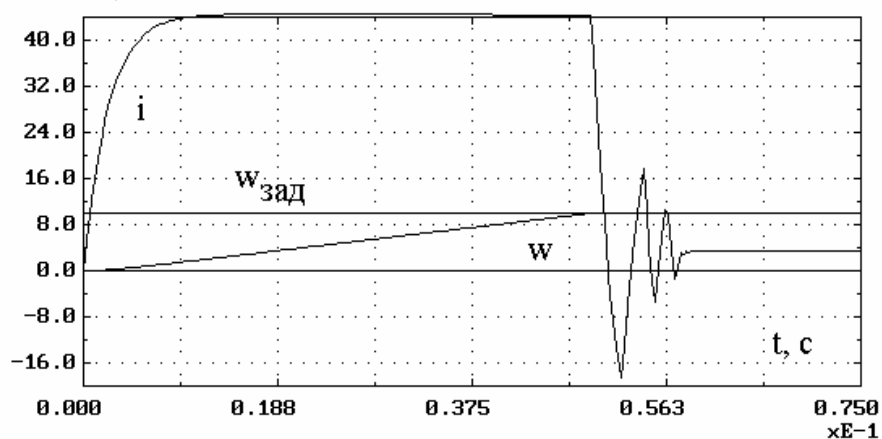


Рис. 3.4.2. Переходные процессы в ЭП с локально-оптимальным регулятором и ШИМ управляющего сигнала с контролируемым  $J_D$

При амплитудно-импульсной модуляции управляющего сигнала и в случае уменьшения неконтролируемого момента инерции нагрузки наблюдаются нестабильные и неустойчивые процессы в ЭП (рис. 3.4.1 - 3.4.3). Увеличение же неконтролируемого момента инерции нагрузки не приводит к неустойчивым режимам в ЭП (рис. 3.4.4).

Моделирование СУ ЭП также подтверждает, что синтезируемый регулятор является робастным по отношению к процессам, протекающим в силовом фильтре (рис. 3.4.5 - 3.4.6).

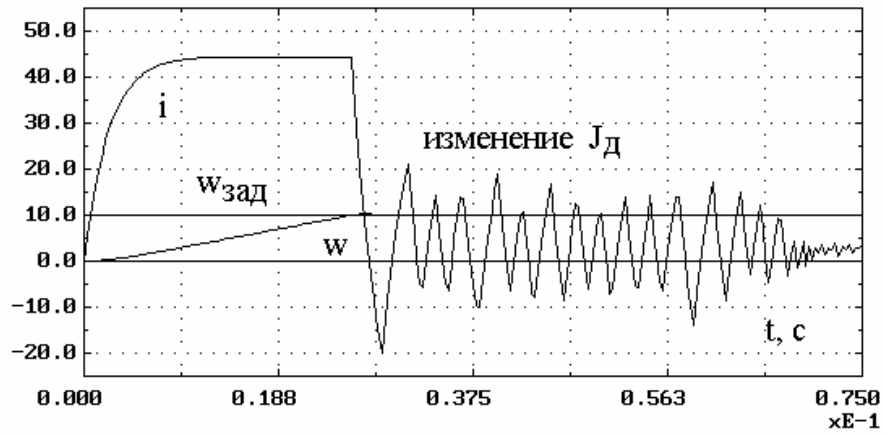


Рис. 3.4.3. Переходные процессы в ЭП с локально-оптимальным регулятором сигнала при неконтролируемом уменьшении момента инерции  $J_d$  на 50 % от номинального значения

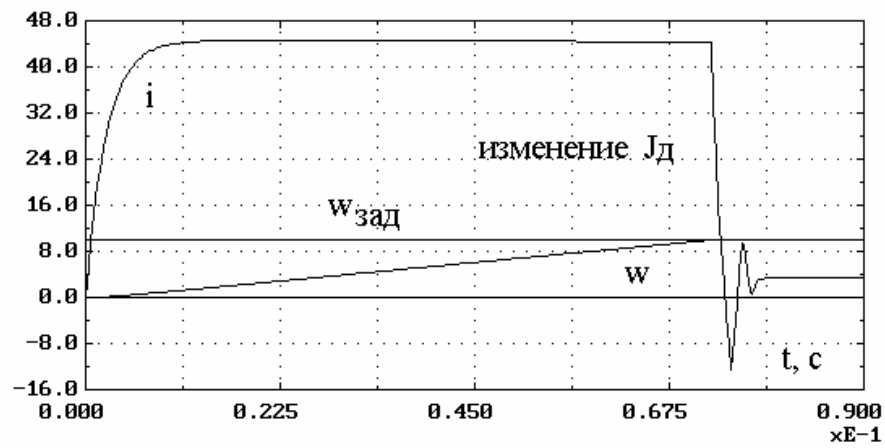


Рис. 3.4.4. Переходные процессы в ЭП с локально-оптимальным регулятором при неконтролируемом увеличении момента инерции нагрузки на 50 % от номинального значения

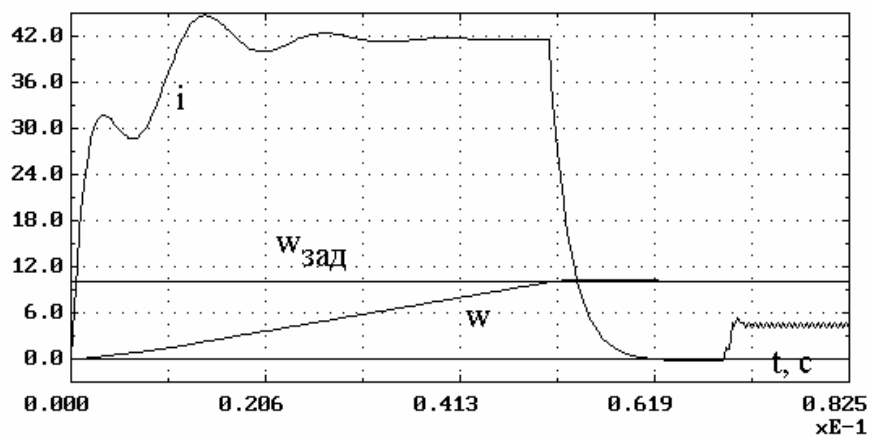


Рис. 3.4.5. Переходные процессы в ЭП с локально-оптимальным регулятором при известном моменте инерции нагрузки с учетом влияния силового фильтра



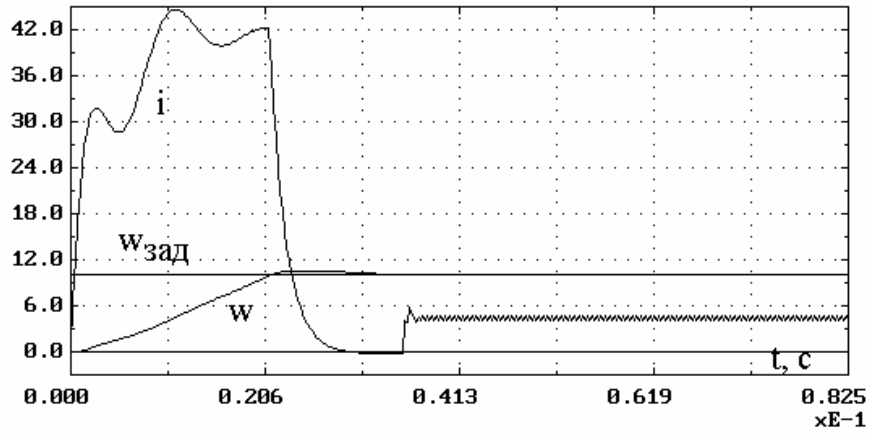


Рис. 3.4.6. Переходные процессы в ЭП с локально-оптимальным регулятором при контролируемом уменьшении момента инерции нагрузки на 50 % от номинального значения с учетом влияния силового фильтра

Отличительным признаком локально-оптимальных регуляторов по сравнению с регуляторами, синтезированными другими методами (кроме метода рассмотренного в разделе 3.2), является равенство функционала качества нулевому значению в статическом режиме работы ЭП (рис. 3.4.7).

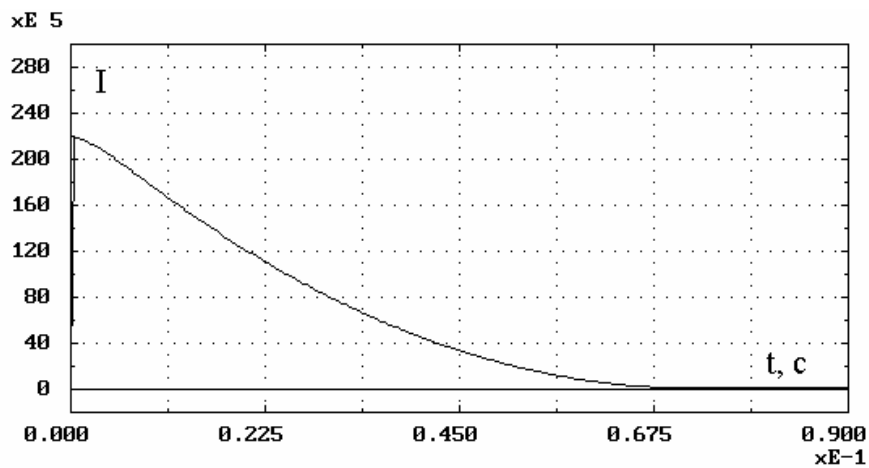


Рис. 3.4.7. Изменение функционала качества движения ЭП при локально-оптимальном управлении

Данный признак можно использовать при организации контуров адаптации СУ ЭП в режимах стабилизации скорости движения.

### 3.5. Устойчивость ЭМО с импульсной модуляцией управляющего сигнала исполнительными ЭП

Одной из основных причин неустойчивости в исполнительных приводах с фиксированной структурой системы управления и стационарными параметрами закона управления является несоответствие между динамически-

ми свойствами реального процесса и свойствами его математической модели, положенной в основу синтеза управляющих воздействий ЭМО (например, влияние внутреннего сопротивления источника питания на область устойчивости ШИМ). Этот факт объясняется тем, что размерность пространства состояний реального процесса всегда выше размерности пространства состояний его упрощенной модели.

Однако во многих практических случаях линеаризация нелинейных характеристик ЭМО, разделение режимов функционирования на области, в пределах которых параметры объекта управления постоянны, позволяют получить оценки границ устойчивости замкнутых систем регулирования.

В данном параграфе предлагается метод определения области устойчивости дискретных электромеханических систем, в том числе и с широтно-импульсной модуляцией управляющего сигнала, в основу которой положен второй метод Ляпунова.

По сравнению с методами, базирующимися на использовании дискретного и  $z$  - преобразования Лапласа, второй метод Ляпунова позволяет сформулировать критерии устойчивости в виде алгебраических неравенств, вытекающих из анализа положительной (отрицательной) полуопределенности первой производной функции Ляпунова.

Рассматривая управление  $U_t$  в форме линейной обратной связи по измеряемому переменным,

$$U_t = -K^T y_t, y_t = Cx_t, \quad (3.5.1)$$

где  $K^T$  -  $m$ -мерный вектор-строка коэффициентов передачи регулятора;  $n \times n$  - матрица параметров обратной связи. Определим приращение  $\Delta V_t$  функции Ляпунова квадратичной формы:

$$V_t = 0.5x_t^T P x_t, \quad (3.5.2)$$

где  $P$  -  $n \times n$  - назначаемая положительно определенная матрица,  $P=P^T > 0$  на траектории движения системы

$$x_{t+1} = Fx_t + GU_t, x_{t=t_0} = x_0 \quad (3.5.3)$$

в виде

$$\Delta V_t = \tilde{V}_{t+1} - \tilde{V}_t = x_t^T (F^T P F - P) x_t, \quad (3.5.4)$$

$$\tilde{F} = F - GK^T C. \quad (3.5.5)$$

В этом случае условия устойчивости ЭМО определяются согласно матричному уравнению

$$\tilde{F}^T P \tilde{F} - P = -\Phi \quad (3.5.6)$$

с обязательным выполнением положительной определенности вычисленной матрицы  $\Phi$ .

Для определения вида функции Ляпунова и значений компонент матрицы  $P$  можно использовать методы, рассмотренные в [144, 179]. Так, например, для диагональной матрицы  $P$  матрица  $\Phi$  записывается следующим образом:

$$\Phi = \begin{pmatrix} p_1 - p_2 f_{11}^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & p_N - p_N f_{NN}^2 \end{pmatrix}, \quad (3.5.7)$$

где  $p_1, \dots, p_N$  - диагональные компоненты матрицы  $P$ ;  $f_{11}, \dots, f_{NN}$  - диагональные компоненты матрицы  $F$ . В соответствии с критерием Сильвестра, положительность главных миноров матрицы  $\Phi$  позволит сделать заключение о ее положительной определенности.

С учетом обозначений

$$H^T = [d_1 f_{11}, \dots, d_N f_{NN}] = [h_1, \dots, h_N] p_j = d_j^2 \quad (3.5.8)$$

$$D = \begin{pmatrix} d_1^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & d_N^2 \end{pmatrix}$$

матрицу  $\Phi$  (3.5.7) можно записать в виде

$$\Phi = D - H^T H. \quad (3.5.9)$$

Условие положительности первого минора матрицы  $\Phi$  вида (3.4.9) записывается неравенством

$$(d_1^2)^{-1} h_1^2 < 1. \quad (3.5.10)$$

Условие положительности второго минора

$$(d_1^2)^{-1} h_1^2 + (d_2^2)^{-1} h_2^2 < 1. \quad (3.5.11)$$

Условие положительности  $j$ -го минора:

$$(d_1^2)^{-1} h_1^2 + (d_2^2)^{-1} h_2^2 + \dots + (d_j^2)^{-1} h_j^2 < 1. \quad (3.5.12)$$

Анализируя (3.5.10) - (3.5.12), можно записать обобщенное неравенство

$$H^T D H < 1, \quad (3.5.13)$$

позволяющее установить ограничения на параметры объекта управления и коэффициенты регуляторов.

В частности, для единичной матрицы  $P$  левая часть неравенства (3.5.13) будет представлять собой сумму квадратов диагональных компонент матрицы  $\tilde{F}$  (3.5.5), которые включают соответствующие значения  $F, G, K, C$ .

Прежде чем анализировать устойчивость замкнутой системы регулирования согласно неравенства (3.5.13), целесообразно оценить границы области

устойчивости объекта управления при  $U_t=0$  и  $U_t=U_{tMAX}$ , где  $U_{tMAX}$  - максимальное управляющее воздействие, соответствующее, например, зоне насыщения ШИМ.

В качестве примера рассмотрим электропривод постоянного тока, динамика которого может быть описана системой уравнений

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bU(t), \quad x(t=t_0) = x_0, \quad (3.5.14)$$

где  $x_t = [i_t, \omega_t, \alpha_t]^T$ .

Границы области устойчивости запишем из условия отрицательной определенности производной функции Ляпунова вида

$$V(t) = 0.5x^T(t)x(t), \quad (3.5.15)$$

(здесь матрица  $P$  принимается равной единичной),

$$\dot{V}(t) = \dot{x}^T(t)x(t) + x^T(t)\dot{x}(t). \quad (3.5.16)$$

Таким образом, для системы (3.5.14) можно записать (опуская символ “ $t$ ” при переменных  $i(t), \omega(t), \alpha(t)$ )

$$\dot{V}(t) = -a_1 i^2 + (a_3 - a_2) i \omega + (\alpha - g_2) \omega + b_1 i U(t). \quad (3.4.17)$$

**Случай 1.**  $U(t) = 0$ . Для устойчивого объекта необходимо соблюдение неравенства  $(a_3 - a_2) i \omega + (\alpha - g_2) \omega < a_1 i^2$ ,  $(3.5.18)$  которое позволяет установить соотношения между допустимыми начальными значениями переменных  $x_0^T = [i_0, \omega_0, \alpha_0]$  Это особенно важно при движении объекта управления с осциллирующим подключением управляющего сигнала.

**Случай 2.**  $U_t = U_{tMAX}$ . В этом случае неравенство (3.5.18) трансформируется в следующее уравнение:

$$(a_3 - a_2) i \omega + (a - g_2) \omega + b_1 i U_{tMAX} < a_1 i^2. \quad (3.5.19)$$

Данное условие позволяет оценить предельные значения управляющего воздействия с точки зрения управляемости объектом и стабилизируемости регулируемых переменных при параметрических и координатных возмущениях.

В частном случае, применительно к электроприводу постоянного тока (1.3.14), (1.3.15), с учетом равенства (1.3.20), сумме первых двух членов матричного ряда для режима холостого хода двигателя и пропорционального регулятора в пространстве скорости, тока и положения вала двигателя неравенство (3.5.13) с единичной матрицей  $P$  записывается

$$\sum_{i,j=1}^3 h_{ij} < 1, \quad (3.5.20)$$

где диагональные компоненты будут равны

$$\begin{aligned} h_{11} &= (1 - b_1 K_1)(a_{11} T + 1), \\ h_{22} &= 1 - a_{21} T K_2, \\ h_{33} &= 1. \end{aligned} \quad (3.5.21)$$

В итоге неравенство (3.5.18) записывается следующим образом:

$$(1 - b_1 K_1)^2 (a_{11} T + 1)^2 + (1 - a_{21} T K_2)^2 < 0. \quad (3.5.22)$$

Данное выражение позволяет сформировать область устойчивости дискретного электропривода в пространстве перенастраиваемых параметров: коэффициентов передачи регулятора и устройств обратных связей, периода дискретности и чувствительности ШИМ. При организации любого другого закона регулирования из класса ПИД - законов расширяется пространство исходной системы за счет введения интегральных и дифференциальных составляющих измеряемых переменных. Процедура же определения критерия (3.4.17) устойчивости остается прежней. Таким образом, неравенство (3.4.17) связывает не только параметры электромеханического объекта, но и косвенным образом структуру регулятора и закон управления.

При стабилизации тока (момента) двигателя важное значение имеет устойчивость динамических процессов в ЭП, в котором используется релейно-импульсное регулирование, позволяющее получить минимальное значение пульсаций тока во всем диапазоне изменения скорости двигателя. Коэффициент передачи обратной связи по току в таких регуляторах, обеспечивающий максимальное быстродействие по возмущениям внутри такта ШИМ, необходимо ограничивать по условиям устойчивости замкнутой СУ.

На примере электродвигателя постоянного тока с последовательным возбуждением запишем уравнение его динамики с учетом распространенных допущений:

$$\begin{aligned} \dot{i}(t) &= -b(i)i + U(t)/L_d, \\ b(i) &= R_d/L_d + (C_d \Phi(i)/L_d)/\omega. \end{aligned} \quad (3.5.23)$$

Используя результаты раздела 1.3, дискретная форма  $i_t$  будет иметь вид:

$$i_{t+1} = \exp(-b_t T) \{i_t + (U_0/b_t L_d) \text{sign} \mathcal{f}(i_t) (1 - \exp(b_t \gamma))\}, \quad (3.5.24)$$

где  $\text{sign} \mathcal{f}(i_t)$  - закон изменения знака управляющего импульса. Для линейных законов:

$$\mathcal{f}(i_t) = K i_t, \quad (3.5.25)$$

$$\gamma = \begin{cases} K i_t, & \text{при } K i_t \leq T, \\ T, & \text{при } K i_t > T. \end{cases} \quad (3.5.26)$$

условие устойчивости записывается

$$\exp(-b_t T) \{i_t + (U_0/b_t L_d) \text{sign} K i_t (1 - \exp(b_t \gamma))\} < i_t, \quad (3.5.27)$$

где  $K = k K_i$ , (3.5.28)

$k$  - чувствительность релейно-импульсного регулятора;  $K_i$  - коэффициент передачи обратной связи по току. Полагая  $i_t < 0$  и  $i_{t+1} < 0$ , выражение (3.5.27) запишем

$$0 < [\exp(-b_t T) \{i_t + (U_0 / b_t L_{дi}) \text{sign} K_i (1 - \exp(b_t \gamma))\}] < 1, \quad (3.5.29)$$

из которого получим

$$U_0 \text{sign} K_i (1 - \exp(b_t \gamma)) > -b_t L_{дi} i_t \quad (3.5.30)$$

$$U_0 \text{sign} K_i (1 - \exp(b_t \gamma)) < b_t L_{дi} (i_t \exp(b_t T) - 1). \quad (3.5.31)$$

В результате анализа неравенства (3.5.30) следует, что  $K < 0$ .

Тогда для  $K_i \geq 0$  (насыщенный режим работы релейно-импульсного модулятора) выражение (3.5.30) преобразуется к виду

$$U_0 (1 - \exp(b_t T)) < b_t L_{дi} (i_t \exp(b_t T) - 1) \quad (3.5.32)$$

или

$$i_t < U_0 / b_t L_{д}. \quad (3.5.33)$$

Таким образом, при стационарных  $T$ ,  $U_0$ ,  $L_{д}$ ,  $R_{д}$  возможны два случая, характеризующиеся следующими соотношениями параметров объекта управления и регулятора:

$$T/K > U_0 / b_t L_{д} \text{ и } T/K < U_0 / b_t L_{д}. \quad (3.5.34)$$

Очевидно, что для выполнения условий устойчивости замкнутой системы регулирования при  $\gamma \geq T$  необходимо выполнение неравенства

$$T/K < i_t < U_0 / b_t L_{д}. \quad (3.5.35)$$

Такое неравенство позволяет определить граничные значения коэффициентов обратной связи (датчика тока) при заданной чувствительности релейно-импульсного модулятора:

$$K_i < b_t L_{д} T / k U_0. \quad (3.5.36)$$

В качестве примера приведены зависимости  $K_i(i_t)$  (рис. 3.5.1) для регулятора тока двигателя 1ДТ.001 последовательного возбуждения при различных значениях скорости вращения вала двигателя.

Параметры двигателя:  $R_{д} = 0,117 \text{ Ом}$ ;  $L_{д} = 11 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$ ;  $U = 3000 \text{ В}$ . Частота коммутации релейно-импульсного модулятора  $400 \text{ Гц}$  ( $T = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ ).

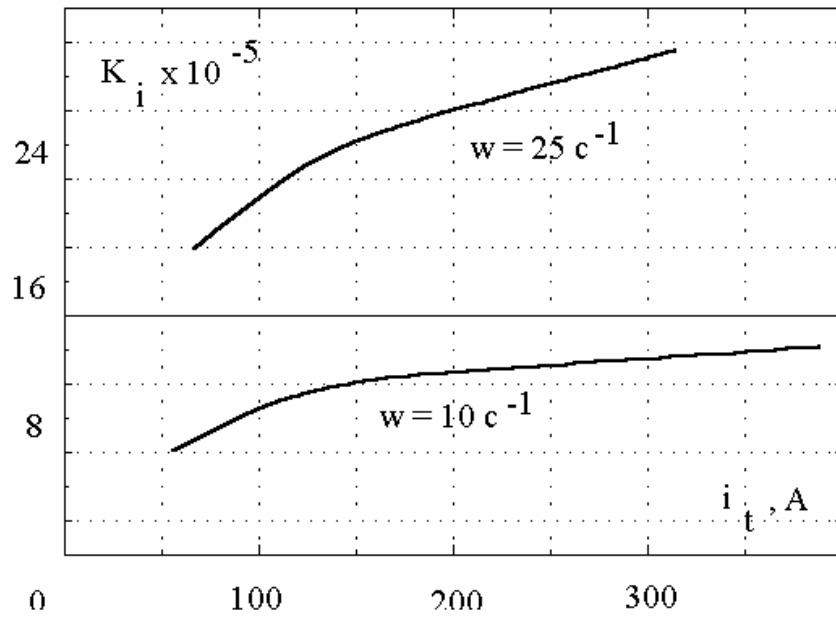


Рис. 3.5.1. Зависимость коэффициента передачи контура регулирования от тока двигателя для различных значений скорости

Зависимость потока  $\Phi_B$  возбуждения от тока двигателя в выражении (3.5.20) представлена табл. 3.5.1.

Таблица 3.5.1

$i, A$	100	150	200	250	300	350	400
$\Phi_B, Вб$	0,4	0,45	0,48	0,525	0,55	0,575	0,6

Анализ полученных зависимостей позволяет заключить, что для обеспечения асимптотической устойчивости регуляторов тока данного типа необходимо в процессе эксплуатации контролировать текущее значение скорости вращения вала двигателя или механической нагрузки ЭМО.

## ЛИТЕРАТУРА

### К первой главе:

1. Боднер В.А., Васильев В.И., Шаймарданов Ф.А. Алгоритмический метод синтеза малочувствительных систем автоматического управления // Автоматика и телемеханика. - 1974. - № 4. - С. 14 - 18.
2. Бодянский Е.В. Синтез субоптимального регулятора с активным накоплением информации // Автоматика и телемеханика. - 1988. - № 8. - С. 47 - 50.
3. Борцов Ю.А. Адаптивные электроприводы и следящие системы // Электротехника. - 1993. - № 7. - С. 4 - 8.
4. Борцов Ю.А., Поляхов Н.Д., Путов В.В. Электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением. - Л.: Энергоатомиздат, 1984.-216 с.
5. Борцов Ю.А., Юнгер И.Б. Автоматические системы с разрывным управлением. - Л.: Энергоатомиздат, 1986. - 168 с.
6. Брайсон А., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления. - М.: Мир, 1972. - 544 с.
7. Вейнгер А.М. Перспективы систем подчиненного регулирования // Электротехника. - 1996. - № 4. - С. 41 - 47.
8. Воронов А.А. Введение в динамику сложных управляемых систем. - М.: Наука. 1985. - 351 с.
9. Воронов А.А. Современное состояние и проблемы теории устойчивости (обзор) // Автоматика и телемеханика. - 1982. - № 5. - С. 5 - 28.
10. Вукобратович М., Стокич Д. Управление манипуляционными роботами: теория и приложения. - М.: Наука, 1985. – 384 с.
11. Вукобратович М., Стокич Д., Кирчански Н. Неадаптивное и адаптивное управление манипуляционными роботами. - М.: Мир, 1989. - 376 с.
12. Глазенко Т.А. Полупроводниковые преобразователи в электроприводах постоянного тока. - Л.: Энергия, 1973. - 304 с.
13. Горовиц А. Синтез систем с обратной связью. - М.: Сов. Радио, 1970.- 600 с.
14. Дацковский Л.Х., Бирюков А.В., Вайнтруб О.Ш., Моцохейн Б.И., Жижин С.П. Современное состояние и тенденции в асинхронном частотно - регулируемом электроприводе (краткий аналитический обзор) // Электротехника. - 1996. - № 10. - С. 18 - 28.

### Ко второй главе:

1. Домбровский В.В. Понижение порядка линейных многомерных систем при  $N \rightarrow \infty$  - ограничениях // Автоматика и телемеханика. - 1994. - № 4. - С.123 - 132.
2. Дризовский Л.М., Меньшиков Л.А., Тинина Н.В. Средства ЧПУ станками и роботами. - Приборы, средства автоматизации и системы управления. Сер. Средства вычислительной техники и оргтехники. - М.: ЦНИИ ТЭИ приборостроения, 1983. - Вып.2. - 55 с.
3. Дружинина М.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Методы адаптивного управления нелинейными объектами по выходу (обзор) // Автоматика и телемеханика. - 1996. - № 2. - С. 3 - 33.
4. Дунская Н.В., Пятницкий Е.С. Стабилизация управляемых механических и электромеханических систем // Автоматика и телемеханика. - 1988. - №12. - С. 40 - 50.



5. Емельянов С.В. Системы автоматического регулирования с переменной структурой. - М.: Наука, 1967. - 382 с.
6. Ефанов В.Н., Крамский В.Г. Управляющие системы с обратной связью: перспективы развития // Автоматика и телемеханика. - 1994. - №8. - С.187 - 189.
7. Журавлев Ю.П. Системное проектирование памяти ЦВМ. - М.: Сов. радио, 1976. - 344 с.
8. Земляков С.Д., Рутковский В.Ю., Силаев А.В. Условия асимптотической устойчивости адаптивных систем с моделью // Автоматика и телемеханика. - 1991. - № 6. - С.105 - 114.
9. Злакоманов В.В., Яковлев Б.С. Взаимодействие динамических систем с источниками энергии. - М.: Энергия, 1980. - 176 с.
10. Иванилов Ю.П. Главная функция Гамильтона и условия оптимальности // Автоматика и телемеханика. - 1988. - № 5. - С.51 - 61.
11. Ивоботенко Б.А., Козаченко В.Ф. Современный шаговый электропривод // Электротехника. - 1995. - № 9. - С.29 - 32.
12. Измайлов Р.Н. Эффект всплеска в идентификаторе Люенбергера для систем с многомерными входами и выходами // Автоматика и телемеханика. - 1990. - № 8. - С.28 - 34.
13. Измайлов Р.Н., Красносельский М.А. О влиянии критерия качества на чувствительность линейных систем // Автоматика и телемеханика. - 1989. №7. - С. 95 - 101.
14. Изосимов Д.Б. Синтез управления в электроприводах // Электротехника. - 1994. - № 7. - С. 11 - 15.
15. Козярук А.Е. Высокоэффективный бесконтактный электропривод с цифровым векторным управлением // Электротехника. - 1996. - № 7. - С.12 - 15.
16. Колесов Н.В. Диагностирование линейных дискретных нестационарных систем // Автоматика и телемеханика. - 1988. - № 7. - С. 157 - 163.
17. Константинов В.Г., Крылов В.С. Вентильные двигатели с аналоговыми и цифровыми системами регулирования, управления для электроприводов автономных объектов // Электротехника. - 1996. - № 5. - С. 32 - 41.
18. Корноушенко Е.К., Ядыкин И.Б. Идентификация, адаптивное управление и диагностирование динамических объектов и систем на основе метода наименьших квадратов // Автоматика и телемеханика. - 1988. - №12. - С. 116 - 127.
19. Кoryтин А.М., Денисенко Ю.Н., Синтиченко В.М. Расчет на ЭВМ промышленных электроприводов. - Киев: Техника, 1983. - 183 с.
20. Костюк В.И. Бесписковые градиентные самонастраивающиеся системы. - Киев: Техника, 1969. - 275 с.
21. Костюк В.И., Ямпольский Л.С., Иваненко И.Б. Промышленные роботы в сборочном производстве. - Киев: Техника, 1983. - 183 с.
22. Красовский А.А. Адаптивный оптимальный регулятор с переменными порядками наблюдателя и временем экстраполяции // Автоматика и телемеханика. - 1994. - № 11. - С. 97 - 112.
23. Красовский А.А. Алгоритмические основы оптимальных адаптивных регуляторов нового класса // Автоматика и телемеханика. - 1995. - № 9. - С. 104 - 116.
24. Круг Е.К., Александриди Т.М., Дилигенский С.Н. Цифровые регуляторы. - М. - Л.: Энергия, 1966. - 504 с.

25. Крутова И. Параметрическая оптимизация алгоритмов управления методом адаптивной идентификации // Автоматика и телемеханика. - 1995. - №10. - С. 107-120
26. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: нелинейные модели. - М.: Наука, 1988. - 328 с.
27. Крутько П.Д. Управление исполнительными системами роботов. - М.: Наука, 1991. - 332 с.
28. Крутько П.Д. Аналитическое решение задачи Вознесенского для стационарных и нестационарных линейных систем // Изв. РАН Теория и системы управления. - 1995. - № 4. - С. 3 - 15.
29. Крутько П.Д. Симметрия и обратные задачи динамики управляемых систем // Изв. РАН Теория и системы управления. - 1996. - № 6. - С. 17 - 46.
30. Кудин В.Ф., Ляшевский С.Э. Условия эквивалентности динамических режимов линейных систем при аналитическом конструировании регуляторов // Автоматика и телемеханика. - 1990. - № 2. - С. 182 - 186.
31. Кудин В.Ф., Ляшевский С.Э. Обобщения решения одного класса задач аналитического конструирования нелинейных регуляторов // Автоматика и телемеханика. - 1990. - № 7. - С. 32 - 42.
32. Кузин Л.Т. Расчет и проектирование дискретных систем управления. - М.: Машгиз, 1962. - 682 с.
33. Кузнецова В.И. О дискретных линейных системах с медленно меняющимися параметрами // Автоматика и телемеханика. - 1990. - № 7. - С. 43 - 48.
34. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. - М.: Машиностроение, 1976. - 184 с.

### **К третьей главе:**

1. Кузовков Н.Т., Карабанов С.В., Салычев С.С. Непрерывные и дискретные системы управления и методы идентификации. - М.: Машиностроение, 1978. - 220 с.
2. Кулесский Р.А., Шубенко В.А. Электроприводы постоянного тока с цифровым управлением. - М.: Энергия, 1973. - 208 с.
3. Кунцевич В.М., Лычак М.М. Синтез систем управления с помощью функции Ляпунова. - М.: Наука, 1977. - 400 с.
4. Кунцевич В.М., Чеховой Ю.Н. Нелинейные системы управления с частотно- и широтно-импульсной модуляцией. - Киев: Техника, 1970. - 340 с.
5. Кухаренко Н. Синтез быстродействующих систем позиционирования в условиях неопределенности параметров объектов // Электричество. - 1996. - №1. - С. 54 - 57.
6. Лашев А.Я. Синтез адаптивных систем управления с использованием параметрических отрицательных обратных связей // Автоматика и телемеханика. - 1994. - № 3. - С. 108 - 116.
7. Лебедев А.Л. О синтезе оптимального управления в нелинейных дискретных системах // Автоматика и телемеханика. - 1994. - № 4. - С. 178 - 181.
8. Летов А.М. Аналитическое конструирование регуляторов // Автоматика и телемеханика. - 1960. - № 4. - С. 436 - 441.
9. Летов А.М. Аналитическое конструирование регуляторов // Автоматика и телемеханика. - 1960. - № 5. - С. 561 - 568.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ .....</b>	<b>3</b>
<b>Глава 1. ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С ДИСКРЕТНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ .....</b>	<b>5</b>
1.1. Анализ функционирования исполнительных приводов ЭМО .....	6
1.2. Структуры цифровых систем управления ЭМО .....	9
1.3. Модели автономных дискретных СУ ЭМО .....	14
1.4. Модели многосвязных дискретных СУ ЭМО .....	22
1.5. Постановка задачи синтеза адаптивных регуляторов СУ ЭМО с нестационарными и неконтролируемыми возмущениями .....	26
1.6. Обзор методов синтеза адаптивных регуляторов СУ ЭМО .....	34
<b>Глава 2. АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЭМО В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ О СОСТОЯНИИ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ПРИВОДОВ... 38</b>	<b>38</b>
2.1. Декомпозиция дискретных СУ в условиях стационарности параметров ЭМО .....	39
2.2. Алгоритмы параметрической адаптации регуляторов при неконтролируемых возмущениях в исполнительных ЭП ЭМО .....	47
2.3. Построение адаптивного регулятора с использованием наблюдателя состояний ЭМО .....	56
2.4. Улучшение динамических характеристик наблюдателя состояния адаптивной СУ ЭМО .....	62
2.5. Синтез адаптивного регулятора с использованием эталонной модели ЭМО	66
2.6. Организация нелинейного управления электромеханическими объектами с переменными параметрами .....	69
<b>Глава 3. АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЭМО С КОНТРОЛИРУЕМЫМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ В ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ЭП .....</b>	<b>80</b>
3.1. Параметрический синтез регуляторов СУ с обратной связью по выходу ЭМО .....	82
3.2. Синтез модального управления электромеханическими объектами с широтно-импульсным регулятором .....	98
3.3. Синтез стабилизирующего управления ЭМО с использованием функций Ляпунова .....	107
3.4. Синтез локально - оптимального управления исполнительными электроприводами ЭМО .....	113
3.5. Устойчивость ЭМО с импульсной модуляцией управляющего сигнала исполнительными ЭП .....	121
<b>ЛИТЕРАТУРА .....</b>	<b>128</b>

**Виктор Григорьевич Букреев**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ  
АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕ-  
СКИМИ ОБЪЕКТАМИ**

Редактор Н.Т.Синельникова

Подписано к печати  
Формат 60x84/16. Бумага ксероксная.  
Плоская печать. Усл. печ. л. 7,67. Уч.-изд. л. 6,95.  
Тираж            экз. Заказ                            . Цена договорная.  
ИПФ ТПУ. Лицензия ЛТ №1 от 18.07.94.  
Типография ТПУ. 634034, Томск, пр. Ленина, 30.