

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

---

**Л.К. Бурулько**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ  
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**

*Рекомендовано в качестве учебного пособия  
Редакционно-издательским советом  
Томского политехнического университета*

Издательство  
Томского политехнического университета  
2014

УДК 621.31:519.876(076.5)

ББК 31.2:221я73

Б91

**Бурулько Л.К.**

Б91 Математическое моделирование электромеханических систем. Лабораторный практикум: учебное пособие / Л.К. Бурулько; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2014. – 68 с.

Учебное пособие содержит описание шести лабораторных работ по дисциплине «Математическое моделирование электромеханических систем». В пособие в качестве базового программного продукта при решении задач моделирования предлагается использовать MathCAD. Кроме этого в пособие приведены методики по расчету параметров исполнительных элементов (электрических двигателей) электромеханических систем переменного тока и система относительных единиц.

Предназначено пособие для студентов, обучающихся по направлению 140400 «Электроэнергетика и электротехника».

**УДК 621.31:519.876(076.5)**

**ББК 31.2:221я73**

*Рецензенты*

Доктор технических наук, профессор кафедры КИБЭВС  
Томского университета систем управления и радиоэлектроники

*В.А. Бейнарович*

Старший научный сотрудник, кандидат технических наук  
13 отдела НИИАЭМ ТУСУРа

*Н.А. Михневич*

© ФГБОУ ВПО НИ ТПУ, 2014

© Бурулько Л.К., 2014

© Оформление. Издательство Томского  
политехнического университета, 2014

## ВВЕДЕНИЕ

Исследование и изучение электромеханических переходных процессов в современных электромеханических системах осуществляется в основном с использованием метода математического моделирования. Современной формой метода математического моделирования, базирующейся на мощной вычислительной базе в виде ЭВМ и программного обеспечения, реализующего алгоритмы численного решения, является вычислительный эксперимент, рассматриваемый как новый теоретический метод исследования различных явлений и процессов. Этот теоретический метод включает существенные черты методологии экспериментального исследования, но эксперименты выполняются не над реальным объектом, а над его математической моделью, и экспериментальной установкой является персональный компьютер.

Поэтому в настоящем пособии приведены лабораторные работы, при выполнении которых студенты получают навыки по исследованию динамических режимов работы отдельных элементов электромеханических систем с использованием математических моделей. В качестве базового прикладного пакета программного обеспечения при создании и разработке моделей и при решении задач моделирования использована математическая система *MathCAD*.

Наряду с анализом результатов исследований процессов в отдельных элементах электромеханической системы студенты в отчетах по выполнению лабораторных должны представить пользовательскую программу для данных исследований. Пользовательская программа практически является математической моделью исследуемого (объекта) элемента системы или системы в целом.

Для разработки пользовательской программы для исследования переходных процессов необходимо:

- изучить принцип работы исследуемого объекта и основные законы физики, определяющие этот принцип;
- провести математическое описание процессов, протекающих в исследуемом объекте, в виде систем топологических и компонентных уравнений;
- привести полученную систему уравнений путем преобразований к уравнениям в форме Коши;
- выбрать метод решения полученных уравнений и привести систему итерационных уравнений, отвечающих выбранному методу;

- результаты исследований представить в виде переходных характеристик движения выходных координат исследуемого объекта;
- анализ результатов исследований отразить в виде зависимостей от изменяемых в соответствии с заданием внешних управляющих и возмущающих воздействий и внутренних параметров исследуемого объекта;
- в заключение, используя физические законы, определяющие принцип функционирования исследуемого объекта, сформулировать и привести выводы.

При разработке математических моделей с использованием передаточных функций, амплитудных и фазовых частотных характеристик необходимо:

- провести математическое описание процессов, протекающих в исследуемом объекте в виде систем топологических и компонентных уравнений;
- получить передаточные функции элементов исследуемых систем и общую передаточную функцию системы;
- используя прямое и обратное преобразования Лапласа, получить переходные характеристики выходных координат исследуемого объекта;
- получить амплитудные и фазовые частотные характеристики исследуемого объекта;
- определить влияние управляющих и возмущающих воздействий и внутренних параметров исследуемого объекта на показатели качества;
- анализ результатов исследований отразить в виде зависимостей показателей качества от изменяемых в соответствии с заданием внешних управляющих и возмущающих воздействий и внутренних параметров исследуемого объекта;
- в заключение, используя физические законы, определяющие принцип функционирования исследуемого объекта, сформулировать и представить выводы.

Последовательность выполнения лабораторных работ выбрана так, чтобы при выполнении первой работы, на примере схемотехнической модели фильтра низких частот RLC, студенты познакомились с показателями качества электромеханических систем и освоили методику их определения и оценки. При выполнении всех остальных работ они должны пользоваться ими для обработки результатов исследований. Показатели качества систем необходимо представлять в отчетах в виде зависимостей от управляющих и возмущающих воздействий и от изменения параметров исследуемых систем.

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

## Анализ показателей качества динамики электромеханических систем на примере фильтра низких частот

### 1. Цель работы

Оценить показатели качества динамических режимов работы электромеханических систем (с использованием переходных и частотных характеристик системы).

### 2. Теоретическая часть

Работоспособность любой системы определяется ее динамическими режимами работы. Оценивают эти режимы работы с использованием определенных показателей качества. Для электромеханических систем эти показатели качества определяют в основном по двум видам характеристик системы. Это переходные характеристики и частотные характеристики.

#### 2.1. Основные понятия и определения

*Переходной характеристикой* называют график изменения во времени выходной координаты системы, характеризующей ее поведение в динамике.

По виду переходной характеристики (рис. 1) определяют показатели качества системы, а именно: перерегулирование  $\sigma$  %, число колебаний  $n$  и время переходного процесса  $t_{\text{пт}}$ , декремент затухания процесса  $\chi$ , время достижения первого максимума  $t_{\text{макс}}$ , время нарастания до установившегося значения  $t_{\text{н}}$ :

- перерегулирование:

$$\sigma \% = \frac{h_{m1} - h_{\text{уст}}}{h_{\text{уст}}} \cdot 100 \% ;$$

- число колебаний:

$$n = 4;$$

- время переходного процесса – это момент времени  $t = t_{\text{пт}}$ , когда график переходной характеристики последний раз входит в зону допустимых отклонений  $\delta = \pm 5$  % от установившегося значения  $h_{\text{уст}}$ ;

- декремент затухания процесса:

$$\chi = \frac{(h_{m1} - h_{уст}) - (h_{m2} - h_{уст})}{h_{уст}};$$

- время нарастания до установившегося значения  $t_H$  является в первом приближении постоянной времени исследуемого объекта (системы).

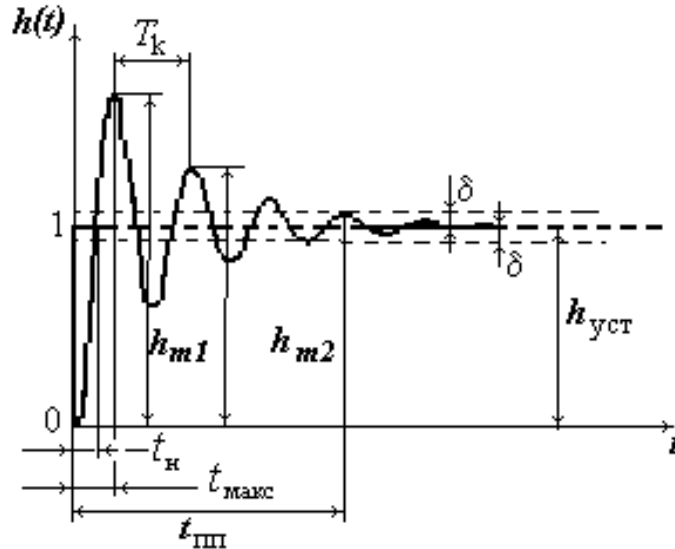


Рис. 1. Переходная характеристика

Свойства систем (устойчивость, показатели качества) можно исследовать с помощью частотных характеристик.

Частотные характеристики описывают передаточные свойства элементов и систем в режиме установившихся гармонических колебаний, вызванных внешним гармоническим воздействием. При анализе показателей качества часто используют амплитудные частотные (АЧХ) и фазовые частотные (ФЧХ) характеристики. АЧХ – это модуль (амплитуда), а ФЧХ – аргумент комплексной частотной характеристики системы, представленной в полярных координатах [4]:

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \quad (1)$$

где  $A(\omega) = |W(j\omega)|$  – амплитудная частотная характеристика замкнутой системы, а  $\varphi(\omega) = \arg W(j\omega)$  – фазовая частотная характеристика.

Амплитудная частотная характеристика представляет собой отношение амплитуды установившегося выходного гармонического сигнала к амплитуде установившегося входного гармонического сигнала при частоте входного сигнала  $\omega$ .

Фазовая частотная характеристика показывает, насколько по фазе выходной гармонический сигнал при частоте  $\omega$  сдвинут относительно входного сигнала.

Комплекснозначную функцию  $W(j\omega)$  можно представить в виде

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega), \quad (2)$$

где  $P(\omega) = \text{Re}W(j\omega)$  – вещественная частотная характеристика и  $Q(\omega) = \text{Im}W(j\omega)$  – мнимая частотная характеристика.

При фиксированном значении  $\omega$  функцию  $W(j\omega)$  однозначно определяет точка на комплексной плоскости с декартовыми координатами  $P(\omega)$ ,  $Q(\omega)$  или полярными координатами  $A(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$  (рис. 2).

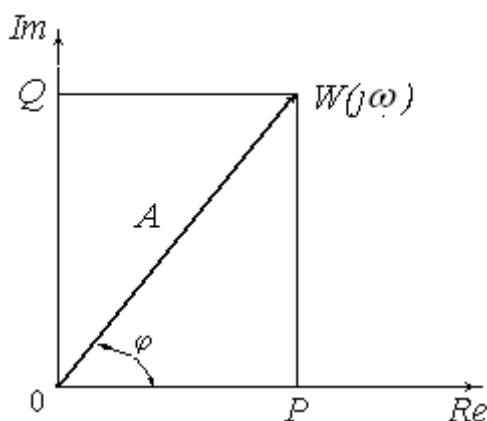


Рис. 2. Векторное представление функции  $W(j\omega)$

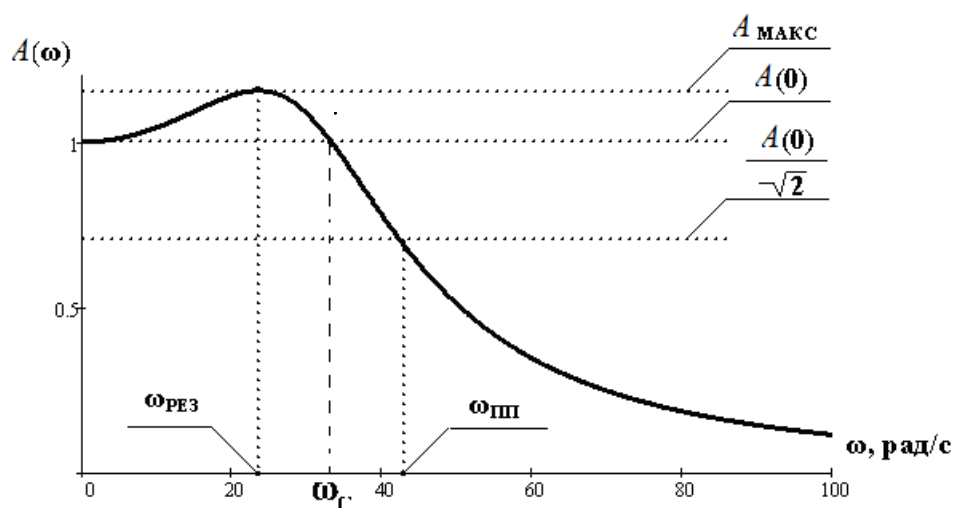


Рис. 3. Амплитудная частотная характеристика

Рассмотрим показатели качества динамики ЭМС, определяемые по амплитудной частотной характеристике (АЧХ), (рис. 3). На резонансной

частоте  $\omega = \omega_{\text{рез}}$  на АЧХ наблюдается максимум  $A(\omega_{\text{рез}}) = A_{\text{макс}}$ . Частота полосы пропускания  $\omega_{\text{пп}}$  определяется для точки, в которой амплитуда уменьшается в  $\sqrt{2}$  раз по сравнению с амплитудой  $A(0)$  при  $\omega \rightarrow 0$ .

Частотой среза системы  $\omega_c$  называется такая частота, при которой коэффициент передачи системы  $K$  остается равным  $A(0)$  и в относительных единицах равен 1.

Определив по АЧХ значения указанных частот, можно оценить нижеследующие показатели качества системы.

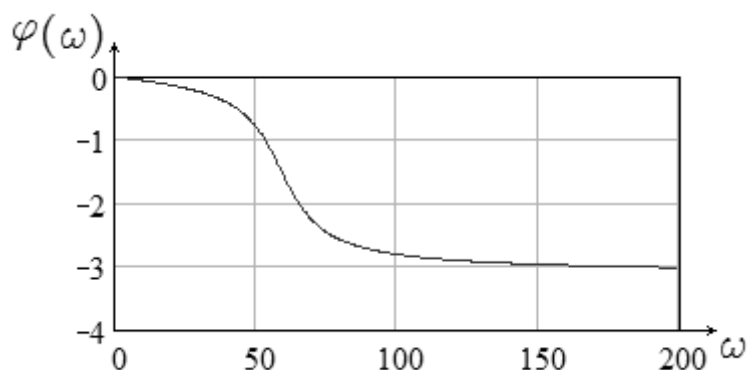


Рис. 4. Фазовая частотная характеристика

- Показатель колебательности  $M$  системы рассматривают как отношение амплитуды резонансного пика к начальной амплитуде:

$$M = M = \frac{A_{\text{макс}}}{A(0)}.$$

- Время регулирования (время переходного процесса  $t_{\text{пп}}$ )  $t_{\text{пп}} \approx (7 - 9) / \omega_c$ , где  $\omega_c$  – частота среза системы.
- Перерегулирование  $\sigma\% \approx 73^\circ - \Delta\varphi(\omega_c)$ , где  $\Delta\varphi(\omega_c)$  – запас устойчивости по фазе на частоте среза системы.

Система обладает необходимыми показателями качества, если ее колебательность не превышает значений  $M = 1,1 - 1,5$ , тогда запас устойчивости по фазе находится в следующих пределах  $\Delta\varphi(\omega_c) = (30 - 40)^\circ$ , а запас устойчивости по амплитуде  $m = (8 - 15)$  дб.

## 2.2. Математическое описание процессов в исследуемом объекте

Схема  $LCR$ -фильтра низких частот представлена на рис. 5 и содержит индуктивный элемент  $L$ , резистор  $R$  и емкостной элемент  $C$ , а также нагрузочное сопротивление  $R_H$ .



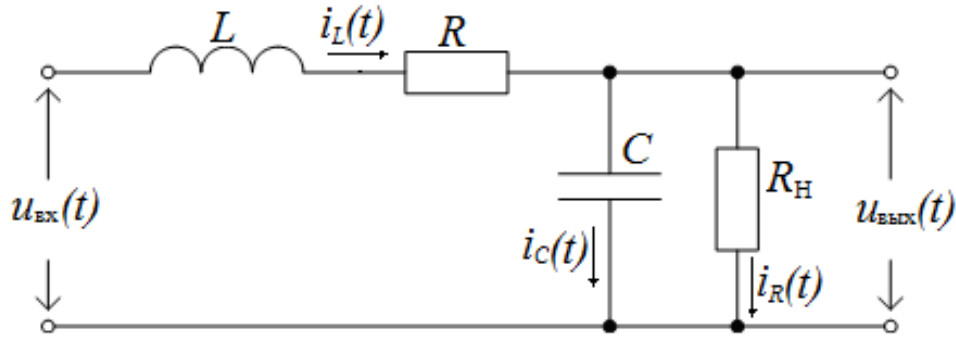


Рис. 5. Схема нагруженного LCR-фильтра низких частот

Анализируя данную схему для мгновенных значений падений напряжений на элементах схемы и токов, можно записать следующую систему уравнений:

для первого контура

$$u_{\text{вх}}(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t); \quad (3)$$

для второго контура

$$u_C(t) = u_{R_H}(t), \quad (4)$$

где падение напряжения на сопротивление:  $R_H$   $u_{R_H}(t) = u_{\text{вых}}(t)$ .

Для токов уравнение связи в соответствии с первым законом Кирхгофа можно записать в виде:

$$i_L(t) = i_C(t) + i_{R_H}(t). \quad (5)$$

Учитывая физические свойства элементов, входящих в схему фильтра, представленную на рис. 5, можно уравнения 3, 4 и 5 записать в виде [2]:

$$u_{\text{вх}}(t) = i_L(t) \cdot R + L \cdot \frac{di_L(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i_C(t) dt; \quad (6)$$

$$\frac{1}{C} \int i_C(t) dt = i_{R_H}(t) \cdot R_H = u_{\text{вых}}(t); \quad (7)$$

$$i_L(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_{\text{вых}}(t)}{R_H}. \quad (8)$$

Данная система уравнений дает полное математическое описание физических процессов в исследуемом объекте (низкочастотном фильтре LCR) и является исходной для получения математических моделей фильтра для исследования его свойств с использованием переходных характеристик, передаточных функций и частотных характеристик.

### 2.3. Преобразование Лапласа и операторные передаточные функции

В инженерной практике и при научных исследованиях получили широкое применение методы, которые позволяют проводить анализ и синтез систем в частотной области. В этом случае исследуемый объект (система) описывается своей передаточной функцией. Передаточная функция – это отношение операторных изображений выходной величины к входной величине. Для вывода передаточной функции дифференциальные уравнения, с помощью которых описываются процессы в исследуемом объекте, представляют в операторной форме.

Существует множество преобразований, используемых математиками: преобразования Лапласа, Карсона–Хевисайда, Фурье и др. Все они имеют свои достоинства и недостатки, но преобразование Лапласа получило наибольшее распространение. *MathCAD* имеет встроенную поддержку прямого и обратного преобразований Лапласа (рис. 6).

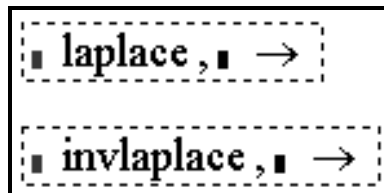


Рис. 6. Встроенные функции прямого и обратного преобразований Лапласа

Запишем уравнения (6 и 7), используя прямое преобразование Лапласа. Тогда получим систему алгебраических уравнений в изображениях:

$$\begin{cases} U_{\text{ВХ}} p = L \cdot p + R \cdot I_L p + U_{\text{ВЫХ}} p ; \\ I_L p = \left( C \cdot p + \frac{1}{R_H} \right) \cdot U_{\text{ВЫХ}} p , \end{cases} \quad (9)$$

где  $p$  – оператор Лапласа.

Подставим второе уравнение системы (9) в первое и проведем алгебраические преобразования:

$$\begin{aligned} U_{\text{ВХ}} p &= L \cdot p + R \cdot \left( C \cdot p + \frac{1}{R_H} \right) \cdot U_{\text{ВЫХ}} p + U_{\text{ВЫХ}} p , \\ U_{\text{ВХ}} p &= \left( L \cdot p + R \cdot \left( C \cdot p + \frac{1}{R_H} \right) + 1 \right) \cdot U_{\text{ВЫХ}} p . \end{aligned} \quad (10)$$

Операторной передаточной функцией ФНЧ  $W(p)$  называется отношение изображения выходного сигнала  $U_{\text{ВЫХ}}(p)$  к входному сигналу  $U_{\text{ВХ}}(p)$ :

$$W(p) = \frac{U_{\text{ВЫХ}}(p)}{U_{\text{ВХ}}(p)}. \quad (11)$$

С учетом (10) и (11) выражение для операторной передаточной функции ФНЧ можно записать в виде:

$$W(p) = \frac{1}{L \cdot p + R \cdot \left( C \cdot p + \frac{1}{R_H} \right) + 1}. \quad (12)$$

Выражение (12) позволяет получить частотные и переходные характеристики.

#### 2.4. Анализ и определение переходных характеристик

Расчет и определение переходных характеристик можно реализовать, используя:

- прямое и обратное преобразования Лапласа;
- классический метод расчета дифференциальных уравнений;
- численный метод Эйлера.

Рассмотрим задачу по определению переходной характеристики ФНЧ с применением прямого и обратного преобразований Лапласа. Для этого выполним первый этап по формированию математической модели в системе *MathCAD*, а именно сформируем блок исходных данных, рис. 7.

$$\begin{aligned} L &:= 10 \cdot 10^{-3} & C &:= 100 \cdot 10^{-6} & R &:= 1 \\ U_{\text{ВХ}} &:= 1 & R_{\text{Н1}} &:= 1000 & R_{\text{Н2}} &:= 100 & R_{\text{Н3}} &:= 10 \end{aligned}$$

Рис. 7. Исходные данные для LCR-фильтра низких частот

Величины  $L = 10 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$ ,  $C = 100 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$ ,  $R = 1 \text{ Ом}$ , для примера напряжение на входе фильтра принимаем равным 1 В:  $U_{\text{ВХ}} = 1 \text{ В}$ . Оценим влияние изменения нагрузочного сопротивления  $R_{\text{Н}}$  на процессы в фильтре, задав три величины.

При выполнении работы студент получает у преподавателя свой вариант исходных данных и метод расчета переходных характеристик.

Блок исходных данных вне зависимости от метода расчета переходных характеристик одинаков.

С учетом особенностей обозначения в *MathCAD*, где  $p$  обозначают через  $s$ , упростим выражение (12), используя оператор упрощения выражений *simplify*, рис. 8.

$$\frac{U_{\text{ВХ}}}{s} \cdot \frac{1}{1 + (L \cdot s + R) \cdot \left( C \cdot s + \frac{1}{R_{\text{Н1}}} \right)} \text{ simplify } \rightarrow \frac{1000000}{\left[ s \cdot (1001000 + s^2 + 110 \cdot s) \right]}$$

Рис. 8. Пример использования оператора упрощения

$\frac{U_{\text{ВХ}}}{s}$  – операторная форма входного напряжения, прикладываемого ступенчато при коммутации ключа на вход фильтра,  $R_{\text{Н1}} = 1000 \cdot R$ .

Применим обратное преобразование Лапласа к выражению, полученному в результате упрощения, с учетом нулевых начальных условий (до коммутации токи и напряжения ФНЧ равны нулю) (рис. 9).

$$\frac{1000000}{\left[ s \cdot (1001000 + s^2 + 110 \cdot s) \right]} \text{ invlaplace , s } \rightarrow$$

Рис. 9. Пример использования функции обратного преобразования Лапласа

Получают переходную функцию ФНЧ в ненагруженном режиме и вводят ее в *MathCAD* в виде:

$$h1 \ t := \frac{1000}{1001} - \frac{1000}{1001} \cdot \exp -55 \cdot t \cdot \cos 5 \cdot \sqrt{39919} \cdot t - \frac{1000}{3632629} \cdot \exp -55 \cdot t \cdot \sqrt{39919} \cdot \sin 5 \cdot \sqrt{39919} \cdot t / \quad (13)$$

Аналогично получают в *MathCAD* переходные функции ФНЧ:

- $h2 \ t$  – в номинальном режиме ( $R_{\text{Н2}} = 100 \cdot R$ );
- $h3 \ t$  – в нагруженном режиме ( $R_{\text{Н3}} = 10 \cdot R$ ).

Временные зависимости переходных характеристик представляют в виде графиков, рис. 10.

Анализируя полученные переходные характеристики, студенты определяют зависимости:  $\sigma \% = f(R_{\text{Н}})$ ;  $n = f(R_{\text{Н}})$ ;  $t_{\text{ин}} = f(R_{\text{Н}})$ ;  $\chi = f(R_{\text{Н}})$ ;  $t = f(R_{\text{Н}})$ , и представляют их в графическом виде.

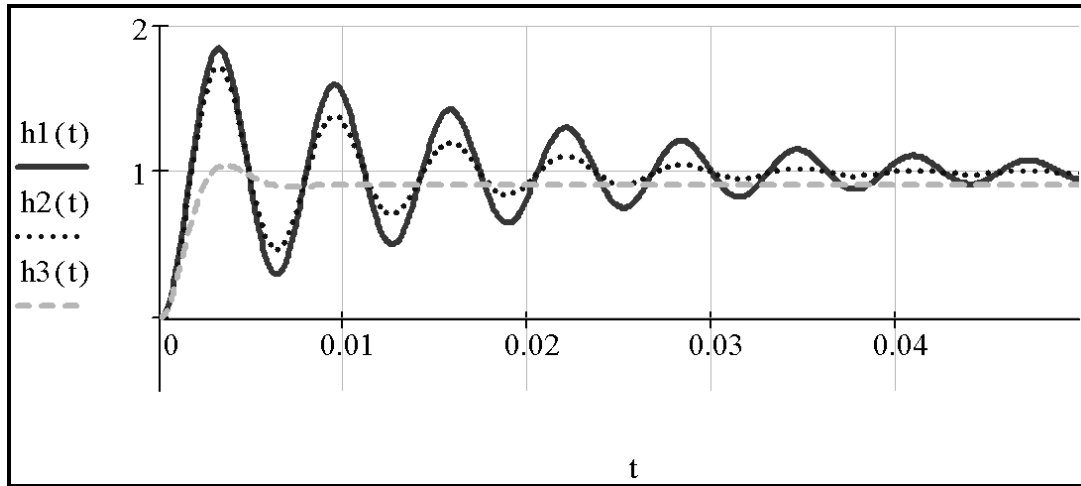


Рис. 10. Переходные характеристики ФНЧ

## 2.5. Построение и анализ частотных характеристик в *MathCAD*

Рассмотрим задачу получения и анализа частотных характеристик однозвенного нагруженного  $\Gamma$ -образного *LCR*-фильтра низких частот (рис. 3) с применением *MathCAD*. Для этого в выражение (12) заменим  $p \rightarrow j\omega$ . Тогда получим выражение частотной передаточной функции в следующем виде:

$$W_{j \cdot \omega} = \frac{1}{L \cdot j \cdot \omega + R \cdot \left( C \cdot j \cdot \omega + \frac{1}{R_H} \right) + 1}. \quad (14)$$

Это указывает на то, что на вход фильтра подан синусоидальный гармонический сигнал с угловой частотой  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ , а  $j$  – мнимая единица [2].

В общем случае для анализа частотных характеристик электромеханических систем пользуются амплитудной  $A(\omega) = |W(j\omega)|$  и фазовой частотными характеристиками замкнутых систем  $\varphi(\omega) = \arg W(j\omega)$  или вещественной  $P(\omega) = \operatorname{Re} W(j\omega)$  и мнимой  $Q(\omega) = \operatorname{Im} W(j\omega)$  частотными характеристикам. В инженерной практике для синтеза электромеханических систем пользуются логарифмическими амплитудными и фазовыми частотными характеристиками разомкнутых систем [3, 4].

Для того чтобы получить вещественную и мнимую частотные характеристики, необходимо преобразовать знаменатель выражения (14), выделив действительную и мнимую части:

$$W_{j \cdot \omega} = \frac{1}{1 - L \cdot C \cdot \omega^2 + \frac{R}{R_H} + j \cdot \omega \cdot \left( R \cdot C + \frac{L}{R_H} \right)}, \quad (15)$$

где  $a = 1 - L \cdot C \cdot \omega^2 + \frac{R}{R_H}$  – действительная часть,  $b = \omega \cdot \left( R \cdot C + \frac{L}{R_H} \right)$  –

мнимая часть комплексного знаменателя частотной передаточной функции.

В математике известна процедура избавления от мнимой единицы в знаменателе выражения:

$$\frac{1}{a + j \cdot b} \cdot \frac{a - j \cdot b}{a - j \cdot b} = \frac{a - j \cdot b}{a^2 + b^2} = \frac{a}{a^2 + b^2} - j \cdot \frac{b}{a^2 + b^2}. \quad (16)$$

Учитывая (16), можно записать выражение для комплексной частотной характеристики ФНЧ в виде:

$$W_{j \cdot \omega} = \frac{1 - L \cdot C \cdot \omega^2 + \frac{R}{R_H}}{\left( 1 - L \cdot C \cdot \omega^2 + \frac{R}{R_H} \right)^2 + \omega^2 \cdot \left( R \cdot C + \frac{L}{R_H} \right)^2} - j \cdot \frac{\omega \cdot \left( R \cdot C + \frac{L}{R_H} \right)}{\left( 1 - L \cdot C \cdot \omega^2 + \frac{R}{R_H} \right)^2 + \omega^2 \cdot \left( R \cdot C + \frac{L}{R_H} \right)^2}, \quad (17)$$

где

$$P_{\omega} = \frac{1 - L \cdot C \cdot \omega^2 + \frac{R}{R_H}}{\left( 1 - L \cdot C \cdot \omega^2 + \frac{R}{R_H} \right)^2 + \omega^2 \cdot \left( R \cdot C + \frac{L}{R_H} \right)^2} \quad (18)$$

– вещественная частотная характеристика (ВЧХ) ФНЧ;

$$Q_{\omega} = - \frac{\omega \cdot \left( R \cdot C + \frac{L}{R_H} \right)}{\left( 1 - L \cdot C \cdot \omega^2 + \frac{R}{R_H} \right)^2 + \omega^2 \cdot \left( R \cdot C + \frac{L}{R_H} \right)^2} \quad (19)$$

– мнимая частотная характеристика (МЧХ) ФНЧ.

Амплитудную частотную характеристику (АЧХ) ФНЧ  $A_{\omega}$  при наличии  $P_{\omega}$  и  $Q_{\omega}$  определяют в виде:

$$A_{\omega} = \sqrt{P_{\omega}^2 + Q_{\omega}^2}, \quad (20)$$

или, используя встроенные в *MathCAD* функции комплексных чисел,

$$A(\omega) = |W(j \cdot \omega)|. \quad (21)$$

Определение фазовой частотной характеристики (ФЧХ) ФНЧ  $\varphi(\omega)$

при использовании системы *MathCAD* в виде  $\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$  нежелательно, так как в этом случае нарушено правило работы с аргументами комплексных чисел, а именно аргументы комплексных чисел при их перемножении или делении складываются или вычитаются. Поэтому в зависимости от числа передаточных функций звеньев, входящих в состав системы, необходимо ее определять в виде [3, 4]:

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) \text{ – для однозвенной системы;} \quad (22)$$

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) \pm \varphi_2(\omega) \dots \text{ – для многозвенной системы,} \quad (23)$$

где соответственно  $\varphi_1(\omega) = W_1(j\omega)$ ,  $\varphi_2(\omega) = W_2(j\omega)$  – аргументы частотных передаточных функций звеньев, входящих в электромеханическую систему.

Блок исходных данных для определения частотных характеристик в системе *MathCAD* имеет следующий вид (рис. 11):

$$\begin{array}{lll} L := 10 \cdot 10^{-3} & C := 100 \cdot 10^{-6} & R := 1 \\ R_{H1} := 1000 & R_{H2} := 100 & R_{H3} := 10 \end{array}$$

Рис. 12. блок исходных данных

Введем функции (15, 18, 19, 20 и 22) в *MathCAD*. При разных значениях  $R_H$  рассчитаем амплитудные и фазовые частотные характеристики (рис. 13, 14).

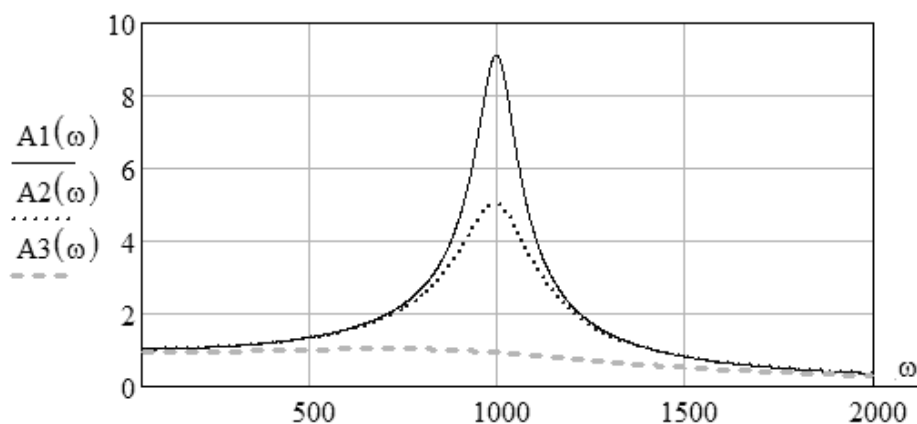


Рис. 13. Амплитудные частотные характеристики

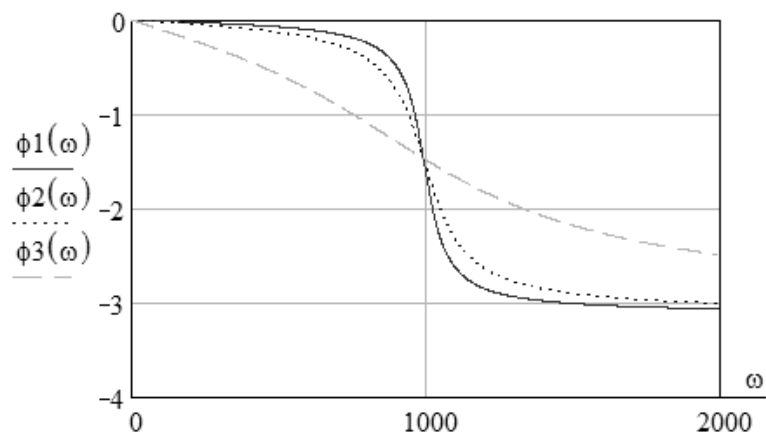


Рис. 14. Фазовые частотные характеристики

Анализируя полученные частотные характеристики, студенты определяют зависимости:  $A_{\text{макс}} = f(R_H)$ ,  $\omega_{\text{мп}} = f(R_H)$ ,  $M = f(R_H)$ ,  $t_{\text{мп}} = f(R_H)$ .

### 3. Задание на выполнение лабораторной работы

1. Вывести систему обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), описывающих динамику элементов электромеханических систем (ЭМС), на примере нагруженного  $LCR$ -фильтра низких частот (ФНЧ).
2. Разработать пользовательские программы (модели) для расчета переходных и частотных характеристик.
3. Рассчитать переходные характеристики.
4. Определить показатели качества по переходным характеристикам нагруженного  $LCR$ -ФНЧ.
5. Получить выражения для частотных характеристик нагруженного  $LCR$ -ФНЧ.
6. Рассчитать АЧХ и ФЧХ низкочастотного  $RLC$ -фильтра.
7. Определить показатели качества по частотным характеристикам нагруженного  $LCR$ -ФНЧ.
8. Проанализировать влияние параметров фильтра низких частот на показатели качества, используя переходные и частотные характеристики  $LCR$ -ФНЧ.
9. Рассчитать и построить зависимости показателей качества:
  - для переходных характеристик –  
 $\sigma \% = f(R_H)$ ;  $n = f(R_H)$ ;  $t_{\text{мп}} = f(R_H)$ ;  $\chi = f(R_H)$ ;  $t_H = f(R_H)$ ;
  - для частотных характеристик –  
 $A_{\text{макс}} = f(R_H)$ ,  $\omega_{\text{мп}} = f(R_H)$ ,  $M = f(R_H)$ ,  $t_{\text{мп}} = f(R_H)$ .



#### 4. Практическая часть

При выполнении работы руководствоваться исходными данными, представленными в табл. 1.

Таблица 1

Вариант	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	$R$ , Ом	$U$ , В	Метод расчета переходных характеристик
1	900	800	1	1	операторный
2	850	850	1	1	классический
3	800	900	1	1	численный
4	750	950	1	1	операторный
5	700	1000	1	1	классический
6	900	1000	1	1	численный
7	850	950	1	1	операторный
8	800	900	1	1	классический
9	750	850	1	1	численный
10	700	800	1	1	операторный

Полученные результаты оформить в виде таблиц и графиков. Сделать выводы по результатам исследований. Привести список использованной литературы.

#### 5. Выводы

Выводы по результатам исследований представить в виде ответов на следующие вопросы.

- Причина возникновения резонанса в ФНЧ и почему с изменением сопротивления  $R_H$  изменяется максимум  $A(\omega_{рез})$ ?
- Почему с увеличением сопротивления  $R_H$  уменьшается значение  $\sigma$  % ?
- Почему с изменением  $R_H$  изменяется колебательность фильтра  $M$ ?
- Как влияет изменение  $R_H$  на время переходного процесса и почему?

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

## Исследование статических и динамических режимов работы двигателя постоянного тока

### 1. Цель работы

1. Разработать математическую модель двигателя постоянного тока независимого возбуждения (ДПТ НВ).
2. Исследовать статические и динамические режимы работы ДПТ НВ.

### 2. Теоретическая часть

При проектировании и исследовании электромеханических систем (ЭМС) постоянного тока используются математические модели входящих в них элементов, среди которых главную роль играет модель двигателя постоянного тока. Математическая модель двигателя постоянного тока в значительной степени определяет вид модели всей ЭМС, а также возможный выбор методов ее анализа и синтеза. Для разработки математической модели ДПТ, как и любого другого типа двигателей, необходимо, прежде всего, знать особенности его конструктивного исполнения и физический принцип работы. Это позволяет провести математическое описание процессов в двигателе и обоснованно выбрать допущения при разработке модели.

#### 2.1. Конструктивное исполнение и физический принцип работы

Геометрическая функциональная модель машины постоянного тока, работающей в режиме генератора, представлена на рис. 1.

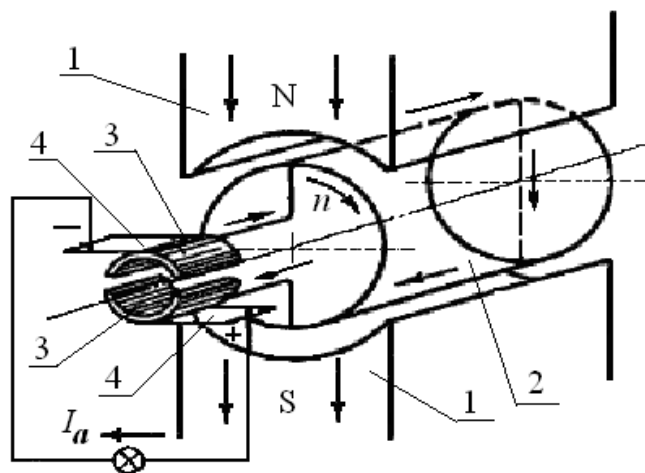


Рис. 1. Геометрическая функциональная модель машины постоянного тока

Машина постоянного тока, как любая электрическая машина, имеет неподвижную и вращающуюся части.

Неподвижная часть машины, называемая индуктором, состоит из полюсов 1 и круглого стального ярма, к которому прикрепляются полюсы. Назначением индуктора является создание в машине основного магнитного потока.

Вращающаяся часть машины состоит из цилиндрического якоря 2 и коллектора 3. Якорь состоит из сердечника, набранного из листов электротехнической стали, и обмотки, укрепленной на сердечнике якоря. Концы секций обмотки соединены с изолированными от вала медными пластинами коллектора. На коллектор налегают неподвижные щетки 4, с помощью которых обмотка якоря соединяется с внешней цепью, если машина работает генератором, или подключаются к источнику питания постоянного тока, если работает двигателем.

Основной магнитный поток в машинах постоянного тока создается обмоткой возбуждения, которая расположена на сердечниках полюсов и питается постоянным током.

Магнитный поток проходит от северного полюса  $N$  через якорь к южному полюсу  $S$  и от него через ярмо снова к северному полюсу.

В режиме двигателя машина работает, если к ее обмотке якоря подвести постоянный ток от внешнего источника. При этом на проводники обмотки якоря будут действовать электромагнитные силы  $F_{пр} = Bli$  и возникнет электромагнитный момент  $M_{эм} = 2F_{пр}D$ . При достаточной величине  $M_{эм}$  якорь машины придет во вращение и будет развивать механическую мощность. Момент  $M_{эм}$  при этом является движущим и действует в направлении вращения.

В режиме двигателя коллектор превращает потребляемый из внешней цепи постоянный ток в обмотке якоря в переменный ток и работает, таким образом, в качестве механического инвертора тока.

Проводники обмотки якоря двигателя также вращаются в магнитном поле, и поэтому в обмотке якоря двигателя индуцируется ЭДС  $E_{я}$ . В двигателе ЭДС якоря  $E_{я}$  направлена против тока  $I_{я}$  и приложенного к зажимам якоря напряжения  $U$ . Поэтому ЭДС якоря двигателя называется противоэлектродвижущей силой, противо-ЭДС.

Для двигателей постоянного тока принято их работоспособность рассматривать по следующим режимам работы:

- установившийся режим работы;
- пусковые, тормозные режимы работы и режим реверса, который связан с изменением направления вращения вала двигателя;
- режимы регулирования скорости вращения вала.

## 2.2. Расчетная схема двигателя постоянного тока

Учитывая конструктивные особенности исполнения ДПТ, где взаимодействия магнитных полей перпендикулярны друг другу, а ЭДС вращения наводится в обмотке якоря, расчетную схему модели двигателя можно представить в виде (рис. 2) [1].

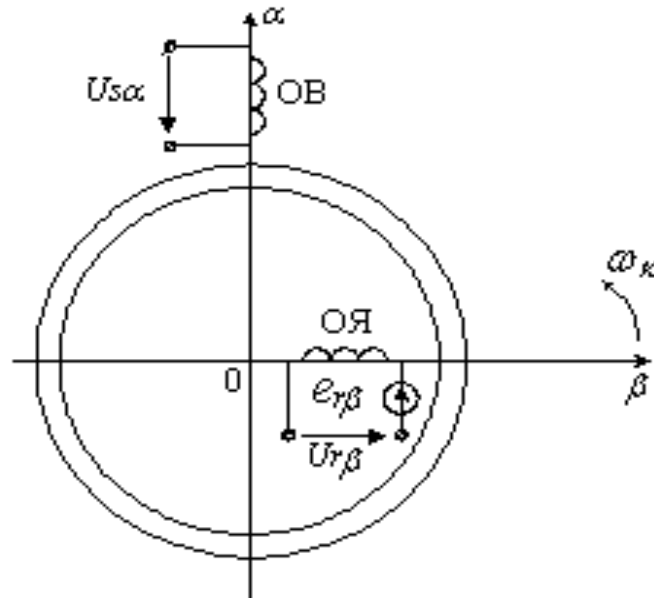


Рис. 2. Расчетная схема ДПТ для математической модели

Обмотка возбуждения (ОВ) располагается на оси  $\alpha$ , а обмотка якоря на оси  $\beta$ .  $U_B = U_{s\alpha}$ ,  $U_Y = U_{r\beta}$  – напряжения обмоток ОВ и ОЯ соответственно.  $E_Y = e_{r\beta}$  – ЭДС вращения в обмотке якоря (ОЯ). Координатные оси  $\alpha$ ,  $\beta$  неподвижны в пространстве ( $\omega_k = 0$ ) с расположенными на них обмотками ОВ и ОЯ. В обмотке возбуждения (ОВ) ЭДС вращения не наводится, так как магнитное поле обмотки якоря неподвижно в пространстве.

## 2.3. Математическое описание процессов в ДПТ

В соответствии с представленной расчетной схемой можно осуществить описание процессов, сопровождающих перечисленные выше режимы работы двигателя.

Для электромеханического преобразователя постоянного тока, т. е. ДПТ, записывают следующую систему уравнений равновесия напряжений, в которых в качестве переменных приняты значения токов в обмотках ОВ и ОЯ:

$$\begin{aligned}
U_B &= i_B R_B + L_B \frac{di_B}{dt}; \\
U_Y &= i_Y R_Y + L_Y \frac{di_Y}{dt} + e_{вр},
\end{aligned}
\tag{1}$$

где  $U_B = U_{S\alpha}$  – напряжение обмотки возбуждения;  $U_Y = U_{r\beta}$  – напряжение обмотки якоря;  $i_B, i_Y, R_B, R_Y, L_B, L_Y$  – токи, сопротивления и индуктивности соответственно обмотки возбуждения и обмотки якоря;  $e_{вр} = c_e \omega \Phi$  – противо-ЭДС обмотки якоря (ЭДС вращения)[1].

Эти уравнения дополняются уравнением механического равновесия и выражением для электромагнитного момента, представленного через токи двух обмоток. Полученную систему уравнений приводят к виду, удобному для математического моделирования (к виду Коши)[1].

На этом заканчивается этап математического описания процессов в электромеханическом преобразователе энергии постоянного тока, и приступают к разработке расчетной части математической модели [3, 4].

$$\begin{aligned}
\frac{di_B}{dt} &= \frac{1}{L_B} (U_B - i_B R_B); \\
\frac{di_Y}{dt} &= \frac{1}{L_Y} (U_Y - i_Y R_Y - \omega L_m i_B); \\
\frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{J_\Sigma} (L_m i_Y i_B - M_C); \\
M &= L_m i_Y i_B.
\end{aligned}
\tag{2}$$

$L_m$  – взаимная индуктивность обмотки якоря и обмотки возбуждения;  $L_B = L_m + L_{\sigma S}$ ;  $L_Y = L_m + L_{\sigma r}$  – индуктивности обмоток возбуждения и якоря.

Установившийся режим работы двигателя постоянного тока описывается так называемой полной системой уравнений, которую легко получить, приравняв все производные нулю [3]:

$$\begin{aligned}
U_B - I_B \cdot R_B &= 0; \\
U_Y - I_Y \cdot R_Y - E_Y &= 0; \\
L_m \cdot I_B \cdot I_Y - M_C &= 0; \\
M &= k \cdot L_m \cdot I_B \cdot I_Y = k \Phi I_Y,
\end{aligned}
\tag{3}$$

где  $k$  – конструктивный коэффициент;  $\Phi = L_m \cdot I_B$  – магнитный поток, создаваемый обмоткой возбуждения;  $E_Y = k \Phi \omega$  – ЭДС вращения.

В теории электропривода постоянного тока вводят понятие коэффициента связи  $c$  при номинальном потоке возбуждения  $\Phi$ , отражаю-

щего взаимосвязи обмотки якоря ДПТ с ЭДС вращения и электромагнитным моментом:

$$c = k\Phi_H = k \cdot L_m \cdot I_{BH}.$$

### 3. Основные этапы по разработке математической модели ДПТ НВ

Для разработки математических моделей необходимо **на первом этапе** сформировать *блок исходных данных*, который обычно для двигателей постоянного тока содержит каталожные данные [1], а именно:

$P_{дв.н}$  – номинальную мощность двигателя, кВт;

$U_{дв.н}$  – номинальное напряжение обмотки якоря, В;

$I_{дв.н}$  – номинальный ток обмотки якоря двигателя, А;

$R_{оя}$  – сопротивление обмотки якоря двигателя при 15 °С, Ом;

$R_{дп}$  – сопротивление дополнительных полюсов двигателя при 15 °С, Ом;

$R_{ко}$  – сопротивление компенсационной обмотки двигателя при 15 °С, Ом;

$L_{дв}$  – индуктивность обмотки якоря двигателя, Гн;

$\eta_{дв.н}$  – номинальный коэффициент полезного действия, %;

$n_{дв.н}$  – номинальную частоту вращения, об/мин;

$J_{дв}$  – момент инерции якоря, кг·м<sup>2</sup>.

На следующем **этапе** необходимо определить параметры двигателя и соответственно сформировать *блок дополнительных данных*. Для этого составляют расчетную часть модели, используя следующий перечень формул.

Номинальный ток двигателя

$$I_{дв.н} = \frac{P_{дв.н}}{\eta_{дв.н} \cdot U_{дв.н}}. \quad (4)$$

Номинальная угловая скорость

$$\omega_n = \frac{\pi \cdot n_{дв.н}}{30}. \quad (5)$$

Сопротивления двигателя приводятся в каталогах при температуре 15 °С. В нагретом состоянии при рабочей температуре сопротивление двигателя

$$R_{дв.гор} = [1 + \alpha \cdot (\theta_2 - \theta_1)] \cdot R_{оя} + R_{дп} + R_{ко}, \quad (6)$$

где  $\alpha = 0,0039 \div 0,0041$  – температурный коэффициент сопротивления меди (обычно принимается  $\alpha = 0,004$ );  $\theta_2$  – рабочая температура обмотки машины;  $\theta_1$  – температура, при которой указываются сопротивления в каталогах.

При температуре  $\theta_2$ , равной  $75^\circ\text{C}$ , и  $\theta_1$ , равной  $15^\circ\text{C}$ , при  $\alpha = 0,004$

$$R_{\text{дв.гор}} = 1,24 \cdot (R_{\text{оя}} + R_{\text{дп}} + R_{\text{ко}}). \quad (7)$$

Если в каталогах сопротивление двигателя не приведено, то его ориентировочно определяют, принимая, что половина всех потерь в двигателе при номинальной нагрузке связана с потерями в меди якоря [2]. Определенное таким образом сопротивление соответствует нагретому двигателю:

$$R_{\text{дв.гор}} = (R_{\text{оя}} + R_{\text{дп}} + R_{\text{ко}}) = 0,5 \cdot (1 - \eta_{\text{дв.н}}/100) \cdot U_{\text{дв.н}} / I_{\text{дв.н}}. \quad (8)$$

Индуктивность цепи обмотки якоря двигателя можно приблизительно определить [3], если ее значение не приведено в каталожных данных,

$$L_m = L_{\text{дв}} \approx k_l \frac{U_{\text{дв.н}}}{2 \cdot p \cdot n_{\text{дв.н}} \cdot I_{\text{дв.н}}}, \quad (9)$$

где  $p$  – число пар полюсов двигателя;  $k_l = 6 - 8$  для быстроходных некомпенсированных машин;  $k_l = 8 - 12$  для нормальных некомпенсированных машин;  $k_l = 5 - 6$  для компенсированных машин.

Коэффициент связи при номинальном потоке возбуждения  $\Phi$ :

$$c = \frac{U_{\text{дв.н}} - I_{\text{дв.н}} \cdot R_{\text{дв.гор}}}{\omega_n}. \quad (10)$$

Номинальный электромагнитный момент двигателя

$$M_n = c \cdot I_{\text{дв.н}}. \quad (11)$$

Номинальный момент двигателя на валу

$$M_{\text{дв.н}} = \frac{1000 \cdot P_{\text{дв.н}}}{\omega_n}. \quad (12)$$

На **третьем этапе** разработки математической модели ДПТ НВ в зависимости от поставленных цели и задач исследований формируется система уравнений, описывающих процессы в двигателе, и выбирается метод решения данных уравнений, который в конечном итоге определяет алгоритм программы пользователя.

**Четвертый этап** – это представление результатов исследований и расчетов в виде плоских и трехмерных графиков в декартовой и по-

лярной системах координат. Другое представление – это формирование базы данных в табличной форме.

**Завершающей стадией** математического моделирования является анализ результатов в виде выводов, обоснование и объяснение которых формулируется с использованием физических принципов работы двигателей и электромеханических систем постоянного тока в целом.

#### 4. Анализ установившегося режима работы

С помощью естественных и искусственных статических электро-механических  $\omega = f(I_{я})$  и механических характеристик  $\omega = f(M_{я})$  двигателя постоянного тока оценивают принудительное регулирование скорости электродвигателя в зависимости от требований технологического процесса. При этом значения координат двигателя получаются в установившемся режиме работы.

Аналитические выражения для данных характеристик получают из системы уравнения (3), и они имеют следующий вид [7]:

$$\omega = \frac{U_{я}}{k \cdot \Phi} \pm I \frac{R_{дв.гор}}{k \cdot \Phi}; \quad (13)$$

$$\omega = \frac{U_{я}}{k \cdot \Phi} \pm M \frac{R_{дв.гор}}{k \cdot \Phi^2}, \quad (14)$$

где знак «+» соответствует режиму рекуперативного (генераторного) торможения; знак «-» – режимам двигательному, противовключения и динамическому торможению;  $R_{яц} = R_{дв} + R_{д}$  – полное сопротивление цепи обмотки якоря;  $R_{дв.гор} = R_{оя} + R_{дп} + R_{ко}$  – сопротивление двигателя, равное сумме сопротивлений обмотки якоря, дополнительных полюсов и компенсационной обмотки.

Регулирование скорости двигателя постоянного тока независимого возбуждения осуществляют тремя основными способами:

- изменением добавочного активного сопротивления  $R_{д}$  в цепи обмотки якоря двигателя;
- изменением подводимого к обмотке якоря напряжения  $U$ ;
- изменением потока возбуждения двигателя  $\Phi$ .

Основными показателями, характеризующими различные способы регулирования скорости электродвигателя, являются:

##### 1. Диапазон регулирования скорости

$$D = \frac{\omega_{max.сп}}{\omega_{min.сп}}, \quad (15)$$



Под диапазоном регулирования скорости электропривода следует понимать отношение средних скоростей  $\omega_{\max.ср}$  и  $\omega_{\min.ср}$  электропривода при заданном диапазоне изменения нагрузки на валу двигателя.

### 2. Плавность регулирования скорости

$$\varphi_{пл} = \frac{\omega_j - \omega_{j-1}}{\omega_H}. \quad (16)$$

Плавностью регулирования скорости электропривода называется отношение разности двух соседних значений скорости  $\omega_j$  и  $\omega_{j-1}$  электропривода к ее номинальному значению.

### 3. Погрешность регулирования скорости

$$\delta = \frac{\omega_0 - \omega_{I_n}}{\omega_{I_n}}, \quad (17)$$

где  $\omega_0$  – скорость идеального холостого хода, рад/с;  $\omega_{I_n}$  – скорость при номинальной нагрузке.

Данные показатели, характеризующие способы регулирования скорости электродвигателя, необходимо рассчитать и проанализировать при выполнении данной лабораторной работы.

## 4.1. Программа по исследованию установившегося режима работы ДПТ

Для исследования установившегося режима работы двигателя постоянного тока необходимо:

- разработать пользовательскую программу (модель) для расчета и исследования статических характеристик двигателя постоянного тока с использованием уравнений (13 и 14);
- рассчитать и построить естественные электромеханическую и механическую характеристики двигателя постоянного тока;
- рассчитать и построить электромеханические и механические характеристики двигателя постоянного тока при введении добавочных сопротивлений  $R_{д1} = R_{дв} \cdot 5$ ,  $R_{д2} = R_{дв} \cdot 10$ ;
- рассчитать и построить механические характеристики с изменением магнитного потока  $\Phi$  обмотки возбуждения (при  $\Phi_1 = 0.2 \cdot \Phi$ ;  $\Phi_2 = 0.5 \cdot \Phi$ ;  $\Phi_3 = 0.8 \cdot \Phi$ );
- рассчитать и построить механические характеристики с изменением напряжения питания  $U_{я}$  двигателя.

$$U_{я} = U_H, U_{я} = 0.8 \cdot U_H, U_{я} = 0.5 \cdot U_H, U_{я} = 0.2 \cdot U_H.$$

- сформировать таблицу показателей регулирования скорости и построить зависимости

$$D = f(R_{\text{д}}), D = f(U_{\text{п}}), D = f(\Phi_{\text{в}});$$

$$\varphi_{\text{пл}} = f(R_{\text{д}}), \varphi_{\text{пл}} = f(U_{\text{п}}), \varphi_{\text{пл}} = f(\Phi_{\text{в}});$$

$$\delta = f(R_{\text{д}}), \delta = f(U_{\text{п}}), \delta = f(\Phi_{\text{в}}).$$

В качестве выводов по данному эксперименту объяснить влияние изменения добавочных сопротивлений, магнитного потока и питающего напряжения на показатели регулирования скорости и характеристики двигателя.

### 5. Анализ динамических режимов работы

Динамические режимы электропривода постоянного тока – это режимы работы при переходе от одного установившегося состояния привода к другому, происходящие во время пуска, торможения, реверсирования или изменения нагрузки на валу двигателя. Эти режимы характеризуются изменениями ЭДС, угловой скорости, момента и тока.

Все эти режимы сопровождаются электромеханическими переходными процессами, которые представляют взаимосвязанные между собой электромагнитные и механические процессы.

Анализ этих процессов достаточно легко в настоящее время осуществить с использованием математических моделей ДПТ НВ, реализованных в системе *MathCAD*.

Для реализации таких моделей в среде *MathCAD* можно пользоваться следующими методами решения уравнений:

- классическим;
- операторным;
- численными.

Использование каждого из этих методов требует практического навыка при решении конкретных задач анализа и синтеза систем.

Принимаем при исследовании динамического режима пуска двигателя допущение, что магнитный поток – величина постоянная, и определяется только значением тока в обмотке возбуждения.

При выполнении данной лабораторной работы воспользуемся численным методом Эйлера. Поэтому с учетом допущения систему уравнений (2) приведем к уравнениям Коши и запишем в виде:

$$\begin{cases} \frac{di_{\text{я}}}{dt} = \frac{1}{L_{\text{я}}}(U_{\text{я}} - i_{\text{я}}R_{\text{я}} - c\omega); \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J_{\Sigma}}(ci_{\text{я}} - M_{\text{с}}). \end{cases} \quad (18)$$

При нулевых начальных условиях система итерационных уравнений для расчета переходных процессов при пуске двигателя постоянного тока будет иметь следующий вид

$$\begin{bmatrix} t_{j+1} \\ i_{j+1} \\ \omega_{j+1} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} t_j + dt \\ i_j + dt \cdot \left[ \frac{1}{L_{\Sigma}} \cdot U_{\Sigma} - i_j R_{\Sigma} - c \cdot \omega_j \right] \\ \omega_j + dt \cdot \left[ \frac{1}{J_{\Sigma}} \cdot (c \cdot i_j - M_c) \right] \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$M_j = c \cdot i_j.$$

Графики переходных процессов представлены на рис. 3.

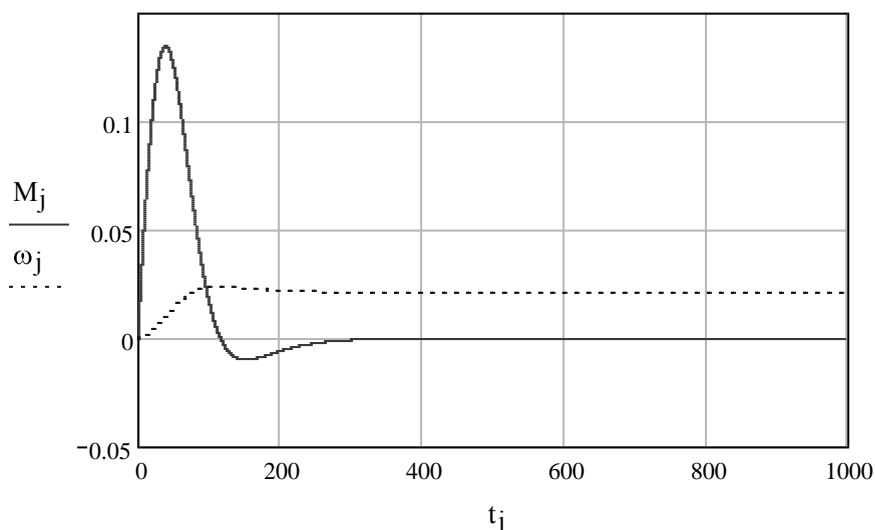


Рис. 3. Зависимости электромагнитного момента и частоты вращения ДПТ НВ во времени

### 5.1. Программа по исследованию динамического режима работы ДПТ

Для исследования динамического режима работы двигателя постоянного тока при его пуске необходимо:

- разработать пользовательскую программу (модель) для расчета и исследования переходных  $M = f(t)$ ,  $\omega = f(t)$ ,  $i_{\Sigma} = f(t)$  и динамических  $\omega = f(M)$  и  $\omega = f(i_{\Sigma})$  характеристик двигателя постоянного тока с использованием уравнений (18 и 19);
- рассчитать, построить и проанализировать переходные  $M = f(t)$ ,  $\omega = f(t)$ ,  $i_{\Sigma} = f(t)$  и динамические  $\omega = f(M)$ ,  $\omega = f(i_{\Sigma})$  характери-

стики двигателя постоянного тока при введении добавочных сопротивлений  $R_{д1} = R_{дв} \cdot 2$ ,  $R_{д1} = R_{дв} \cdot 5$ ,  $R_{д2} = R_{дв} \cdot 10$ ;

- рассчитать, построить и проанализировать переходные  $M = f(t)$ ,  $\omega = f(t)$ ,  $i_{я} = f(t)$  и динамические  $\omega = f(M)$ ,  $\omega = f(i_{я})$  характеристики двигателя постоянного тока при изменении напряжения  $U_{\Pi} = U_{Н}$ ,  $U_{\Pi} = 0.8 \cdot U_{Н}$ ,  $U_{\Pi} = 0.5 \cdot U$ ,  $U_{\Pi} = 0.2 \cdot U$ ;
- рассчитать, построить и проанализировать переходные  $M = f(t)$ ,  $\omega = f(t)$ ,  $i_{я} = f(t)$  и динамические  $\omega = f(M)$ ,  $\omega = f(i_{я})$  характеристики двигателя постоянного тока при изменении магнитного потока обмотки возбуждения  $\Phi = \Phi_{Н}$ ,  $\Phi = 0.8 \cdot \Phi_{Н}$ ,  $\Phi = 0.5 \cdot \Phi_{Н}$ ,  $\Phi = 0.2 \cdot \Phi_{Н}$ ;
- сформировать таблицу показателей качества и построить зависимости  $\sigma \% = f(R_{д})$ ,  $n = f(R_{д})$ ,  $t_{\text{пн}} = f(R_{д})$ ,  $M_{\text{уд}} = f(R_{д})$ ,  $t_{Н} = f(R_{д})$ ;  
 $\sigma \% = f(U)$ ,  $n = f(U)$ ,  $t_{\text{пн}} = f(U)$ ,  $M_{\text{уд}} = f(U)$ ,  $t_{Н} = f(U)$ ;  
 $\sigma \% = f(\Phi)$ ,  $n = f(\Phi)$ ,  $t_{\text{пн}} = f(\Phi)$ ,  $M_{\text{уд}} = f(\Phi)$ ,  $t_{Н} = f(\Phi)$ .

## 6. Практическая часть

В табл. 1 выбрать исходные данные по исследуемому двигателю. Вариант определяет преподаватель.

Таблица 1

*Каталожные данные двигателей постоянного тока*

$P_{Н}$ , кВт	$U_{Н}$ , В	$n_{\text{min}}$ , об/мин	$n_{\text{max}}$ , об/мин	$\eta$ , %	$R_{\text{оя}}$ , Ом	$R_{\text{доп}}$ , Ом	$R_{в}$ , Ом	$L_{\text{дв}}$ , мГн	$J_{\text{дв}}$ , кг·м <sup>2</sup>
2ПБ100МУХЛ4, 2ПБ100МГУХЛ4									
0,26	110	750	3000	58,5	3,4	2,06	595	12	0,011
	220	800	1500	60,6	12,76	8,35	153	461	
0,37	110	1000	4000	66	1,99	1,22	595	78	
	220	1000	2000	65,5	8,49	5,14	153	313	
0,6	110	1500	4000	72	1,083	0,659	595	40	
	220	1600	3000	72,5	4,38	2,62	153	150	
0,85	110	2300	4000	77	0,48	0,374	595	20	
	220	2360	4000	78	1,99	1,22	153	78	
1,2	110	3150	4000	79	0,331	0,192	595	11	
	220	3150	4000	80	1,325	0,7	153	45	

Окончание табл. 1

$P_H$ , кВт	$U_H$ , В	$n_{\min}$ , об/мин	$n_{\max}$ , об/мин	$\eta$ , %	$R_{\text{оя}}$ , Ом	$R_{\text{доп}}$ , Ом	$R_B$ , Ом	$L_{\text{дв}}$ , мГн	$J_{\text{дв}}$ , кг·м <sup>2</sup>
2,1	110	800	3000	77	0,235	0,151	<u>177</u>	7,1	0,83
	220	750	2500	76,5	0,99	0,72	46,4	31	
2,5	110	1000	4000	77	0,145	0,101	<u>177</u>	4,6	
	220	1000	3000	80,5	0,59	0,43	46,4	18	
4,2	110	1500	4000	80	0,081	0,056	<u>177</u>	2,6	
	220	1500	4000	81	0,326	0,208	46,4	10	
6,0	110	2120	4000	83,5	0,145	0,101	<u>177</u>	4,5	
	220	2200	4000	84,5	0,59	0,43	46,5	18	
7,1	110	3000	4000	86,5	0,081	0,056	<u>201</u>	2,6	
	220	3000	4000	87	0,326	0,208	53,1	10,8	

Полученные результаты оформить в виде таблиц и графиков. Сделать выводы по результатам исследований. Привести список использованной литературы.

## 7. Выводы

Выводы по всем результатам исследований представить в виде ответов на следующие вопросы.

- Какую роль выполняет ЭДС вращения обмотки якоря ДПТ?
- Почему с изменением сопротивления обмотки якоря изменяется ударное значение электромагнитного момента и перерегулирование ДПТ?
- Почему с изменением сопротивления обмотки якоря изменяется время переходного процесса?
- Какое влияние оказывают на динамические электромеханическую и механическую характеристики изменение сопротивления обмотки якоря, напряжения питания и магнитного потока и почему?
- Какой из способов регулирования скорости ДПТ обладает лучшими показателями качества?

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

## Исследование статических и динамических режимов работы асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором.

### 1. Цель работы

1. Приобрести навыки по разработке математических моделей асинхронных двигателей.
2. Исследовать статические и динамические режимы работы АД.

### 2. Теоретическая часть

Асинхронной машиной называется машина переменного тока, у которой только первичная обмотка получает питание от электрической сети с постоянной частотой, а вторая обмотка замыкается накоротко или на электрическое сопротивление. Токи во вторичной обмотке появляются в результате действия ЭДС электромагнитной индукции. Их частота  $\omega_2$  зависит от угловой скорости вращения ротора  $\omega$ .

#### 2.1. Основы принципа работы асинхронного двигателя

Асинхронные машины используются в основном как двигатели. Наибольшее распространение получили трехфазные асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором, имеющие трехфазную обмотку на статоре и питающиеся от трехфазной сети. Трехфазный асинхронный двигатель является наиболее распространенным двигателем переменного тока.

В асинхронных двигателях трехфазная обмотка статора, питающаяся переменным током частоты:

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2 \cdot \pi}, \quad (1)$$

создает магнитное поле, вращающееся с частотой  $\omega_0 = \omega_1 / p$ , где  $p$  – число пар полюсов на статоре.

Вращающееся магнитное поле статора наводит в витках обмотки короткозамкнутого ротора ЭДС. Под действием ЭДС по обмоткам ротора протекают токи. При взаимодействии этих токов с вращающимся магнитным полем возникает электромагнитный момент  $M$ , который приводит во вращение ротор с частотой  $\omega_r$ . Скорость вращения ротора не может быть равной скорости вращения поля, так как при этом не будет индуцироваться вторичная ЭДС, что приведет к отсутствию враща-

ющего момента. Поэтому ротор при своем движении должен отставать от магнитного поля – проскальзывать. По этой причине наименование двигателя – асинхронный, а один из основных параметров – скольжение:

$$s = \frac{\omega_0 - \omega_r}{\omega_0} \quad (2)$$

Скольжение является относительной величиной и в двигательном режиме изменяется в пределах  $0 < s \leq 1$ , причем  $s = 0$  соответствует синхронной работе, а  $s = 1$  пуску двигателя. При этом частота ЭДС и токов в обмотке ротора в соответствии с соотношением  $f_2 = s \cdot f_1$  изменяется от  $f_2 = 50$  Гц до  $f_2 = s_n \cdot f_1$ . Номинальные значения  $s_n = 0,02 - 0,06$  для серии асинхронных двигателей.

## 2.2. Расчетные схемы асинхронного двигателя

Математическая модель асинхронного двигателя (АД), расчетная схема которого приведена в осях  $(u, v, 0)$  на рис. 1., представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений. Эти уравнения трансформируются в зависимости от системы координат, отличающихся угловой скоростью  $\omega_k$ . Основное преимущество использования различных координатных осей – это возможность выделения интересующей исследователя переменной и получения постоянных коэффициентов.

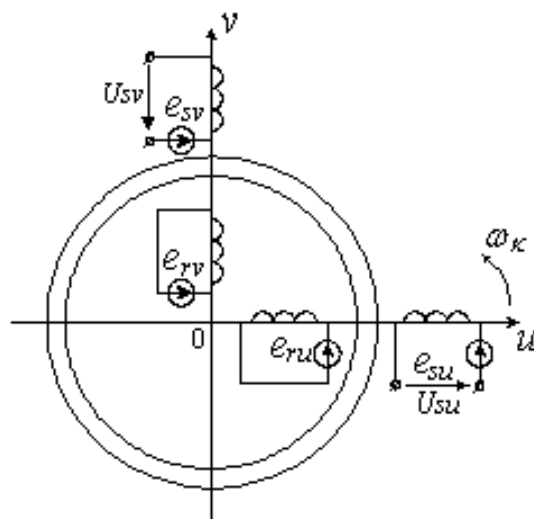


Рис. 1. Расчетная схема асинхронного двигателя

Уравнения, описывающие переходные процессы в асинхронном двигателе (АД), в системе координат, вращающейся с произвольной скоростью  $\omega_k$ , имеют вид [1]:

$$\begin{aligned}
\vec{U}_s &= R_s \vec{i}_s + \frac{d}{dt} \vec{\Psi}_s + j\omega_k \vec{\Psi}_s; \\
0 &= R_r \vec{i}_r + \frac{d}{dt} \vec{\Psi}_r + j(\omega_k - \omega) \vec{\Psi}_r; \\
M &= \frac{3}{2} p J_m (\vec{\Psi}_s \times \vec{i}_s); \\
J_\Sigma \frac{d}{dt} \omega &= M - M_c,
\end{aligned}
\tag{3}$$

где  $\vec{i}_s, \vec{i}_r, \vec{\Psi}_s, \vec{\Psi}_r, \vec{U}_s$  – мгновенные значения обобщенных пространственных векторов токов, потокосцеплений и напряжений обмоток статора и ротора;  $R_s, R_r$  – активные сопротивления фаз обмоток статора и ротора,  $\omega, \omega_k$  – угловые скорости ротора и координатных осей соответственно;  $M, M_c$  – электромагнитный момент двигателя и момент его сопротивления на его валу;  $J_\Sigma$  – суммарный момент инерции;  $p$  – число пар полюсов.

Для расчета характеристик асинхронного двигателя в установившемся режиме, как правило, пользуются его математической моделью, которая в общем случае представляется различными схемами замещения. Наиболее простой и удобной для инженерных расчетов асинхронного двигателя является Т-образная схема замещения, рис. 2.

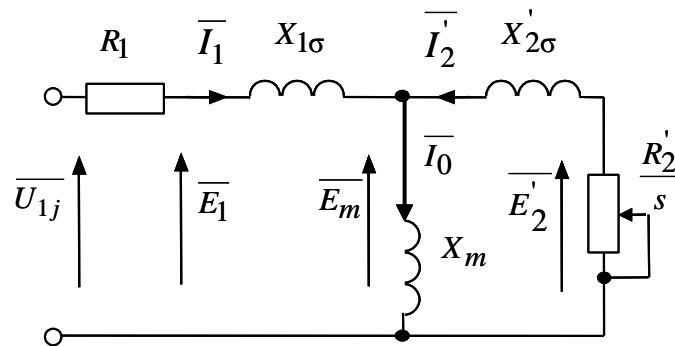


Рис. 2. Схема замещения асинхронного двигателя

На рис. 2. приняты следующие обозначения:

$U_{1j}$  – фазное напряжение обмотки статора;

$R_1$  – активное сопротивление обмотки статора;

$X_{1\sigma}$  – индуктивное сопротивление рассеяния обмотки статора;

$I_1$  – ток обмотки статора;

$E_1$  – ЭДС обмотки статора;

$R_2'$  – активное сопротивление обмотки ротора, приведенное к обмотке статора;



$X'_{2\sigma}$  – индуктивное сопротивление рассеяния обмотки ротора, приведенное к обмотке статора;

$s = (\omega_0 - \omega) / \omega_0$  – скольжение;

$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_1 / z_p$  – синхронная угловая скорость;

$\omega$  – угловая скорость асинхронного двигателя;

$p$  – число пар полюсов;

$f_1$  – значение частоты напряжения переменного тока, подводимого к обмотке статора;

$E_m$  – ЭДС от главного магнитного потока машины;

$E'_2$  – ЭДС обмотки ротора, приведенная к обмотке статора.

Основные уравнения асинхронного двигателя, соответствующие принятой схеме замещения, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \bar{U}_{1j} - \bar{E}_m - j \cdot X_{1\sigma} \cdot \bar{I}_1 - R_1 \cdot \bar{I}_1 &= 0; \\ \bar{E}_m + j \cdot X'_{2\sigma} \cdot \bar{I}'_2 + R'_2 \cdot \bar{I}'_2 / s &= 0; \\ \bar{I}_1 + \bar{I}'_2 - \bar{I}_0 &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Ток ротора  $I'_2$ , приведенный к обмотке статора асинхронного двигателя, определяется зависимостью, получаемой непосредственно из схемы замещения асинхронного двигателя:

$$I'_2 = \frac{U_{1j}}{\pm \sqrt{\left( R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + X_{\text{кн}}^2}}, \quad (5)$$

где  $X_{\text{кн}} = X_{1\sigma} + X'_{2\sigma}$  – индуктивное сопротивление короткого замыкания.

Уравнение  $I'_2 = f(s)$  называется электромеханической характеристикой асинхронного двигателя.

Для короткозамкнутого асинхронного двигателя представляет интерес другая электромеханическая характеристика  $I_1 = f(s)$ , отражающая зависимость тока статора  $I_1$  от скольжения  $s$ . Ток статора  $I_1$  определяется путем сложения вектора тока намагничивания  $\bar{I}_0$  и вектора тока ротора  $\bar{I}'_2$ :

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \bar{I}'_2. \quad (6)$$

Полагая ток намагничивания асинхронного двигателя  $I_0$  реактивным, ток статора  $I_1$  через приведенный ток ротора  $I'_2$  можно найти по формуле [8]

$$I_1 = \sqrt{I_0^2 + I_2'^2 + 2 \cdot I_0 \cdot I_2' \cdot \sin \varphi_2}, \quad (7)$$

где

$$\sin \varphi_2 = \frac{x_{\text{кн}}}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + x_{\text{кн}}^2}}. \quad (8)$$

Основной выходной координатой силового привода является электромагнитный момент, значение которого для асинхронного двигателя определяется по выражению

$$M_j = \frac{m_1 \cdot U_{1j}^2 \cdot R_2'}{\omega_{0j} \cdot s \cdot [R_1 + R_2' \cdot s^{-1}]^2 + X_{1\sigma}^2 + X_{2\sigma}'^2}, \quad (9)$$

где  $m_1$  – число фаз статора.

Анализ (9) показывает, что механическая характеристика асинхронного двигателя имеет критический момент и критическое скольжение, которые находятся при условии  $dM/ds = 0$ .

Тогда критический момент

$$M_{\text{к}} = \frac{m_1 \cdot U_{1j}^2}{2 \cdot \omega_0 \cdot R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + X_{\text{кн}}^2}}, \quad (10)$$

критическое скольжение

$$s_{\text{к}} = \pm \frac{R_2'}{\sqrt{R_1^2 + X_{\text{кн}}^2}}. \quad (11)$$

Знак «+» означает, что критический момент и скольжение относятся к двигательному режиму, знак «-» – к генераторному режиму рекуперативного торможения.

### 2.3. Определение параметров схемы замещения асинхронного двигателя по справочным данным

В наиболее полных справочниках по асинхронным двигателям приведены следующие физические величины, необходимые для определения параметров его схемы замещения:

$P_{\text{н}}$  – номинальная мощность двигателя, кВт;

$U_{1\text{н}}$  – номинальное фазное напряжение, В;

$\eta_H$  – коэффициент полезного действия в режиме номинальной мощности (100%-я нагрузка), %;

$\cos \varphi_H$  – коэффициент мощности в режиме номинальной мощности (100%-я нагрузка), о. е.;

$R_1'$  – активное сопротивление обмотки статора, о. е.;

$X_{1\sigma}'$  – индуктивное сопротивление рассеяния обмотки статора, о. е.;

$R_2''$  – активное сопротивление обмотки ротора, приведенное к обмотке статора, о. е.;

$X_{2\sigma}''$  – индуктивное сопротивление рассеяния обмотки ротора, приведенное к обмотке статора, о. е.;

$X_m'$  – индуктивное сопротивление контура намагничивания (главное индуктивное сопротивление), о. е.

В этом случае нахождение параметров схемы замещения асинхронного двигателя не представляет сколько-нибудь заметных трудностей и выполняется в следующей последовательности.

Определяется номинальный ток статора двигателя

$$I_{1H} = \frac{P_H}{m_1 \cdot U_{1H} \cdot \cos \varphi_H \cdot \eta_H}. \quad (14)$$

Вычисляется базисное сопротивление

$$Z_{\sigma} = \frac{U_{1H}}{I_{1H}}. \quad (15)$$

Находятся параметры схемы замещения двигателя в физических величинах.

Активное сопротивление обмотки статора

$$R_1 = R_1' \cdot Z_{\sigma}, \text{ Ом.} \quad (16)$$

Индуктивное сопротивление рассеяния обмотки статора

$$X_{1\sigma} = X_{1\sigma}' \cdot Z_{\sigma}, \text{ Ом.} \quad (17)$$

Активное сопротивление обмотки ротора, приведенное к обмотке статора:

$$R_2' = R_2'' \cdot Z_{\sigma}, \text{ Ом.} \quad (18)$$

Индуктивное сопротивление рассеяния обмотки ротора, приведенное к обмотке статора:

$$X_{2\sigma}' = X_{2\sigma}'' \cdot Z_{\sigma}, \text{ Ом.} \quad (19)$$

Индуктивное сопротивление контура намагничивания

$$X_m = X'_m \cdot Z_\sigma, \text{ Ом.} \quad (20)$$

Найденные параметры схемы замещения позволяют рассчитать статические характеристики асинхронного двигателя без учета насыщения зубцов от полей рассеяния и вытеснения тока в стержнях беличьей клетки.

### 3. Анализ установившегося режима работы АД

В настоящее время асинхронные двигатели широко используют в регулируемых электроприводах, в которых принудительное изменение скорости осуществляется в зависимости от требований технологического процесса. Как и в электроприводах постоянного тока, основными показателями регулирования скорости электропривода, являются:

- диапазон регулирования скорости  $D = \frac{\omega_{\text{max.ср}}}{\omega_{\text{min.ср}}}$ ;
- плавность регулирования скорости  $\varphi_{\text{пл}} = \frac{\omega_j - \omega_{j-1}}{\omega_H}$ ;
- погрешность регулирования скорости  $\delta = \frac{\omega_0 - \omega_{I_H}}{\omega_{I_H}}$ ;
- направление регулирования скорости;
- статическая жесткость механической характеристики электропривода  $\beta = \frac{M_{c1} - M_{c2}}{\omega_1 - \omega_2}$ .

Данные показатели, характеризующие способы регулирования скорости электродвигателя, необходимо рассчитать и проанализировать при выполнении этой лабораторной работы.

#### 3.1. Программа по исследованию установившегося режима работы АД

Для исследования установившегося режима работы асинхронного двигателя необходимо:

- разработать пользовательскую программу (модель) для расчета и исследования статических характеристик асинхронного двигателя с использованием следующих уравнений, представленных в системе *MathCAD*:

$$s := 2.2, 2.199 \dots -0.2$$

$$\omega(s) := \omega_0 - s \cdot \omega_0$$

Расчет частоты вращения вала АД

$$M(s) := \frac{3 \cdot U^2 \cdot R_{ra}}{\omega_0 \cdot s \cdot \left[ \left( R_{sa} + \frac{R_{ra}}{s} \right)^2 + (X_{sa} + X_{ra})^2 \right]} \quad \text{Расчет механической характеристики.}$$

$$I_2(s) := \frac{U}{\sqrt{\left( R_{sa} + \frac{R_{ra}}{s} \right)^2 + (X_{sa} + X_{ra})^2 + \left( \frac{R_{sa} \cdot R_{ra}}{s \cdot X_{\mu a}} \right)^2}} \quad \text{Расчет электромеханической характеристики } I'_2 = f(\omega).$$

Электромеханическую характеристику  $I_1 = f(s)$  рассчитывают по выражению (7) с учетом найденного тока  $I'_2$ .

- рассчитать и построить естественные электромеханическую и механическую характеристики асинхронного двигателя;
- рассчитать и построить электромеханические и механические характеристики асинхронного двигателя введением добавочных сопротивлений в цепь обмотки ротора  $R_{д1} = R_{дв} \cdot 5$ ,  $R_{д2} = R_{дв} \cdot 10$ ;
- рассчитать и построить механические характеристики с изменением напряжения питания двигателя

$$U_1 = U_H, \quad U_1 = 0.8 \cdot U_H, \quad U_1 = 0.5 \cdot U_H, \quad U_1 = 0.2 \cdot U_H;$$

- сформировать таблицу показателей регулирования скорости и построить зависимости

$$D = f(R_D), \quad D = f(U_1),; \quad \varphi_{\text{пл}} = f(R_D), \quad \varphi_{\text{пл}} = f(U_1);$$

$$\delta = f(R_D), \quad \delta = f(U_1); \quad \beta = f(R_D), \quad \beta = f(U_1).$$

В качестве выводов по данному эксперименту объяснить влияние изменения добавочных сопротивлений и питающего напряжения на показатели регулирования скорости и характеристики двигателя.

#### 4. Анализ динамических режимов работы АД

Динамические режимы асинхронного электропривода сопровождаются одновременно протекающими переходными электромагнитными и механическими процессами в асинхронном двигателе.

Электромагнитные переходные процессы в АД описываются уравнениями равновесия напряжений, которые можно получить из системы уравнений (3), записанных относительно проекций векторов токов, напряжений и потокосцеплений на оси, вращающейся с произвольной угловой скоростью  $\omega_k$  системы координат [1, 3, 6].

$$\begin{aligned} U_{su} &= R_S \cdot i_{su} + \frac{d\psi_{su}}{dt} - \omega_k \cdot \psi_{sv}; & U_{ru} &= R_r \cdot i_{ru} + \frac{d\psi_{ru}}{dt} - (\omega_k - \omega) \cdot \psi_{rv}; \\ U_{sv} &= R_S \cdot i_{sv} + \frac{d\psi_{sv}}{dt} + \omega_k \cdot \psi_{su}; & U_{rv} &= R_r \cdot i_{rv} + \frac{d\psi_{rv}}{dt} - (\omega_k - \omega) \cdot \psi_{ru}. \end{aligned} \quad (23)$$

Потокосцепления обмоток статора и ротора во вращающейся системе координат для АД имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\psi_{su} &= L_s i_{su} + L_m i_{ru}; \quad \psi_{ru} = L_r i_{Ru} + L_m i_{su}; \\ \psi_{sv} &= L_s i_{sv} + L_m i_{rv}; \quad \psi_{rv} = L_r i_{Rv} + L_m i_{sv},\end{aligned}\quad (24)$$

где  $U_{su}, U_{sv}, U_{ru}, U_{rv}, i_{su}, i_{sv}, i_{ru}, i_{rv}, \psi_{su}, \psi_{sv}, \psi_{ru}, \psi_{rv}$  – проекции векторов напряжения, токов и потокосцеплений обмоток статора и ротора.

Механические переходные процессы в АД описываются уравнениями равновесия моментов и компонентным выражением электромагнитного момента

$$J \frac{\omega}{dt} = \frac{m}{2} \frac{pL_m}{L_s L_r - L_m^2} (\psi_{rv} i_{ru} - \psi_{ru} i_{rv}) - M_H, \quad (25)$$

$$M = \frac{m}{2} \frac{pL_m}{L_s L_r - L_m^2} (\psi_{rv} i_{ru} - \psi_{ru} i_{rv}). \quad (26)$$

При моделировании прямого пуска АД систему уравнений (23) запишем относительно проекций векторов потокосцеплений и приведем к уравнениям Коши (27), записанным для неподвижной системы координат  $\alpha, \beta$ .

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \Psi_{s\alpha} &= U_{s\alpha} - \alpha'_s \Psi_{s\alpha} + \alpha'_s K_r \Psi_{r\alpha}; \\ \frac{d}{dt} \Psi_{s\beta} &= -\alpha'_s \Psi_{s\beta} + \alpha'_s K_r \Psi_{r\beta}; \\ \frac{d}{dt} \Psi_{r\alpha} &= -\alpha'_r \Psi_{r\alpha} + \alpha'_r K_s \Psi_{s\alpha} + \omega_r \Psi_{r\beta}; \\ \frac{d}{dt} \Psi_{r\beta} &= -\alpha'_r \Psi_{r\beta} + \alpha'_r K_s \Psi_{s\beta} - \omega_r \Psi_{r\alpha}; \\ M &= \frac{3}{2} p_n \omega_c \frac{K_s}{x_c \sigma} (\Psi_{r\alpha} \Psi_{s\beta} - \Psi_{s\alpha} \Psi_{r\beta}); \\ \frac{d}{dt} \omega &= \frac{p_n}{J_\Sigma} (M - M_c),\end{aligned}\quad (27)$$

где  $U_{s\alpha} = U_m \cos(2\pi f \cdot t)$  – проекция вектора напряжения на ось  $\alpha$ ;

$\alpha'_s = \frac{R_s}{L_s \sigma}$  – коэффициент затухания электромагнитных процессов в об-

мотке статора при замкнутой обмотке ротора;  $\alpha'_r = \frac{R_r}{L_r \sigma}$  – коэффициент

затухания электромагнитных процессов в обмотке ротора при замкну-

той обмотке статора;  $K_s = \frac{L_m}{L_s}$  и  $K_r = \frac{L_m}{L_r}$  – коэффициенты связи обмотки статора с обмоткой ротора и обмотки ротора с обмоткой статора соответственно.

При нулевых начальных условиях систему уравнений (27) для расчета переходных процессов при пуске АД необходимо привести к итерационным уравнениям следующего вида (рис. 3).

$$\begin{pmatrix} t_{j+1} \\ \psi_{sxj+1} \\ \psi_{syj+1} \\ \psi_{rxj+1} \\ \psi_{ryj+1} \\ \omega_{j+1} \\ M_{j+1} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} t_j + dt \\ \psi_{sxj} + dt \cdot (U \cdot \cos(t_j) - \alpha_s \cdot \psi_{sxj} + K2 \cdot \alpha_s \cdot \psi_{rxj}) \\ \psi_{syj} + dt \cdot (U \cdot \sin(t_j) - \alpha_s \cdot \psi_{syj} + K2 \cdot \alpha_s \cdot \psi_{ryj}) \\ \psi_{rxj} + dt \cdot (-\alpha_r \cdot \psi_{rxj} + K1 \cdot \alpha_r \cdot \psi_{sxj} - \omega_j \cdot \psi_{ryj}) \\ \psi_{ryj} + dt \cdot (-\alpha_r \cdot \psi_{ryj} + K1 \cdot \alpha_r \cdot \psi_{syj} + \omega_j \cdot \psi_{rxj}) \\ \omega_j + dt \cdot \left[ \frac{p}{J} \cdot \left[ 1.5 \cdot p \cdot \frac{K2}{\sigma \cdot L_s} \cdot (\psi_{rxj} \cdot \psi_{syj} - \psi_{sxj} \cdot \psi_{ryj}) - M_c \right] \right] \\ 1.5 \cdot p \cdot \frac{K2}{\sigma \cdot L_s} \cdot (\psi_{rxj} \cdot \psi_{syj} - \psi_{sxj} \cdot \psi_{ryj}) \end{pmatrix}$$

Рис. 3. Пример системы итерационных уравнений, представленных в MathCAD

#### 4.1. Программа по исследованию переходных процессов АД при пуске

Для исследования переходных процессов асинхронного двигателя необходимо:

- разработать пользовательскую программу (модель АД в *MathCAD*) для исследования переходных процессов при пуске АД;
- рассчитать, построить и проанализировать влияние на переходные характеристики  $M = f(t)$  и  $\omega = f(t)$  и динамическую механическую характеристику  $\omega = f(M)$ , изменение момента статической нагрузки и момента инерции в следующих пределах:

для момента статической нагрузки  $M_C$

$$M_C = 0; M_C = 0,5 \cdot M_H; M_C = M_H; M_C = 1,5 \cdot M_H ;$$

для момента инерции электродвигателя  $J_\Sigma$

$$J_\Sigma = 0,5 \cdot J_d; J_\Sigma = J_d; J_\Sigma = 1,5 \cdot J_d; J_\Sigma = 5 \cdot J_d .$$

- рассчитать, построить и проанализировать влияние на переходные характеристики  $M = f(t)$  и  $\omega = f(t)$  и динамическую механическую характеристику  $\omega = f(M)$ , изменение параметров АД (пределы изменения параметров для каждого варианта задания приведены в табл. 2);
- сформировать таблицы показателей качества и построить зависимости:

$$M_{уд} = f(M_C); M_{уд} = f(J_\Sigma); M_{уд} = f(R); M_{уд} = f(L).$$

$$t_{пн} = f(M_C); t_{пн} = f(J_\Sigma); t_{пн} = f(R); t_{пн} = f(L).$$

$$n = f(M_C); n = f(J_\Sigma); n = f(R); n = f(L).$$

## 5. Практическая часть

В табл. 1 выбрать исходные данные по исследуемому двигателю для заданного варианта.

Исходные данные по параметрам схемы замещения двигателя рассчитывать в соответствии со справочной табл. 1.

Таблица 1

*Основные технические данные электродвигателей серии 4А  
основного исполнения, степень защиты IP44*

Типоразмер электродвигателя	P <sub>2 ном</sub> , кВт	Энергетические показатели		Параметры схемы замещения, в о.е.				
		η <sub>н</sub> %	cos φ <sub>н</sub>	x <sub>μ</sub>	в номинальном режиме			
					R <sub>1</sub>	x <sub>1</sub>	R' <sub>2</sub>	x' <sub>2</sub>
Синхронная скорость вращения 3000 об/мин								
4АА50А2У3	0,09	60,0	0,70	2,5	0,15	0,092	0,14	0,16
4АА50В2У3	0,12	63,0	0,70	2,3	0,11	0,076	0,12	0,14
4АА56А2У3	0,18	66,0	0,76	2,0	0,17	0,052	0,094	0,067
4АА56В2У3	0,25	68,0	0,77	2,4	0,16	0,053	0,11	0,079
4АА63А2У3	0,37	70,0	0,86	2,5	0,14	0,052	0,096	0,080
4АА63В2У3	0,55	73,0	0,86	2,5	0,13	0,049	0,096	0,083
4А71А2У3	0,75	77,0	0,87	2,6	0,12	0,052	0,064	0,077
4А71В2У3	1,1	77,5	0,87	2,8	0,13	0,054	0,069	0,084
4А80А2У3	1,5	81,0	0,85	2,5	0,084	0,051	0,049	0,081
4А80В2У3	2,2	83,0	0,87	2,7	0,076	0,050	0,049	0,087

Момент инерции для данного отрезка серии АД изменяется в пределах  $J_{дв} = 0,0004...0,0012$ , кгм<sup>2</sup>, а скольжение  $s = 0,05...0,067$ . Большие значения относятся к двигателям большей мощности.



Таблица 2

*Пределы изменения параметров*

Типоразмер электродвигателя	Диапазон изменения параметров						
	$R_1$	$x_1$	$R'_2$	$x'_2$	$x_\mu$	$x_s$	$x_r$
4AA50A2Y3	0,5–1,5						
4AA50B2Y3		0,5–1,5					
4AA56A2Y3			0,5–1,5				
4AA56B2Y3				0,5–1,5			
4AA63A2Y3					0,5–1,5		
4AA63B2Y3						0,5–1,5	
4A71A2Y3							0,5–1,5
4A71B2Y3	0,5–1,5						
4A80A2Y3		0,5–1,5					
4A80B2Y3			0,5–1,5				

В качестве выводов по данному эксперименту объяснить влияние изменения параметров двигателя и параметров нагрузки на показатели качества и характеристики двигателя.

## 6. Выводы

Выводы по всем результатам исследований представить в виде ответов на следующие вопросы.

1. Какие коэффициенты и параметры при исследовании динамического режима двигателя оказывают влияние на электромагнитные переходные процессы и почему?
2. Какие коэффициенты и параметры при исследовании динамического режима двигателя оказывают влияние на механические переходные процессы и почему?
3. Как изменяется соотношение между длительностью электромагнитных и механических переходных процессов при изменении параметров двигателя и параметров нагрузки?

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

## Исследование электромеханических систем с использованием передаточных функций и частотных характеристик

### 1. Цель работы

Приобрести навыки по исследованию и оценке показателей качества работы электромеханических систем с использованием передаточных функций и частотных характеристик.

### 2. Теоретическая часть

Классическая теория автоматического регулирования базируется на представлении элементов и систем в виде передаточных функций. Поэтому при исследовании и проектировании на ЦВМ любой электромеханической системы часто используют модели на основе передаточных функций и частотных характеристик. Для представления систем в виде таких моделей необходима структурная схема, когда каждой математической операции соответствует определенное звено с соответствующей передаточной функцией.

Строгое математическое определение передаточной функции системы, объекта или элемента требует записи в виде отношения изображений выходной и входной переменных.

Рассмотрим порядок представления двигателя постоянного тока в виде структурной математической модели – как совокупность передаточных функций. Для этого воспользуемся схемой замещения двигателя постоянного тока независимого возбуждения (рис. 1).

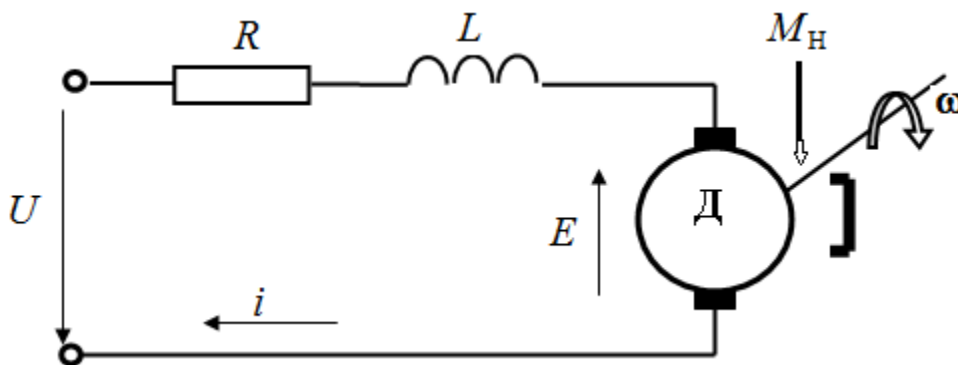


Рис. 1. Схема замещения двигателя постоянного тока с магнитоэлектрическим возбуждением

Определим передаточные функции по управляющему и по возмущающему воздействию. Двигатель (Д) характеризуется сопротивлением цепи якоря  $R$  и индуктивностью  $L$ . На вход двигателя подается напряжение  $U$  (управление). При вращении двигателя с угловой частотой  $\omega$  возникает ЭДС вращения  $E$ , а на вал электродвигателя действует момент нагрузки  $M_n$  (возмущение). Двигатель развивает момент  $M_d$ . За выходную величину примем угловую частоту вращения вала  $\omega$ .

Двигателю соответствует следующая исходная система уравнений

$$\begin{cases} U = E + iR + Ldi / dt, \\ Jd\omega / dt = M_d - M_n, \\ M_d = ci, \\ E = c\omega, \end{cases} \quad (1)$$

где  $c$  – постоянный конструктивный коэффициент (коэффициент связи).

В операторной форме систему уравнений (1) можно представить в виде:

$$\begin{cases} U = E + (R + pL)I, \\ Jp\omega = M_d - M_n, \\ M_d = cI, \\ E = c\omega. \end{cases} \quad (2)$$

Систему уравнений (2) можно уже рассматривать как алгебраическую систему. Для вывода передаточных функций уравнения (2) приводятся к одному уравнению путем исключения промежуточных величин, при этом все переменные заменяются на их изображения по Лапласу:

$$U \rightarrow U(p), I \rightarrow I(p), \omega \rightarrow \omega(p), M_n \rightarrow M_n(p), M_d \rightarrow M_d(p), E \rightarrow E(p).$$

При определении передаточной функции по управлению  $W_y(p)$  надо полагать  $M_n(p) = 0$ , а при определении передаточной функции по возмущению  $W_b(p)$  надо полагать  $U(p) = 0$ .

Выполнив указанную последовательность действий, получим:

$$W_y(p) = \frac{\omega(p)}{U(p)} = \frac{c}{JLp^2 + JRp + c^2} = \frac{K_1}{T_\gamma T_m p^2 + T_m p + 1}, \quad (3)$$

$$W_b(p) = \frac{\omega(p)}{M_n(p)} = \frac{Lp + R}{JLp^2 + JRp + c^2} = \frac{K_2(T_\gamma p + 1)}{T_\gamma T_m p^2 + T_m p + 1}, \quad (4)$$

где  $T_\gamma = L/R$ ;  $T_m = JR/c^2$ ;  $K_1 = 1/c$ ;  $K_2 = R/c^2$ .

Если необходимо составить подробную структурную схему электропривода с сохранением промежуточных величин, то преобразование

системы уравнений (2) к одному уравнению не выполняется, а каждому уравнению ставится в соответствие своя передаточная функция. Запишем систему уравнений таким образом, чтобы в каждом из уравнений в левой части находилась выходная величина, а в правой части – входные воздействия, и определим передаточные функции (рис. 2).

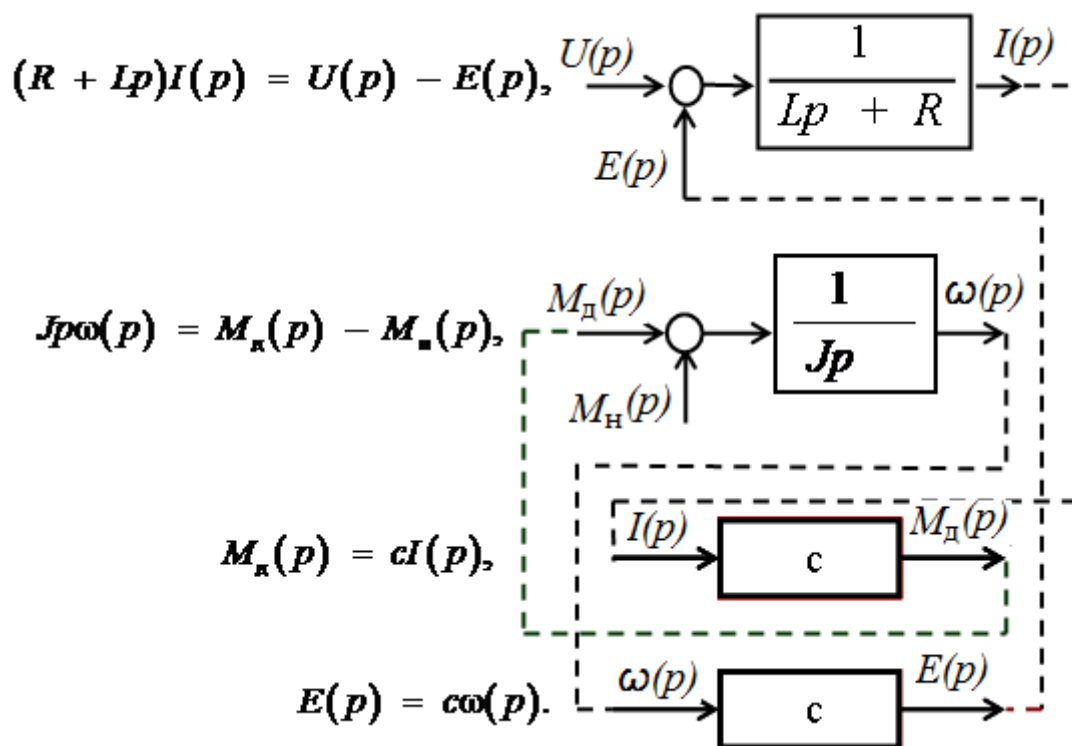


Рис. 2. Схема определения передаточной функции

Каждая из промежуточных переменных в систему уравнений входит дважды – один раз как входная, а второй раз как выходная. Соединив входные и выходные одноименные величины (пунктирные линии), получим подробную структурную схему двигателя. В упорядоченном виде она представлена на рис. 3.

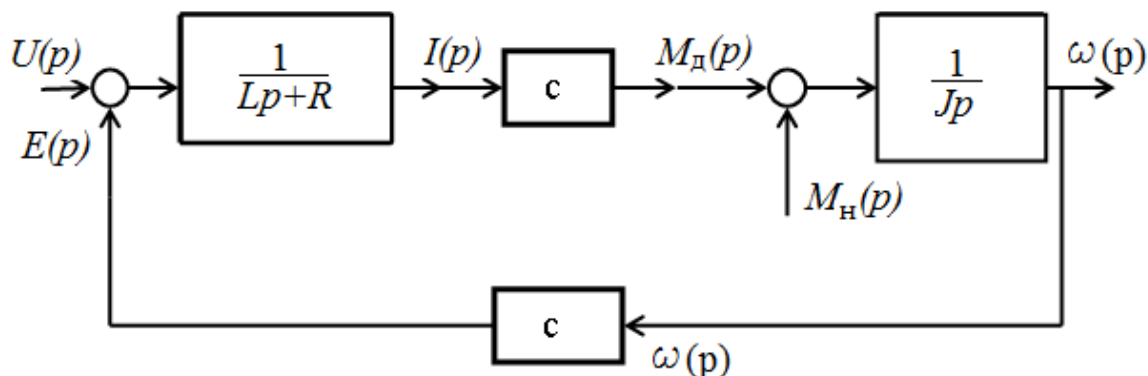


Рис. 3. Структурная схема двигателя постоянного тока

Для регулирования скорости электроприводов постоянного тока очень часто используются широтно-импульсные преобразователи (ШИП). К основным достоинствам данного преобразователя относятся хорошие динамические свойства и линейность регулировочных характеристик. Принципиальная схема реверсивного ШИП представлена на рис. 4. Для приближенного анализа динамики ШИП дискретную модель преобразователя можно представить аналоговой моделью – как апериодическое звено 1-го порядка.

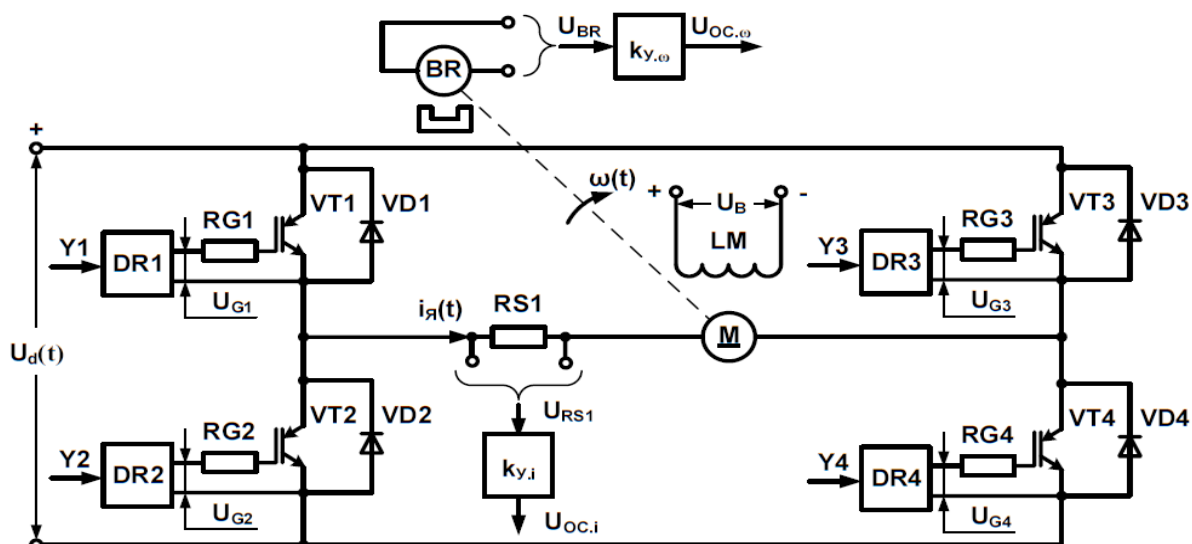


Рис. 4. Схема широтно-импульсного преобразователя

В этом случае динамическое состояние ШИП можно описать дифференциальным звеном 1-го порядка:

$$T_{\text{ПР}} \cdot \frac{dU_d(t)}{dt} + U_d(t) = k_{\text{ПР}} \cdot U_y(t), \quad (5)$$

где  $U_y(t)$  – входное напряжение управления ШИП;  $U_d(t)$  – выходное напряжение ШИП;  $T_{\text{ПР}}$  – постоянная времени ШИП;  $k_{\text{ПР}}$  – коэффициент передачи ШИП.

Постоянную времени ШИП можно определить как половину периода частоты коммутации силовых ключей ШИП:

$$T_{\text{ПР}} = \frac{1}{2 \cdot f_{\text{КОМ}}}, \quad (6)$$

где  $f_{\text{КОМ}}$  – частота коммутации силовых ключей ШИП.

Коэффициент передачи ШИП рассчитывают как отношение предельного выходного напряжения к предельному входному:

$$k_{\text{ПР}} = \frac{c \cdot 1,5 \cdot \omega_H}{U_{\text{УМАКС}}}, \quad (7)$$

где  $U_{\text{умакс}}$  – максимальное напряжение управления на входе ШИП;  $\omega_H$  – номинальная частота вращения вала двигателя;  $c$  – коэффициент ЭДС и момента двигателя.

Запишем дифференциальное уравнение (5) в операторной форме

$$T_{\text{ПР}} \cdot p \cdot U_d(p) + U_d(p) = k_{\text{ПР}} \cdot U_y(p),$$

тогда передаточная функция широтно-импульсного преобразователя по управляющему воздействию будет иметь следующий вид:

$$W_{\text{П}}(p) = \frac{k_{\text{ПР}}}{T_{\text{ПР}}p + 1}. \quad (8)$$

Передаточную функцию силовой части системы ШИП-ДПТ определяют как произведение передаточных функций преобразователя и двигателя:

$$W_{\text{С}}(p) = W_{\text{П}}(p) \cdot W_y(p) = \frac{k_{\text{ПР}}}{T_{\text{ПР}}p + 1} \cdot \frac{K_1}{T_{\text{я}}T_{\text{м}}p^2 + T_{\text{м}}p + 1}. \quad (9)$$

При наличии обратной связи в ЭМС и пропорционального регулятора (П-регулятора) структурную схему системы можно представить в виде рис. 5.

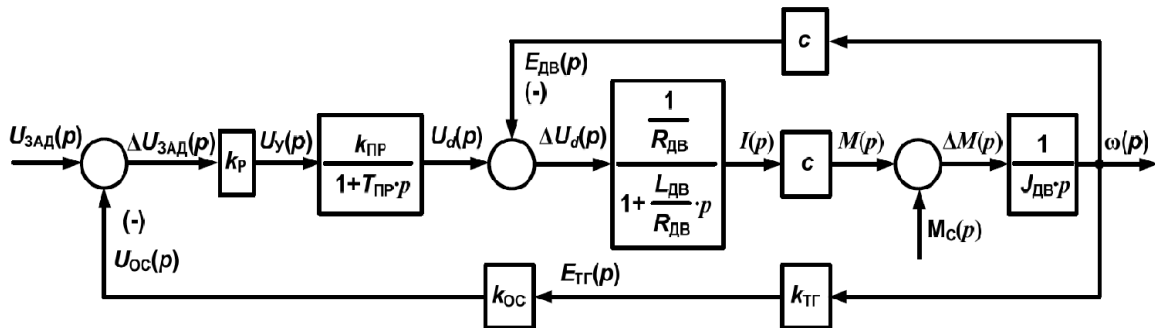


Рис. 5. Структурная схема замкнутой ЭМС с П-регулятором

Передаточную функцию замкнутой системы в этом случае можно представить в виде следующего выражения

$$W_{\text{ЗС}}(p) = \frac{W_{\text{С}}(p)}{1 + W_{\text{С}}(p) \cdot W_{\text{ОС}}(p)}, \quad (10)$$

где  $W_{\text{ОС}}(p) = k_{\text{ос}} \cdot k_{\text{тг}}$  – передаточная функция звена обратной связи.

При исследовании данной системы с помощью частотных характеристик заменим  $p$  на  $j\omega$  и запишем частотные передаточные функции для разомкнутой и замкнутой систем соответственно в виде

$$W_C(j\omega) = \frac{K_C}{(T_{пр}j\omega + 1) \cdot \left[ (1 - T_{я}T_M\omega^2) + T_Mj\omega \right]}, \quad (11)$$

$$W_{3C}(j\omega) = \frac{K_C}{(T_{пр}j\omega + 1) \cdot \left[ (1 - T_{я}T_M\omega^2) + T_Mj\omega \right] + K_C \cdot k_{oc} \cdot k_{тг}}. \quad (12)$$

### 3. Алгоритм построения и разработки математических моделей для расчета переходных и частотных характеристик ЭМС

При исследовании и анализе электромеханических систем во временной и частотной области пользовательская программа математической модели должна содержать следующие элементы:

- структурную схему замкнутой и разомкнутой электромеханической системы;
- передаточные функции отдельных элементов системы;
- передаточные функции замкнутой и разомкнутой ЭМС;
- передаточные частотные функции замкнутой и разомкнутой ЭМС;
- выражения для амплитудных и фазовых частотных характеристик замкнутой и разомкнутой ЭМС;
- блок исходных данных;
- программу для расчета переходной характеристики замкнутой системы
- результаты моделирования в виде частотных характеристик;
- результаты обработки частотных характеристик.

### 4. Задание на выполнение лабораторной работы

- Рассчитать постоянные времени и передаточные коэффициенты передачи элементов, входящих в систему и системы в целом.
- Сформировать блок исходных данных.
- Определить передаточные функции отдельных элементов системы и передаточные функции разомкнутых и замкнутых систем.
- Рассчитать корни характеристического уравнения.
- Рассчитать переходную характеристику замкнутой электромеханической системы.
- Оценить влияние параметров системы на колебательность и перерегулирование (пределы изменения параметров выдает преподаватель).
- Рассчитать и построить амплитудную частотную характеристику замкнутой и разомкнутой электромеханической системы.
- Рассчитать и построить фазовую частотную характеристику замкнутой и разомкнутой электромеханической системы.
- Рассчитать и построить амплитудно-фазовую частотную характеристику замкнутой и разомкнутой электромеханической системы.
- Провести анализ полученных результатов.

## 5. Практическая часть

Таблица 1

*Технические данные основных элементов электромеханической системы*

№	$R_{я}$	$L_{я}$	$J_{дв}$	$c$	$f_{ком}$	$K_{ос}$	$U_{умах}$	$n_n$	$R_{дон}$
1	0,425	8,2	0,038	2,5	200	1	10	750	0,224
2	1,693	33		2,0	300	0,9	10	750	1,96
3	6,28	132		1,9	400	0,8	10	800	3,24
4	0,226	4,6		2,53	100	0,7	10	1060	0,166
5	0,906	18,5		2,4	200	1	10	1060	0,692
6	4,06	74		2,3	300	0,9	10	1060	2,97
7	0,14	2,8		2,0	400	0,8	10	1500	0,094
8	0,472	9,7		2,53	100	0,7	10	1500	0,308
9	1,88	38,6		2,3	200	1	10	1500	1,39
10	0,067	1,4		2,0	300	0,9	10	1500	0,049

## 6. Выводы

Выводы по всем результатам исследований представить в виде ответов на следующие вопросы:

- Как влияет изменение постоянной времени П-регулятора на пере-регулирование и колебательность системы и почему?
- В чем отличие амплитудных частотных характеристик замкнутой и разомкнутой электромеханической системы?
- Как определить устойчивость системы с помощью амплитудно-фазовой частотной характеристики?



# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

## Исследование электромагнитных процессов и анализ частотных характеристик трансформаторов

### 1. Цель работы

Приобрести навыки по разработке математических моделей трансформатора.

Исследовать процессы и определить показатели качества работы трансформаторов (с помощью переходных и частотных характеристик).

### 2. Теоретическая часть

Трансформаторное и реакторное оборудование широко применяется в преобразовательной технике и в электроприводах промышленных установок. В электроприводах трансформаторы служат для согласования уровней напряжений высоковольтной питающей сети и высоковольтных двигателей с низковольтной преобразовательной частью. Все применяемые трансформаторы двухобмоточные.

При математическом описании электромагнитных процессов в двухобмоточных трансформаторах пользуются его схемой замещения, которая при допущении отсутствия потерь в стали имеет следующий вид:

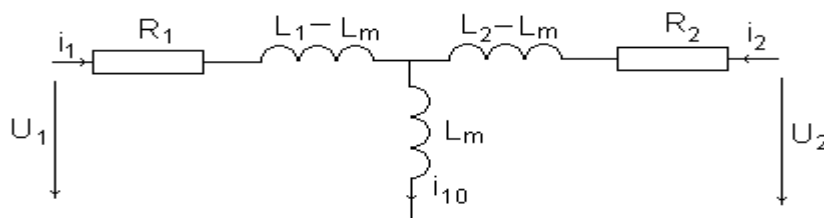


Рис. 1. Схема замещения трансформатора

На рис. 1.  $L_1 = L_{1\sigma} + L_m$ ;  $L_2 = L_{2\sigma} + L_m$  – собственные индуктивности первой и второй обмоток;  $L_m$  – взаимная индуктивность обмоток;  $L_{1\sigma}$  и  $L_{2\sigma}$  – индуктивности рассеяния обмоток;  $U_1$  и  $U_2$  – напряжение приложенное к первичной обмотке трансформатора и напряжение на вторичной обмотке, поступающее на вход преобразователя.

Для этой схемы замещения связь между токами и напряжениями в обмотках трансформатора можно выразить в виде следующей системы линейных дифференциальных уравнений (уравнений равновесия напряжений):

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1 \cdot i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + L_m \frac{di_2}{dt}; \\ u_2 &= R_2 \cdot i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + L_m \frac{di_1}{dt}. \end{aligned} \quad (1)$$

В установившемся режиме работы трансформатора, при переменном синусоидальном токе с частотой  $\omega = 2\pi f$ , решение для токов можно получить алгебраически, если заменить символ дифференцирования  $d/dt$  комплексом  $j\omega$ . В этом случае исходные дифференциальные уравнения превращаются в алгебраические комплексные уравнения:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2; \end{aligned} \quad (2)$$

где  $Z_{11} = R_1 + jX_{11}$ ;  $Z_{22} = R_2 + jX_{22}$ ;  $Z_{21} = Z_{12} = jX_m$ ;  $X_{11} = \omega L_1$ ;  $X_{22} = \omega L_2$ ;  $X_m = \omega L_m$ , а напряжение  $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_H = \dot{I}_2 (R_H + j\omega L_H)$  при известных параметрах сопротивления нагрузки.

Передаточная функция трансформатора по напряжению  $K_U$  определяется как отношение

$$K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{I}_2 Z_H}{\dot{I}_1 Z_{\text{вх}}} = K_I \frac{Z_H}{Z_{\text{вх}}}, \quad (3)$$

где  $Z_{\text{вх}}$  – входное сопротивление трансформатора,  $K_I$  – передаточная функция трансформатора по току.

Передаточную функцию трансформатора по току можно получить, выразив значение тока  $\dot{I}_2$  из второго уравнения системы (2):

$$\dot{I}_2 = -\frac{Z_{21}}{(Z_{22} + Z_H)} \dot{I}_1, \quad (4)$$

тогда получим выражение  $K_I$  в виде

$$K_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = -\frac{Z_{21}}{Z_{22} + Z_H} = -\frac{j\omega L_m}{R_2 + j\omega L_2 + Z_H}. \quad (5)$$

Входное сопротивление трансформатора можно представить в виде

$$Z_{\text{вх}} = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22} + Z_H} = R_1 + j\omega L_1 - \frac{\omega^2 L_m^2}{(R_2 + R_H) + (j\omega L_2 + j\omega L_H)}, \quad (6)$$

подставив в первое уравнение системы (2) выражение для тока (4), тогда

$$\dot{U}_1 = \left( Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22} + Z_H} \right) \dot{I}_1. \quad (7)$$

При эксплуатации и настройке промышленных электроприводов важным моментом является согласование нагрузки с сопротивлением  $Z_H$  и источника с выходным сопротивлением  $Z_r$  с помощью согласующего трансформатора, включаемого между источником и нагрузкой. Для этого необходимо оценить влияние вторичного контура трансформатора на работу электропривода, определив так называемые вносимые активные  $\Delta R_1$  и индуктивные  $\Delta X_1$  сопротивления.

Для этого введем обозначения  $R'_2 = R_2 + R_H$  и  $X'_2 = \omega L_2 + \omega L_H$  для суммарных параметров вторичного контура и, разделяя вещественную и мнимую части в выражении для  $Z_{вх}$ , приведем его к виду

$$Z_{вх} = R_1 + \frac{\omega^2 L_m^2 R'_2}{R_2'^2 + X_2'^2} + j(\omega L_1 - \frac{\omega^2 L_m^2 X'_2}{R_2'^2 + X_2'^2}), \quad (8)$$

где  $\Delta R_1 = \frac{\omega^2 L_m^2 R'_2}{R_2'^2 + X_2'^2}$ ,  $\Delta X_1 = \frac{\omega^2 L_m^2 X'_2}{R_2'^2 + X_2'^2}$  соответственно активное и реактивное вносимые сопротивления.

Значение  $\Delta R_1 \geq 0$ , так как эта величина определяет активную мощность, передаваемую от первичной к вторичной обмотке. Знак вносимого сопротивления  $\Delta X_1$  противоположен знаку  $X'_2$ . При положительном значении  $X'_2$  сопротивление вторичного контура имеет индуктивный характер: этот контур оказывает размагничивающее влияние на первичный контур и ведет к уменьшению его эквивалентной индуктивности. Это размагничивание будет наиболее интенсивным при  $R_2 = 0$  и  $Z_H = 0$  – замкнутой накоротко идеально проводящей вторичной обмотке. В этом случае эквивалентная индуктивность первичного контура определяется из выражения мнимой части  $Z_{вх}$ :

$$\omega L_{1з} = \omega L_1 - \frac{\omega^2 M^2 \omega L_2}{(\omega L_2)^2} = \omega \left( L_1 - \frac{M^2}{L_2} \right) = \omega L_1 (1 - k^2),$$

где коэффициент связи трансформатора  $k \leq 1$ .

Входное сопротивление идеального трансформатора равно

$$Z_{вх} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = -\frac{c \dot{U}_2}{(-1/c) \dot{I}_2} = c^2 Z_H,$$

где  $c = \sqrt{Z_r / Z_H}$  – коэффициент трансформации согласующего трансформатора.

Таким образом, для исследования трансформатора в частотной области и анализа его амплитудной и фазочастотных характеристик поль-

зуются передаточными функциями по напряжению и току. Для согласования нагрузки и источника питания с помощью согласующего трансформатора необходимо обеспечить условия согласования  $Z_{\Gamma} = Z_{\text{H}}$ , определив входное сопротивление идеального трансформатора.

Для исследования электромагнитных переходных процессов в трансформаторе в соответствии с уравнениями равновесия напряжений (1), после их преобразований, пользуются следующей системой уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= u_1 \cdot \frac{1}{L_1} - \alpha'_s i_1 + \alpha'_r K_s i_2; \\ \frac{di_2}{dt} &= -u_1 K_r \frac{1}{L_1} - \alpha'_r i_2 + \alpha'_s K_r i_1, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где  $\alpha'_s = \frac{R_1}{L_1 \sigma}$  – коэффициент затухания процессов в первичной обмотке

трансформатора при замкнутой вторичной;

$\alpha'_r = \frac{R_2 + R_{\text{H}}}{L_2 \sigma}$  – коэффициент затухания процессов во вторичной обмотке

трансформатора при замкнутой первичной;

$K_s = \frac{L_m}{L_1}$ ;  $K_r = \frac{L_m}{L_2}$  – коэффициенты связи первичной и вторичной об-

моток трансформатора;

$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_1 L_2}$  – коэффициент рассеяния трансформатора.

### 3. Алгоритм построения и разработки математических моделей трансформатора

При разработке математической модели трансформатора для исследования электромагнитных переходных процессов можно математическое описание процессов в нем провести:

- используя схему замещения трансформатора, рис. 1;
- используя его электрическую схему в координатных осях  $\alpha$ ,  $\beta$ , 0 неподвижных в пространстве, рис. 2.

Пользовательская программа математической модели для исследования процессов во временной области, разработанная студентом, должна содержать следующие элементы:

- описание процессов в виде дифференциальных уравнений;
- блок исходных данных, когда приведены справочные или каталожные параметры трансформатора;

- блок расчета коэффициентов затухания, связи и рассеяния;
- блок начальных условий и циклов расчета итерационных уравнений;
- систему итерационных уравнений;
- графическое представление результатов исследований (наличие графиков в отчете необходимо согласовать с преподавателем);
- блок обработки результатов исследований.

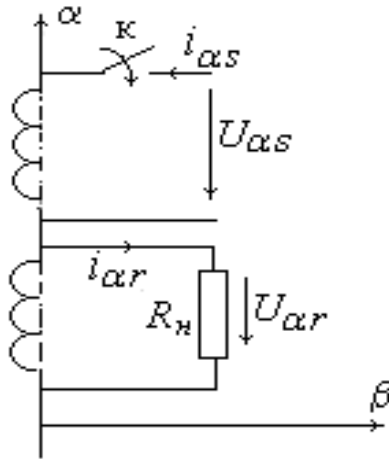


Рис. 2. Расчетная схема трансформатора

При исследовании характеристик трансформаторов в частотной области пользовательская программа должна содержать:

- передаточные частотные функции трансформаторов по напряжению  $K_U$  и по току  $K_I$ ;
- выражения для функций  $K_U$ ,  $K_I$  и входного сопротивления трансформатора  $Z_{вх}$ ;
- блок расчета параметров трансформатора при базовых значениях напряжения и тока, если действующие значения равны  $U_1 = 220$  В и  $I_1 = 10$  А, а  $\omega_0 = 2\pi f$ , где  $f = 50$  Гц для вариантов с 1 по 5 и  $f = 115$  Гц для вариантов с 6 по 10;
- расчеты и зависимости амплитудной и фазовой частотной характеристик от частоты при изменении параметров трансформатора;
- блок обработки результатов исследований

#### 4. Задание на выполнение лабораторной работы

##### 1. Исследование электромагнитных процессов

- Разработать математическую модель трансформатора для исследования электромагнитных процессов.
- Проанализировать влияние параметров трансформатора на его переходные характеристики.

## Программа работы.

Для варианта конкретных исходных данных, приведенных в табл. 1, выполнить следующие расчеты, результаты которых привести в отчете.

1. Рассчитать переходные токи  $i_1=f(t)$ ,  $i_2=f(t)$  и выходное напряжение  $U_{2H}=f(t)$ .
2. Рассчитать зависимости  $i_1=f(t)$ ;  $i_2=f(t)$  при варьировании параметрами трансформатора. Пределы варьирования указаны в табл. 2.
3. Рассчитать выходную переходную (динамическую характеристику  $U_{2H}=f(i_2)$ ). По результатам расчетов построить зависимости ударных значений токов от параметров трансформатора по заданию преподавателя.
4. Провести анализ полученных зависимостей и сформулировать выводы.

### 2. Анализ и исследование частотных характеристик

Разработать пользовательскую программу для расчета амплитудных и фазовых частотных характеристик.

Рассчитать и построить эти характеристики.

Проанализировать влияние параметров трансформатора на его частотные характеристики.

Построить по результатам исследований АЧХ и ФЧХ зависимости амплитуды и фазы от параметров трансформатора (изменение параметров, в соответствии с вариантом, брать из табл. 2).

## 5. Практическая часть

Таблица 1

*Параметры трансформаторов в относительных единицах*

№	$R_1$	$R_2$	$L_1$	$L_2$	$L_m$	$R_n$	$U_1$	Начальные условия
1	0,1	0,1	1,1	1,1	1	1	1	$t_0=0$ $i_{S\alpha 0}=0$ $i_{R\alpha 0}=0$ $U_{2H0}=0$
2	0,2	0,2	1,05	1,05	1	2	1	
3	0,3	0,3	1,2	1,2	1	3	1	
4	0,2	0,2	1,3	1,3	1	4	1	
5	0,1	0,1	1,15	1,15	1	5	1	
6	0,2	0,2	1,1	1,1	1	1	1	
7	0,3	0,3	1,05	1,05	1	2	1	
8	0,2	0,2	1,2	1,2	1	3	1	
9	0,1	0,1	1,3	1,3	1	4	1	
10	0,2	0,2	1,15	1,15	1	5	1	

Таблица 2

*Пределы варьируемых параметров*

№	$R_1 \times$	$R_2 \times$	$L_1 \times$	$L_2 \times$	$L_m \times$	$R_n \times$	$U_1 \times$
1	<b>0,5–1,5</b>	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.
2	Зад. Знач.	<b>0,5–1,5</b>	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.
3	Зад. Знач.	Зад. Знач.	<b>0,5–1,5</b>	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.
4	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	<b>0,5–1,5</b>	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.
5	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	<b>0,5–1,5</b>	Зад. Знач.	Зад. Знач.
6	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	<b>0–∞</b>	Зад. Знач.
7	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	<b>0,5–1,5</b>
8	0,4–2	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.
9	Зад. Знач.	0,4–2	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.
10	Зад. Знач.	Зад. Знач.	0,4–2	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.	Зад. Знач.

**6. Выводы**

Выводы по всем результатам исследований представить в виде ответов на следующие вопросы:

- Как изменение активного сопротивления первичной обмотки трансформатора отражается на ударном значении тока в этой обмотке и почему?
- Как изменение активного сопротивления вторичной обмотки трансформатора отражается на ударном значении тока в этой обмотке и почему?
- Как изменение индуктивности первичной обмотки трансформатора отражается на ударном значении тока в этой обмотке и почему?
- Как изменение индуктивности вторичной обмотки трансформатора отражается на ударном значении тока в этой обмотке и почему?

# ПРИЛОЖЕНИЯ

## Приложение 1

### СТРУКТУРА ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ И ПРАВИЛА ЕГО ОФОРМЛЕНИЯ

1. Отчет является документом, свидетельствующим о выполнении студентом лабораторной работы (ЛР), и должен включать:
  - *титульный лист*, оформленный в соответствии с приведенным образцом;
  - цели выполненной ЛР;
  - используемые материалы, технические и программные средства;
  - термины и определения (при необходимости);
  - описание задания (постановка задач, подлежащих выполнению в процессе ЛР, осуществляемой студентом);
  - описание основной части (краткая характеристика объекта исследования (ОИ); методика или программа ЛР; результаты измерений, наблюдений и расчетов, представленные в форме таблиц, графиков, диаграмм и т. д.);
  - обсуждение результатов выполнения ЛР в виде кратких, но принципиально необходимых доказательств, обоснований, разъяснений, анализов, оценок, обобщений и выводов;
  - приложения (при необходимости).
2. Оформление текста отчета о ЛР выполняется в соответствии с общими требованиями СТО ТПУ 2.5.01–2006.
3. В зависимости от особенностей ЛР или их цикла по указанию преподавателя отчет составляется каждым студентом индивидуально.
4. Отчет должен содержать:
  - функциональную или принципиальную схему исследуемого объекта и схемную модель;
  - математическую модель и пользовательскую программу;
  - распечатки графиков переходных, амплитудных частотных и фазовых частотных характеристик;
  - таблицы и графики результатов исследований;
  - выводы.



## Образец титульного листа

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального  
образования  
«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Энергетический институт  
Направление – Электроэнергетика и электротехника  
Кафедра – Электропривод и электрооборудование

Отчет по лабораторной работе № \_\_\_\_\_  
Вариант № \_\_\_\_\_

-----

по дисциплине  
Математическое моделирование электромеханических систем

Студент гр. 5А 04 \_\_\_\_\_ А.В. Иванов  
(подпись дата)

Преподаватель, доцент каф. ЭПЭО \_\_\_\_\_ Л.К. Бурулько  
(подпись дата)

Томск 2011 г.

## СТРУКТУРА ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКОЙ ПРОГРАММЫ МОДЕЛИ И ЕЕ СОДЕРЖАНИЕ

Пользовательская программа математической модели, которую необходимо представить в отчете лабораторной работы, должна содержать следующие основные блоки:

1. Блок исходных данных.
2. Блок необходимых дополнительных расчетов коэффициентов и параметров для разработанной модели исследуемого объекта.
3. Блок топологических уравнений, компонентных выражений, начальных условий и итерационных систем уравнений модели исследуемого объекта.
4. Блок результатов моделирования, представленных в виде необходимых для проводимых исследований статических, переходных и частотных характеристик.
5. Блок обработки результатов исследований, представляющий собой таблицы, в которых отражены количественные соотношения между независимыми переменными и соответствующими им показателями качества, по которым оцениваются режимы работы исследуемого объекта.
6. Блок графического представления результатов обработки анализа и исследования объекта с помощью математической модели.

Блок исходных данных при математическом моделировании электромеханических систем содержит, как правило, каталожные или справочные параметры исполнительного элемента системы (двигателя) и характеристики управляющих и возмущающих воздействий.

Так, например, для модели асинхронного двигателя справочные данные в блоке исходных данных представляют в виде:

$U_m = 1$	Напряжение питания
$R_s := 0.219$	Активное сопротивление фазы обмотки статора
$R_r := 0.3$	Активное сопротивление фазы обмотки ротора
$L_m := 2.1$	Взаимоиндуктивность фаз обмоток статора и ротора
$L_{ss} := 0.3$	Индуктивность фазы обмотки статора
$L_{rs} := 0.2$	Индуктивность фазы обмотки ротора
$J_c := 60$	Момент инерции двигателя
$w := 1$	Скорость вращения
$M_c := 0.1$	Момент статической нагрузки двигателя

Все приведенные в блоке данные представлены в относительных единицах.

Блок расчета дополнительных коэффициентов и параметров для модели асинхронного двигателя имеет следующий вид.

$L_r := L_m + L_{rs}$   $L_r = 2.3$  Полная индуктивность фазы обмотки ротора

$L_s := L_m + L_{ss}$   $L_s = 2.4$  Полная индуктивность фазы обмотки статора

Расчет коэффициентов модели:

$\sigma := 1 - \left( \frac{L_m^2}{L_r \cdot L_s} \right)$   $\sigma = 0.201$  коэффициент рассеяния Blondеля

$\alpha_{s1} := \frac{R_r}{L_s \cdot \sigma}$   $\alpha_{s1} = 0.622$  коэффициент затухания процессов в первичной обмотке при разомкнутой вторичной обмотке

$\alpha_{r2} := \frac{R_s}{L_r \cdot \sigma}$   $\alpha_{r2} = 0.474$  коэффициент затухания процессов во вторичной обмотке при разомкнутой первичной обмотке

$K_r := \frac{L_m}{L_r}$   $K_r = 0.913$  коэффициент взаимосвязи вторичной обмотки с первичной

$K_s := \frac{L_m}{L_s}$   $K_s = 0.875$  коэффициент взаимосвязи первичной обмотки с вторичной

$p := 2$

Блок начальных условий и итерационных систем уравнений для исследования переходных процессов при пуске асинхронного двигателя.

Начальные условия

$$\begin{pmatrix} t_0 \\ \psi_{s\alpha_0} \\ \psi_{s\beta_0} \\ \psi_{r\alpha_0} \\ \psi_{r\beta_0} \\ w_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$dt := 0.01$   $j := 0..15000$

Система итерационных уравнений имеет следующий вид

$$\begin{pmatrix} t_{j+1} \\ \psi s \alpha_{j+1} \\ \psi s \beta_{j+1} \\ \psi R \alpha_{j+1} \\ \psi R \beta_{j+1} \\ w_{j+1} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} t_j + dt \\ \psi s \alpha_j + dt \cdot \left[ U_m \cdot \cos t_j - \alpha s 1 \cdot \psi s \alpha_j + \alpha s 1 \cdot K_r \cdot \psi R \alpha_j \right] \\ \psi s \beta_j + dt \cdot \left[ U_m \cdot \sin t_j - \alpha s 1 \cdot \psi s \beta_j + \alpha s 1 \cdot K_r \cdot \psi R \beta_j \right] \\ \psi R \alpha_j + dt \cdot \left[ -\alpha r 2 \cdot \psi R \alpha_j + \alpha r 2 \cdot K_s \cdot \psi s \alpha_j - w_j \cdot \psi R \beta_j \right] \\ \psi R \beta_j + dt \cdot \left[ -\alpha r 2 \cdot \psi R \beta_j + \alpha r 2 \cdot K_s \cdot \psi s \beta_j + w_j \cdot \psi R \alpha_j \right] \\ w_j + dt \cdot \left[ \left( \frac{1p}{Jc} \right) \cdot \left[ \psi R \alpha_j \cdot \psi s \beta_j - \psi R \beta_j \cdot \psi s \alpha_j \right] \cdot \frac{K_r}{Ls \cdot \sigma} \right] - Mc \end{pmatrix}$$

$$M_j := \frac{K_r \cdot \left[ \psi R \alpha_j \cdot \psi s \beta_j - \psi R \beta_j \cdot \psi s \alpha_j \right]}{Ls \cdot \sigma}$$

Блок результатов моделирования для асинхронного двигателя в данном случае представлен в виде переходных характеристик  $M = f(t)$ ,  $w = f(t)$ .

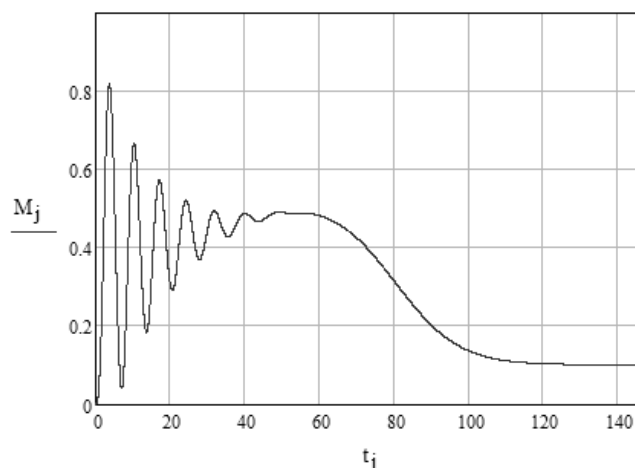


Рис. 1.П2. Переходная характеристика электромагнитного момента АД

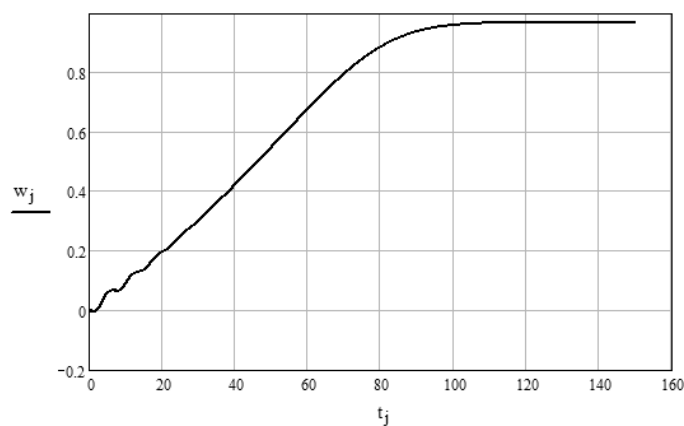


Рис. 2.П2. Переходная характеристика частоты вращения вала АД

Блок обработки результатов исследований для АД содержит табличные данные для показателей переходных процессов при пуске двигателя, которые при выполнении лабораторной работы студент формирует в зависимости от варианта задания.

Так, например, при изменении активного и индуктивного сопротивлений обмотки статора для времени переходного процесса  $t_{\text{ин}}$  при пуске двигателя имеются следующие табличные данные [3]:

для значения  $R_s = 0,07$  в относительных единицах

Таблица 1.П2

*Зависимость времени переходного процесса при пуске двигателя*

$X_s$ (о е)	1,5	1,6	1,7	1,82	1,9
$t_{\text{ин}}$ (с)	0,061	0,063	0,065	0,07	0,08

для значения  $R_s = 0,08$  в относительных единицах

Таблица 2.П2

*Зависимость времени переходного процесса при пуске двигателя*

$X_s$ (о е)	1,5	1,6	1,7	1,82	1,9
$t_{\text{ин}}$ (с)	0,067	0,069	0,071	0,076	0,087

Блок графического представления результатов исследований

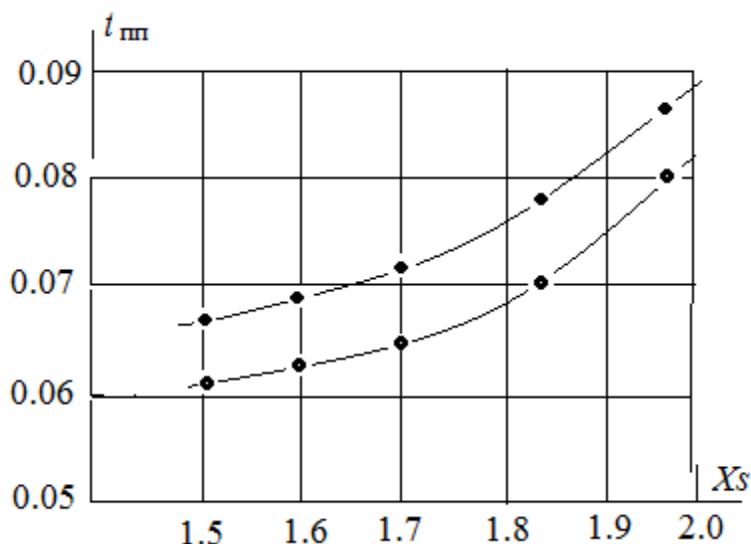


Рис. 3.П2. Зависимость времени переходного процесса от  $X_s$

Кроме этого сравнительный анализ переходных характеристик (рис. 1.П2 и 2.П2)  $M = f(t)$ ,  $w = f(t)$  позволяет сделать вывод о том, что длительность переходных электромагнитных процессов почти в два раза меньше длительности переходных механических процессов.

### СИСТЕМА ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ЕДИНИЦ

В практике исследования электрических машин на ЭВМ широко используется система относительных единиц (о. е.). При этом в качестве исходных базисных величин принимают:

$$U_b = \sqrt{2}U_1, I_b = \sqrt{2}I_1, \omega_b = \omega_1 = 2\pi f_1,$$

где  $U_1, I_1$  – действующие значения напряжения и тока,  $f_1$  – частота питающей сети.

На основе базисных величин определяются базовые значения всех переменных и коэффициентов, входящих в уравнения, а также базовое значение времени:

$$Z_b = R_b = \frac{U_b}{I_b} \text{ – входное сопротивление, Ом;}$$

$$P_b = m \cdot I_{\text{ФН}} \cdot U_{\text{ФН}} = U_b \cdot I_b \text{ – мощность, Вт, где } m \text{ – число фаз;}$$

$$t_b = \frac{1}{\omega_b} \text{ – время, с;}$$

$$\psi_b = \frac{U_b}{\omega_b} = U_b \cdot t_b = \frac{\sqrt{2} \cdot U_1}{2 \cdot \pi \cdot f_1} \text{ – потокосцепление, В·с;}$$

$$L_b = \frac{U_b}{\omega_b I_b} = \frac{Z_b}{\omega_b} \text{ – индуктивность, Гн;}$$

$$M_b = \frac{3}{2} p \frac{U_b I_b}{\omega_b} \text{ – момент, Н·м, где } p \text{ – число пар полюсов;}$$

$$J_b = \frac{M_b}{\omega_b^2} \text{ – момент инерции, кг·м}^2.$$

В дальнейшем уравнения равновесия напряжений, записанные в основном в относительных единицах, а обозначения токов, напряжений, потокосцеплений, сопротивлений оставляют прежними.

Уравнения же для электромагнитного момента асинхронного двигателя в относительных единицах получают после деления на базисный момент  $M_\sigma$  в следующем виде [8]:

$$\mu = \frac{X_m}{X_1} \psi_{1b} \cdot i_{2a} - \psi_{1a} \cdot i_{2b} \ ;$$

$$\mu = \frac{X_m}{X_1 \cdot X_2' \cdot \sigma} \psi_{1b} \cdot \psi_{2a} - \psi_{1a} \cdot \psi_{2b} \ ;$$

$$\begin{aligned} \mu &= \Psi_{1a} \cdot \dot{i}_{1b} - \Psi_{1b} \cdot \dot{i}_{1a} ; \\ \mu &= X_m \dot{i}_{2a} \cdot \dot{i}_{1b} - \dot{i}_{2b} \cdot \dot{i}_{1a} ; \\ \mu &= \frac{X_m}{X_2} \Psi_{2a} \cdot \dot{i}_{1b} - \Psi_{2b} \cdot \dot{i}_{1a} ; \\ \mu &= \Psi_{2b} \cdot \dot{i}_{2a} - \Psi_{2a} \cdot \dot{i}_{2b} . \end{aligned}$$

Уравнение движения асинхронного двигателя в относительных единицах получают, разделив уравнение равновесия моментов на  $M_{\bar{\sigma}}$ :

$$\mu_d - \mu_c = H_{\Sigma} \frac{d\upsilon}{d\tau},$$

где  $H_{\Sigma} = \frac{J_{\Sigma} \cdot \omega_{\bar{\sigma}}^2}{M_{\bar{\sigma}}}$  – эквивалентный момент инерции в относительных единицах.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аристов А.В., Бурулько Л.К., Паюк Л.А. Математическое моделирование в электромеханике: учеб. пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2006. – 145 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи: учеб. для студентов электротехнических, энергетических и приборостроительных специальностей вузов. – М.: Высшая школа, 1978. – 528 с.
3. Бурулько Л.К. Динамика электромеханических систем: учеб. пособие. – Томск: Изд-во ТПИ им. С.М. Кирова, 1991. – 89 с.
4. Бурулько Л.К. Расчет и проектирование следящего привода. Ч. 1: учеб. пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2005. – 74 с.
5. Бурулько Л.К. Расчет и проектирование следящего привода. Ч. 2: учеб. пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2004. – 120 с.
6. Бурулько Л.К., Овчаренко Е.В. Математическое моделирование в электротехнике: учеб. пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2003. – 100 с.
7. Бурулько Л.К., Дементьев Ю.Н. Электрооборудование промышленности: учеб. пособие. Ч. 1. Источники, приемники и преобразователи электрической энергии. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012. – 162 с.
8. Чернышев А.Ю. Электропривод переменного тока: учеб. пособие / А.Ю. Чернышев, Ю.Н. Дементьев, И.А. Чернышев; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2011. – 213 с.



# ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
<b>ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1</b>	
Анализ показателей качества динамики электромеханических систем на примере фильтра низких частот .....	5
1. Цель работы .....	5
2. Теоретическая часть .....	5
2.1. Основные понятия и определения .....	5
2.2. Математическое описание процессов в исследуемом объекте .....	8
2.3. Преобразование Лапласа и операторные передаточные функции .....	10
2.4. Анализ и определение переходных характеристик .....	11
2.5. Построение и анализ частотных характеристик в <i>MathCAD</i> .....	13
3. Задание на выполнение лабораторной работы .....	16
4. Практическая часть .....	17
5. Выводы .....	17
<b>ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2</b>	
Исследование статических и динамических режимов работы двигателя постоянного тока .....	18
1. Цель работы .....	18
2. Теоретическая часть .....	18
2.1. Конструктивное исполнение и физический принцип работы .....	18
2.2. Расчетная схема двигателя постоянного тока .....	20
2.3. Математическое описание процессов в ДПТ .....	20
3. Основные этапы по разработке математической модели ДПТ НВ .....	22
4. Анализ установившегося режима работы .....	24
4.1. Программа по исследованию установившегося режима работы ДПТ .....	25
5. Анализ динамических режимов работы .....	26
5.1. Программа по исследованию динамического режима работы ДПТ .....	27
6. Практическая часть .....	28
7. Выводы .....	29

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

Исследование статических и динамических режимов работы

асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором. ....	30
1. Цель работы .....	30
2. Теоретическая часть .....	30
2.1. Основы принципа работы асинхронного двигателя .....	30
2.2. Расчетные схемы асинхронного двигателя .....	31
2.3. Определение параметров схемы замещения асинхронного двигателя по справочным данным .....	34
3. Анализ установившегося режима работы АД .....	36
3.1. Программа по исследованию установившегося режима работы АД .....	36
4. Анализ динамических режимов работы АД .....	37
4.1. Программа по исследованию переходных процессов АД при пуске .....	39
5. Практическая часть .....	40
6. Выводы .....	41

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Исследование электромеханических систем

с использованием передаточных функций и частотных характеристик .....	42
1. Цель работы .....	42
2. Теоретическая часть .....	42
3. Алгоритм построения и разработки математических моделей для расчета переходных и частотных характеристик ЭМС .....	47
4. Задание на выполнение лабораторной работы .....	47
5. Практическая часть .....	48
6. Выводы .....	48

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

Исследование электромагнитных процессов

и анализ частотных характеристик трансформаторов .....	49
1. Цель работы .....	49
2. Теоретическая часть .....	49
3. Алгоритм построения и разработки математических моделей трансформатора .....	52
4. Задание на выполнение лабораторной работы .....	53
5. Практическая часть .....	54
6. Выводы .....	55

ПРИЛОЖЕНИЯ .....	56
Приложение 1	
СТРУКТУРА ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ	
И ПРАВИЛА ЕГО ОФОРМЛЕНИЯ .....	56
Образец титульного листа .....	57
Приложение 2	
СТРУКТУРА ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКОЙ ПРОГРАММЫ МОДЕЛИ	
И ЕЕ СОДЕРЖАНИЕ .....	58
Приложение 3	
СИСТЕМА ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ЕДИНИЦ .....	62
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	64
ОГЛАВЛЕНИЕ .....	65

Учебное издание

БУРУЛЬКО Лев Кириллович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ  
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**

Учебное пособие

Научный редактор  
*доктор технических наук, профессор А.В. Аристов*


Корректурa *Е.А. Тетерина*  
Компьютерная верстка *К.С. Чечельницкая*  
Дизайн обложки *Т.А. Фатеева*

Подписано к печати 27.02.2014. Формат 60×84/16. Бумага «Снегурочка».  
Печать XEROX. Усл. печ. л. 3,95. Уч.-изд. л. 3,58.  
Заказ 000-14. Тираж 100 экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет  
Система менеджмента качества  
Издательства Томского политехнического университета  
сертифицирована в соответствии с требованиями ISO 9001:2008



**ИЗДАТЕЛЬСТВО**  **ТПУ**. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30  
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, [www.tpu.ru](http://www.tpu.ru)