

Домашнее задание по теме: «Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним»

1) $3 \operatorname{tg} y dx - 2x \ln x dy = 0$.

Ответ: $\sin^2 y = C \ln^3 x \Rightarrow y = \pm(-1)^k \arcsin \sqrt{C \ln^3 x} + \pi k$.

2) $y' = \frac{y^2 - 2y}{2x}$.

Ответ: $\frac{y-2}{y} = Cx \Rightarrow y = \frac{2}{1-Cx}$.

3) $(\sqrt{xy} - \sqrt{x})dx + (\sqrt{xy} + \sqrt{y})dy = 0$.

Ответ: $x - 2\sqrt{x} + 2 \ln(\sqrt{x} + 1) + y + 2\sqrt{y} + 2 \ln|\sqrt{y} - 1| = C, y = 1$.

4) $y' + \sin \frac{x+y}{2} = \sin \frac{x-y}{2}$.

Ответ: $\ln \left| \operatorname{tg} \frac{y}{4} \right| = C - 2 \sin \left(\frac{x}{2} \right)$

$\Rightarrow y = 4 \operatorname{arctg} \left[C \cdot e^{-2 \sin \left(\frac{x}{2} \right)} \right] + 4\pi k, \forall C, y = 2(2k+1)\pi$.

5) $y' + y = 2x + 1$.

Ответ: $y = 2x - 1 + Ce^{-x}, \forall C$.

6) $y' = \sin(x - y)$.

Ответ: $y = x - 2 \operatorname{arctg} \left(1 - \frac{2}{x+C} \right) + 2\pi k$.

7) Найти кривую, проходящую через точку $M(-1; -1)$, для которой отрезок, отсекаемый на оси Ox касательной к кривой в любой ее точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

Ответ: $y = \frac{Cx}{1-x}, C = 2$.

8) Пуля, двигаясь со скоростью $v_0 = 400$ м/с. пробивает стену толщиной $h = 0,2$ м и вылетает из нее со скоростью $v_1 = 100$ м/с. Считая силу сопротивления стены пропорциональной квадрату скорости движения пули, найти время T движения пули в стене.

Ответ: $T = -\frac{h}{\ln v_1 - \ln v_0} \cdot \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_0} \right) \Rightarrow T \approx 0,001$.