

Домашнее задание по теме: «Комплексные числа»

Вычислить:

$$1) \frac{(1+2i)^2 - (1-i)^3}{(3+2i)^3 - (2+i)^2};$$

$$4) \sqrt[6]{\frac{1-i}{-\sqrt{3}+i}};$$

$$2) \frac{(1-i)^5 - 1}{(1+i)^5 + 1};$$

$$5) (1+i)^{25};$$

$$3) \sqrt[3]{8\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)};$$

$$6) \left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-i}\right)^{20}.$$

Решить уравнения:

$$7) x^2 + 2x + 2 = 0;$$

$$8) x^2 - (2+i)x + (-1+7i) = 0.$$

Найти геометрическое место точек, изображающих комплексные числа z , удовлетворяющие условию:

$$9) \frac{1}{|z|} < \frac{1}{2};$$

$$10) \left|\frac{z-1}{z+1}\right| \leq 1.$$

Ответы: 1) $\frac{44}{318} - \frac{5}{318}i$. 2) $-\frac{1}{25} - \frac{32}{25}i$.

$$3) \omega_k = 2(\cos \varphi_k + i \sin \varphi_k) \quad (k = 0, 1, 2); \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{18}, \quad \varphi_1 = \frac{13\pi}{18}, \quad \varphi_2 = \frac{25\pi}{18}.$$

$$4) \omega_k = \frac{1}{\sqrt[12]{2}}(\cos \varphi_k + i \sin \varphi_k) \quad (k = 0, 1, 2, 3, 4, 5); \quad \varphi_0 = -\frac{13\pi}{72}, \quad \varphi_1 = \frac{11\pi}{72},$$

$$\varphi_2 = \frac{35\pi}{72}, \quad \varphi_3 = \frac{59\pi}{72}, \quad \varphi_4 = \frac{83\pi}{72}, \quad \varphi_5 = \frac{107\pi}{72}.$$

$$5) 2^{12}(1+i).$$

$$6) 2^{10}\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right).$$

$$7) x_{1,2} = -1 \pm i.$$

$$8) x_1 = 3-i, \quad x_2 = -1+2i. \quad 9) x^2 + y^2 > 4.$$

$$10) x \geq 0$$