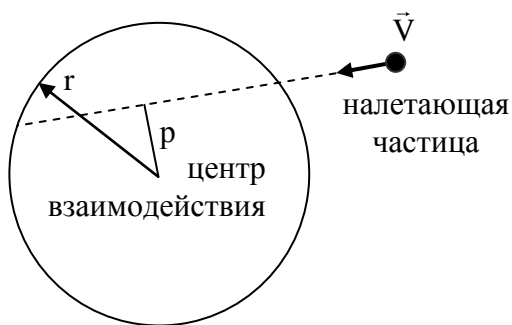


2. Основные понятия в теории переноса излучения в веществе

Содержание

1. Сечения взаимодействия частиц.
2. Сечения рассеяния и поглощения энергии.
3. Тормозная способность вещества.
4. Закон ослабления нерассеянного излучения.
5. Полный пробег ускоренных частиц в веществе.
6. Определения, используемые в теории переноса излучения.
7. Кинетическое уравнение, его физический смысл и структура.

1. Сечения взаимодействия частиц



p - прицельный параметр
 r - радиус действия сил

Прицельный параметр – расстояние между центром взаимодействия и прямой, вдоль которой движется налетающая частица до взаимодействия

Взаимодействие с центром испытывают те движущиеся частицы, у которых прицельный параметр p меньше радиуса действия соответствующих сил

1. Сечения взаимодействия частиц

Микроскопическое сечение взаимодействия

- **Опр.1.**

Пусть поток из n частиц (шт./см²) падает на мишень. N частиц из них испытывают взаимодействие с центром.

Микроскопическим сечением взаимодействия σ (т.е. взаимодействия частицы с одним центром) называется отношение количества частиц N из всего потока, провзаимодействовавших с заданным центром, к общему количеству частиц, упавших на мишень:

$$\sigma = N/n.$$

1. Сечения взаимодействия частиц

Микроскопическое сечение взаимодействия

Опр. 2. В геометрическом смысле микроскопическое сечение – это площадь круга, центром которого является центр взаимодействия, попадая в который движущаяся частица испытает взаимодействие обязательно

- Часто σ называют эффективным сечением взаимодействия
- В СИ размерность сечения – в м^2 или см^2 . Часто используют внесистемную единицу барн (1 барн = 10^{-24} см^2).

1. Сечения взаимодействия частиц

Микроскопическое сечение взаимодействия

Величина сечения по порядку величины, как правило, равна квадрату радиуса действия сил между движущимися частицами и центрами взаимодействия.

Типичные значения эффективных сечений соударения электронов с атомами газов и паров в диапазоне энергий $10^2..10^4$ эВ: $10^{-17}..10^{-15}$ см².

Типичные значения рассеяния ионов и возбуждения ими электронов при энергиях порядка 1..100 кэВ: $10^{-16}..10^{-17}$ см².

- Радиус действия сил и сечения взаимодействия зависят от:
 - типа частицы, являющейся центром взаимодействия,
 - типа и энергии налетающей частицы.

1. Сечения взаимодействия частиц

Дифференциальное сечение взаимодействия

- Дифференциальным поперечным сечением какого-либо процесса, например, рассеяния на заданный угол θ , называется коэффициент пропорциональности между числом частиц N , испытавших рассеяние в диапазоне углов от θ до $\theta+d\theta$ на заданном рассеивающем центре, и числом частиц n , упавших на единицу поверхности.

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = \frac{1}{n} \frac{dN(\theta)}{d\theta}$$

1. Сечения взаимодействия частиц
Дифференциальное сечение взаимодействия

Дифференциальное сечение передачи энергии T в интервале dT движущейся частицей частице - центру взаимодействия равно:

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{1}{n} \frac{dN(T)}{dT}$$

Единицы измерения этого сечения: $\text{см}^2/\text{МэВ}$.

1. Сечения взаимодействия частиц

Дифференциальное сечение взаимодействия

- **Дифференциальное сечение рассеяния** движущейся частицы в направлении телесного угла $\vec{\Omega}$ на величину $d\Omega$ равно:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{n} \frac{dN(\vec{\Omega})}{d\Omega}$$

Единицы измерения этого сечения: см²/ср.

1. Сечения взаимодействия частиц

Дифференциальное сечение взаимодействия

- Дважды дифференциальные по направлению движения и передаваемой энергии микроскопические сечения:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dT} = \frac{1}{n} \frac{dN(\vec{\Omega}, T)}{d\Omega dT}$$

1. Сечения взаимодействия частиц

Дифференциальное сечение взаимодействия

Число частиц N_s , которые в результате рассеяния передадут энергию T в интервале ΔT и будут лететь в направлении телесного угла $\vec{\Omega}$ в интервале $\Delta\Omega$, равно:

$$N_s = n \frac{d\sigma}{d\Omega dT} \Delta\Omega \Delta T$$

1. Сечения взаимодействия частиц

Пусть $\frac{\partial \sigma(E_1, T)}{\partial T}$ - дифференциальное

сечение с передачей энергии T в интервале dT при начальной энергии E_1 , тогда **полное сечение рассеяния** равно:

$$\sigma(E_1) = \int_0^{T_{\max}} \frac{\partial \sigma(E_1, T)}{\partial T} dT$$

1. Сечения взаимодействия частиц

Макроскопическое сечение взаимодействия

- Если σ_j – микроскопическое сечение процесса j , то

$$w_j = N_{\text{nuc}}\sigma_j$$

- вероятность процесса j на единице длины пути частицы или макроскопическое сечение взаимодействия типа j .

N_{nuc} – ядерная плотность вещества.

1. Сечения взаимодействия частиц

- Полное макроскопическое рассеяние – **вероятность взаимодействия на единице длины пути:**

$$w = \sum w_j = N_{\text{nuc}} \sum \sigma_j$$

- Макроскопическое дифференциальное по углам и энергиям сечение рассеяния

$$w_s(E_1 \rightarrow E_2, \Omega_1 \rightarrow \Omega_2)$$

- вероятность того, что частица с исходными параметрами (E_1, Ω_1) на единице длины пути испытает рассеяния в единичный телесный угол Ω_2 около направления и приобретет энергию в единичном интервале около значения E_2

1. Сечения взаимодействия частиц

- Физический смысл полного макроскопического сечения – среднее число столкновений частицы на единице длины пути.
- Отсюда следует, что средний пробег частицы между столкновениями (или длина свободного пробега) :

$$\lambda = 1 / w(E_1)$$

2. Сечения рассеяния и поглощения энергии

- Сечение рассеяния частиц: $\sigma_S = \frac{\text{число рассеянных частиц}}{\text{плотность потока падающих частиц}}$
- Сечение рассеяния энергии: $K_S = \frac{\text{энергия рассеянных частиц}}{\text{плотность потока падающей энергии}} =$

$$K_S = \frac{\int_0^{E_0} E dN_S}{E_0 \Phi} = \frac{\int_0^{E_0} E \Phi \frac{d\sigma}{dE} dE}{E_0 \Phi} = \frac{1}{E_0} \int_0^{E_0} E \frac{d\sigma}{dE} dE$$

Здесь σ - сечение рассеяния с передачей энергии ($E_0 \rightarrow E$),

$dN_S = \Phi \cdot \frac{d\sigma}{dE}$ - число частиц после рассеяния, рассеянных с энергией E в интервале dE ;

Φ - плотность потока падающих частиц;

E_0 – энергия частиц до рассеяния

2. Сечения рассеяния и поглощения энергии

- Сечение поглощения энергии: $K_a = \frac{\text{энергия, поглощенная во взаимодействии}}{\text{плотность потока падающей энергии}}$

$$K_a = \frac{1}{E_0} \int_0^{E_0} (E_0 - E) \frac{d\sigma}{dE} dE$$

- Полное сечение рассеяния энергии: $K = K_S + K_a$

- Дифференциальное сечение для рассеяния энергии $\frac{dK}{d\Omega}$, $\frac{dK}{dE}$

показывает, какое количество энергии из всей падающей будет лететь после рассеяния в направлении Ω или иметь энергию E

3. Тормозная способность вещества

- При замедлении в веществе быстрые частицы теряют свою энергию в результате взаимодействия с частицами вещества.

Это взаимодействие носит вероятностный характер и может осуществляться в зависимости от энергии налетающей частицы и вида участвующих во взаимодействии частиц.

- Пусть E_1 – энергия частицы до столкновения,
 T – энергия, переданная при одном столкновении,

$\omega(E_1, T)$ - макроскопическое сечение передачи энергии в рассматриваемом взаимодействии (среднее число столкновений на единице длины пути с потерей энергии T в каждом столкновении)

3. Тормозная способность вещества

- Величина средней энергии, переданной при одном взаимодействии:

$$T_{\text{cp}} = \frac{1}{\omega(E_1)} \int_0^{T_{\text{max}}} T \omega(E_1, T) dT$$

- Средняя энергия, потерянная частицей на единице длины пути в веществе в рассматриваемых столкновениях:

$$T_{\text{cp}} \cdot \omega(E_1, T)$$

- Энергия, теряемая частицей на пути ΔR :

$$-\Delta E_1 = T_{\text{cp}} \cdot \Delta R \cdot \omega(E_1, T) = T_{\text{cp}} \cdot \Delta R / \lambda(E_1)$$

3.3. Тормозная способность вещества

- Дифференциальные потери энергии можно выразить как:

$$-\frac{\Delta E_1}{\Delta R} \rightarrow -\frac{dE_1}{dR} = \frac{T_{\text{cp}}}{\lambda(E_1)} = N_{\text{nucl}} \int_0^{T_{\text{max}}} T \frac{d\sigma(E_1, T)}{dT} dT$$

Это и есть тормозная способность вещества (**линейная тормозная способность**). Она равна средней потерянной энергии частицы с энергией E_1 на единице пути в веществе во всех столкновениях, описываемых микроскопическим сечением σ .

Массовая тормозная способность: $\frac{1}{\rho} \left(-\frac{dE}{dR} \right)$

4. Закон ослабления нерассеянного излучения

- Пусть $\Phi(x)$ – плотность потока нерассеянных частиц на глубине x , Φ_0 – исходная плотность потока частиц. Тогда:

$$\Phi(x) = \Phi_0 \exp(-\omega x)$$

- изменение числа нерассеянных частиц с толщиной вещества (т.е. среднего количества частиц, не испытавших ни одного взаимодействия).

Здесь ω – макроскопическое сечение взаимодействия.

- Скорость ослабления числа нерассеянных частиц определяется величиной ω . Чем больше ω , тем сильнее ослабление пучка нерассеянных частиц слоями веществ одинаковой толщины.
- ω – линейный коэффициент ослабления (1/см).
- $\mu = \frac{\omega}{\rho}$ - массовый коэффициент ослабления (см²/г)

4. Закон ослабления нерассеянного излучения

- Вероятность пройти путь x без взаимодействия:

$$P(x) = \frac{\Phi(x)}{\Phi_0} = \exp(-\omega x) = \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right)$$

5. Полный пробег ускоренных частиц в веществе

- С увеличением пути, пройденным частицей в веществе, возрастает потерянная частицей энергия и уменьшается ее текущая энергия E .
- Пройденный частицей путь R и текущую энергию частицы можно связать между собой через тормозную способность:

$$R = \int_0^R dR_1 = \int_E^{E_1} \frac{dE'}{dE'/dR}$$

- Если энергия частицы при движении в веществе изменяется от начальной энергии E_1 до 0, то мы получим полный пробег частицы с энергией E_1 в веществе:

$$R_1(E_1) = \int_0^{E_1} \frac{dE}{dE/dR}$$

5. Полный пробег ускоренных частиц в веществе

- $R_1(E_1)$ – средний пробег, так как он вычисляется в соответствии со средними потерями энергии частицы на единице длины пути.
- Средний пробег определяет среднюю длину пути, который прошла бы частица в процессе замедления в неограниченной и однородной среде при условии, что она непрерывно теряет энергию вдоль всего пути в соответствии с тормозной способностью вещества. Таким образом, это пробег в приближении непрерывного замедления.
- Пробеги отдельных частиц в веществе носят случайный характер и распределены возле среднего пробега примерно по нормальному закону.

6. Определения, используемые в теории переноса излучения

- Фазовые координаты (\vec{r}, \vec{v}) характеризуют состояние отдельной частицы в момент времени t (\vec{r} - вектор расстояния, определяющий положение частицы в пространстве относительно заданной системы координат, \vec{v} - вектор скорости). Вместо скорости часто используют кинетическую энергию частицы $E = mv^2/2$ (m – масса частицы) и единичный вектор направления $\vec{\Omega}$

Элементарный фазовый объем – $dV d\vec{\Omega} dE$, где $dV = d\vec{r} = dXdYdZ$

Дифференциальная плотность частиц $\Psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ - среднее число частиц, находящихся в единице фазового объема около точки $(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$

2.6. Определения, используемые в теории переноса излучения

- Дифференциальная плотность потока частиц

$\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dE d\vec{\Omega}$ - число частиц с энергией в интервале dE около значения E и направлением движения внутри телесного угла $d\vec{\Omega}$ около направления $\vec{\Omega}$, пересекающих в единицу времени единичную площадку с центром в точке \vec{r} и перпендикулярную к направлению $\vec{\Omega}$.

2.6. Определения, используемые в теории переноса излучения

- **Интеграл столкновений** $I(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$

- число частиц, появившихся в единице фазового объема около точки $(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ в единицу времени за счет рассеяния с изменением параметров: $\vec{\Omega}_1 \rightarrow \vec{\Omega}$ и $E_1 \rightarrow E$:

$$I(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) =$$

$$\int d\vec{\Omega}_1 \int dE_1 \frac{\partial^2 w(E_1 \rightarrow E, \vec{\Omega}_1 \rightarrow \vec{\Omega})}{\partial E_1 \partial \vec{\Omega}_1} \Phi(\vec{r}, E_1, \vec{\Omega}_1, t)$$

2.7. Кинетическое уравнение, его физический смысл и структура

- это - уравнение баланса частиц в малом объеме в окрестности точки \vec{r} в момент времени t , учитывающее все каналы их появления и переноса.
- В кинетическом уравнении имеем дело со средними характеристиками поля движения частиц.
- Рассмотрим малый объем dV около точки \vec{r} , в котором в момент времени t находится $\Psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)dV$ частиц с энергией E и единичным вектором направления движения $\vec{\Omega}$. За время Δt это число изменится и станет равным $\Psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t + \Delta t) dV$.

Составим уравнение баланса, учитывая процессы, приводящие к такому изменению числа частиц.

2.7. Кинетическое уравнение, его физический смысл и структура

- Увеличение числа частиц за время Δt в объеме dV с параметрами E и $\vec{\Omega}$ может осуществиться в результате следующих процессов:

- 1) прихода частиц в dV за Δt через поверхность этого объема dS' :

$$\Delta t \int_{\Omega_n > 0} \vec{\Omega}_n \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dS'$$

- 2) прихода частиц в интервале $d\vec{V}$ около \vec{V} за счет процессов рассеяния (т.е.: $E_1 \rightarrow E$; $\vec{\Omega}_1 = \vec{\Omega}$).

$$\Delta t \int d\vec{\Omega}_1 \int dE_1 w_s(\vec{\Omega}_1 \rightarrow \vec{\Omega}, E_1 \rightarrow E) \Phi(\vec{r}, E_1, \vec{\Omega}_1, t) dV$$

- 3) рождения частиц за время Δt : $M(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dV \Delta t$

2.7. Кинетическое уравнение, его физический смысл и структура

- Уменьшение частиц в dV за Δt происходит в результате:

- 1) ухода частиц из dV через поверхность dS' :

$$\Delta t \int_{\vec{\Omega} \cdot \vec{n} < 0} \vec{\Omega} \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dS'$$

- 2) рассеяния частиц с энергией E в объеме dV :

$$w_s(E) \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dV \Delta t$$

- 3) поглощения в объеме dV частиц с энергией E :

$$w_c(E) \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dV \Delta t$$

2.7. Кинетическое уравнение, его физический смысл и структура

Собирая все члены уравнения вместе, получаем:

$$\Psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t + \Delta t)dV = \Psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)dV + \Delta t \int_{\Omega_n > 0} \vec{\Omega}_n \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)dS' +$$

$$dV\Delta t \int d\vec{\Omega}_1 \int dE_1 w_s(\vec{\Omega}_1 \rightarrow \vec{\Omega}, E_1 \rightarrow E)\Phi(\vec{r}, E_1, \vec{\Omega}_1, t) +$$

$$M(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)dV\Delta t - \Delta t \int_{\Omega_n < 0} \vec{\Omega}_n \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)dS' -$$

$$w_s(E)\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)dV\Delta t - w_c(E)\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)dV\Delta t$$

2.7. Кинетическое уравнение, его физический смысл и структура

Комбинируя члены этого уравнения, деля на $dV\Delta t$ при $\Delta t \rightarrow 0$, учитывая, что: $\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = v\Psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ (v – массовая скорость движения частиц элемента объема V), и $w(E) = w_S(E) + w_C(E)$, получаем кинетическое уравнение Больцмана для функции дифференциальной плотности потока движущихся частиц:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + \vec{\Omega} \nabla \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + w(E) \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) =$$

$$\int d\vec{\Omega}_1 \int dE_1 w_S(\vec{\Omega}_1 \rightarrow \vec{\Omega}, E_1 \rightarrow E) \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + M(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$$

Примечание. Уравнение Больцмана справедливо только в том случае, когда плотность частиц везде достаточно велика.