









# КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА И ВЕЩЕСТВА

**СВЕТ** – электромагнитная волна, распространяющаяся в пространстве с конечной скоростью.

Поведение световых волн описывается волновым уравнением.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \nabla^2 \varphi = 0 \quad (1)$$

Компоненты  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  должны удовлетворять волновому уравнению.

Волновой процесс характеризуется частотой  $\nu$  и длиной волны  $\lambda$  .

$$\nu \lambda = c$$

Решение для плоской электромагнитной волны

$$\varphi = A e^{-2\pi i \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right)} \quad (2)$$

# КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА И ВЕЩЕСТВА

Решение для плоской электромагнитной волны

$$\varphi = Ae^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \quad (3)$$

$$\omega = ck \quad (4)$$

$$\nu \rightarrow \omega$$

$$\omega = 2\pi\nu$$

$$\lambda \rightarrow k$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (5)$$

**ЭЛЕКТРОНЫ** – точечные частицы, движущиеся по законам механики под действием силы Лоренца.

Уравнение движения:

уравнение Ньютона

или

уравнение Лагранжа

или

уравнение Гамильтона

или

уравнение Гамильтона-Якоби


# КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА И ВЕЩЕСТВА

Энергия свободно движущегося электрона, обладающего импульсом  $\vec{p}$

$$E = \frac{p^2}{2m_0}. \quad (6)$$

В релятивистском случае

$$E^{rel.} = \sqrt{c^2 p^2 + m_0^2 c^4}. \quad (7)$$


$$m_0 = 0$$

$$E^{rel.} = cp \quad (8)$$



# КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА И ВЕЩЕСТВА

В нерелятивистском случае, если  $p \ll m_0 c$

$$m_0 v \ll m_0 c$$

$$\beta^2 \equiv \left(\frac{v}{c}\right)^2 \ll 1$$

$$E^{rel.} = \sqrt{c^2 p^2 + m_0^2 c^4} = m_0 c^2 \sqrt{\frac{v^2}{c^2} + 1} = m_0 c^2 \sqrt{\beta^2 + 1}$$

$$\sqrt{\beta^2 + 1} = \text{Taylor}(\sqrt{\beta^2 + 1}, \beta = 0, n = 3) = 1 + \frac{\beta^2}{2}$$

$$E^{rel.} = m_0 c^2 + \frac{m_0 v^2}{2} \quad \Rightarrow \quad E^{rel.} - m_0 c^2 = \frac{m_0 v^2}{2} \equiv E \quad (9)$$

# КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА И ВЕЩЕСТВА

В релятивистском случае, если ввести массу релятивистской частицы

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (10)$$

$$E^{rel.} = mc^2 \quad (11)$$

$$\vec{p}^{rel.} = m\vec{v}$$

# РАВНОВЕСНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА. КОРПУСКУЛЯРНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА.

РАВНОВЕСНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ = ИЗЛУЧЕНИЕ АБСОЛЮТНО ЧЕРНОГО ТЕЛА

$$u = \frac{1}{8\pi} (E^2 + H^2),$$

плотность  
электромагнитной  
энергии

$\vec{E}$  и  $\vec{H}$  напряжённости электрического и магнитного полей

$$u = \int_0^{\infty} \rho(\omega) d\omega, \quad (12)$$

$\rho(\omega)$  — спектральная плотность  
равновесного излучения

# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА. КОРПУСКУЛЯРНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА.

**1900, Макс Планк**

Энергия микроскопических объектов (атомов и молекул) может принимать не любые непрерывные, а только определённые дискретные значения.

Модель стенок:

стенки излучающего тела – совокупность гармонических осцилляторов. Энергия осцилляторов изменяется дискретно и кратна основной гармонике.

$$E_n = n\hbar\omega, \quad (13)$$

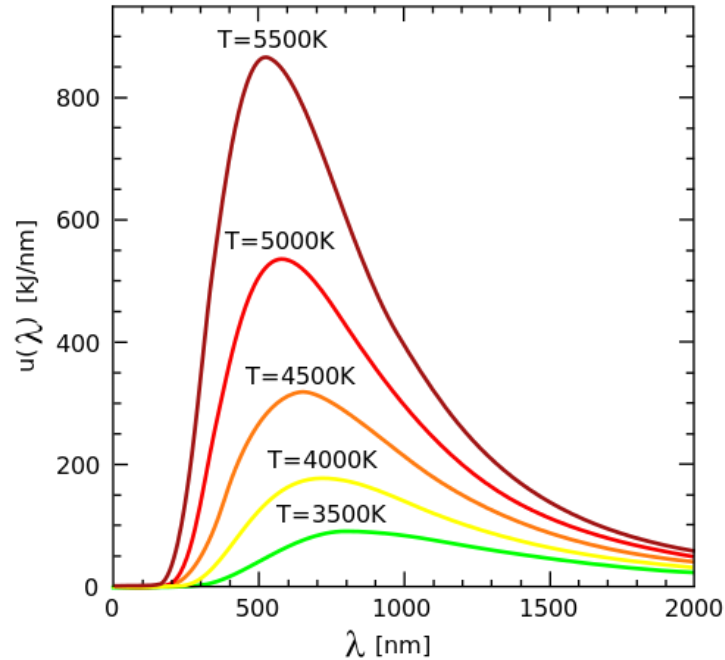
где  $\omega$  – частота колебаний осциллятора;

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots;$$

$\hbar$  – некоторая постоянная величина.

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА. КОРПУСКУЛЯРНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА.



**Формула Планка** для спектральной плотности равновесного излучения:

$$\rho(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3 (e^{\hbar\omega/k_B T} - 1)}, \quad (14)$$

где  $k_B$  — постоянная Больцмана.

**Плотность излучения :**

$$u = \int_0^{\infty} \rho(\omega) d\omega = \frac{\pi^2 k_B^4}{15c^3 \hbar^3} T^4 = \boxed{\frac{4\sigma}{c} T^4 = u} \quad (15)$$

Закон  
Стефана - Больцмана

# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА. КОРПУСКУЛЯРНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА.

Закон Стефана - Больцмана

$$u = \frac{4\sigma}{c} T^4 \quad (15)$$

Закон смещения Вина

$$\lambda_{\max} \cdot T = \frac{2\pi c \hbar}{4.965 k_B} = b, \quad (16)$$

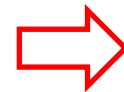
Эмпирические константы

Постоянная Планка

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-5} \text{ g} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{grad}^{-4}$$

$$h = 6.626 \cdot 10^{-27} \text{ Erg} \cdot \text{s}$$

$$b = 0.29 \text{ cm} \cdot \text{grad}$$



# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА. КОРПУСКУЛЯРНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА.

В классическом пределе при  $\hbar = 0$

формула Релея - Джинса  $\rho(\omega) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^4} k_B T$  (17)

$$u = \int_0^{\infty} \rho(\omega) d\omega = \frac{k_B T}{\pi^2 c^3} \int_0^{\infty} \omega^2 d\omega = \infty$$

## «Ультрафиолетовая катастрофа»

Состояние термодинамического равновесия между нагретым телом и излучением не может быть достигнуто.



# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА. КОРПУСКУЛЯРНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА.

## ВЫВОДЫ

1. Классическое рассмотрение излучения абсолютно чёрного тела даёт неверные результаты («Ультрафиолетовая катастрофа»).
2. Гипотеза Планка о том, что энергия изменяется дискретно привела к решению проблемы излучения абсолютно чёрного тела, согласующемуся с экспериментом.

# ФОТОЭФФЕКТ

# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА. КОРПУСКУЛЯРНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА.

**1905, Альберт  
Эйнштейн**

**ФОТОН** – квант света, элементарная частица света.

Идея квантованного обмена энергией (Планк)  
применена к атомным процессам.

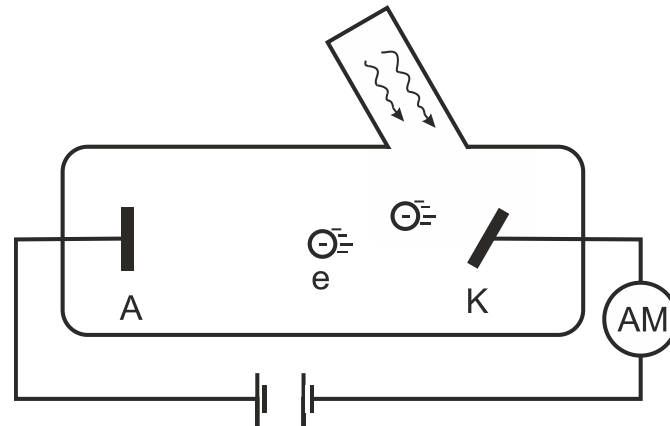
Обмен энергией между веществом и излучением (частоты  $\nu$ ) происходит квантами энергии  $h\nu$ .

Сам свет частоты  $\nu$  может существовать в виде квантов энергии  $h\nu$ .

Эксперименты по фотоэлектрическому эффекту (Герца, Гальвакса, Ленарда).

# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА. КОРПУСКУЛЯРНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА.

## ПРОСТЕЙШАЯ СХЕМА НАБЛЮДЕНИЯ ФОТОЭФФЕКТА



1. При облучении металлической пластины ультрафиолетовым или рентгеновским излучением высвобождаются электроны.
2. Кинетическая энергия электронов возрастает с увеличением жёсткости падающего излучения. Энергия прямо пропорциональна частоте.
3. Кинетическая энергия электронов не зависит от интенсивности падающего излучения возрастает с увеличением жёсткости падающего излучения.

# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА. КОРПУСКУЛЯРНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА.

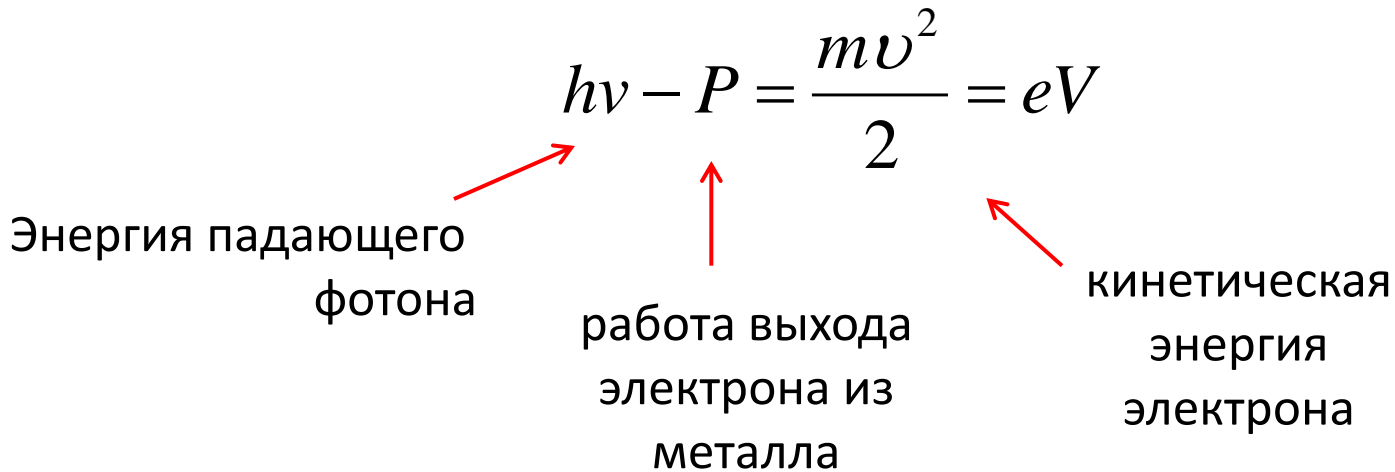
## СООТНОШЕНИЕ ЭЙНШТЕЙНА

$$h\nu - P = \frac{mv^2}{2} = eV$$

Энергия падающего фотона

работа выхода электрона из металла

кинетическая энергия электрона

The diagram shows the equation  $h\nu - P = \frac{mv^2}{2} = eV$  centered on the page. Three red arrows point from text labels below to specific terms in the equation: one from 'Энергия падающего фотона' to  $h\nu$ , one from 'работа выхода электрона из металла' to  $P$ , and one from 'кинетическая энергия электрона' to  $\frac{mv^2}{2}$ .

**ВЫВОД:** Энергия от излучения к веществу передаётся квантами.

# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА. КОРПУСКУЛЯРНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА.

## СООТНОШЕНИЕ ЭЙНШТЕЙНА

$$h\nu - P = \frac{mv^2}{2} = eV$$

Излучение можно рассматривать как совокупность частиц, фотонов, обладающих энергией  $h\nu$ .

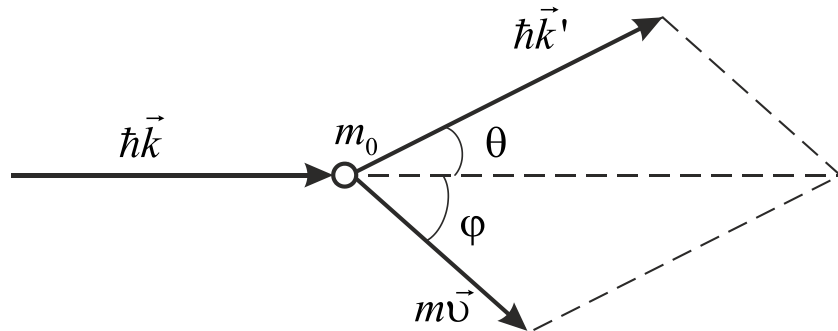
Импульс фотона:

$$\vec{p} = \vec{k}_0 \frac{\hbar\omega}{c} = \hbar\vec{k},$$

где  $\vec{k} = \frac{2\pi\vec{k}_0}{\lambda}$  — волновой вектор

# ЭФФЕКТ КОМПТОНА

# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА. КОРПУСКУЛЯРНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА



## Эффект Комптона, 1923

Рассеяние рентгеновских лучей свободными электронами.

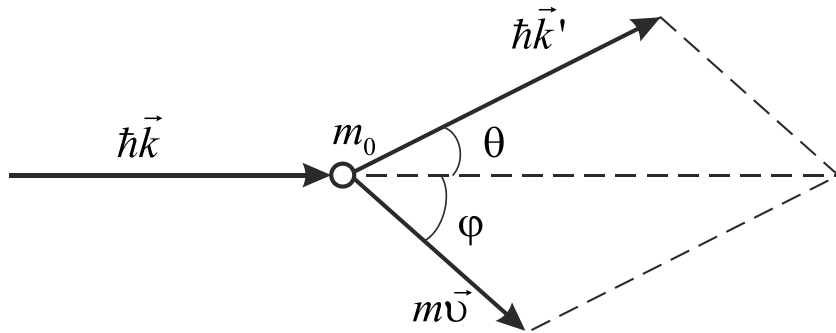
Экспериментальная проверка законов сохранения энергии и импульса.

## «КЛАССИЧЕСКИЕ» ОЖИДАНИЯ

- Интенсивность рассеянного излучения должна уменьшиться.
- Частота рассеянного излучения не должна измениться ( $\omega' = \omega$ ).



# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА. КОРПУСКУЛЯРНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА



Энергия падающего фотона:

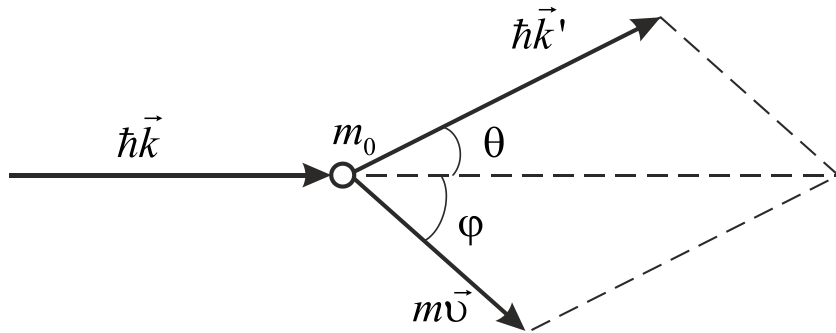
$$\varepsilon = \hbar\omega.$$

Энергия рассеянного фотона:

$$\varepsilon' = \hbar\omega'.$$

По квантовой теории  $\varepsilon' < \varepsilon$  , т.к. часть энергии фотон передаёт электрону.

# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА. КОРПУСКУЛЯРНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА



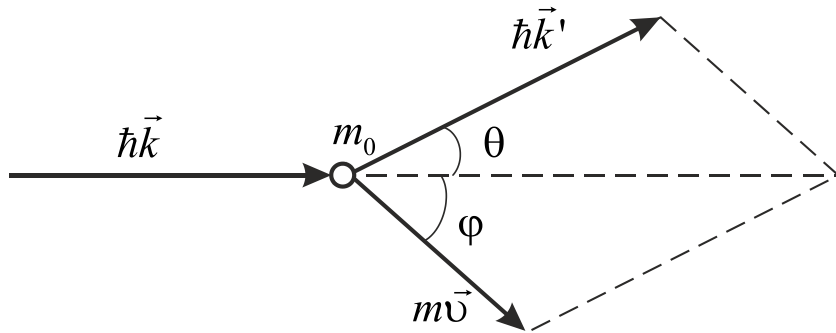
## ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

$$\hbar\omega + m_0c^2 = \hbar\omega' + mc^2$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad - \quad \text{масса электрона после столкновения}$$

$\vec{v}$  — скорость электрона после столкновения

# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА. КОРПУСКУЛЯРНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА



## ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

$$\hbar\vec{k} = \hbar\vec{k}' + m\vec{v}$$

$$\hbar k = \frac{\hbar\omega}{c} \quad \text{—} \quad \text{импульс фотона до рассеяния}$$

$$\hbar k' = \frac{\hbar\omega'}{c} \quad \text{—} \quad \text{импульс фотона после рассеяния}$$

# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА. КОРПУСКУЛЯРНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

$$\left. \begin{aligned} \omega - \omega' &= \frac{c^2}{\hbar} (m - m_0) \\ \vec{k} - \vec{k}' &= \frac{m\vec{v}}{\hbar} \end{aligned} \right\}$$

$$\omega\omega'(1 - \cos\theta) = \frac{m_0c}{\hbar} (c\omega - c\omega')$$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_0 \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

где  $\lambda_0$  — комптоновская длина волны электрона

$$\lambda_0 = \frac{2\pi\hbar}{m_0c} = \frac{h}{m_0c} = 2.4 \cdot 10^{-10} \text{ см}$$

# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА. КОРПУСКУЛЯРНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_0 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$



$$\lambda' > \lambda \quad \leftarrow \quad \Delta\lambda > 0$$



$$\sin^2 \frac{\theta}{2} \sim \omega' < \omega$$

# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА. КОРПУСКУЛЯРНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_0 \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad \left| \cdot \frac{1}{\lambda} \right.$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \sim \frac{\lambda_0}{\lambda} \quad \lambda_0 \sim 10^{-10} \text{ cm}$$

видимый свет  $\lambda \sim 10^{-5} \text{ cm}, \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \sim \frac{\lambda_0}{\lambda} \sim 10^{-5} = 10^{-3}\%,$

рентген  $\lambda \sim 10^{-9} \text{ cm}, \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \sim \frac{\lambda_0}{\lambda} \sim 10^{-1} = 10\%.$

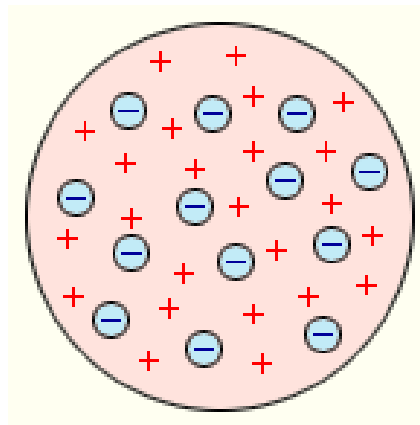
# АТОМ БОРА

# МОДЕЛЬ АТОМА

**Джозеф Томсон**

**1897** - количественное изучение отклонения катодных лучей в электрических и магнитных полях. Экспериментальное открытие элементарной частицы, *электрона*.

**1904** - «пудинговая» модель атома.



**1911** - первый масс-спектр.



# МОДЕЛЬ АТОМА

**Эрнест Резерфорд, 1911**

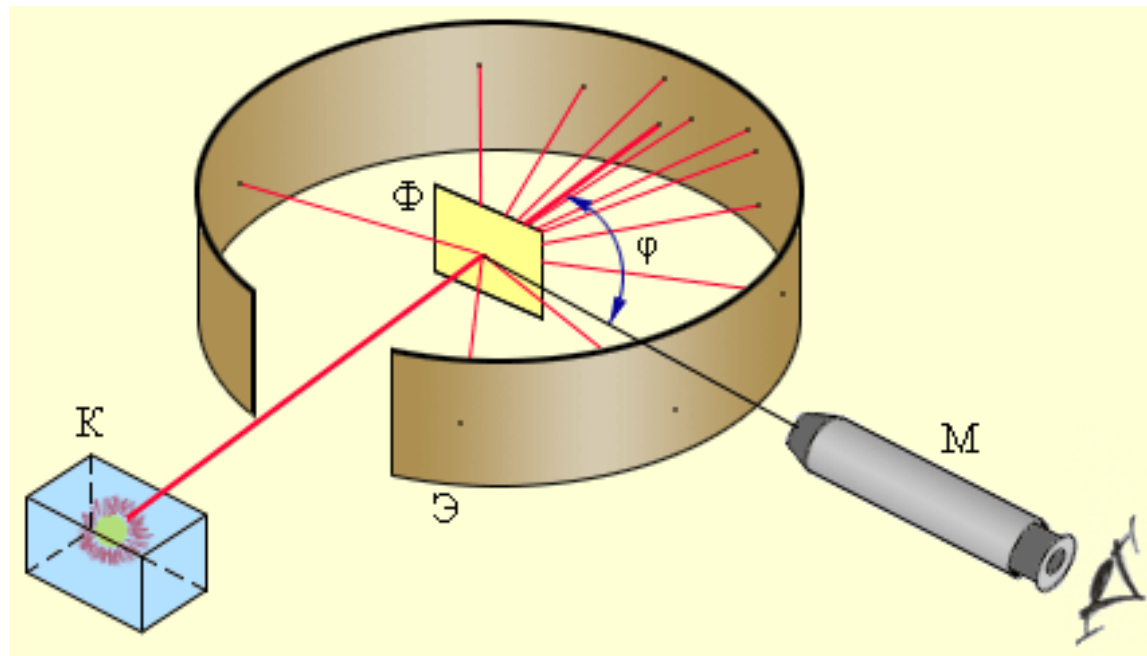
Схема опыта Резерфорда по рассеянию  $\alpha$ -частиц.

$\alpha$  — частица -полностью  
ионизированный  
атом гелия,  $\text{He}^{++}$

$$m_{\alpha} \sim 7300m_e$$

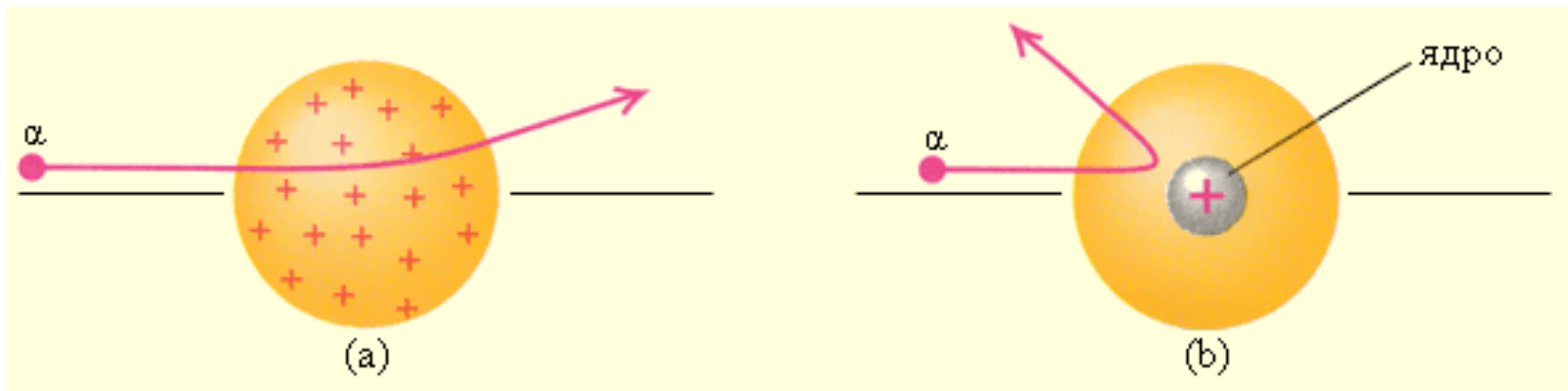
$$T_{\alpha} \sim 5 \text{ MeV}$$

$$v_{\alpha} \sim 10^7 \text{ m/s}$$



К – свинцовый контейнер с радиоактивным веществом,  
Э – экран, покрытый сернистым цинком,  
Ф – золотая фольга,  
М – микроскоп

# МОДЕЛЬ АТОМА



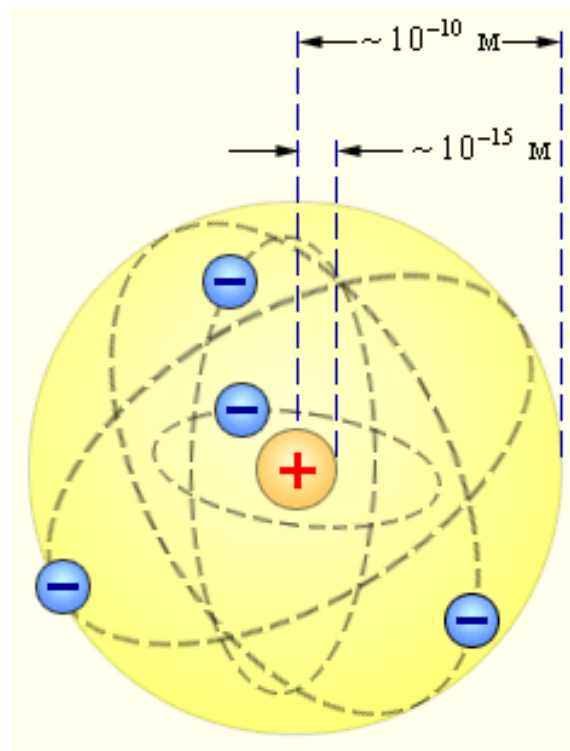
Рассеяние  $\alpha$ -частицы в атоме Томсона (a) и в атоме Резерфорда (b)

# МОДЕЛЬ АТОМА

## Планетарная модель атома Резерфорда.

- Атом состоит из плотного положительно заряженного ядра.
- Диаметр ядра  $\sim 10^{-14} - 10^{-15} \text{ м}$ .
- Ядро занимает  $\sim 10^{-12}$  часть атома.
- Ядро содержит весь положительный заряд.
- 99.95% массы атома составляет масса ядра.
- Плотность субстанции, составляющей ядро

$$\rho \approx 10^{15} \text{ г / см}^3.$$



# МОДЕЛЬ АТОМА

## Планетарная модель атома Резерфорда.

### ВЫВОДЫ:

+

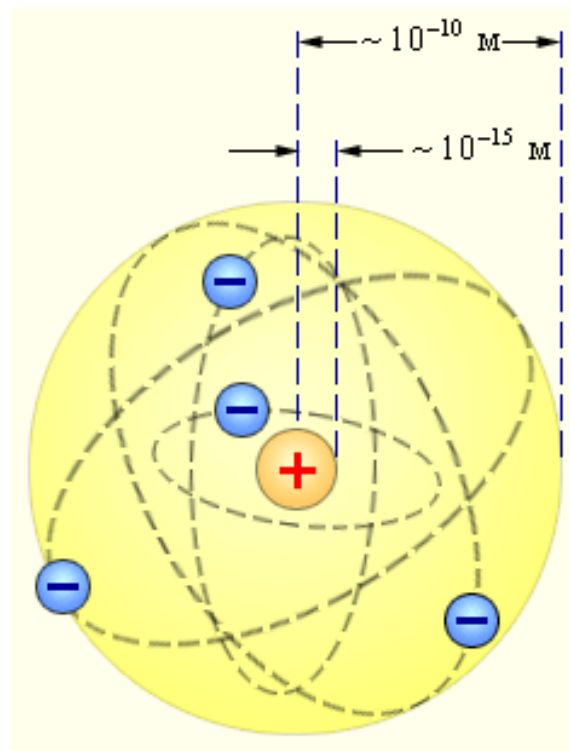
Модель Резерфорда - наиболее близкая и эмпирически подтверждённая модель атома.

-

Законы классической электродинамики не совместимы с моделью, т.к. электроны, ускоренно движущиеся по орбитам теряют энергию и должны упасть на ядро.

-

Нет модели, объясняющей происхождение линейчатых спектров.



# СТАРАЯ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ. ПОЛУКЛАССИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АТОМА

Нильс Бор, 1913

## ПОСТУЛАТЫ БОРА

**I** Атом может существовать только в определённых дискретных стационарных состояниях («квантовых состояниях»), в которых он не излучает. Стационарными являются лишь те орбиты, при движении по которым момент количества движения электрона равен целому числу постоянных Планка:

$$\oint pdq = J = nh, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

# СТАРАЯ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ. ПОЛУКЛАССИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АТОМА

Нильс Бор, 1913

## ПОСТУЛАТЫ БОРА

II

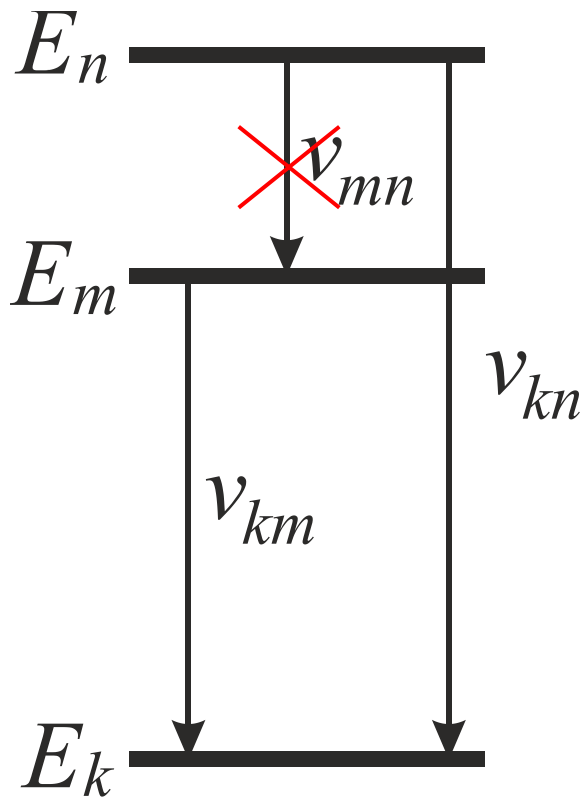
Излучение возникает из одного состояния в другое; энергия, теряемая атомом при этом преобразуется в фотон энергии  $h\nu$ , частота которого определяется равенством:

$$h\nu = E_2 - E_1$$

Поглощение кванта  $h\nu$  происходит при переходе с энергетического уровня на более высокий .

# СТАРАЯ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ. ПОЛУКЛАССИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АТОМА

## ПРАВИЛО ЧАСТОТ БОРА КОМБИНАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП РИДБЕРГА - РИТЦА



**ПРАВИЛА ОТБОРА**

$$v_{k \leftarrow m} = \frac{E_m - E_k}{h}$$

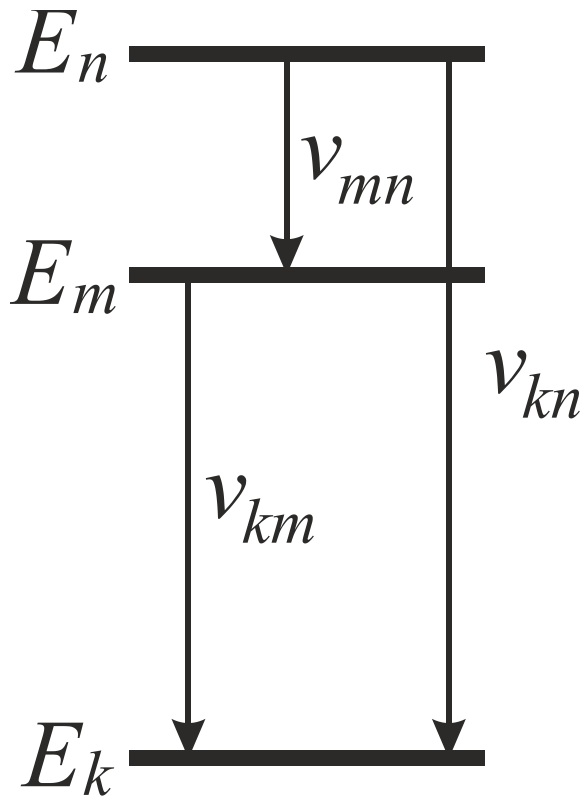
$$v_{m \leftarrow n} = \frac{E_n - E_m}{h}$$

$$v_{k \leftarrow n} = \frac{E_n - E_k}{h}$$

$$v_{kn} = v_{km} + v_{mn}$$

# СТАРАЯ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ. ПОЛУКЛАССИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АТОМА

## ПРАВИЛО ЧАСТОТ БОРА КОМБИНАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП РИДБЕРГА - РИТЦА



$$\nu_{kn} = \nu_{km} + \nu_{mn}$$

Определение стационарных состояний квантовой системы возможно с помощью определения спектров.



# СТАРАЯ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ. ПОЛУКЛАССИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АТОМА

## МОДЕЛЬ АТОМА БОРА

### ВЫВОДЫ

- Полуклассическая модель объясняет дискретность энергетических состояний водородоподобных атомов.
  - Первая полу-квантовая теория использующая принцип квантования энергии в системах обладающих стационарными состояниями.
  - Первая теория, объясняющая эмпирически наблюдаемые спектры, позволяющая количественно их описывать.
- 
- Модель Бора не объясняет интенсивность спектральных линий.
  - Модель Бора может быть практически применима только к атому водорода (двухчастичная задача).

# СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. С. Давыдов, «Квантовая механика».
2. А. А. Соколов, И. М. Тернов, В. Ч. Жуковский, «Квантовая механика».
3. В. Г. Левич, Ю. А. Вдовин, В. А. Мямлин, «Курс теоретической физики», Т2, ФИЗМАТГИЗ-1962.
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, «Квантовая механика. Нерелятивистская теория», Изд-во «Наука», Москва 1974.
5. Д. И. Блохинцев, «Основы квантовой механики», Изд-во «Наука», Москва 1976.