



Национальный исследовательский Томский
политехнический
университет

Экзаменационный билет № 1

по дисциплине:
Теоретическая физика. Квантовая механика
часть ____
институт: ____
курс _____

Вопросы	Макс. балл - 40
1. Предпосылки возникновения квантовой теории. Квантовая теория света. Изучение равновесного излучения. Гипотеза Планка. Квант-элементарная частица света. Фотоэффект. Эффект Комптона. Комптоновская длина волны электрона. Волновые свойства электронов. Опыты Дэвиссона-Джермера по дифракции электронов. Гипотеза де Бройля. Длина волны де Бройля.	15
2. Квантовый гармонический осциллятор. Гамильтониан гармонического осциллятора. Решение уравнения Шредингера. Нормированные волновые функции. Спектр собственных значений. Операторы рождения и уничтожения. Коммутационные соотношения. Действие операторов рождения и уничтожения на вектор состояния. Оператор числа квантов. Спектр энергий. Матричные элементы операторов рождения и уничтожения. Среднее значение квадратов координаты и импульса.	15
3. Найти эрмитово сопряженные и обратные операторы к данным: а) отражения: $\hat{I}\psi(x) = \psi(-x)$ б) смещения: $\hat{T}_a\psi(x) = \psi(x+a)$ в) масштабирования: $\hat{M}_c\psi(x) = \sqrt{c}\psi(cx)$ г) комплексного сопряжения: $\hat{R}\psi(x) = \psi(x)^*$	10

Лектор, профессор КОФ ФТИ

Е.С.Бехтерева « ____ » ____ 2014г.

УТВЕРЖДАЮ: зав. КОФ

А.М.Лидер « ____ » ____ 2014 г.



Национальный исследовательский Томский
политехнический
университет

Экзаменационный билет № 2
по дисциплине:
Теоретическая физика. Квантовая механика
часть _____
институт: _____
курс _____

Вопросы	Макс. балл - 40
1. Волновая функция. Вероятностное истолкование волновой функции. Квантовомеханический ток. Уравнение непрерывности. Связь уравнения непрерывности с законами сохранения числа частиц и электрического заряда. Плотность тока в стационарном состоянии.	15
2. Приближенные методы решения квантовых задач. Теория возмущений. Теория возмущений Релея-Шредингера. Первый порядок теории возмущений, поправка к энергии и волновой функции. Второй порядок теории возмущений, поправка к энергии. Пределы применимости теории возмущений Релея-Шредингера.	15
3. Найти собственные функции и собственные значения операторов: 1). $x - \frac{\partial}{\partial x}$; 2). $x + \frac{\partial}{\partial x}$; 3). $\hat{a} = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; 3). $\hat{b} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.	10

Лектор, профессор КОФ ФТИ

Е.С.Бехтерева « ____ » ____ 2014г.

УТВЕРЖДАЮ: зав. КОФ

А.М.Лидер « ____ » ____ 2014 г.



Национальный исследовательский Томский
политехнический
университет

Экзаменационный билет № 3

по дисциплине:

Теоретическая физика. Квантовая механика

часть _____

институт: _____

курс _____

Вопросы	Макс. балл - 40
1. Система основных постулатов квантовой механики. П1. Определение состояний квантовой системы векторами гильбертова пространства. Гипотеза Луи де Бройля. П2. Принцип суперпозиции квантовых состояний. Суперпозиция волн де Бройля. П3. Постулат квантования: Определение физических величин линейными эрмитовыми операторами. Физический смысл и свойства собственных значений и собственных векторов операторов физических величин. П4. Теорема полноты. Вероятности измерений и среднего значения физической величины в произвольном квантовом состоянии (дискретный спектр).	15
2. Движение частицы в потенциальной яме со стенками конечной высоты. Решение задачи. Свойства волновых функций. Четные и нечетные волновые функции. Спектр энергий.	15
3. Доказать соотношение: $e^{\hat{A}} \hat{B} e^{-\hat{A}} = \hat{B} + [\hat{A}, \hat{B}] + \frac{1}{2!} [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]] + \dots$	10

Лектор, профессор КОФ ФТИ

Е.С.Бехтерева « ____ » ____ 2014г.

УТВЕРЖДАЮ: зав. КОФ

А.М.Лидер « ____ » ____ 2014 г.



Национальный исследовательский Томский
политехнический
университет

Экзаменационный билет № 4
по дисциплине:
Теоретическая физика. Квантовая механика
часть _____
институт: _____
курс _____

Вопросы	Макс. балл - 40
1. Стационарные состояния. Уравнение Шредингера. Задача на собственные значения. Теорема о собственных векторах коммутирующих операторов и физические следствия из нее. Свойства собственных векторов и собственных значений оператора. Спектр оператора. Вырожденные и невырожденные собственные значения.	15
2. Вариационный метод приближенного решения уравнения Шредингера. Среднее значение энергии как функционал. Понятие вариация функционала. Уравнение Шредингера как условие минимума энергии. Прямой вариационный метод Ритца. Вычисление энергии и волновой функции основного состояния атома водорода вариационным методом.	15
3. Частица находится в потенциальной яме ширины l с бесконечно высокими стенками. Определите возможные энергии и соответствующие функции состояний частицы.	10

Лектор, профессор КОФ ФТИ

Е.С.Бехтерева «___»___2014г.

УТВЕРЖДАЮ: зав. КОФ

А.М.Лидер «___»___2014 г.



Национальный исследовательский
Томский
политехнический
университет

Экзаменационный билет № 5

по дисциплине:
Теоретическая физика. Квантовая механика
часть _____
институт: _____
курс _____

Вопросы	Макс. балл - 40
1. Эволюция состояния физической системы со временем. Временное уравнение Шредингера. Стационарные состояния в картине эволюции Шредингера. Зависимость средних значений физических величин от времени. Интегралы движения. Соотношения Эренфеста.	15
2. Квантовая теория излучения. Коэффициенты Эйнштейна. Вероятности спонтанных и вынужденных переходов. Вероятности переходов в классическом пределе на примере системы гармонический осциллятор.	15
3. Для частицы, движение которой ограничено бесконечно высокой потенциальной стенкой, найти нормированные волновые функции стационарных состояний. Убедиться в полноте полученной системы функций.	10

Лектор, профессор КОФ ФТИ

Е.С.Бехтерева « ____ » ____ 2014г.

УТВЕРЖДАЮ: зав. КОФ

А.М.Лидер « ____ » ____ 2014 г.



Национальный исследовательский Томский
политехнический
университет

Экзаменационный билет № 6
по дисциплине:
Теоретическая физика. Квантовая механика
часть _____
институт: _____
курс _____

Вопросы	Макс. балл - 40
1. Волновая функция. Определите понятие волновой функции квантовой системы. Какова ее физическая интерпретация. Свойства волновой функции. Что такое пространство Гильберта. Свойства гильбертова пространства и скалярного произведения. Свойство полноты и принцип суперпозиции..	15
2. Приближенные методы решения квантовых задач. Нестационарная теория возмущений. Определение коэффициентов поправок в волновые функции по методу Дирака.	15
3. Как ядра операторов комплексно сопряженного, транспонированного и эрмитово сопряженного к данному связаны с ядром исходного оператора? Найти ядра операторов: а) отражения: $I\psi(x) = \psi(-x)$ б) смещения: $\hat{T}_a\psi(x) = \psi(x + a)$ в) масштабирования: $\hat{M}_c\psi(x) = \sqrt{c}\psi(cx)$	10

Лектор, профессор КОФ ФТИ

Е.С.Бехтерева «___»___2014г.

УТВЕРЖДАЮ: зав. КОФ

А.М.Лидер «___»___2014 г.



Национальный исследовательский Томский
политехнический
университет

Экзаменационный билет № 7

по дисциплине:
Теоретическая физика. Квантовая механика
часть ____
институт: ____
курс _____

Вопросы	Макс. балл - 40
1. Стационарные состояния. Уравнение Шредингера. Задача на собственные значения. Теорема о собственных векторах коммутирующих операторов и физические следствия из нее. Свойства собственных векторов и собственных значений оператора. Спектр оператора. Вырожденные и невырожденные собственные значения.	15
2. Движение частицы в потенциальной яме со стенками конечной высоты. Решение задачи. Свойства волновых функций. Четные и нечетные волновые функции. Спектр энергий.	15
3. Найти коммутатор $[\hat{a}^+, \hat{a}^-]$, где операторы рождения и уничтожения $\hat{a}^- = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\xi + \frac{\partial}{\partial \xi} \right), \quad \hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\xi - \frac{\partial}{\partial \xi} \right), \quad \xi = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x$	10

Лектор, профессор КОФ ФТИ

Е.С.Бехтерева « ____ » ____ 2014г.

УТВЕРЖДАЮ: зав. КОФ

А.М.Лидер « ____ » ____ 2014 г.



Национальный исследовательский Томский
политехнический
университет

Экзаменационный билет № 8

по дисциплине:
Теоретическая физика. Квантовая механика
часть _____
институт: _____
курс _____

Вопросы	Макс. балл - 40
1. Изменение физической величины по времени. Законы сохранения в квантовой механике. Квантовые скобки Пуассона. Теоремы Эренфеста.	15
2. Теория возмущений Релея-Шредингера. Теория возмущений при наличии вырождения.	15
3. Квантовый гармонический осциллятор с частотой колебаний ω находится в первом возбужденном состоянии. Найти средние значения потенциальной и кинетической энергии осциллятора.	10

Лектор, профессор КОФ ФТИ

Е.С.Бехтерева « ____ » _____ 2014г.

УТВЕРЖДАЮ: зав. КОФ

А.М.Лидер « ____ » _____ 2014 г.



Национальный исследовательский Томский
политехнический
университет

Экзаменационный билет № 9

по дисциплине:
Теоретическая физика. Квантовая механика
часть _____
институт: _____
курс _____

Вопросы	Макс. балл - 40
1. Волновое уравнение Шрёдингера. Решение в разделенных переменных. Стационарные и нестационарные состояния. Свойства волновых функций.	15
2. Квазиклассическое приближение. Предельный переход к классической механике. Условия применимости классических уравнений движения для квантовых систем.	15
3. Найти значения коммутаторов $[\hat{x}, \hat{p}_x]$, $[\hat{x}, \hat{H}]$, $[\hat{p}, \hat{H}]$.	10

Лектор, профессор КОФ ФТИ

Е.С.Бехтерева «___»___2014г.

УТВЕРЖДАЮ: зав. КОФ

А.М.Лидер «___»___2014 г.



Национальный исследовательский Томский
политехнический
университет

Экзаменационный билет № 10
по дисциплине:
Теоретическая физика. Квантовая механика
часть _____
институт: _____
курс _____

Вопросы	Макс. балл - 40
1. Волна Дебройля, концепция волнового пакета. Время жизни волнового пакета для микро- и макрообъектов. Условия неопределенностей Гейзенберга, как следствие пространственной неопределенности локализации волнового пакета. Четвёртое соотношение неопределенности как следствие нестабильности волнового пакета.	15
2. Спин элементарных частиц. Операторы спина. Собственные операторов проекций спина частицы.	15
3. Для случая бесконечно глубокой потенциальной ямы ширины l , определить функции распределения по координатам и импульсам.	10

Лектор, профессор КОФ ФТИ

Е.С.Бехтерева « ____ » ____ 2014г.

УТВЕРЖДАЮ: зав. КОФ

А.М.Лидер « ____ » ____ 2014 г.



Национальный исследовательский Томский
политехнический
университет

Экзаменационный билет № 11

по дисциплине:

Теоретическая физика. Квантовая механика

часть _____

институт: _____

курс _____

Вопросы	Макс. балл - 40
1. Различные представления состояний квантовых систем. Связь координатного и импульсного представлений для произвольного вектора состояния $ a\rangle$.	15
2. Адиабатическая теория возмущений. Условия применимости адиабатического приближения.	15
3. Определить вероятности переходов электрона в атоме водорода в возбужденное состояние под воздействием периодического возмущения вида $\hat{W}(x, t) = A(x) \exp(-i\omega t)$.	10

Лектор, профессор КОФ ФТИ

Е.С.Бехтерева « ____ » _____ 2014г.

УТВЕРЖДАЮ: зав. КОФ

А.М.Лидер « ____ » _____ 2014 г.



Национальный исследовательский Томский
политехнический
университет

Экзаменационный билет № 12
по дисциплине:
Теоретическая физика. Квантовая механика
часть _____
институт: _____
курс _____

Вопросы	Макс. балл - 40
1. Ротатор (собственные функции, соответствующие собственным значениям энергии ротатора, в зависимости от орбитального квантового числа. Их плотности вероятности).	15
2. Атом водорода в электрическом поле. Эффект Штарка.	15
3. Получить приближенное значение энергии основного состояния частицы в бесконечно глубокой потенциальной яме ширины a ($0 < x < a$) вариационным методом, используя пробные функции: $a). \psi(x) = Ax(x - a); b). \psi(x) = B \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right);$ $c). \psi(x) = C\left(\frac{a}{2} - \left x - \frac{a}{2}\right \right).$	10

Лектор, профессор КОФ ФТИ

Е.С.Бехтерева « ____ » ____ 2014г.

УТВЕРЖДАЮ: зав. КОФ

А.М.Лидер « ____ » ____ 2014 г.



Национальный исследовательский Томский
политехнический
университет

Экзаменационный билет № 13
по дисциплине:
Теоретическая физика. Квантовая механика
часть ____
институт: ____
курс _____

Вопросы	Макс. балл - 40
1. Движение в поле потенциального барьера конечной высоты и конечной ширины. Коэффициенты отражения и прохождения. Туннельное прохождение частиц.	15
2. Движение в кулоновском поле. Энергии и волновые функции атома водорода.	15
3. Найти энергетический спектр и нормированные волновые функции стационарных состояний гармонического осциллятора в импульсном представлении, исходя из решения уравнения Шрёдингера в этом представлении.	10

Лектор, профессор КОФ ФТИ

Е.С.Бехтерева « ____ » ____ 2014г.

УТВЕРЖДАЮ: зав. КОФ

А.М.Лидер « ____ » ____ 2014 г.



Национальный исследовательский Томский
политехнический
университет

Экзаменационный билет № 14
по дисциплине:
Теоретическая физика. Квантовая механика
часть _____
институт: _____
курс _____

Вопросы	Макс. балл - 40
1. Оператор, собственные значения и собственные функции момента и квадрата момента.	15
2. Метод самосогласованного поля - метод Хартри-Фока.	15
3. Моменты двух слабо взаимодействующих подсистем, равные 1 и 1/2 , складываются в результирующий момент J. В следующих состояниях: $a). J = \frac{3}{2}, J_z = \pm \frac{1}{2}; \quad b). J = \frac{1}{2}, J_z = \pm \frac{1}{2}.$ Найти вероятности различных значений проекций складываемых моментов на ось z и их средние значения. При решении задачи воспользоваться операторами J_{\pm} .	10

Лектор, профессор КОФ ФТИ

Е.С.Бехтерева «___»___2014г.

УТВЕРЖДАЮ: зав. КОФ

А.М.Лидер «___»___2014 г.

КУРС «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА. КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА»

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ (5 семестр)

- 1. Предпосылки возникновения квантовой теории.** Квантовая теория света. Изучение равновесного излучения. Гипотеза Планка. Квант-элементарная частица света. Фотоэффект. Эффект Комптона. Комптоновская длина волны электрона. Волновые свойства электронов. Опыты Дэвиссона-Джермера по дифракции электронов. Гипотеза де Бройля. Длина волны де Бройля.
- 2. Концепция волнового пакета. Волновая функция.** Фазовая скорость. Концепция волнового пакета. Амплитуда волнового пакета. Групповая скорость. Пространственная и временная локализация волнового пакета. Связь ширины пакета с интервалом волновых чисел. Соотношение неопределенностей Гейзенберга. Время жизни волнового пакета.
- 3. Волновая функция.** Вероятностное истолкование волновой функции. Квантовомеханический ток. Уравнение непрерывности. Связь уравнения непрерывности с законами сохранения числа частиц и электрического заряда. Плотность тока в стационарном состоянии.
- 4. Операторы физических величин.** Оператор координаты. Оператор импульса. Собственные функции операторов непрерывного спектра. Коммутационные соотношения для операторов координаты и импульса. Вывод соотношения неопределенностей на основе коммутационных соотношений операторов координаты и импульса. Оператор полной энергии (гамильтониан).
- 5. Стационарные состояния. Уравнение Шредингера. Задача на собственные значения.** Теорема о собственных векторах коммутирующих операторов и физические следствия из нее. Свойства собственных векторов и собственных значений оператора. Спектр оператора. Вырожденные и невырожденные собственные значения.
- 6. Измерение в квантовой механике.** Чистое состояние. Средние значения физических величин. Изменение среднего значения физических величин по времени. Квантовые скобки Пуассона. Полный набор физических величин. Коммутационные соотношения операторов координат и импульсов в системах многих частиц.
- 7. Система основных постулатов квантовой механики. П1.** Определение состояний квантовой системы векторами гильбертова пространства. Физический смысл определения состояния в квантовой теории. Гипотеза Луи де Бройля как вспомогательный постулат. **П2.** Принцип суперпозиции квантовых состояний. Суперпозиция волн де Бройля. **П3.** Постулат квантования: Определение физических величин линейными эрмитовыми операторами. Физический смысл собственных значений и собственных векторов операторов физических величин. Свойства собственных векторов и собственных значений: а) действительность собственных значений эрмитовых операторов; б) ортогональность собственных векторов, имеющих различные собственные значения. **П4.** Теорема разложения. Суперпозиция собственных векторов оператора физической величины. Физический смысл коэффициентов разложения вектора состояния по собственным векторам физической величины. Свойство полноты собственных векторов физической величины. Вычисление вероятностей измерений и среднего значения физической величины в произвольном квантовом состоянии (дискретный спектр).
- 8. Эволюция состояния физической системы со временем.** Временное уравнение Шредингера. Стационарные состояния в картине эволюции Шредингера. Зависимость средних значений физических величин от времени. Интегралы движения. Гейзенберговская картина эволюции. Уравнение Гейзенберга. Эквивалентность двух

способов описания временной эволюции. Соотношения Эренфеста. Связь операторов физических величин со свойствами симметрии пространства и времени.

9. **Точно решаемые задачи квантовой механики. Одномерное движение.** Одномерное уравнение Шредингера для свободного движения. Свободное движение в трех измерениях. Плотность тока для свободно движущейся частицы.
10. **Движение частицы в потенциальной яме со стенками конечной высоты.** Решение задачи. Свойства волновых функций. Четные и нечетные волновые функции. Спектр энергий.
11. **Квантовый гармонический осциллятор.** Гамильтониан гармонического осциллятора. Решение уравнения Шредингера. Нормированные волновые функции. Спектр собственных значений. Операторы рождения и уничтожения. Коммутационные соотношения. Действие операторов рождения и уничтожения на вектор состояния. Оператор числа квантов. Спектр энергий. Матричные элементы операторов рождения и уничтожения. Среднее значение квадратов координаты и импульса.
12. **Теория углового момента.** Абстрактный оператор углового момента. Коммутационные соотношения. Теорема о собственных значениях. Диапазон изменения квантовых чисел. Сложение двух коммутирующих операторов углового момента. Коэффициенты Клебша-Гордана. Оператор момента импульса в сферической системе координат. Сферические гармоники.
13. **Приближенные методы решения квантовых задач. Теория возмущений.** Теория возмущений Релея-Шредингера. Первый порядок теории возмущений, поправка к энергии и волновой функции. Второй порядок теории возмущений, поправка к энергии. Пределы применимости теории возмущений Релея-Шредингера.
14. **Теория возмущений. Возмущения, зависящие от времени.** Уравнения для коэффициентов разложения волновой функции в нестационарной теории возмущений. Вероятность перехода. Переходы под действием адиабатического возмущения и внезапного возмущения. Возмущения, изменяющиеся по гармоническому закону. Частота перехода. Вероятность перехода в единицу времени для гармонического возмущения.
15. **Вариационный метод приближенного решения уравнения Шредингера.** Среднее значение энергии как функционал. Понятие вариация функционала. Уравнение Шредингера как условие минимума энергии. Прямой вариационный метод Ритца. Вычисление энергии и волновой функции основного состояния атома водорода вариационным методом.
16. **Метод самосогласованного поля в теории многоэлектронных систем.** Физическое обоснование приближения среднего поля. Кулоновский вклад в потенциальную энергию. Уравнения Хартри. Метод самосогласования. Вывод уравнений Хартри вариационным методом. Связь хартриевских одночастичных энергий и полной энергии системы. Метод Хартри-Фока. Детерминант Слэттера. Уравнения Хартри-Фока. Самосогласованный обменный потенциал в приближении Хартри-Фока. Физическое толкование обменного вклада в энергию.

КУРС «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА. КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА»

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Соколов, И. М. Тернов, В. Ч. Жуковский, Квантовая Механика; Москва «Наука», 1979.
2. А. С. Давыдов, Квантовая Механика; Москва «Наука», 1973.
3. Д. И. Блохинцев, Основы квантовой механики, Издательство «Наука», Москва, 1976.
4. З. Флюгге, Задачи по квантовой механике; Том 1,2, URSS, Издательство ЛКИ, Москва, 2009.
5. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика. Нерелятивистская теория, Издательство «Наука», Москва, 1974.
6. Д. Бом, Квантовая теория, Издательство «Наука», Москва, 1965.
7. В. А. Фок, Начала квантовой механики, Издательство «Наука», Москва, 1976.
8. А. Мессиа, Квантовая механика, том 1, 2, Издательство «Наука», Москва, 1978.

КУРС «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА. КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА»

КОЛЛОКВИУМ № 1

Корпускулярно-волновой дуализм.

1. Квантовая теория света.
2. Волновые свойства электронов. Фазовая скорость. Групповая скорость и волновые пакеты.

Уравнение Шредингера.

1. Уравнение Гамильтона-Якоби.
2. Волновое уравнение для электронов. Физический смысл волновой функции ψ .
3. Линейные операторы в теории Шредингера.

Решение Уравнения Шредингера.

1. Стационарный случай. Общее решение. Квантовые ансамбли. Статистическая интерпретация волновой функции.
2. Дискретный и непрерывный спектр уравнения Шредингера.
3. Потенциальная яма.
4. Непрерывный спектр.
5. Метод Борна.
6. Дельта-функция Дирака.
7. Нормировка непрерывного спектра на дельта-функцию.
8. Решение уравнения Пуассона для точечного заряда.

Некоторые методы приближенного решения уравнения Шредингера.

1. Квазиклассическое приближение. Приближенный метод Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна (метод ВКБ).
2. Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер (туннельный эффект). Случай прямоугольного барьера.
3. Вырывание электронов из металла. Холодная эмиссия.
4. Альфа-распад. Понятие о квазиуровнях (квазидискретный спектр).

Статистическое толкование квантовой механики.

1. Средние значения операторов.
2. Вывод соотношения неопределенностей. Классические и квантовые скобки Пуассона.
3. Теоремы Эренфеста. Переход от квантовых уравнений движения к классическим.

Линейный гармонический осциллятор.

1. Осциллятор в классической теории и в приближении ВКБ.
2. Собственные функции и собственные значения энергии.

Элементы теории представлений.

1. Различные представления вектора состояния. Представления операторов.
2. Связь представлений. Решение уравнения Шредингера для гармонического осциллятора в импульсном представлении.
3. Различные представления по отношению к зависимости вектора состояния от времени.
4. Матричное представление.
5. Представление системы гармонический осциллятор в терминах операторов рождения и уничтожения.

Дополнительные вопросы

1. Оценить время жизни волнового пакета для электрона.
2. Что следует из факта некоммутативности операторов физических величин.
3. Из каких условий на оператор можно сделать вывод о сохранении физической величины с течением времени.
4. Какие законы сохранения для замкнутых квантовых систем имеются в квантовой теории.
5. Для каких квантовых систем применимы классические уравнения движения.
6. Что такое полная система физических величин.
7. В чем состоит принцип дополнительности.
8. Что есть плотность вероятности в квантовой механике.
9. Как определяется функция распределения по импульсам.
10. Что такое вырожденное собственное значение.
11. Условие полноты системы собственных функций оператора.
12. Как определяется координатное представление в квантовой теории.
13. Записать условие нормировки собственных функций оператора непрерывного спектра.
14. Как определяется четность собственных функций гармонического осциллятора.
15. Энергия нулевых колебаний гармонического осциллятора.
16. Соотношение неопределённостей Гейзенберга для координаты и импульса. Четвёртое соотношение неопределённостей. Интерпретация. Значение.
17. Определение стационарных состояний.
18. Определите четность волновых функций для частицы в бесконечно глубокой потенциальной яме.
19. Что такое оператор числа частиц.
20. Как выглядит матрица оператора координаты в базисе собственных функций гармонического осциллятора.
21. Записать вид оператора импульса и оператора координаты в импульсном представлении.
22. В чем заключается возможность перехода к классическому описанию квантовых систем.
23. В чем отличие представлений Гейзенберга и Шрёдингера.
24. В чем состоит решение квантовой задачи в матричном представлении.
25. Записать условие ортонормированности волновых функций оператора дискретного спектра.

КУРС «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА. КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА»

КОЛЛОКВИУМ № 2

Точно решаемые задачи квантовой механики. Одномерное движение.

1. Одномерное уравнение Шредингера для свободного движения. Свободное движение в трех измерениях. Плотность тока для свободно движущейся частицы.
2. Движение частицы в потенциальной яме со стенками конечной высоты. Решение задачи. Свойства волновых функций. Четные и нечетные волновые функции. Спектр энергий.
3. Квантовый гармонический осциллятор. Гамильтониан гармонического осциллятора. Решение уравнения Шредингера. Нормированные волновые функции. Спектр собственных значений.
4. Операторы рождения и уничтожения. Коммутационные соотношения. Действие операторов рождения и уничтожения на вектор состояния. Оператор числа квантов. Спектр энергий. Матричные элементы операторов рождения и уничтожения. Среднее значение квадратов координаты и импульса.

Теория углового момента.

1. Абстрактный оператор углового момента. Коммутационные соотношения. Теорема о собственных значениях. Диапазон изменения квантовых чисел.
2. Сложение двух коммутирующих операторов углового момента. Коэффициенты Клебша-Гордана. Оператор момента импульса в сферической системе координат. Сферические гармоники.

Приближенные методы решения квантовых задач.

1. Теория возмущений Релея-Шредингера. Первый порядок теории возмущений, поправка к энергии и волновой функции. Второй порядок теории возмущений, поправка к энергии. Пределы применимости теории возмущений Релея-Шредингера.
2. Возмущения, зависящие от времени. Уравнения для коэффициентов разложения волновой функции в нестационарной теории возмущений. Вероятность перехода. Переходы под действием адиабатического возмущения и внезапного возмущения. Возмущения, изменяющиеся по гармоническому закону. Частота перехода. Вероятность перехода в единицу времени для гармонического возмущения.
3. Вариационный метод приближенного решения уравнения Шредингера. Среднее значение энергии как функционал. Понятие вариация функционала. Уравнение Шредингера как условие минимума энергии. Прямой вариационный метод Ритца. Вычисление энергии и волновой функции основного состояния атома водорода вариационным методом.
4. Метод самосогласованного поля в теории многоэлектронных систем. Физическое обоснование приближения среднего поля. Кулоновский вклад в потенциальную энергию. Уравнения Хартри. Метод самосогласования. Вывод уравнений Хартри вариационным методом. Связь хартриевских одночастичных энергий и полной энергии системы. Метод Хартри-Фока. Детерминант Слэттера. Уравнения Хартри-Фока. Самосогласованный обменный потенциал в приближении Хартри-Фока. Физическое толкование обменного вклада в энергию.

Дополнительные вопросы

1. Как определяется четность собственных функций гармонического осциллятора.
2. Энергия нулевых колебаний гармонического осциллятора.
3. Условие образования уровней в потенциальной яме конечной ширины.
4. Чем определяется четность волновых функций в потенциальной яме конечной ширины.
5. Условие применимости теории возмущений Релея-Шрёдингера.
6. Основные требования на волновую функцию при использовании метода прямой её вариации.
7. Что определяет детерминант Слэттера.
8. На чем основывается метод Хартри-Фока.
9. Какие функции являются собственными для оператора углового момента \hat{J} и оператора – компоненты \hat{J}_z .
10. Матричное представление операторов рождения и уничтожения. Представление векторов состояний.
11. Действие операторов рождения и уничтожения на векторы состояний.
12. Что такое фонон.
13. Сформулировать основные постулаты квантовой механики.
14. Чем определяется вероятность перехода в случае периодического возмущения зависящего от времени.

КУРС «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА. КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА»
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Задача 1. Рассмотреть операторы.

Найти эрмитово сопряженные и обратные операторы заданным:

а) отражения: $\hat{I}\Psi(x) = \Psi(-x)$;

б) смещения: $\hat{T}_a\Psi(x) = \Psi(x+a)$;

в) масштабирования: $\hat{M}_c\Psi(x) = \sqrt{c}\Psi(cx)$;

г) комплексного сопряжения: $\hat{R}\Psi(x) = \Psi(x)^*$

Задача 2. Найдите значения коммутаторов:

$$[\hat{x}, \hat{p}_x]; [\hat{p}_x, \hat{H}]; [\hat{x}, \hat{H}].$$

Задача 3. Оператор \hat{C} - эрмитов, \hat{A} - унитарный.

Доказать, что $\hat{G} = \hat{A}\hat{C}\hat{A}$ эрмитов.

Задача 4. Дан произвольный оператор $\hat{F} = \hat{A} + i\hat{B}$, причем \hat{A} и \hat{B} - эрмитовы операторы.

1). Определить \hat{A} и \hat{B} ; 2). В каком случае оператор \hat{F}^2 эрмитов?

Задача 5. Найти собственные функции и собственные значения операторов:

1). $x - \frac{\partial}{\partial x}$; 2). $x + \frac{\partial}{\partial x}$; 3). $\hat{a} = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; 3). $\hat{b} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Задача 6. Доказать следующее соотношение:

$$e^{\hat{A}}\hat{B}e^{-\hat{A}} = \hat{B} + [\hat{A}, \hat{B}] + \frac{1}{2!}[\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]] + \dots$$

Задача 7. Могут ли две матрицы \hat{P} и \hat{Q} конечного ранга N удовлетворять коммутационному соотношению $[\hat{P}, \hat{Q}] = -i\hat{I}$?

Задача 8. В общем случае \hat{L} линейный оператор можно рассматривать как линейный интегральный оператор. Т.е.

$$\Phi(\xi) \equiv \hat{L}\psi(\xi) \equiv \int L(\xi, \xi')\psi(\xi')d\xi',$$

где $\hat{L}(\xi, \xi')$ - ядро оператора \hat{L} (ξ - совокупность переменных используемого представления).

Задача 9. Ядро $\hat{L}(x, x')$ оператора \hat{L} является функцией вида:

А). $\hat{L}(x, x') = f(x + x')$;

Б). $\hat{L}(x, x') = f(x - x')$;

С). $\hat{L}(x, x') = f(x)g(x')$. Какие ограничения на функции $f(x)$, $g(x)$ вытекают из эрмитовости оператора \hat{L} .

Задача 10. Волновая функция состояния частицы имеет вид

$$\psi(x) = C \exp(ip_0 x / \hbar) \varphi(x),$$

$\varphi(x)$ - вещественная функция. Показать, что p_0 -средний импульс частицы в рассматриваемом состоянии.

Задача 11. В состоянии, описываемом волновой функцией вида

$$\psi(x) = C \exp \left[\frac{i}{\hbar} p_0 x - \frac{(x - x_0)^2}{2a^2} \right],$$

где p_0 , x_0 , a – вещественные параметры, найти функцию распределения по координатам частицы. Определить средние значения и флуктуации координаты и импульса частицы.

КУРС «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА. КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА»

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Задача 1. Частица находится в потенциальной яме ширины l с бесконечно высокими стенками. Определите возможные энергии и соответствующие функции состояний частицы.

Задача 2. Для частицы находящейся в бесконечно глубокой потенциальной яме ширины l найти средние значения и дисперсии координаты и импульса. Доказать, что выполняется соотношение неопределённостей Гейзенберга.

Задача 3. Для частицы, движение которой ограничено бесконечно высокой потенциальной стенкой, найти нормированные волновые функции стационарных состояний. Убедиться в полноте полученной системы функций.

Задача 4. Найти энергии и вид волновых функций первых трех энергетических уровней одномерного гармонического осциллятора. Изобразить графически вид волновых функций и функций вероятностей распределения по координате.

Задача 5. Для операторов рождения и уничтожения найти коммутатор и антикоммутатор.

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\xi + \frac{d}{d\xi} \right), \quad \hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\xi - \frac{d}{d\xi} \right), \quad \xi = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x_0$$

где

Задача 6. Записать гамильтониан гармонического осциллятора в терминах операторов рождения и уничтожения $\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\xi + \frac{d}{d\xi} \right)$, $\hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\xi - \frac{d}{d\xi} \right)$,

Определить действие этих операторов на функции гармонического осциллятора.

Задача 7. Для случая бесконечно глубокой потенциальной ямы ширины l , определить функции распределения по координате и импульсу.
