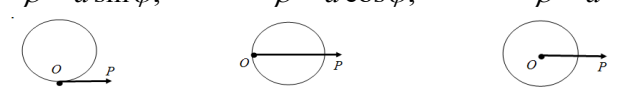
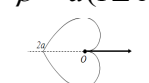
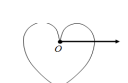
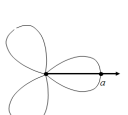
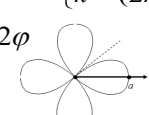
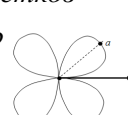
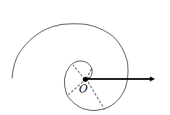
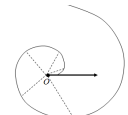
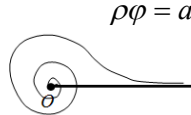
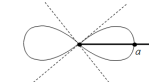
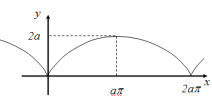
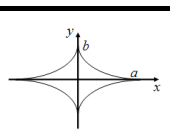
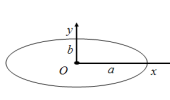
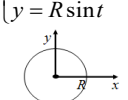


ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Бер Л.М.

Геометрический смысл ОИ	Приложения ОИ		
Площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y=f(x)$, $x=a$, $x=b$ и осью Ox $S = \int_a^b f(x) dx$	Площадь	ДСК: $y = f(x)$ $S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx$	ПСК: $\rho = \rho(\varphi)$ $S = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} [\rho(\varphi)]^2 d\varphi$ Параметрически заданные кривые $S = -\int_{t_1}^{t_2} y(t) \cdot x'(t) dt, \quad S = \int_{t_1}^{t_2} y'(t) \cdot x(t) dt$ $S = \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} [x(t)y'(t) - y(t) \cdot x'(t)] dt$
Формула Ньютона-Лейбница $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big _a^b = F(b) - F(a)$	Длина дуги	$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$	$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\rho^2 + (\rho')^2} d\varphi$ $L = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt$
ОИ с переменным верхним пределом Если $f(x)$ непрерывная функция и $\forall x \in [a, b]$ $\int_a^x f(t) dt = F(x), \text{ то } F'(x) = \left(\int_a^x f(x) dx \right)' = f(x)$	Объем	$V = \int_a^b S(x) dx, \text{ где}$ $S(x)$ – площадь поперечного сечения	Объем вращения $V_x = \pi \int_a^b (y(x))^2 dx,$ $V_y = \pi \int_c^d (x(y))^2 dy,$ Площадь поверхности вращения $P = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$
Свойства ОИ 1. $\int_a^a f(x) dx = 0$ $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$ 2. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ 3. $\int_a^b cf(x) dx = c \int_a^b f(x) dx$ $c - \text{const}$ 4. $\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$ 5. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$, если $a < c < b$ 6. $\int_a^b f(x) dx \geq 0$, если $f(x) \geq 0$ $a < b$ $\forall x \in [a, b]$ 7. $\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b \varphi(x) dx$, если $f(x) \leq \varphi(x)$ $a < b$ $\forall x \in [a, b]$ 8. $\left \int_a^b f(x) dx \right \leq \int_a^b f(x) dx$, если $a < b$ 9. $m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$, если $\forall x \in [a, b]$ $m \leq f(x) \leq M$ 10. $\int_a^b f(x) dx = f(c)(b-a)$, $f(c)$ - среднее значение	Кривые в Полярной системе координат Окружность: $\rho = a \sin \varphi$, $\rho = a \cos \varphi$, $\rho = a$  Кардиоида: $\rho = a(1 \pm \cos \varphi)$, $\rho = a(1 \pm \sin \varphi)$ $\rho = a(1 - \cos \varphi)$  $\rho = a(1 - \sin \varphi)$  Роза: $\rho = a \cos k\varphi$, $\rho = a \sin k\varphi$, $\begin{cases} k = 2n, n \in \mathbb{N} \Rightarrow 2k \text{ лепестков,} \\ k = (2n-1) \Rightarrow k \text{ лепестков} \end{cases}$ $\rho = a \cos 3\varphi$  $\rho = a \cos 2\varphi$  $\rho = a \sin 2\varphi$  Спираль Архимеда  Логарифмическая спираль  Гиперболическая спираль $\rho\varphi = a$  Лемнискатта Бернулли: $\rho^2 = a^2 \cos 2\varphi$  (или $\rho^2 = a^2 \sin 2\varphi$)		Параметрически заданные кривые Циклоида: $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$  Астроида: $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = b \sin^3 t \end{cases}$  Эллипс: $\begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases}$  Окружность: $\begin{cases} x = R \cos t \\ y = R \sin t \end{cases}$  Петля: $\begin{cases} x = t^2 \\ y = t - t^3 \end{cases}$ 