

## ВАРИАНТ 1

1. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L \frac{dl}{x+2y}, \text{ где } L\text{-- отрезок прямой } x+4y=4, \text{ заключенной между точками } A(0,1) \text{ и } B(4,0).$$

2. Вычислить криволинейный интеграл:  $\int_L (2y-x)dx + (y-x^2)dy$ , где  $L: y=1+x^2$  от точки  $A(0,1)$  до точки  $B(3,10)$ .

3. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S zxydq, \text{ где } S \text{ цилиндр } x^2+y^2=9, \text{ ограниченный плоскостями } z=1, z=5.$$

4. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S (x+y)dxdz + y^2dydx, \text{ где } S: \text{ положительная сторона куба } x=1, y=2, x=3, y=4.$$

## ВАРИАНТ 2

1. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L (x+y)dx + y^2dy, \text{ где } L\text{-- контур прямоугольника с вершинами } A(1,2), B(3,2), C(3,4), D(1,4).$$

2. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L \sqrt{3y-4}xdl, \text{ где } L\text{-- дуга параболы } y=-x^2+3, \text{ отсеченная параболой } y=2+x^2.$$

3. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S (x+y)dxdz + y^2dydx, \text{ где } S: \text{ положительная сторона куба } x=1, y=2, x=3, y=4.$$

4. Вычислите поверхностный интеграл  $\iint_S (x+y-4z)dq$ , где  $S$  часть плоскости, лежащая в первом октанте  $x+y+2z=4$ .

## ВАРИАНТ 3

1. Вычислить криволинейный интеграл:  $\int_L x^2ydl$ , где  $L$ -- контур прямоугольника с вершинами  $A(1,2), B(3,2), C(3,4), D(1,4)$ .

2. Вычислить криволинейный интеграл:  $\int_L (x^2+y^2)dx + xdy$ , где  $L$ : полуокружность  $y=2\sin t$ ,  $x=2\cos t, 0 \leq t \leq \pi$ .

3. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S (z+x+y)dq, \text{ где } S \text{ параболоид } x^2+y^2=9, \text{ ограниченный плоскостью } z=3.$$

4. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S (x^2+y^2)dxdz, \text{ где } S: \text{ положительная сторона верхней половины сферы } x^2+y^2+z^2=9.$$

## ВАРИАНТ 4

1. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L (x + y)dx + xdy, \text{ где } L: \text{ часть эллипса } y = 2\sin t, x = 3\cos t, 0 \leq t \leq \pi/4.$$

2. Вычислить криволинейный интеграл:  $\int_L 3(x^2y + y)dl$ , где  $L$  – контур треугольника, ограниченного прямыми:  $x = 0, y = 0, 2x - y = 2$ .

3. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S (x + y)dxdz + y^2dydx, \text{ где } S: \text{ внешняя сторона пирамиды, составленная плоскостями}$$

$$x = 0, y = 0, x/3 + y/4 + z/3 = 1.$$

4. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S ydq, \text{ где } S \text{ полусфера } z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}.$$

## ВАРИАНТ 5

1. Вычислить криволинейный интеграл:  $\int_L x^2ydl$ , где  $L$  – контур треугольника, ограниченного прямыми:  $x = 0, y = 0, x + y = 2$ .

2. Вычислить криволинейный интеграл:  $\int_L (y + 2x)dx - xdy$ ,  $L$  – контур треугольника, образованного осями координат и прямой  $y - x = 2$ , в положительном направлении.

3. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S zxydq, \text{ где } S \text{ полусфера } z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}.$$

4. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S (x + y)dxdz + ydydx + dydz, \text{ где } S: \text{ внешняя сторона пирамиды, составленная плоскостями}$$

$$x = 0, y = 0, x + y + 2z = 4.$$

## ВАРИАНТ 6

1. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L x^2ydl, \text{ где } L: \text{ часть окружности } x = 3\sin t, y = 3\cos t, \text{ лежащий в 3-ей четверти.}$$

2. Вычислить криволинейный интеграл:  $\int_L (x + y)dx - 2xdy$ ,  $L$  – контур треугольника ABC с вершинами A(1,1), B(2,1), C(2,2).

3. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S (xy)dxdz + yzdydx - xzdydz, \text{ где } S: \text{ внешняя сторона поверхности, расположенной в первом}$$

$$\text{октанте, составленной из цилиндра } x^2 + 3z^2 = 1, \text{ ограниченная плоскостью } y = 1.$$

4. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S x^2y^2dq, \text{ где } S \text{ полусфера } z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}.$$

### ВАРИАНТ 7

1. Вычислить криволинейный интеграл:  

$$\int_L (2xy - y)dx + (y + x^2)dy$$
, где  $L$ :  $y = 1 - x$  от точки  $A(0,1)$  до точки  $B(3,-2)$ .
2. Вычислить криволинейный интеграл:  
 а.  $\int_L 3(x^2y + y)dl$ , где  $L$  – контур прямоугольника с вершинами  $A(3,2)$ ,  $B(4,2)$ ,  $C(3,3)$ ,  $D(1,3)$ .
3. Вычислите поверхностный интеграл  

$$\iint_S (xy)dx dz + yz dy dx$$
, где  $S$ : внешняя сторона поверхности, расположенной в первом октанте, составленной из параболоида  $z = x^2 + y^2$ , ограниченная плоскостью  $z = 4$ .
4. Вычислите поверхностный интеграл  

$$\iint_S x^2 y dq$$
, где  $S$  полусфера  $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ .

### ВАРИАНТ 8

1. Вычислить криволинейный интеграл:  

$$\int_L \sqrt{y} x dl$$
, где  $L$  – дуга параболы  $y = x^2 + 3$ , отсеченная прямой  $y = 2x - 2$ .
2. Вычислить криволинейный интеграл:  

$$\int_L \frac{dx}{y} - \frac{dy}{x} (2xy - y)dx + (y + x^2)dy$$
, где  $L$ : контур треугольника с вершинами  $A(1,1)$ ,  $B(2,1)$  и  $C(2,2)$ .
3. Вычислите поверхностный интеграл  

$$\iint_S (x^2 + y^2) dq$$
, где  $S$  часть цилиндра  $x^2 + y^2 = 4$ , отсеченного плоскостями  $z = 1$ ,  $z = 4$ .
4. Вычислите поверхностный интеграл  

$$\iint_S (\sin z + 2x) dy dz + (\sin x - 3y) dy dz + (\sin y + 2z) dy dx$$
, где  $S$ : – замкнутая поверхность:  $x^2 + y^2 = z^2$ ,  $z = 6$ ,  $z = 3$ .

### ВАРИАНТ 9

1. Вычислить криволинейный интеграл:  

$$\int_L x^2 dl$$
, где  $L$  – верхняя половина окружности  $y^2 + x^2 = 9$ .
2. Вычислить криволинейный интеграл:  $\int_L y dx + x dy$ ,  $L$  – контур треугольника, ограниченного прямыми:  $x = 0$ ,  $y = 1$ ,  $x + y = 2$ , в положительном направлении.
3. Вычислите поверхностный интеграл  

$$\iint_S (x + y) dy dz + yz dy dx$$
, где  $S$ : внешняя сторона поверхности, расположенной в первом октанте, составленной из цилиндра  $x^2 + 3y^2 = 1$ , ограниченная плоскостью  $z = 4$ .
4. Вычислите поверхностный интеграл  

$$\iint_S x^2 y dq$$
, где  $S$  полусфера  $z = -\sqrt{4 - x^2 - y^2}$ .

## ВАРИАНТ 10

1. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L (x + 2y^2) dl, \text{ где } L - \text{ отрезок прямой } 2x + y = 4, \text{ заключенной между точками } A(0,4) \text{ и } B(1,2).$$

2. Вычислить криволинейный интеграл:  $\int_L (x + y)dx + (x - y)dy$ ,  $L$  – замкнутый контур,

образованный кривыми:  $x^2 + \frac{y^2}{9} = 1, x \geq 0, y \geq 0$ , в положительном направлении.

3. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S (3x + y - z) dq, \text{ где } S - \text{ часть плоскости } x/2 + y/3 + z = 1, \text{ лежащая в первом октанте.}$$

4. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S (5x - 6y) dydz + (11x^2 + 2y) dzdx + (x^2 - 4z) dxdy, \text{ где } S: S: - \text{ замкнутая}$$

поверхность:  $x + y + 2z = 0, z = 0, x = 0, y = 0$ .

## ВАРИАНТ 11

Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L x ds, \text{ где } L - \text{ отрезок прямой, соединяющей точки } O(0,0), A(1,2).$$

1. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L (xy)dx + (y^2 + x)dy, \text{ где } L - \text{ контур прямоугольника с вершинами } A(0,3), B(3,3), C(3,4), D(0,4).$$

2. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S (x + y) dx dz + y^2 dy dx + (z - 2x) dz dy, \text{ где } S: \text{ положительная сторона куба } x = 0, y = 1, x = 2, y = 4.$$

3. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S (x + 2y - 3z) dq, \text{ где } S - \text{ часть плоскости, лежащая в первом октанте } 2x + y + 3z =$$

## ВАРИАНТ 12

1. Вычислить криволинейный интеграл:  $\int_L \sqrt{2-y} x dl$ , где  $L$  – дуга параболы  $y = x^2 - 3$ , отсеченная прямой  $y = x - 2$ .

2. Вычислить криволинейный интеграл:  $\int_L (1 - x^2) y dx + x(1 + y^2) dy$ , где  $L$ : окружность  $y^2 + x^2 = a^2$ , пробегаемая в положительном направлении.

3. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S x^2 y dq, \text{ где } S \text{ полусфера } z = -\sqrt{9 - x^2 - y^2}.$$

4. Вычислите поверхностный интеграл  $\iint_S (\sqrt{z} + y) dy dz + 3x dz dx + (5x + 3z) dx dy$

$S$ : – замкнутая поверхность:  $8(x^2 + y^2) = z^2, z = 2$ .

### ВАРИАНТ 13

Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L \frac{ds}{x-y}, \text{ где } L - \text{ отрезок прямой } y = x/2 - 2, \text{ соединяющей точки } O(0,-2), A(4,0).$$

1. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L y^2 dx + (3x - 2y) dy, \text{ } L - \text{ контур треугольника, ограниченного прямыми: } x = 0, y = 1, 2x + y = 2, \text{ в отрицательном направлении.}$$

2. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S (x^2 + y^2 + 2xe) dx dz + xz dy dz - x^3 dy dz, \text{ где } S: \text{ положительная сторона нижней половины сферы } x^2 + y^2 + z^2 = 16.$$

3. Вычислите поверхностный интеграл  $\iint_S (2x - 3y + z) dq$ , где  $S$  часть плоскости, лежащая в первом октанте  $x + 2y + z = 4$ .

### ВАРИАНТ 14

1. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L \sqrt{y} dl, \text{ где } L - \text{ первая арка циклоиды } x = \sin t, y = 1 - \cos t.$$

2. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L (x^2 - 3) dx + xy dy, \text{ где } L - \text{ контур прямоугольника с вершинами } A(1,4), B(3,6), C(3,6), D(1,4).$$

3. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S xy^2 dq, \text{ где } S \text{ полусфера } z = -\sqrt{16 - x^2 - y^2}.$$

4. Вычислите поверхностный интеграл  $\iint_S (e^y + 2x) dy dz + (x - y) dz dx + (5z - 1) dx dy$ :

– замкнутая поверхность:

$$x + 2y + z = 2, z = 0, x = 0, y = 0.$$

### ВАРИАНТ 15

1. Вычислить криволинейный интеграл:  $\int_L \frac{(3y-5)dl}{x^2-2}$ , где  $L$  – отрезок прямой  $3x + 4y = 12$ , заключенной между точками  $A(0,3)$  и  $B(4,0)$ .

2. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L (x^2 - y^2) dx + (x^2 - y^2) dy, \text{ где } L - \text{ замкнутый контур, образованный кривыми } y = x, y = 2 - x, y = 0.$$

3. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S (x - y) dy dz + y^2 dy dx - 3xz dy dx, \text{ где } S: \text{ положительная внешняя сторона поверхности, расположенной в первом октанте, составленной из параболоида } x = 2z^2 + y^2, \text{ ограниченная плоскостью } z = 2.$$

4. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S xy^2 dq, \text{ где } S \text{ полусфера } z = -\sqrt{4 - x^2 - y^2}.$$

### ВАРИАНТ 16

1. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L \sqrt{y} \, x \, dl, \text{ где } L - \text{ дуга параболы } y = x^2 + 3, \text{ отсеченная параболой } y = 2 - 2x^2.$$

2. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L (x + y\sqrt{x^2 + y^2}) \, dx + (y - x\sqrt{x^2 + y^2}) \, dy, \text{ где } L - \text{ замкнутый контур, образованный кривыми } x^2 + y^2 = 1, y \geq 0.$$

3. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S (x^2 + y^2) \, dq, \text{ где } S \text{ цилиндр } x^2 + y^2 = 16, \text{ ограниченный плоскостями } z = 2, z = 3.$$

4. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S \left( \frac{z}{4} - 1 \right) dydz + \left( e^x + \frac{y}{4} \right) dzdx + \left( \frac{x}{4} + \cos z \right) dxdy S: \quad - \quad \text{замкнутая}$$

поверхность:  $x^2 + y^2 + z^2 = 2z + 3$ .

### ВАРИАНТ 17

1. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L \frac{ds}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4}}, \text{ где } L - \text{ отрезок прямой, соединяющей точки } A(2,4) \text{ и } B(1,3).$$

2. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L (6 - y) \, dx - (3 - y) \, dy, \text{ где } L: \text{ арка циклоиды } x = 3(1 - \sin t), y = 3(1 - \cos t), 0 \leq t \leq 2\pi.$$

3. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S (x + y) \, dxdz + yz \, dydx + x \, dydz, \text{ где } S: \text{ внешняя сторона поверхности, расположенной в первом октанте, составленной из цилиндра } z^2 + 3y^2 = 1, \text{ ограниченная плоскостью } x = 2.$$

4. Вычислите поверхностный интеграл  $\iint_S (3x - y - 2z) \, dq$ , где  $S$  часть плоскости, лежащая в первом октанте  $x + y + 2z = 2$ .

### ВАРИАНТ 18

1.  $\int_L y \, dl$ , где  $L$  - отрезок прямой, соединяющей точки  $A(0,0)$  и  $B(2,1)$ .

2. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L (x - y) \, dx + (x + y) \, dy, L - \text{ контур треугольника, ограниченного прямыми: } x = 1, y = 1, 2x - y = 2, \text{ в отрицательном направлении.}$$

3. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S \left( \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 4z \right) dq, \text{ где } S \text{ часть плоскости, лежащая в первом октанте } x + y + 4z = 1.$$

4. Вычислите поверхностный интеграл  $\iint_S x \, dydz - 2y \, dzdx - z \, dxdy S: - \text{ замкнутая}$   
поверхность:  $x^2 + y^2 = 1 - z, z = 0$ .

ВАРИАНТ 19

1. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L (xy^2 - x)dl, \text{ где } L - \text{ контур прямоугольника с вершинами } A(0,2), B(3,2), C(3,4), D(0,4).$$

2.  $\int_L (x + y)dx + 2x dy + (6 - y)dx - (3 - y)dy$ , где  $L$  – окружность  $x^2 + y^2 = 2x$ .

3. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S (x + y)dxdz + y^2 dydx, \text{ где } S: \text{ внешняя сторона пирамиды, составленная плоскостями}$$

$$x = 0, y = 0, x/2 + y/3 + z = 1.$$

4. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S (x^2 + y^2)dq, \text{ где } S \text{ цилиндр } x^2 + y^2 = 9, \text{ ограниченный плоскостями } z = 1, z = 3.$$