

Неопределенный интеграл

1. Дайте определение первообразной функции и неопределенного интеграла. Укажите его геометрический смысл. Сформулируйте и докажите теорему о первообразных.

2. Сформулируйте и докажите свойства неопределенного интеграла.

3. Запишите таблицу основных неопределенных интегралов.

4. В чем состоит свойство инвариантности основных формул интегрирования? Изложите суть метода подведения под знак дифференциала.

5. Выведите формулу интегрирования по частям. В чем состоит сам метод? Перечислите основные типы интегралов, берущихся методом интегрирования по частям.

6. Выведите формулу замены переменной в неопределенном интеграле. В чем состоит принцип выбора подходящей подстановки? Каковы основные этапы проведения замены переменной?

7. Интегрирование функций, содержащих квадратный трехчлен в знаменателе дроби.

8. Сформулируйте схему разложения рациональной дроби на простейшие слагаемые. Как интегрировать правильные и неправильные рациональные дроби?

9. Интегрирование иррациональных функций.

10. Интегрирование дифференциального бинома. Подстановки Чебышева.

11. В чем суть универсальной тригонометрической подстановки? В каких ситуациях она используется?

12. В чем суть тангенциальной подстановки? В каких ситуациях она используется?

13. Изложите случаи, когда при интегрировании тригонометрических функций можно обойтись без универсальной тригонометрической подстановки.

14. Что Вы знаете о не берущихся интегралах? Приведите примеры.

Определенный интеграл

1. Расскажите схему составления интегральной суммы и определенного интеграла для данной функции в данном интервале.
2. Сформулируйте геометрический смысл определенного интеграла.
3. Сформулируйте и поясните геометрически теорему существования определенного интеграла.
4. Сформулируйте и поясните геометрически простейшие свойства определенного интеграла.
5. Сформулируйте, запишите и поясните геометрически теорему об оценке величины определенного интеграла.
6. Запишите и геометрически поясните теорему о среднем для определенного интеграла. Что такое среднее значение функции в интервале?
7. Сформулируйте и докажите теорему о производной интеграла по переменному верхнему пределу.
8. Выведите формулу Ньютона-Лейбница. В чем заключается сходство и различие определенного и неопределенного интегралов?
9. Сформулируйте и проиллюстрируйте на примерах методы вычисления определенных интегралов (непосредственное, интегрирование по частям).
10. Сформулируйте и докажите формулу замены переменной в определенном интеграле.
11. Дайте определение несобственного интеграла по бесконечному промежутку. В чем его геометрический смысл? Как установить сходимость несобственных интегралов 1-го рода?
12. Дайте определение несобственного интеграла от неограниченной функции. В чем его геометрический смысл? Как установить сходимость несобственных интегралов 2-го рода?
13. Выведите формулы для вычисления площадей плоских фигур.
14. Выведите формулы для вычисления объемов тел по площади поперечного сечения и тел вращения.
15. Выведите формулы для вычисления длин дуг плоских кривых и площадей поверхности вращения.
16. Сформулируйте теоремы Гульдена.
17. Решения каких физических задач сводятся к вычислениям определенных или несобственных интегралов?

Функции нескольких переменных

1. Дайте понятие функции двух (и более) независимых переменных, области определения такой функции. Что является графиком функции двух переменных?

2. Дайте определение предела функции $z = f(x, y)$ при $M(x; y) \rightarrow M(x_0; y_0)$

3. Дайте определение непрерывности функции двух независимых переменных в точке и в области. Приведите примеры разрывных функций.

4. Сформулируйте определение частных производных функции двух независимых переменных по каждой из них. В чем состоит геометрический смысл частных производных функции.

5. Сформулируйте определение частного приращения и частного дифференциала функции по каждой переменной.

6. Сформулируйте определение полного приращения и полного дифференциала функции $z = f(x, y)$ и запишите формулу вычисления полного дифференциала.

7. Как находятся частные производные высшего порядка? Сформулируйте условия равенства смешанных производных.

8. Получите формулу полного дифференциала второго порядка функции двух переменных.

9. Дайте понятие сложной функции нескольких переменных. Запишите формулы дифференцирования сложной функции. Запишите формулы дифференцирования неявно заданной функции.

10. Что такое касательная плоскость и нормаль к поверхности? Запишите уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности, заданной уравнением в $S : F(x; y; z) = 0$ и $S : z = f(x; y)$.

11. Сформулируйте определение экстремума функции двух переменных. Каковы необходимые условия существования экстремума функции двух переменных?

12. Сформулируйте теорему о достаточных условиях экстремума для функции двух переменных.

13. Изложите схему нахождения наибольшего и наименьшего значений функции в замкнутой области.

Кратные интегралы

1. Расскажите схему составления интегральной суммы для функции двух переменных в данной плоской области.
2. Сформулируйте определение двойного интеграла и его геометрический смысл.
3. Сформулируйте основные свойства двойного интеграла.
4. Сформулируйте теорему о среднем значении функции в плоской области, сформулируйте ее геометрический смысл.
5. Что такое повторный интеграл? Как выбирается порядок интегрирования? Как проводится вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат?
6. Запишите формулу замены переменных в двойном интеграле. Выведите якобиан перехода от декартовых координат к полярным.
7. Изложите схему перехода в двойном интеграле от декартовых координат к полярным.
8. Какие возможны приложения двойного интеграла? Запишите формулы.
9. Расскажите схему составления интегральной суммы для функции трех переменных в некоторой области трехмерного пространства.
10. Сформулируйте определение и запишите основные свойства тройного интеграла.
11. Сформулируйте теорему о среднем значении в тройном интеграле.
12. Изложите схему вычисления тройного интеграла в декартовой системе координат.
13. Запишите формулу замены переменных в тройном интеграле. Выведите якобиан перехода от декартовых координат к цилиндрическим и сферическим.
14. Изложите схему перехода в тройном интеграле от декартовых координат к цилиндрическим и сферическим.
15. Какие возможны приложения тройного интеграла?

Криволинейные и поверхностные интегралы

1. Дайте понятие криволинейного интеграла 1-го рода. Сформулируйте его основные свойства. Изложите схему вычисления криволинейных интегралов 1-го рода.

2. Запишите формулы вычисления длины дуги, массы, центра тяжести линии.

3. Дайте понятие криволинейного интеграла 2-го рода. Сформулируйте его основные свойства. Изложите схему вычисления криволинейных интегралов 2-го рода.

4. Криволинейный интеграл 2-го рода по замкнутому контуру. Формулы Грина и Стокса.

5. Независимость интеграла криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Интегрирование полного дифференциала.

6. Дайте понятие поверхностного интеграла 1-го рода. Сформулируйте его основные свойства. Изложите схему вычисления поверхностных интегралов 1-го рода.

7. Вычисление площади, массы и координат центра тяжести поверхности.

8. Понятия поверхностных интегралов 2-го рода. Его основные свойства. Изложите схему вычисления поверхностных интегралов 2-го рода.

9. Поверхностный интеграл 2-го рода по замкнутой поверхности, формула Остроградского–Гаусса.

Скалярное и векторное поле

1. Дайте определение векторного поля. Приведите физические примеры.
2. Дайте определение и запишите формулу для вычисления потока векторного поля в векторной и координатной формах.
3. Дайте понятие дивергенции векторного поля. В чем состоит ее физический смысл? Запишите формулу для вычисления дивергенции.
4. Запишите формулу Остроградского-Гаусса в векторной форме. Поясните физический смысл формулы.
5. Поясните физический смысл циркуляции на примере векторного поля скоростей частиц текущей жидкости.
6. Дайте определение и запишите формулу вычисления циркуляции векторного поля в векторной и координатной формах.
7. Дайте понятие ротора векторного поля. Запишите формулу нахождения ротора.
8. Запишите формулу Стокса в векторной форме. Сформулируйте ее физический смысл.
9. Какое векторное поле называется потенциальным? Что такое потенциал? Сформулируйте свойства потенциального поля.
10. Какое векторное поле называется соленоидальным? Что такое векторная трубка? Сформулируйте свойства соленоидального поля.
11. Какое векторное поле называется гармоническим? Сформулируйте свойства гармонического поля.
12. Дайте понятие оператора Гамильтона. Как с его помощью можно записать дифференциальные векторные операции первого порядка?
13. Дайте понятие оператора Лапласа и гармонической функции.
14. Дайте понятие скалярного поля. Линии уровня скалярного поля.
15. Определение, вычисление и физический смысл производной скалярного поля по заданному направлению.
16. Вектор – градиент скалярного поля, вычисление и физический смысл.
17. Связь производной по направлению и вектора–градиента скалярного поля.