Индивидуальное задание
Вариант 1.

1. Исходя из определения предела, доказать:

1. а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-x-12}{x-4}=7$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3}{2^x-1}=\infty$

2. Доказать, что функция $\sin\dfrac{\pi}{x-2}$ не имеет предела при $x\to 2$.
3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x)=x^2+3x-2$ непрерывна в любой точке.
4. Вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{n\to 0}\dfrac{\sqrt{n^2-4n}}{\sqrt[3]{2n^3+1}}$ 7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{1-\cos x}$

2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{2x}$ 8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x+arctgx}{x}$

3) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-7x+12}{x^3-2x^2-9x+4}$ 9) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\cos x-\sin x}{2\cos 2x}$

4) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)!+(n+1)!}{(n+2)!-(n+1)!}$ 10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{x-1}\right)^{\frac{x^2+1}{x}}$

5) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2-3}-1}{x-2}$ 11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x^2+2)-\ln 2}{x^2}$

6) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(\sqrt{x^2+1}-x)$ 12) $\lim\limits_{x\to -1-0}\left(2-3^{\frac{1}{x+1}}\right)$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций *y(x)* относительно *x* при $x\to 0$:

а) $y=\ln\left(1+\sqrt{x^2tgx}\right)$ б) $y=\sqrt{2x+1}-1$.

6. Сравнить бесконечно малые при $x\to\pi$ функции $\alpha(x)=1+\cos 3x$ и $\beta(x)=\sin^2 7x$.
7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y=\begin{cases}0\cdot, & x<0\\ x^2, & 0\le x\le 1\\ x+2, & x>1\end{cases}$ б) $y=\dfrac{2^{\frac{1}{1-x}}}{1+2^{\frac{1}{1-x}}}$ в) $y=\dfrac{1}{x^2-4}$

Индивидуальное задание
Вариант 2.

1. Исходя из определения предела, доказать:

   в) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x-1}{-x+1}=-2$ г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+n}{n^2+1}=0$

2. Доказать, что функция $\sin\dfrac{\pi}{x-3}$ не имеет предела при $x\to 2$.
3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x)=\sin x$ непрерывна в любой точке.
4. Вычислить пределы:

   1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n!(n+3)}{(n+2)!-n!}$ 7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^3 x}{\sin^2 x}$

   2) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2+1}{\sqrt[3]{x\sin\dfrac{\pi x}{4}}}$ 8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{x\cdot arctgx}$

   3) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-8x+15}{x^3-27}$ 9): $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\dfrac{\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)}{\dfrac{1}{2}-\cos x}$

   4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+3x^2-1}{2x^4+25}$ 10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+3}\right)^{x+2}$

   5) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x^2-12}-2}{\sqrt{x^2-7}-3}$ 11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{2x}}{x}$

   6) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(\sqrt{x^2+3}-2x)$ 12) $\lim\limits_{x\to -2-0}\left(1-2^{\frac{1}{x+2}}\right)$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций *y(x)* относительно *x* при $x\to 0$:

   а) $y=e^{\sqrt{x^3}}-1$ б) $y=1-\cos 2x$.

6. Сравнить бесконечно малые при $x\to 0$ функции $\alpha(x)=a^x-a^{-x}$ и $\beta(x)=tgx$.
7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

   а) $y=\begin{cases}\sqrt{-x}\cdot, & x\le 0\\ 2, & 0<x\le 2\\ x^2-2, & x>2\end{cases}$ б) $y=\dfrac{1}{1+3^{\frac{1}{2x-1}}}$ в) $y=\dfrac{1}{3x+4}$

Индивидуальное задание

Вариант 3.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{-x+1}=-2$ б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\cos\dfrac{n\pi}{6}=0$

2. Доказать, что функция $f(x)=1-2\cos\dfrac{\pi}{x}$ не имеет предела при $x\to 0$.

3. Исходя из определения непрерывности, убедиться, что функция $f(x)=x^3-x+2$ непрерывна в любой точке.

4. Вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+3)!}{(n+3)!-(n+2)!}$

2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x^2+1}}{4x+2}$

3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4+2x^3+x-4}{x^2-4x+3}$

4) $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{3}{x-2}-\dfrac{1}{x^2-4}\right)$

5) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1-\sqrt{x^2-3}}{x^2-4}$

6) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+4}-\sqrt{x^2-4})$

7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx-\sin x}{x^2\sin x}$

8) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\cos\frac{\pi x}{2}}{1-x}$

9) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(1-x)}{\sqrt{x}-1}$

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x-1}\right)^{2x-1}$

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{e^{2x}-1}$

12) $\lim\limits_{x\to 2+0}\left(1-2^{\frac{1}{x-2}}\right)$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций *y(x)* относительно *x* при $x\to 0$:

а) $y=\cos 3x-\cos x$ б) $y=\sin\left(\sqrt{9+x}-3\right)$.

6. Сравнить бесконечно малые при $x\to 0$ функции $\alpha(x)=\ln(1+\sqrt{x^2tgx})$ и $\beta(x)=2^{\sin x}-1$.

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y=\begin{cases}x^2+1\cdot, & x\le 1\\ 2x, & 1<x\le 3\\ x+2, & x>3\end{cases}$ б) $y=9^{\frac{1}{x+7}}$ в) $y=\dfrac{1}{\ln\left(1+|x|\right)}$

Индивидуальное задание
Вариант 4.

1. Исходя из определения предела, доказать:

а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{4x^2-14x+6}{x-3}=10$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2}{2^x-1}=\infty$

2. Доказать, что функция $f(x)=\cos\dfrac{\pi}{x}$ не имеет предела при $x\to 0$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x)=\ln x$ непрерывна во всех точках x>0.

4. Вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n!+(n+1)!}{2n!-3(n+1)!}$ 7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\sin 4x}{tgx-\sin x}$

2) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1+\cos\frac{\pi}{x}}{tg\,\frac{\pi}{3x}}$ 8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos 3x}{x^2}$

3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3+4x^2-5}{2x^4+x^3-3}$ 9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-\cos x}{\cos 2x}$

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt[3]{2x^3+3}}$ 10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-3}{2x+1}\right)^{3x-1}$

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x}$ 11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^x-1}{tgx}$

6) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-3x}-x)$ 12) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{1+x}{1+2x}\right)^{x+3}$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций *y(x)* относительно *x* при $x\to 0$:

а) $y=e^{\sqrt{\sin x}}-1$ б) $y=e^x-e^{-x}$.

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x)=e^{\sqrt{x^3}}-1$ и $\beta(x)=1-\cos(\sin x)$ при $x\to 0$.

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

а) $y=\begin{cases} x-3\cdot, & x<0 \\ x+1, & 0\le x\le 4 \\ 3+\sqrt{x}, & x>4 \end{cases}$ б) $y=\dfrac{2^{\frac{1}{x-3}}}{1+2^{\frac{1}{x-3}}}$ в) $y=\dfrac{4}{x^2-x}$

Индивидуальное задание
Вариант 5.

1. Исходя из определения предела, доказать:

   а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x-1}{4x+3}=\dfrac{1}{2}$ б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n(\sin n\pi)}{n^2+1}=0$

2. Доказать, что функция $f(x)=\cos\dfrac{\pi}{x-1}$ не имеет предела при $x\to1$.

3. Исходя из определения непрерывности убедиться, что функция $f(x)=x^2-x-1$ непрерывна в любой точке R.

4. Вычислить пределы:

   1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n\cdot(n+1)!}{n!-(n+2)!}$ 7) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos x-\cos^3 x}{x\sin 2x}$

   2) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{4x^2-\sin\dfrac{\pi x}{2}}{\cos\dfrac{\pi x}{3}}$ 8) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+tgx}-\sqrt{1-tgx}}{x}$

   3) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3x^2-2x-8}{x^2-4}$ 9) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\dfrac{tg^3x-3tg\,x}{\cos\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)}$

   4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2x+3}$ 10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2+x}{1+x}\right)^{2x-1}$

   5) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{x^2-8}-1}{\sqrt{x^2-5}-2}$ 11) $\lim\limits_{n\to\infty}n\left[\ln n-\ln(n+1)\right]$

   6) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2-3x}-x)$ 12) $\lim\limits_{x\to2+0}\left(1-3^{\frac{1}{2-x}}\right)$

5. Определить порядок малости бесконечно малых функций *y(x)* относительно *x* при $x\to0$:

   а) $y=1-\cos(\sin x)$ б) $y=\sqrt[3]{\sqrt{x}+1}-1$

6. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x)=\sqrt[4]{1-\arcsin\sqrt{x}}-1$ и $\beta(x)=arctg^3x$ при $x\to0$.

7. Исследовать на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и изобразить графически следующие функции:

   а) $y=\begin{cases}x^2\cdot, & x<0\\ 1-x, & 0\le x<1\\ \ln x, & x\ge1\end{cases}$ б) $y=\dfrac{1+4^{\frac{1}{2x-1}}}{1-4^{\frac{1}{2x-1}}}$ в) $y=\dfrac{1}{x(x^2-1)}$