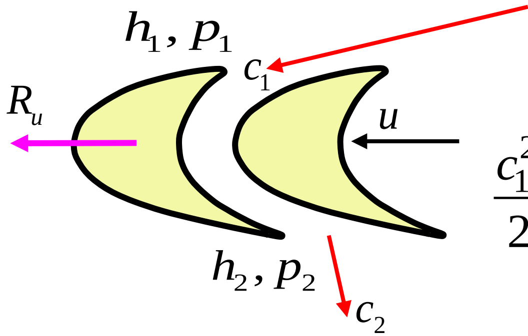
3.5. Расширение пара на рабочих лопатках

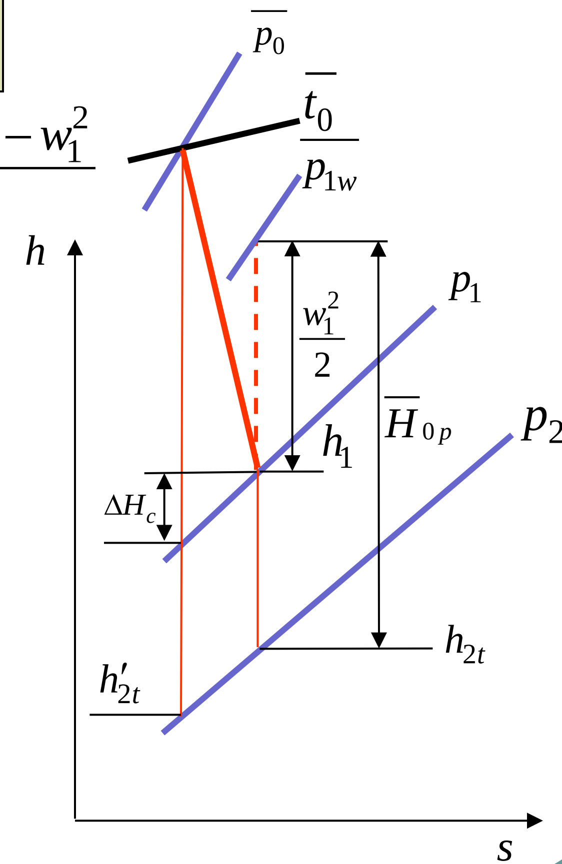


Закон сохранения энергии для рабочих лопаток (G=1 кг/с)

$$\boxed{\frac{c_1^2}{2}+h_1=\frac{c_2^2}{2}+h_2+L_u}$$

$$\frac{c_1^2}{2}+h_1=\frac{c_2^2}{2}+h_2+\frac{c_1^2-c_2^2+w_2^2-w_1^2}{2}$$

$$\boxed{\frac{w_1^2}{2}+h_1=\frac{w_2^2}{2}+h_2}$$



Для идеального процесса расширения на рабочих лопатках:

$$\frac{w_1^2}{2}+h_1=\frac{w_{2t}^2}{2}+h_{2t}$$

$$\boxed{w_{2t}=\sqrt{2\left(h_1-h_{2t}\right)+w_1^2}}=\sqrt{2\overline{H}_{0p}}$$

$$\boxed{\varepsilon_2=\frac{p_2}{\overline{p}_{1w}}}$$

Для действительного процесса расширения на рабочих лопатках:

$$\frac{w_1^2}{2} + h_1 = \frac{w_2^2}{2} + h_2$$

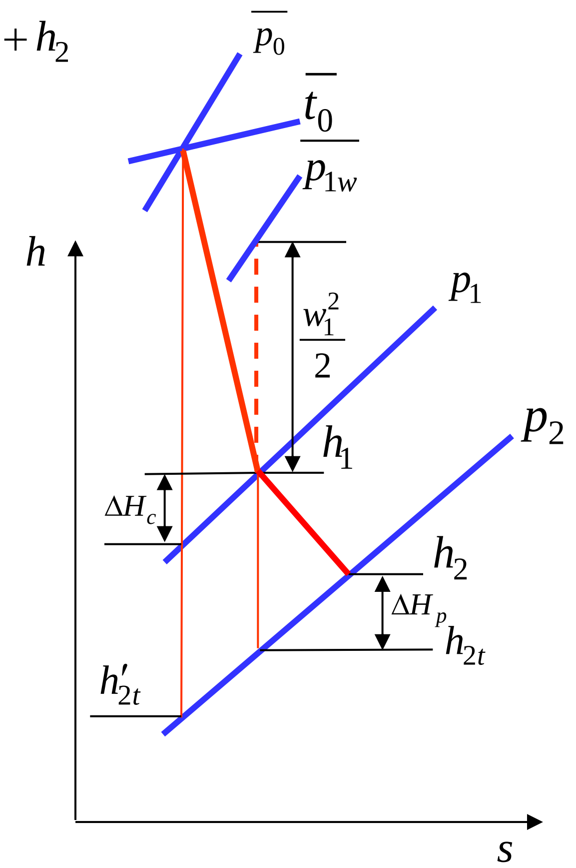
$$\psi = \frac{w_2}{w_{2t}}$$

$$\psi = \sqrt{1 - \zeta_p}$$

$$\zeta_p = 1 - \psi^2$$

$$w_2 = \psi w_{2t}$$

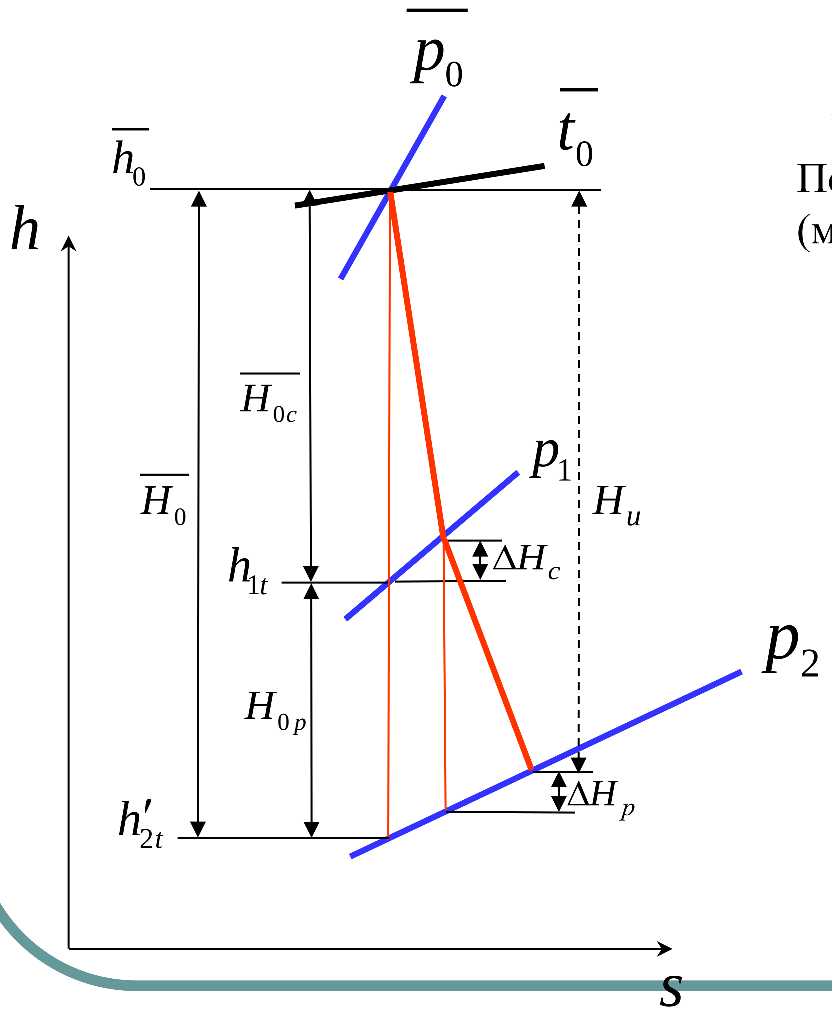
$$\Delta H_p = \frac{w_{2t}^2 - w_2^2}{2} = \frac{w_{2t}^2}{2}\left(1 - \frac{w_2^2}{w_{2t}^2}\right) = \frac{w_{2t}^2}{2}\left(1 - \psi^2\right) = h_2 - h_{2t}$$



Частный случай: $\rho = 0$

$$H_{0p} = 0 \Rightarrow h_{2t} = h_1 \Rightarrow w_{2t} = w_1 \Rightarrow w_2 = \psi w_1$$

3.6. Работа (мощность) 1 кг газа в ступени (по уравнению сохранения энергии)



$\rho > 0: \quad H_{0p} > 0; \quad p_1 > p_2$

По уравнению сохранения энергии работа (мощность) 1 кг газа на лопатках ступени:

$$L_u = H_u = \overline{H_0} - \Delta H_c - \Delta H_p \quad (?)$$

- располагаемая энергия ступени:

$$\overline{H_0} = \overline{H_{0c}} + H_{0p}$$

- располагаемая энергия на соплах:

$$\overline{H_{0c}} = \frac{c_{1t}^2}{2}$$

- располагаемый теплоперепад на рабочих лопатках:

$$H_{0p} = \frac{w_{2t}^2 - w_1^2}{2}$$

- потеря располагаемой энергии в соплах:

$$\Delta H_c = \frac{c_{1t}^2 - c_1^2}{2}$$

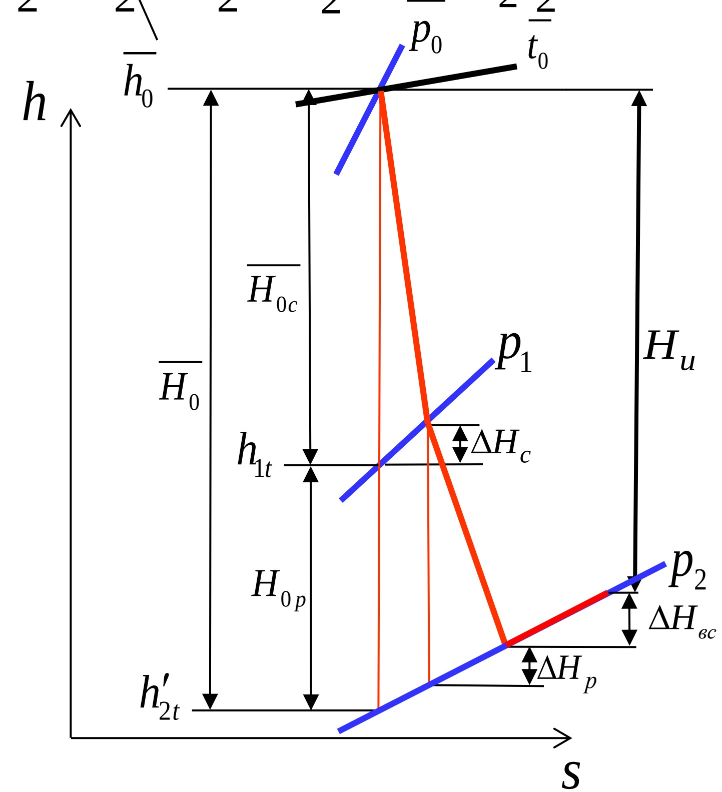
- потеря располагаемой энергии на рабочих лопатках:

$$\Delta H_p = \frac{w_{2t}^2 - w_2^2}{2}$$

Подставим

$$\boxed{L_u = H_u = \overline{H_0} - \Delta H_c - \Delta H_p - \Delta H_{вс}} = \cancel{\frac{c_{1t}^2}{2}} + \cancel{\frac{w_{2t}^2}{2}} - \frac{w_1^2}{2} - \cancel{\frac{c_{1t}^2}{2}} + \frac{c_1^2}{2} - \cancel{\frac{w_{2t}^2}{2}} + \frac{w_2^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} = \frac{c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2}{2}$$

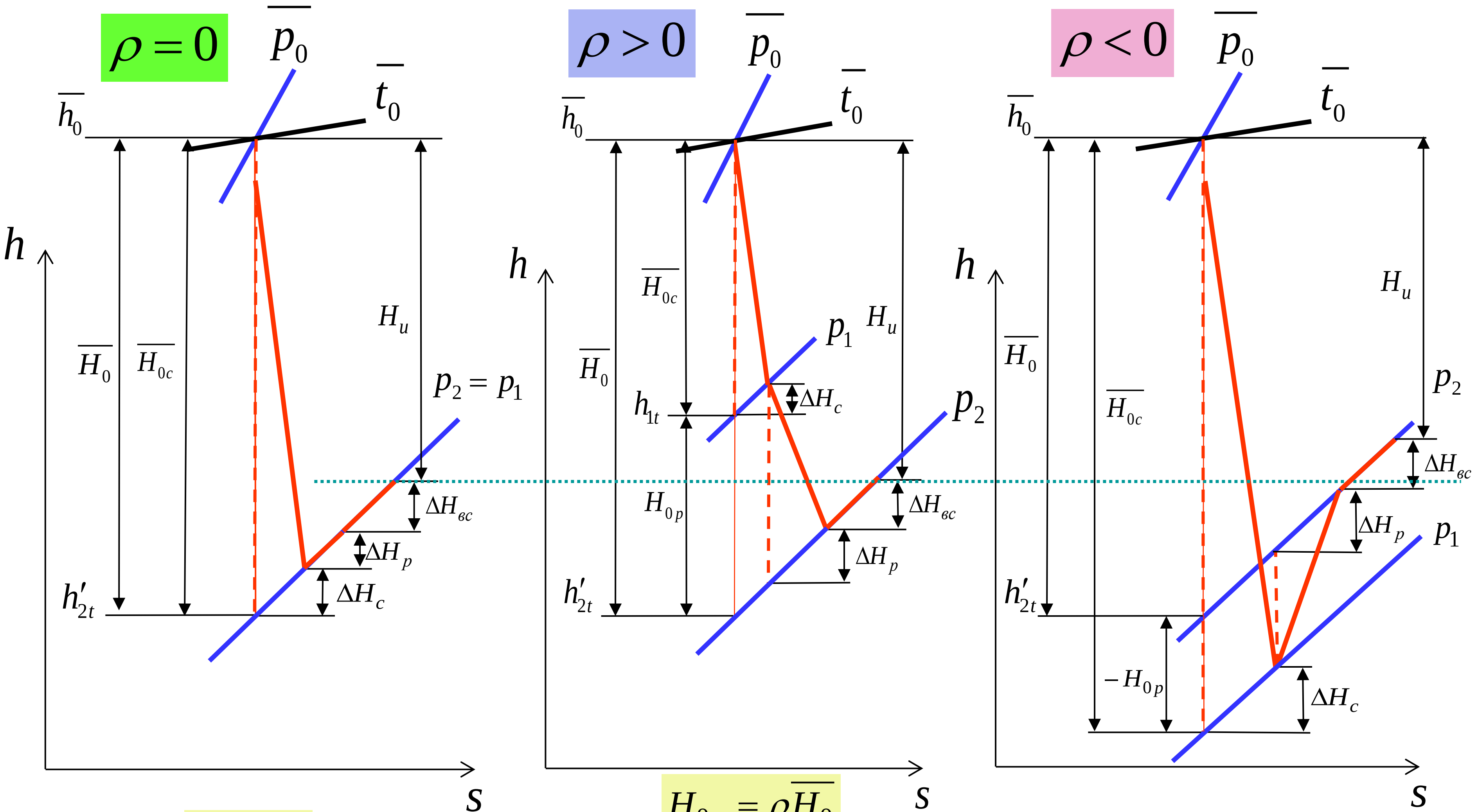
Сравним полученную формулу с формулой работы на лопатках ступени по уравнению количества движения:



$$L_u = \frac{c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2}{2}$$

$$\Delta H_{вс} = \frac{c_2^2}{2}$$ **- потеря с выходной скоростью**

3.7. Процессы расширения в *hs* – диаграмме для ступеней с различной степенью реактивности



$H_{0p} = 0$ $\qquad$ $H_{0p} = \rho \overline{H_0}$ $\qquad$ $H_{0p} < 0$

$$\Delta H_c = \zeta_c \overline{H_{0c}}; \quad \Delta H_p = \zeta_p \left(H_{0p} + \frac{w_1^2}{2} \right)$$

$$\Delta H_{вс} = c_2^2 / 2;$$

3.2. Относительный лопаточный КПД ступени

Характеризует совершенство (эффективность) процесса преобразования энергии в проточной части ступени:

По определению понятия КПД

По уравнению сохранения энергии

$$\eta_{ол} = \frac{L_u}{\overline{H}_0} = \frac{\overline{H}_0 - \Delta H_c - \Delta H_p - \Delta H_{BC}}{\overline{H}_0} = 1 - \xi_c - \xi_p - \xi_{вс} =$$

$$= \frac{u\left(c_1 \cos\alpha_1 + c_2 \cos\alpha_2\right)}{\overline{H}_0} = \frac{2u\left(w_1 \cos\beta_1 + w_2 \cos\beta_2\right)}{c_ф^2} = \frac{c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^1}{c_ф^2}$$

По уравнению количества движения

$\overline{H}_0 = \dfrac{c_ф^2}{2}, c_ф$ – **фиктивная скорость в ступени**, эквивалентная располагаемой энергии на ступень

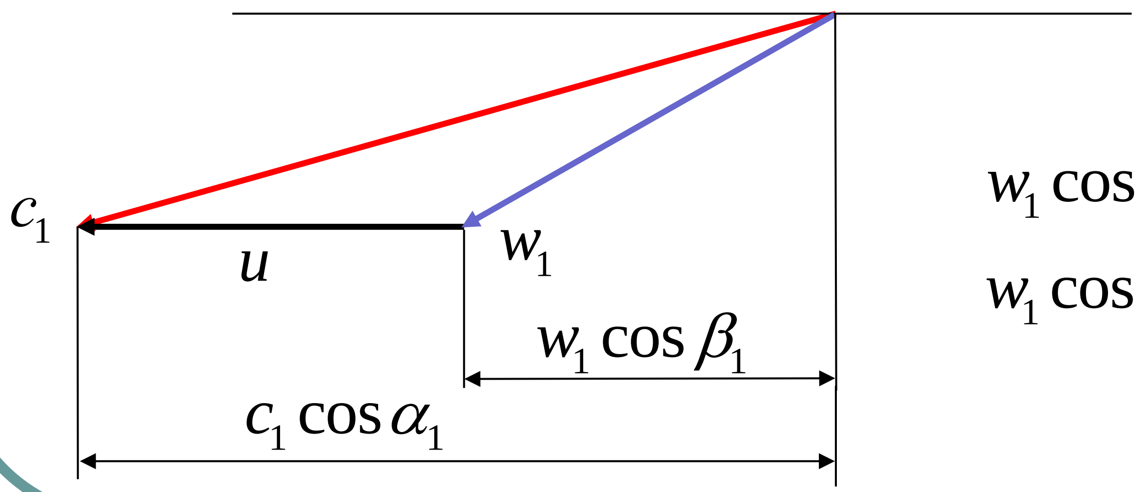
3.2.1. Зависимость относительного лопаточного КПД от безразмерного отношения скоростей

А. Для «чисто» активной ступени

$$\rho = 0 \quad \Longrightarrow \quad H_{0p} = 0; \quad \overline{H}_{oc} = \overline{H}_0; \quad \Longrightarrow \quad c_{1t} = c_\phi$$

I. Воспользуемся формулой определения КПД по уравнению количества движения:

$$\eta_{ол} = \frac{2u\left(w_1\cos\beta_1 + w_2\cos\beta_2\right)}{c_\phi^2} = \frac{2u}{c_\phi^2} w_1\cos\beta_1\left(1 + \frac{w_2\cos\beta_2}{w_1\cos\beta_1}\right)$$



$$w_1\cos\beta_1 = c_1\cos\alpha_1 - u$$

$$w_1\cos\beta_1 = \varphi c_\phi \cos\alpha_1 - u$$

$$\eta_{ол} = \frac{2u}{c_ф^2}\left(\varphi c_ф \cos\alpha_1 - u\right)\left(1 + \frac{w_2 \cos\beta_2}{w_1 \cos\beta_1}\right) = 2\left(\frac{u}{c_ф}\varphi\cos\alpha_1 - \frac{u^2}{c_ф^2}\right)\left(1 + \frac{w_2 \cos\beta_2}{w_1 \cos\beta_1}\right)$$

$$\boxed{x_ф = \frac{u}{c_ф}}$$

- безразмерное отношение скоростей

т.к. $w_2 = \psi w_{2t}$, а $\underset{\rho=0}{w_{2t}} = w_1$, то $\frac{w_2}{w_1} = \psi$

$$\boxed{\left(\eta_{ол}\right)_{\rho=0} = 2\left(x_ф \varphi\cos\alpha_1 - x_ф^2\right)\left(1 + \psi\frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1}\right)}$$

Функция $\eta_{ол} = f\left(x_ф\right)$ параболическая (имеет максимум)

$$\frac{d\eta_{ол}}{dx_ф} = \varphi\cos\alpha_1 - 2x_ф = 0 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x_ф^{opt} = \frac{\varphi\cos\alpha_1}{2}}$$

Первый догмат: чтобы иметь наивысший КПД, надо чтобы отношение скоростей было **оптимальным**

$$\left(\eta_{ол}^{\max}\right)_{\rho=0} = 2\left(\frac{\varphi\cos\alpha_1}{2}\varphi\cos\alpha_1 - \frac{\varphi^2\cos^2\alpha_1}{4}\right)\left(1 + \psi\frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1}\right)$$

$$\boxed{\left(\eta_{ол}^{\max}\right)_{\rho=0} = \frac{\varphi^2\cos^2\alpha_1}{2}\left(1 + \psi\frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1}\right)} \approx \varphi^2\cos^2\alpha_1$$

Второй догмат: чем меньше угол выхода потока из сопловой решетки, тем выше максимальное значение КПД

$$\eta_{ол}=\frac{2u}{c_ф^2}\left(\varphi c_ф\cos\alpha_1-u\right)\left(1+\frac{w_2\cos\beta_2}{w_1\cos\beta_1}\right)=2\left(\frac{u}{c_ф}\varphi\cos\alpha_1-\frac{u^2}{c_ф^2}\right)\left(1+\frac{w_2\cos\beta_2}{w_1\cos\beta_1}\right)$$

$$\boxed{x_ф=\frac{u}{c_ф}}$$ **- безразмерное отношение скоростей**

т.к. $w_2=\psi w_{2t}$, а $\underset{\rho=0}{w_{2t}=w_1}$, то $\frac{w_2}{w_1}=\psi.$

$$\boxed{\left(\eta_{ол}\right)_{\rho=0}=2\left(x_ф\varphi\cos\alpha_1-x_ф^2\right)\left(1+\psi\frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1}\right)}$$

$\beta_2\approx\beta_2$, т.к. $H_{0р}=0$

Функция $\eta_{ол}=f\left(x_ф\right)$ параболическая (имеет максимум)

$$\frac{d\eta_{ол}}{dx_ф}=\varphi\cos\alpha_1-2x_ф=0\quad\Longrightarrow\quad\boxed{x_ф^{opt}=\frac{\varphi\cos\alpha_1}{2}}$$

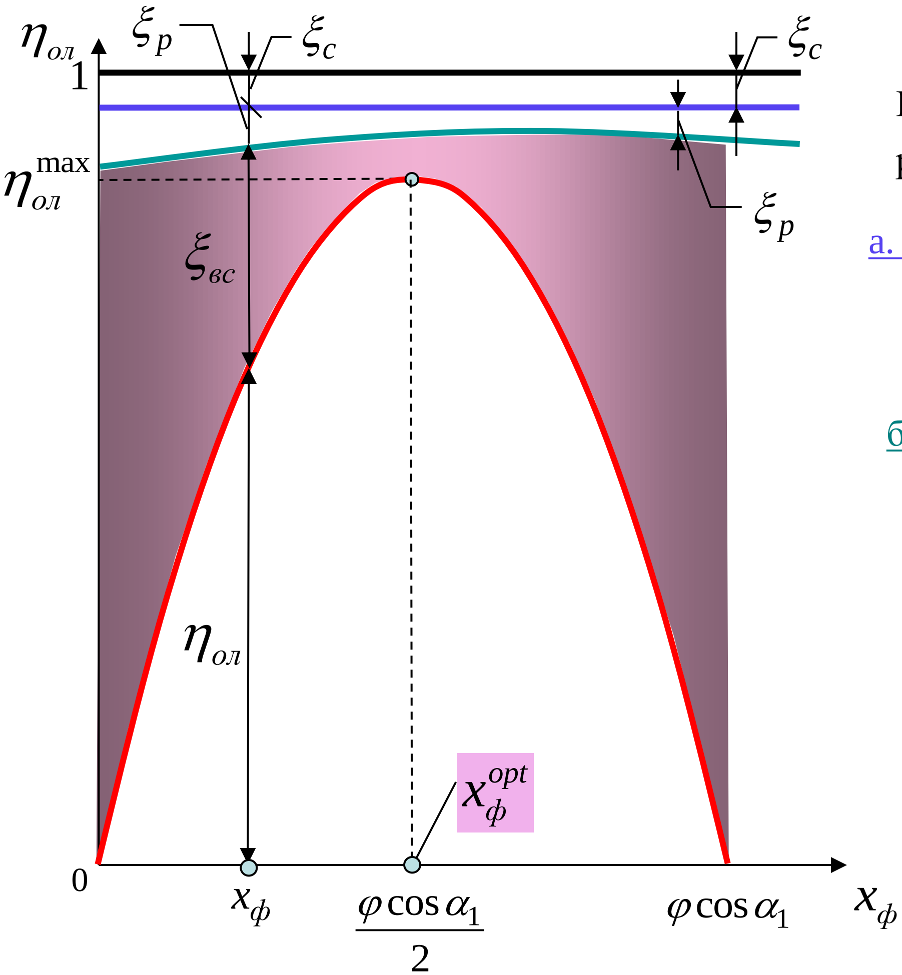
Первый догмат: чтобы иметь наивысший КПД, надо чтобы отношение скоростей было **оптимальным**

$$\left(\eta_{ол}^{\max}\right)_{\rho=0}=2\left(\frac{\varphi\cos\alpha_1}{2}\varphi\cos\alpha_1-\frac{\varphi^2\cos^2\alpha_1}{4}\right)\left(1+\psi\frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1}\right)$$

$$\boxed{\left(\eta_{ол}^{\max}\right)_{\rho=0}=\frac{\varphi^2\cos^2\alpha_1}{2}\left(1+\psi\frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1}\right)}\approx\varphi^2\cos^2\alpha_1$$

Второй догмат: чем меньше угол выхода потока из сопловой решетки, тем выше максимальное значение КПД

II. Воспользуемся формулой определения КПД по уравнению сохранения энергии:



$$\eta_{ол} = 1 - \xi_c - \xi_p - \xi_{вс}$$

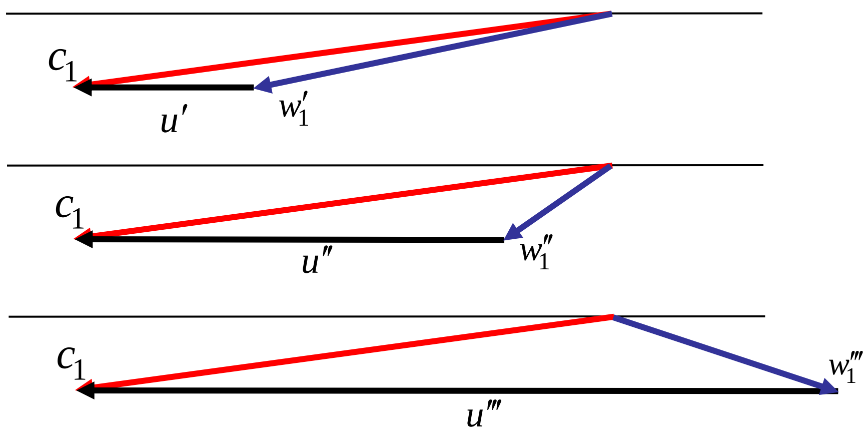
Как изменяются отдельные составляющие потерь располагаемой энергии в зависимости от $x_ф$?

а. потеря в соплах

$$\xi_c = \frac{\Delta H_c}{\overline{\overline{H}}_0} = \frac{c_{1t}^2 - c_1^2}{c_ф^2} = 1 - \varphi^2$$

б. потеря на рабочих лопатках

$$\xi_p = \frac{\Delta H_p}{\overline{\overline{H}}_0} = \frac{w_{2t}^2 - w_2^2}{c_ф^2} = \frac{w_{2t}^2}{c_{1t}^2}\left(1 - \psi^2\right) = \varphi^2 \frac{w_1^2}{c_1^2}\left(1 - \psi^2\right)$$



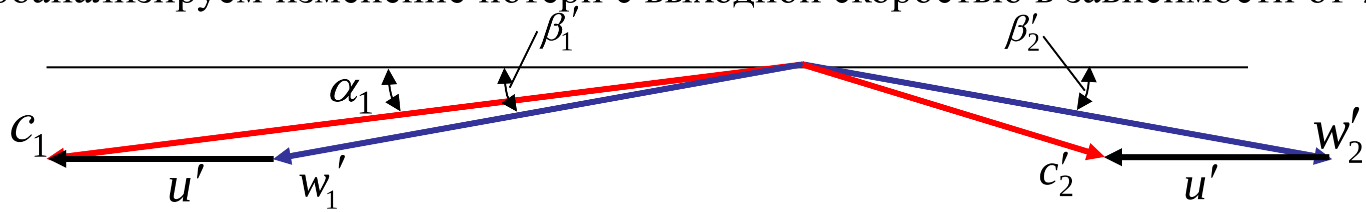
в. потеря с выходной скоростью

$$\xi_{вс} = \frac{\Delta H_{вс}}{\overline{\overline{H}}_0} = \frac{c_2^2}{c_ф^2} = 1 - \eta - \xi_c - \xi_p$$

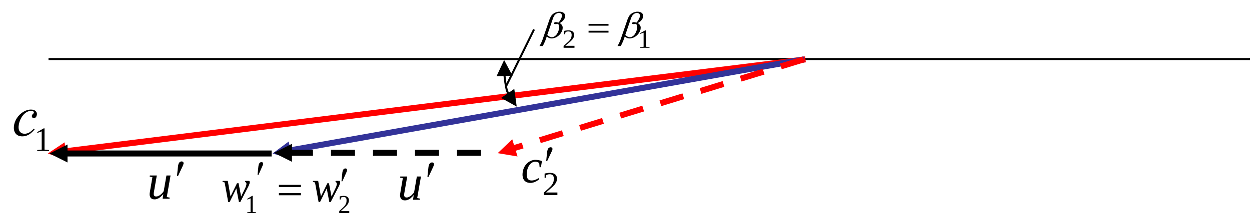
Наиболее сильно изменяющаяся потеря располагаемой энергии в зависимости от $x_ф$.

Проанализируем изменение потери с выходной скоростью в зависимости от x_ϕ: $c_\phi = const; u = \mathrm{var}$

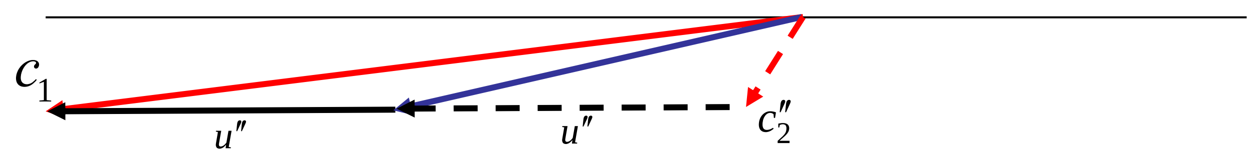
I.



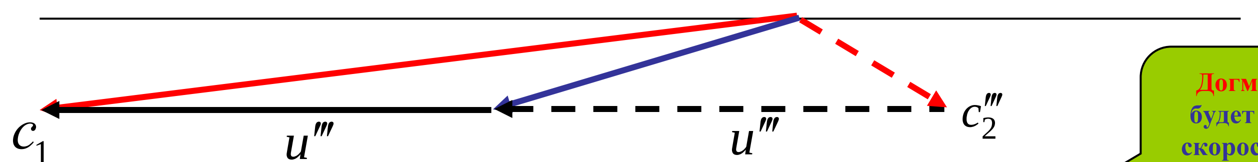
Примем $\psi = 1$, тогда $w_2 = w_1$. При $\rho = 0$ $\beta_2 = \beta_1$



II.

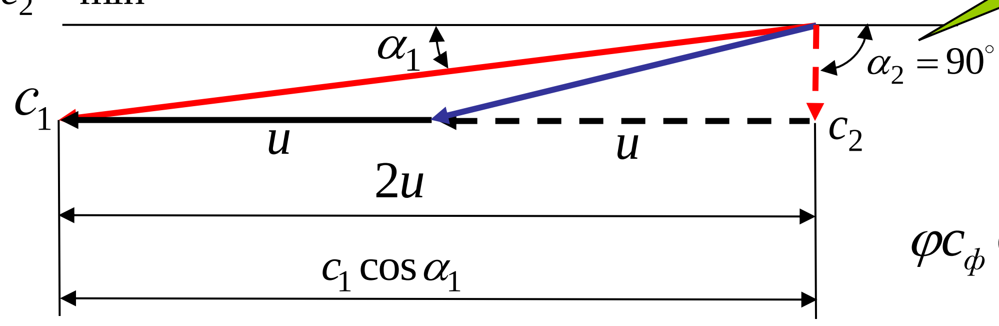


III.



Догмат третий: наивысший КПД ступень будет иметь, если угол выхода абсолютной скорости из рабочих лопаток равен (близок) 90^0, т.е. направление потока параллельно оси вращения

IV. $c_2 = \min$



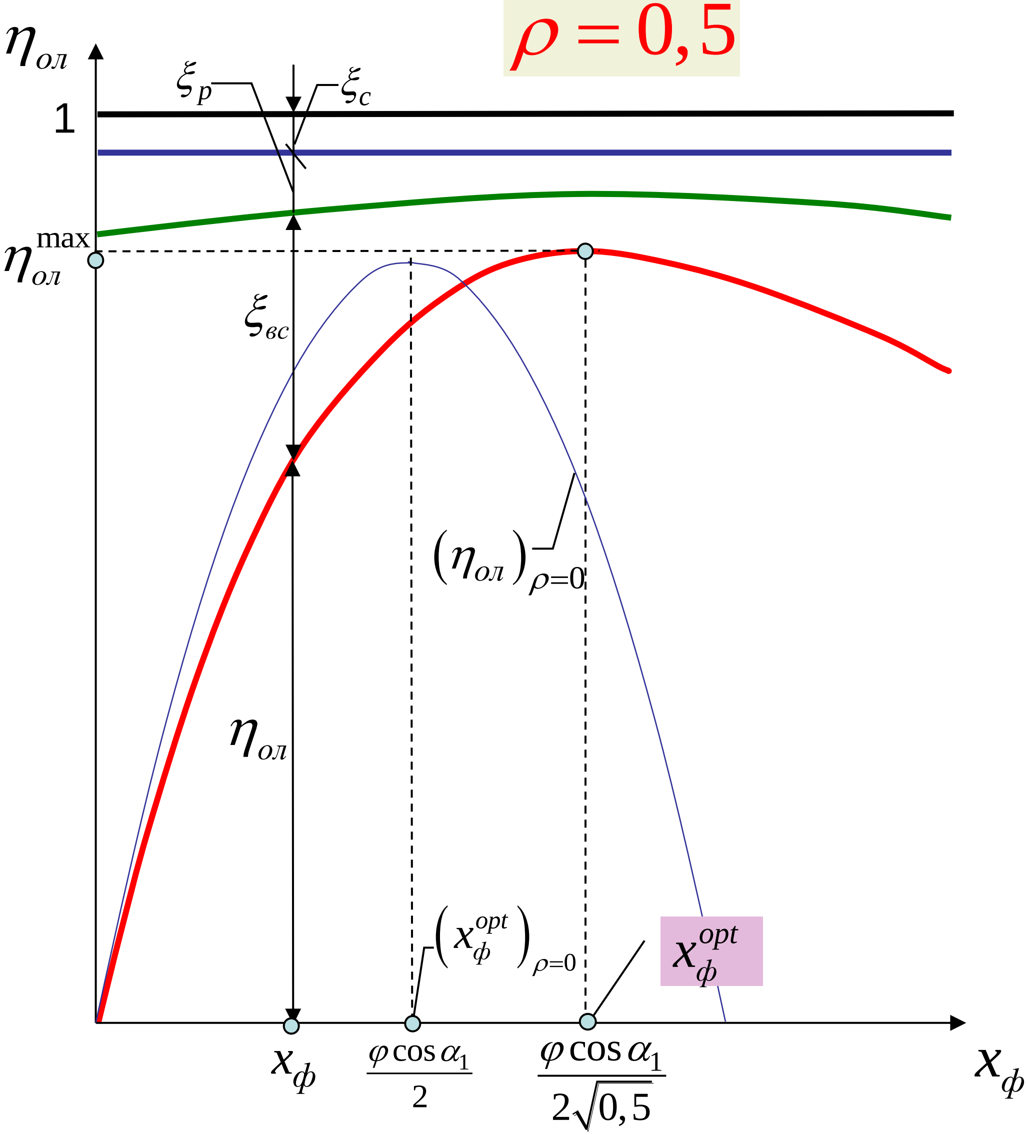
$$c_1 \cos\alpha_1 = 2u$$

$$\varphi c_\phi \cos\alpha_1 = 2u \Rightarrow x_\phi^{opt} = \frac{\varphi\cos\alpha_1}{2}$$

Б. Для ступени при любом значении степени реактивности:

$$\eta_{ол} = 2x_ф\left[\varphi\cos\alpha_1\sqrt{1-\rho} - x_ф + \psi\cos\beta_2\sqrt{\varphi^2(1-\rho) + x_ф - 2x_ф\varphi\cos\alpha_1\sqrt{1-\rho} + \rho}\right]$$

$$\rho = 0,5$$



$$\boxed{x_ф^{opt} = \frac{\varphi\cos\alpha_1}{2\sqrt{1-\rho}}}$$

Потери:

а. потеря в соплах

$$\xi_c = \frac{\Delta H_c}{\overline{H_0}} = \frac{c_{1t}^2 - c_1^2}{c_ф^2} = \frac{c_{1t}^2}{c_ф^2}\left(1-\varphi^2\right) = (1-\rho)\left(1-\varphi^2\right)$$

$$c_{1t}^2 = 2(1-\rho)\overline{H_0}; \quad c_ф^2 = 2\overline{H_0}$$

б. потеря на рабочих лопатках

$$\xi_p = \frac{\Delta H_p}{\overline{H_0}} = \frac{w_{2t}^2}{c_ф^2}\left(1-\psi^2\right) = \left(\rho + \frac{w_1^2}{c_ф^2}\right)\left(1-\psi^2\right)$$

$$w_{2t}^2 = 2\rho\overline{H_0} + w_1^2$$

в. потеря с выходной скоростью

Минимальна при $\alpha_2 \approx 90^\circ$

$$\frac{\left(x_ф^{opt}\right)_{\rho=0,5}}{\left(x_ф^{opt}\right)_{\rho=0}} = \sqrt{2}$$

3.2.2. Оптимальный располагаемый теплоперепад ступени

Задано: диаметр ступени и угловая скорость вращения ротора.

Определить: какой теплоперепад сработает ступень с наивысшим КПД.

$$\overline{H}_0 = \frac{c_\phi^2}{2}; \qquad x_\phi = \frac{u}{c_\phi}; \qquad \overline{H}_0 = \frac{u^2}{2x_\phi^2}$$

$$\overline{H}_0^{opt} = \frac{u^2}{2\left(x_\phi^{opt}\right)^2} \qquad x_\phi^{opt} = \frac{\varphi\cos\alpha_1}{2\sqrt{1-\rho}} \qquad u = \pi d n$$

$$\boxed{\overline{H}_0^{opt} = \frac{2\pi^2 d^2 n^2 (1-\rho)}{\varphi^2 \cos^2\alpha_1}}$$

Частные случаи:

а) $$\frac{\left(\overline{H}_0^{opt}\right)_{\rho=0}}{\left(\overline{H}_0^{opt}\right)_{\rho=0,5}} = 2$$

б) $\rho = 0;\ n = 50c^{-1};\ \alpha_1 = 13^o;\ \varphi = 0,97$

$$\left(\overline{H}_0^{opt}\right)_{\rho=0} = 52,5d^2$$

в) $$\frac{\left(\overline{H}_0^{opt}\right)_{n=50}}{\left(\overline{H}_0^{opt}\right)_{n=25}} = 4$$