

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Определить среднее время жизни и вероятность распада за время t возбужденных ядер, образующихся при облучении тепловыми нейтронами мишени состоящей из ядер ${}^6\text{Li}$, если известно, что среднее время жизни данных ядер по отношению к испусканию нейтронов и α -частиц соответственно равно: $\tau_n = 1,1 \cdot 10^{-20}$ с и $\tau_\alpha = 2,2 \cdot 10^{-20}$ с.

Решение: Вероятность распада ядер ${}^6\text{Li}$ находящихся в возбужденном состоянии найдем из выражения:

$$\omega = \sum \omega_i = \sum \frac{\Gamma_i}{\hbar} = \frac{1}{\tau_{\text{ж}}} = \frac{1}{\tau_\alpha} + \frac{1}{\tau_n},$$

где $\tau_{\text{ж}}$ – время жизни ядер ${}^6\text{Li}$ с учетом двух основных каналов распада ядра.

Из последнего выражения находим $\tau_{\text{ж}}$. Оно будет равно:

$$\tau_{\text{ж}} = \frac{\tau_\alpha \cdot \tau_n}{\tau_\alpha + \tau_n},$$

Вероятность распада за время t ядер ${}^6\text{Li}$ с учетом двух основных каналов распада, равна:

$$\delta = 1 - \exp(-\lambda t) = 1 - \exp(-t / \tau_{\text{ж}})$$

При небольших временах:

$$\delta = \lambda t = t / \tau_{\text{ж}}.$$

Последний результат можно получить, умножив самое первое соотношение этой задачи на время t .

Ответ: $\tau_{\text{ж}} = \frac{\tau_\alpha \cdot \tau_n}{\tau_\alpha + \tau_n}, \delta = \lambda t = t / \tau_{\text{ж}}.$

2. Определить отношение высоты центробежного барьера к высоте кулоновского барьера для α -частиц, испускаемых ядрами ${}^{210}\text{Po}$, с орбитальным моментом $l = 2$. Закруглением вершины кулоновского барьера пренебречь.

Решение: Кулоновский барьер определяется из соотношения:

$$B_{\text{к}} = \frac{zZe^2}{R} = \frac{zZe^2}{1,4 \cdot 10^{-13} (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})} \approx \frac{Z \cdot z}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}}, \text{ МэВ.}$$

где A_1 – массовое число частицы; A_2 – массовое число ядра; Z – заряд ядра; z – заряд частицы.

Величина центробежного барьера определяется из соотношения:

$$B_{\text{ц}} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R^2} \approx \frac{10l(l+1)}{A_1 A_2^{2/3}}, \text{ МэВ.}$$

где A_1 – массовое число частицы; A_2 – массовое число ядра; Z – заряд ядра; z – заряд частицы; l – орбитальный момент количества движения.

Подставляя в последние две формулы исходные данные, получим значения кулоновского и центробежного барьеров.

$$B_K \approx \frac{Z \cdot z}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} = \frac{84 \cdot 2}{210^{1/3} + 4^{1/3}} = 22,3 \text{ МэВ} \text{ и } B_C \approx \frac{10l(l+1)}{A_1 A_2^{2/3}} = \frac{10 \cdot 2(2+1)}{4 \cdot 210^{2/3}} = 0,43 \text{ МэВ}.$$

Отношение центробежного и кулоновского барьеров равно:

$$\eta = \frac{B_C}{B_K} = 0,019.$$

Из полученного результата видно, что проницаемость D для тяжелых ядер при небольших значения l обусловлена практически кулоновским барьером.

Ответ: $\eta = 1,9 \cdot 10^{-2}$.

3. Определить проницаемость кулоновского барьера ядра ^{27}Al по отношению к протону с кинетической энергией 1 МэВ.

Решение: Проницаемость определим из соотношения:

$$D = e^{-2C_l} = e^{-2\sqrt{\frac{2\mu}{\hbar}} \int_R^{r_0} \sqrt{V(r) - E} dr},$$

где потенциальная энергия, согласно условию задачи включает в себя только кулоновский барьер, имеет вид:

$$V(r) = \frac{zZe^2}{r} \text{ и } V(r_0) - E = 0; \quad B_l = V(R).$$

Решение для C_l можно получить положив параметр $y = 0$ (так как рассматривается только кулоновский барьер) в общем выражении для C_l :

$$C_l = g \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \left(\arccos(\sqrt{x}) \right) - \sqrt{1-x} \right).$$

Радиус ядра равен:

$$R = 1,4 \cdot 10^{-13} \cdot A^{1/3} = 1,4 \cdot 10^{-13} \cdot 27^{1/3} = 4,2 \cdot 10^{-13} \text{ см}.$$

Согласно условию задачи необходимо найти проницаемость кулоновского барьера, поэтому высота барьера будет определяться соотношением:

$$B_l = B_K \approx \frac{Z \cdot z}{A^{1/3}} = 4,3 \text{ МэВ}.$$

Приведенная масса системы, равна:

$$\mu = \frac{m_p \cdot M_{Al}}{m_p + M_{Al}} \approx m_p.$$

Величины, входящие в интеграл C_l соответственно равны:

$$g = \sqrt{\frac{2zZe^2 R \mu}{\hbar^2}} = 1,9;$$

$$x = \frac{E}{B_l} = 0,2.$$

Подставляя найденные значения в выражение для C_l , получим:

$$C_1 = 2,6.$$

Проницаемость кулоновского барьера ядра ^{27}Al по отношению к протону с кинетической энергией 1 МэВ, равна:

$$D = e^{-2C_1} = e^{-5,2} \approx 0,005.$$

Ответ: $D \approx 0,005$.

4. Эффективное сечение (α, n) -реакций на ядрах углерода естественного изотопного состава равно 1,72 мб. Найти сечение реакции на изотопе углерода ^{13}C .

Решение. Эффективное сечение реакции на углероде может быть найдено по соотношению:

$$\sigma_{\alpha n} = \sum_{i=1}^n \delta_i \cdot \sigma_i,$$

где δ_i – распространенность изотопа в смеси, σ_i – сечение (α, n) -реакции на i -м изотопе, n – число изотопов.

Реакция (α, n) может протекать только на ^{13}C , распространенность которого в природной смеси изотопов 1,1%. В соответствии с первой формулой данной задачи, сечение (α, n) -реакции на ^{13}C , равно:

$$\sigma_{\alpha n}(^{13}\text{C}) = 1,72 / 0,011 = 156 \text{ мб}.$$

Ответ: $\sigma_{\alpha n}(^{13}\text{C}) = 156 \text{ мб}.$

Произведение $\Sigma = \sigma N$ называют макроскопическим эффективным сечением, см^{-1} ; оно характеризует вероятность совершения ядерной реакции в 1 см^3 одним нейтроном, имеющим скорость v .

Если вещество представляет собой гомогенную смесь (молекулярное соединение, раствор или расплав) различных ядер, то макросечение определяется как сумма сечений:

$$\Sigma_{\text{см}} = \sum \Sigma_i. \quad (5.6)$$

Концентрация i -го компонента смеси (молекулярного соединения) находится по формуле:

$$N_i = C_i N_A \rho_{\text{см}} / \mu_{\text{см}}, \quad (5.7)$$

где C_i – массовая доля.

5. Найти концентрацию молекул UO_2 и концентрации входящих в нее атомов, полагая, что уран имеет природный изотопный состав.

Решение: Определим концентрацию молекул UO_2 :

$$N_{\text{UO}_2} = \frac{N_A \rho_{\text{UO}_2}}{\mu_{\text{UO}_2}} = \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} \cdot 10,95 \text{ г/см}^3}{270 \text{ г/моль}^3} \approx 2,44 \cdot 10^{22} \text{ молекул/см}^3.$$

Тогда концентрация атомов кислорода будет равна $n_{\text{O}} = 2 \cdot N_{\text{UO}_2} \approx 4,88 \cdot 10^{22} \text{ атом/см}^3$, а концентрация атомов урана составит $n_{\text{U}} = n_{\text{UO}_2} \approx 2,44 \cdot 10^{22} \text{ атом/см}^3$.

По условию задачи уран имеет природный изотопный состав, а это значит, что содержание ^{238}U в естественной смеси – $C_8 = 0,99284$; $^{235}\text{U} - C_5 = 0,0071$; $^{234}\text{U} - C_4 = 6 \cdot 10^{-5}$.

Таким образом, концентрации изотопов урана равны:

для ^{238}U : $N_8 = P_8 \cdot N_{\text{U}} = 0,99284 \cdot 2,44 \cdot 10^{22} \approx 2,42 \cdot 10^{22} \text{ атом/см}^3$;

для ^{235}U : $N_5 = P_5 \cdot N_{\text{U}} = 0,0071 \cdot 2,44 \cdot 10^{22} \approx 1,73 \cdot 10^{20} \text{ атом/см}^3$;

для ^{234}U : $N_4 = P_4 \cdot N_{\text{U}} = 6 \cdot 10^{-5} \cdot 2,44 \cdot 10^{22} \approx 1,41 \cdot 10^{18} \text{ атом/см}^3$.

6. Определить макросечение рассеяния нейтронов, обладающих энергией 0,0253 эВ, для диоксида урана UO_2 природного изотопного состава.

Решение. Естественный уран представляет собой смесь трех изотопов, а именно: ^{238}U , ^{235}U и ^{234}U , содержание этих изотопов в естественной смеси равно: 99,28 %, 0,714 %, 0,006 %. Содержание ^{234}U незначительно, им можно пренебречь. Кислород представлен изотопом ^{16}O .

Микросечения рассеяния нейтронов на ядрах складываются из микросечений упругого и неупругого рассеяния. Микросечения упругого рассеяния нейтронов, обладающих энергией 0,0253 эВ на ядрах ^{235}U , ^{238}U и ^{16}O соответственно равны: $\sigma_{el}^{235} = 15,11 \text{ б}$; $\sigma_{el}^{238} = 9,38 \text{ б}$ и $\sigma_{el}^{16} = 4,01 \text{ б}$ (табличные значения).

Зависимости микросечений неупругого рассеяния σ_{in} на ядрах ^{235}U , ^{238}U и ^{16}O от энергии нейтрона носят пороговый характер и при энергии 0,0253 эВ равны нулю. Таким образом, $\sigma_s = \sigma_{el}$.

Концентрация ядер ^{238}U в соответствии с (5.7):

$$N^{238} = C^{238} N_A \rho_{\text{UO}_2} / \mu_{\text{UO}_2}.$$

Макросечение рассеяния на ядрах ^{238}U согласно определению, равно:

$$\Sigma_s^{238} = N^{238} \sigma_s^{238} = \frac{C^{238} N_A \rho_{\text{UO}_2} \sigma_s^{238}}{\mu_{\text{UO}_2}}.$$

Подставляя численные значения в последнюю формулу получим:

$$\Sigma_s^{238} = 0,993 \cdot 0,6022 \cdot 10^{24} \text{ моль}^{-1} \cdot 10,6 \text{ г/см}^3 \cdot 9,38 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2 / 270 \text{ г} \cdot \text{моль}^{-1} \approx 0,2202 \text{ см}^{-1}.$$

Аналогично находим макросечение рассеяния на ядрах ^{235}U :

$$\Sigma_s^{235} = 0,007 \cdot 0,6022 \cdot 10^{24} \text{ моль}^{-1} \cdot 10,6 \text{ г/см}^3 \cdot 15,11 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2 / 270 \text{ г} \cdot \text{моль}^{-1} \approx 0,0042 \text{ см}^{-1}.$$

Макросечение рассеяния на ядрах кислорода:

$$\Sigma_s^{16} = 2 \cdot 1 \cdot 0,6022 \cdot 10^{24} \text{ моль}^{-1} \cdot 10,6 \text{ г/см}^3 \cdot 4,01 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2 / 270 \text{ г} \cdot \text{моль}^{-1} \approx 0,1896 \text{ см}^{-1}.$$

Множитель 2 отражает присутствие двух атомов кислорода в молекуле UO_2 ,
 1 – 100%-е содержание изотопа ^{16}O в кислороде.

Макросечение рассеяния на ядрах молекулы UO_2 :

$$\Sigma_s^{\text{UO}_2} = \Sigma_s^{235} + \Sigma_s^{238} + \Sigma_s^{16} = 0,4140 \text{ см}^{-1}.$$

Ответ: $\Sigma_s^{\text{UO}_2} = 0,4140 \text{ см}^{-1}.$
--