

Лекция 8-9. Волновые свойства микрочастиц вещества. Элементы квантовой механики.

Гипотеза де Бройля

Насколько исчерпывающим является представление электрона в виде малой механической частицы, характеризующейся определенными координатами и определенной скоростью?

В 1924 г. Луи де Бройль выдвинул гипотезу:

Дуализм не является особенностью только оптических явлений, а имеет универсальный характер. Частицы вещества также обладают волновыми свойствами.



Луи де Бройль
(1892–1987)

Гипотеза де Бройля

Если фотон обладает энергией $E = h\nu$ и импульсом $p = h/\lambda$, то и частица (например электрон), движущаяся с некоторой скоростью, обладает волновыми свойствами, т.е. движение частицы можно рассматривать как движение волны.

Согласно квантовой механике, свободное движение частицы с массой m и импульсом $p = m\nu$ (где ν – скорость частицы) можно представить как плоскую монохроматическую волну ψ_0 с длиной волны $\lambda = \frac{h}{p}$.

ψ_0 — волна де Бройля.

Гипотеза де Бройля

Волна де Бройля распространяется в том же направлении (например в направлении оси x), в котором движется частица.

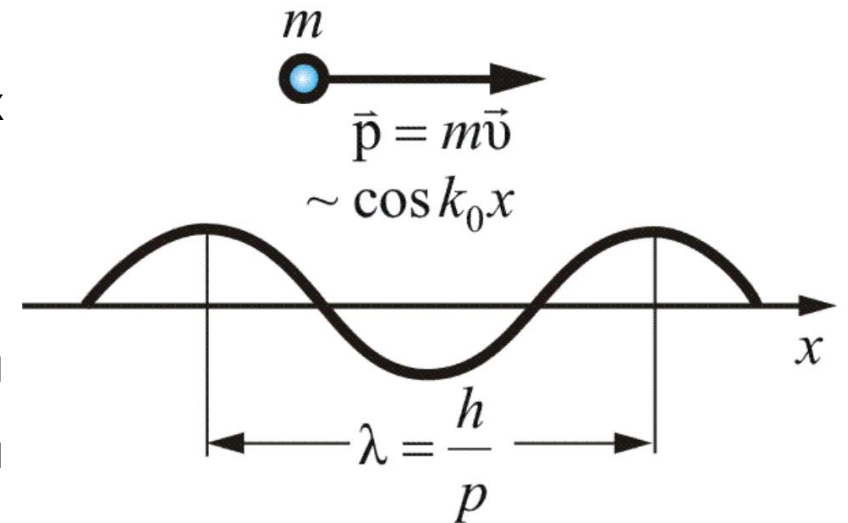
Зависимость волновой функции ψ_0 от координаты x задаётся формулой

$$\psi_0 \sim \cos(k_0 x),$$

где k_0 – волновое число, а волновой вектор \vec{k}_0 направлен в сторону распространения волны или вдоль движения частицы:

$$\vec{k}_0 = \frac{2\pi}{h} \vec{p}.$$

Таким образом, волновой вектор монохроматической волны, связанной со свободно движущейся микрочастицей, пропорционален её импульсу или обратно пропорционален длине волны.



Гипотеза де Бройля



Кинетическая энергия сравнительно медленно движущейся частицы $K = \frac{mv^2}{2}$, то длину волны можно выразить и через энергию:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mK}}.$$

При взаимодействии частицы с некоторым объектом – с кристаллом, молекулой и т.п. – её энергия меняется: к ней добавляется потенциальная энергия этого взаимодействия, что приводит к изменению движения частицы.

Общим условием дифракции волн любой природы является соизмеримость длины падающей волны λ с расстоянием d между рассеивающими центрами:

$$\lambda \leq d$$

Дифракция частиц



Дифракция частиц – рассеяние микрочастиц (электронов, нейтронов, атомов и т.п.) кристаллами или молекулами жидкостей и газов, при котором из начального пучка частиц данного типа возникают дополнительно отклонённые пучки этих частиц.

Дифракция – явление волновое, оно наблюдается при распространении волн различной природы: дифракция света, звуковых волн, волн на поверхности жидкости и т.д.

Дифракция при рассеянии частиц, с точки зрения классической физики, невозможна!

Дифракция частиц



Квантовая механика устранила абсолютную грань между волной и частицей.

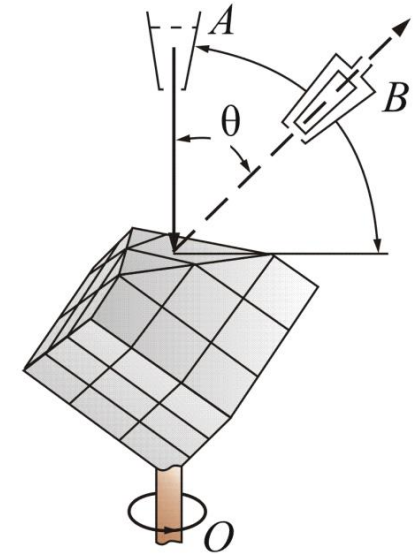
Основным положением квантовой механики, описывающей поведение микрообъектов, является корпускулярно-волновой дуализм, т.е. двойственная природа микрочастиц.

Идея «волн материи», высказанная французским физиком Л. де Бройлем, получила блестящее подтверждение в опытах по дифракции частиц.

Дифракция частиц

Первым опытом по дифракции частиц, блестяще подтвердившим исходную идею квантовой механики – корпускулярно-волновой дуализм, явился опыт американских физиков К. Дэвиссона и Л. Джермера, проведенный в 1927 году по дифракции электронов на монокристаллах никеля.

Установка включала в себя монокристалл никеля, сошлифованный под углом, и установленный на держателе. На плоскость шлифа направлялся перпендикулярно пучок монохроматических электронов.



(A – электронная пушка,
B – детектор излучения)

Дифракция частиц

Если ускорять электроны электрическим полем с напряжением U , то они приобретут кинетическую энергию $K = eU$ (e – заряд электрона), то

$$\lambda = \frac{12,26}{\sqrt{U}},$$

U в В, λ в Å ($1\text{Å} = 10^{-10}\text{м}$).

При напряжениях U порядка 100 В, получаются так называемые «медленные» электроны с λ порядка 1 Å. Эта величина близка к межатомным расстояниям d в кристаллах, которые составляют несколько Å и менее, и соотношение $\lambda \leq d$, необходимое для возникновения дифракции, выполняется.

Дифракция частиц



Дэвиссон и Л. Джермер обнаружили интерференционные пики интенсивности рассеянных электронов, первый из которых приходился на угол рассеяния около 65° .

Каждый атом кристалла, согласно принципу Гюйгенса, является источником вторичных волн, и они взаимно усиливаются в результате интерференции между ними при рассеянии под определенными углами. И Дэвиссону с Джермером удалось найти такой угол максимума числа рассеянных электронов. Рассчитав по этому углу и импульсу электронов длину волны, ученые выяснили, что она в точности совпадает с длиной волны, предсказываемой соотношением де Бройля.

Так была доказана гипотеза о наличии у элементарных частиц волновых свойств.

Дифракция частиц

Условием наблюдения дифракционного максимума при отражении от кристалла является условие Вульфа–Брэггов:

$$2d \sin \theta = n\lambda,$$

θ – угол, под которым падает пучок электронов на данную кристаллографическую плоскость (угол скольжения), а d – расстояние между соответствующими кристаллографическими плоскостями.

При напряжениях (десятках кВ) электроны проникают сквозь тонкие плёнки вещества (толщиной порядка 10^{-5} см, т. е. тысячи Å).

Тогда возникает так называемая дифракция быстрых электронов, которую на поликристаллических плёнках алюминия и золота впервые в 1927 г. исследовали английский учёный Дж. Дж. Томсон и, независимо от него, советский физик П. С. Тартаковский.

Дифракция атомов и молекул.



Атомам с массой M , находящимся в газообразном состоянии в сосуде при абсолютной температуре T , соответствует длина волны

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{3MkT}},$$

т.к. средняя кинетическая энергия атома $K = 2/3kT$.

Для лёгких атомов и молекул (H, H₂, He), и температур в сотни градусов Кельвина, длина волны λ составляет около 1 Å. Дифрагирующие атомы или молекулы практически не проникают в глубь кристалла.

Дифракция атомов и молекул.

Сформированный с помощью диафрагм молекулярный или атомный пучок направляют на кристалл и тем или иным способом фиксируют «отражённые» дифракционные пучки.

Таким путём немецкие учёные О. Штерн и И. Эстерман, а также другие исследователи на рубеже 30-х гг. наблюдали дифракцию атомных и молекулярных пучков (рис.1).

Дифракция протонов, а также дифракция нейтронов (рис.2), получившая широкое распространение как один из методов исследования структуры вещества.

Так, было доказано экспериментально, что волновые свойства присущи всем без исключения микрочастицам.

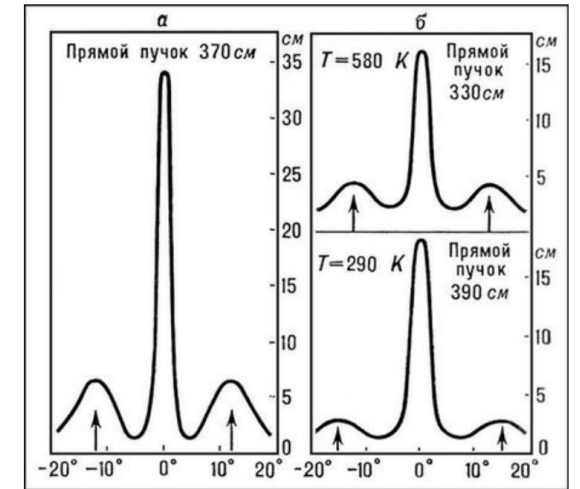


Рис.1

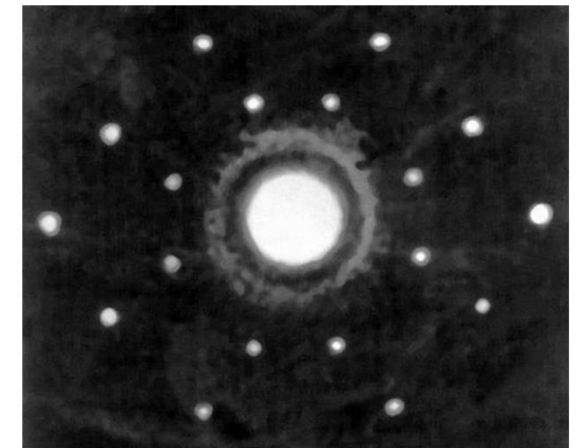


Рис.2

Корпускулярно-волновой дуализм микрочастиц вещества



В доквантовой физике понять – значить составить себе наглядный образ объекта или процесса. В квантовой физике так рассуждать нельзя.

Всякая наглядная модель будет действовать по классическим законам, и поэтому не пригодна для представления квантовых процессов.

Рассмотренные нами волны Луи де Бройля не являются электромагнитными, это волны особой природы.

Корпускулярно-волновой дуализм микрочастиц вещества



Вычислим дебройлевскую длину волны мячика массой 0,20 кг, движущегося со скоростью 15 м/с

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,67 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{0,2 \cdot 15} = 2,2 \cdot 10^{-34} \text{ м}.$$

Это чрезвычайно малая длина волны.

Волновые свойства – интерференция и дифракция – проявляются только тогда, когда размеры предметов или щелей сравнимы по своей величине с длиной волны.

Поэтому волновые свойства обычных тел обнаружить не удастся.

Корпускулярно-волновой дуализм микрочастиц вещества



Определим дебройлевскую длину волны электрона, ускоренного разностью потенциалов 100 В.

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 5,9 \cdot 10^6 \text{ м/с},$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 5,9 \cdot 10^6} = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Такие волны порядка 10^{-10} м можно обнаружить экспериментально.

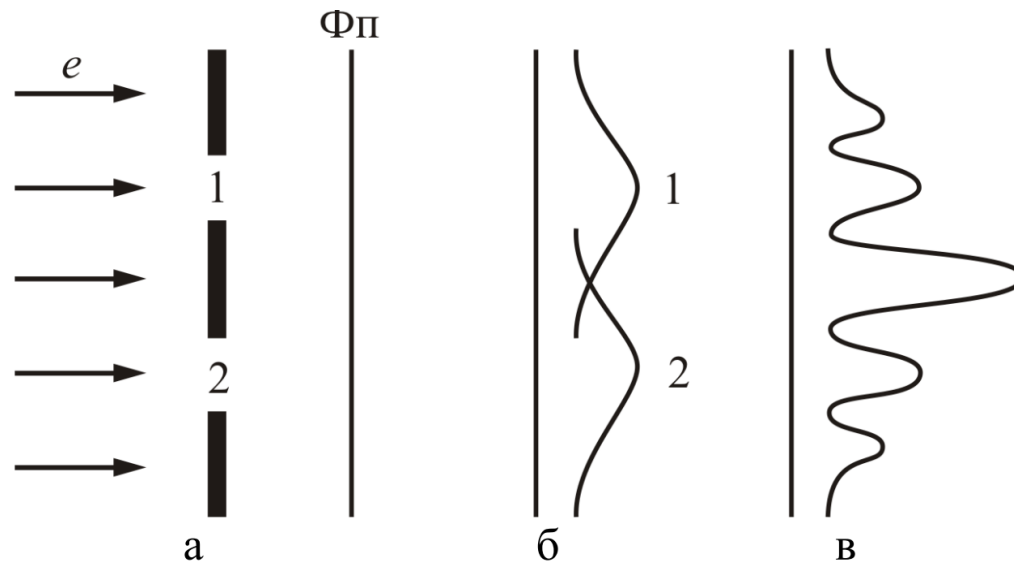
Межатомные расстояния в кристалле (10^{-10} м) и регулярно расположенные атомы кристалла можно использовать в качестве дифракционной решетки.

Итак, если гипотеза Луи де Бройля справедлива, то, как указал Эйнштейн, для электронов должно наблюдаться явление дифракции.

Корпускулярно-волновой дуализм микрочастиц вещества



Направим на преграду с двумя узкими щелями параллельный пучок моноэнергетических (т.е. обладающих одинаковой кинетической энергией) электронов (рис. 3.6), за преградой поставим фотопластинку (Фп)



Дифракция электронов и других микрочастиц доказывает справедливость гипотезы Луи де Бройля и подтверждает корпускулярно-волновой дуализм микрочастиц вещества.

Физический смысл волн де Бройля



Мы знаем что:

интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды.

При отражении частиц, в некоторых направлениях отражается большее число частиц, чем в других.

С волновой точки зрения наличие максимумов в некоторых направлениях означает, что эти направления соответствуют наибольшей интенсивности волн, связанных с отражающимися частицами.

Физический смысл волн де Бройля



Статистическое, вероятностное толкование волн – Интенсивность дебройлевской волны оказывается большей там, где имеется большее число частиц.

Квадрат амплитуды дебройлевской волны в данной точке пространства является мерой вероятности того, что частица находится в этой области.

Дebroйлевские волны не являются электромагнитными волнами!

Соотношение неопределенностей Гейзенберга



Волновые свойства частиц и возможность задать для частицы лишь вероятность ее пребывания в данной точке пространства приводят к тому, что сами понятия координаты частицы и ее скорости (или импульса) могут применяться в квантовой механике в ограниченной мере.

Электрон (и любая другая микрочастица) не может иметь одновременно точных значений координаты x и компоненты импульса p_x . Неопределенности значений x и p_x удовлетворяют соотношению:

$$\Delta p_x \times \Delta x \geq h$$

Физический смысл волн де Бройля



Возможно, такое состояние, в котором одна из переменных имеет точное значение ($\Delta x = 0$), другая переменная при этом оказывается совершенно неопределенной ($\Delta p \rightarrow \infty$) – ее неопределенность равна бесконечности, и наоборот.

Таким образом, для микрочастицы не существует состояний, в которых ее координаты и импульс имели бы одновременно точные значения.

Отсюда вытекает и фактическая невозможность одновременного измерения координаты и импульса микрообъекта с любой наперед заданной точностью.

Физический смысл волн де Бройля

Канонически сопряженные величины – взаимозависимые величины.

Обозначив канонически сопряженные величины буквами A и B , можно записать:

$$\Delta A \Delta B \geq h.$$

Утверждение о том, что произведение неопределенностей значений двух сопряженных переменных не может быть по порядку меньше постоянной Планка h , называется соотношением **неопределенностей Гейзенберга**.



В. Гейзенберг
(1901–1976)

Физический смысл волн де Бройля



Энергия и время являются канонически сопряженными величинами. Поэтому для них также справедливо соотношение неопределенностей:

$$\Delta E \Delta t \geq h.$$

Это соотношение означает, что определение энергии с точностью ΔE должно занять интервал времени, равный, по меньшей мере

$$\Delta t \sim \frac{h}{\Delta E}.$$

Соотношение неопределенностей получено при одновременном использовании классических характеристик движения частицы (координаты, импульса) и наличия у нее волновых свойств.

Физический смысл волн де Бройля



Т.к. в классической механике принимается, что измерение координаты и импульса может быть произведено с любой точностью, то соотношение неопределенностей является квантовым ограничением применимости классической механики к микрообъектам.

Соотношение неопределенностей указывает с какой степенью точности можно говорить о траекториях микрочастиц.

$$\Delta x \Delta v_x \geq \frac{h}{m}$$

Чем больше масса частицы, тем меньше неопределенности ее координаты и скорости, следовательно тем с большей точностью можно применять к этой частице понятие траектории.

Физический смысл волн де Бройля



Например, для пылинки массой 12^{-10} кг и линейными размерами 10^{-6} м, координата которой определена с точностью до 0,01 ее размеров ($\Delta x = 10^{-8}$ м), неопределенность скорости равна

$$\Delta v_x = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{10^{-8} 10^{-12}} \text{ м/с} = 6,62 \cdot 10^{-14} \text{ м/с},$$

для макроскопических тел их волновые свойства не играют никакой роли; координаты и скорости могут быть измерены достаточно точно. Это означает, что для макротел можно пользоваться законами классической механики.

Физический смысл волн де Бройля

Предположим, что пучок электронов движется вдоль оси x со скоростью $v = 10^8 \text{ м/с}$, определяемой с точностью до 0,01% ($\Delta v_x \approx 10^4 \text{ м/с}$). Какова точность определения координаты электрона?

$$\Delta x \Delta v_x \geq \frac{h}{m} \quad \longrightarrow \quad \Delta x = \frac{h}{m \Delta v_x} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^4} = 7,27 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Таким образом, положение электрона может быть определено с точностью до тысячных долей миллиметра. Такая точность достаточна, чтобы можно было говорить о движении электронов по определенной траектории иными словами, описывать их движения законами классической механики.

Физический смысл волн де Бройля



Применим соотношение неопределенностей к электрону, двигающемуся в атоме водорода. Допустим, что неопределенность координаты электрона $\Delta x \approx 10^{-10} \text{ м}$ (порядка размеров самого атома), тогда,

$$\text{согласно } \Delta x \Delta v_x \geq \frac{h}{m} \longrightarrow \Delta v_y = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-10}} = 7,27 \cdot 10^7 \text{ м/с.}$$

Радиус круговой орбиты вокруг атома водорода $0,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, а скорость электрона $2,3 \cdot 10^6 \text{ м/с}$.

Таким образом, неопределенность скорости в несколько раз больше самой скорости.

В данном случае нельзя говорить о движении электронов в атоме по определенной траектории.

Иными словами, для описания движения электронов в атоме нельзя пользоваться законами классической физики.