

Лекция 5. Неинерциальные системы отсчета.

Неинерциальные системы отсчета.

Неинерциальные системы отсчета - системы которые движутся относительно инерциальных систем с ускорением, называются

В неинерциальных системах отсчета законы Ньютона не выполняются!

Рассмотрим несколько примеров движения тел относительно неинерциальных систем отсчета.

Уравнение Ньютона для неинерциальных систем

В неинерциальной системе необходимо вводить силы инерции (фиктивные), для того чтобы воспользоваться уравнениями Ньютона в неинерциальной системе.

Силы инерции обусловлены не взаимодействием тел, а свойствами самих неинерциальных систем отсчета.

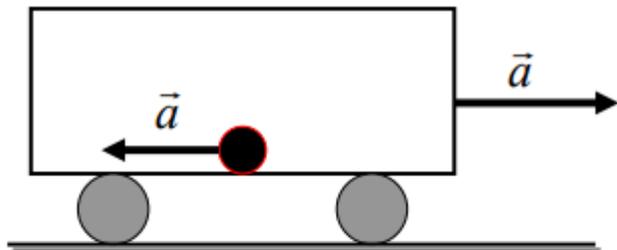
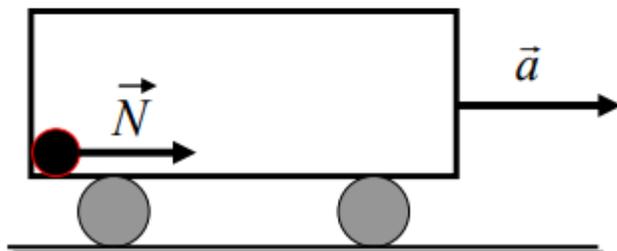


Рис. 8.1



Поезд начал движение с ускорением, шарик приобрёл ускорение \vec{a} .

- тело получает ускорение без взаимодействия с другими телами.

Поезд движется с ускорением a , шарик у стенки, на него действует сила реакции опоры N .

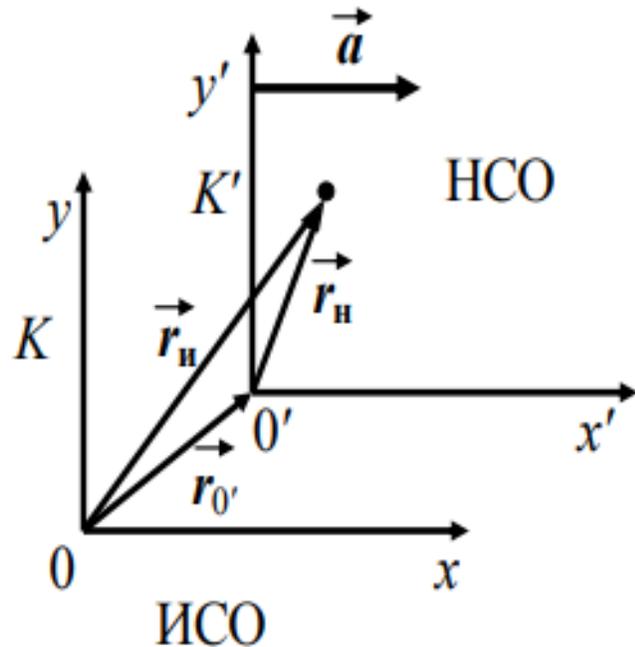
- при наличии взаимодействия тело не получает ускорение.

Принцип Даламбера

Имеем две системы отсчета: инерциальную – систему К и неинерциальную – систему К'

В момент $t = 0$ начала координат систем К и К' совпадают.

В момент t скорость движения системы К' относительно системы К: $\vec{v}_{0'} = \vec{a}t$.



$\vec{r}_{И}$ – радиус-вектор материальной точки в системе К,
 $\vec{r}'_{И}$ – радиус-вектор материальной точки в системе К',
 $\vec{r}_{0'}$ – радиус-вектор начала координат системы К' в системе К,

$$\vec{r}_{И} = \vec{r}_{0'} + \vec{r}'_{И}.$$

Продифференцируем это уравнение по времени:

$$\frac{d\vec{r}_{И}}{dt} = \frac{d\vec{r}_{0'}}{dt} + \frac{d\vec{r}'_{И}}{dt}, \text{ или } \vec{v}_{И} = \vec{v}_{0'} + \vec{v}'_{И}.$$

Возьмем вторую производную по времени:

$$\frac{d\vec{v}_{И}}{dt} = \frac{d\vec{v}_{0'}}{dt} + \frac{d\vec{v}'_{И}}{dt},$$

Принцип Даламбера

Возьмем вторую производную по времени: $\frac{d\vec{v}_И}{dt} = \frac{d\vec{v}_{0'}}{dt} + \frac{d\vec{v}_Н}{dt}$, т.к. $\vec{v}_{0'} = \vec{a}t$.

$$\vec{a}_И = \vec{a} + \vec{a}_Н, \quad \Rightarrow \vec{a}_Н = \vec{a}_И - \vec{a},$$

где:

$\vec{a}_Н$ – ускорение материальной точки относительно неинерциальной системы отсчета;

$\vec{a}_И$ – ускорение материальной точки относительно инерциальной системы отсчета;

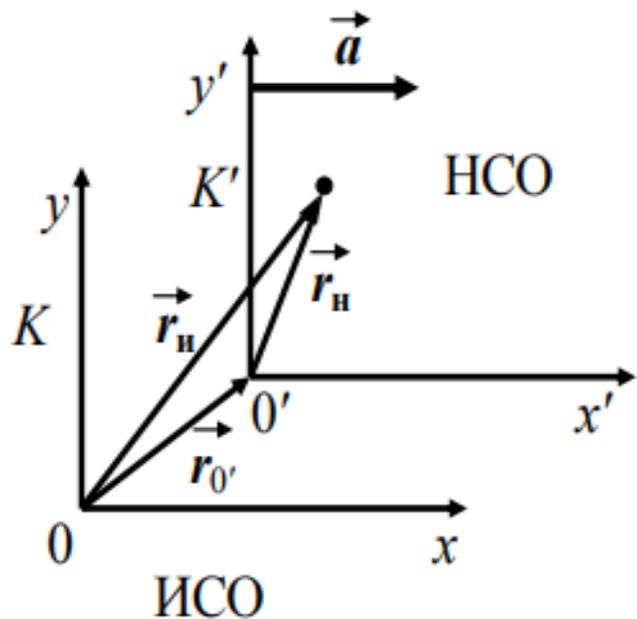
\vec{a} – ускорение неинерциальной системы отсчета относительно инерциальной системы отсчета.

$$m\vec{a}_Н = m\vec{a}_И - m\vec{a}.$$

$m\vec{a}_И = \vec{F}$, $\vec{F}_И = -m\vec{a}$ – сила инерции, следовательно

$$m\vec{a}_Н = \vec{F} + \vec{F}_И$$

Это уравнение движения (второй закон Ньютона) относительно неинерциальной системы отсчета.



Принцип Даламбера

Принцип Даламбера – произведение массы тела на его ускорение относительно неинерциальной системы отсчета равно векторной сумме сил взаимодействия сложенной с силой инерции. Данное определение называется

Сила инерции – фиктивная сила в том смысле, что она не обусловлена взаимодействием с другими телами.

Так как сила инерции обусловлена ускоренным движением системы отсчёта относительно другой системы отсчета, то она не подчиняется третьему закону Ньютона.

Принцип Даламбера

Шарик находится на полу вагона.

Если шарик не движется $F=0$.

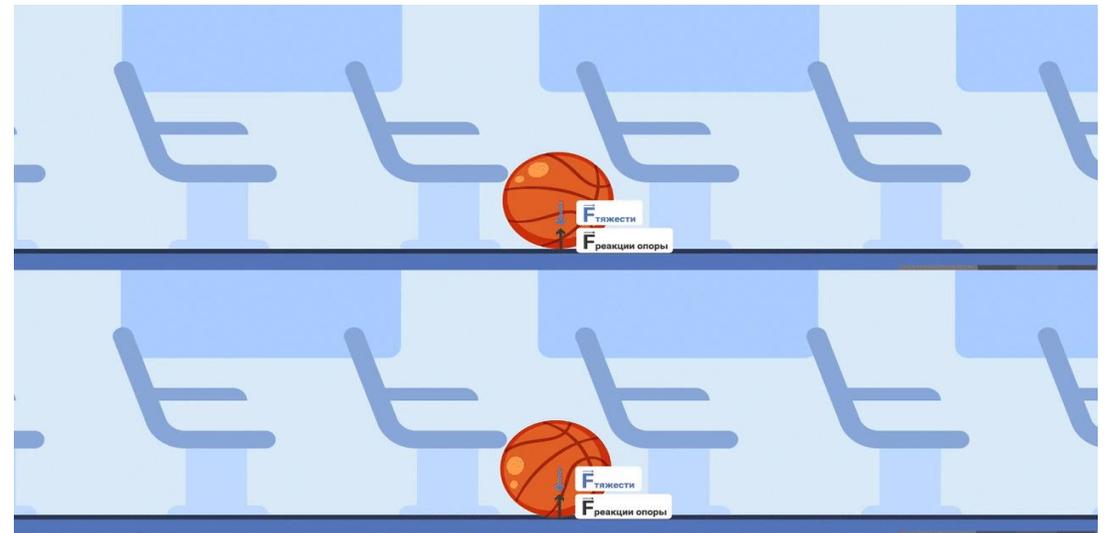
Если вагон начинает двигаться с ускорением \vec{a} , то шарик начнет двигаться с ускорением \vec{a} относительно вагона. Если не учитывать силы трения, то уравнение движения шарика можно записать:

$$m\vec{a}_{\text{И}} = m\vec{a}_{\text{Н}} + m\vec{a} \Rightarrow m\vec{a}_{\text{Н}} = \vec{F} + \vec{F}_{\text{И}},$$

$$\text{т.к. } \vec{F} = 0, \text{ то } m\vec{a}_{\text{Н}} = \vec{F}_{\text{И}}.$$

$$\text{Выразим } \vec{a}_{\text{Н}} = \frac{\vec{F}_{\text{И}}}{m}, \text{ т.к. } \vec{F}_{\text{И}} = -m\vec{a},$$

$$\vec{a}_{\text{Н}} = -\vec{a}.$$



Принцип Даламбера

Если шарик покоится в неинерциальной системе отсчета у стенки вагона

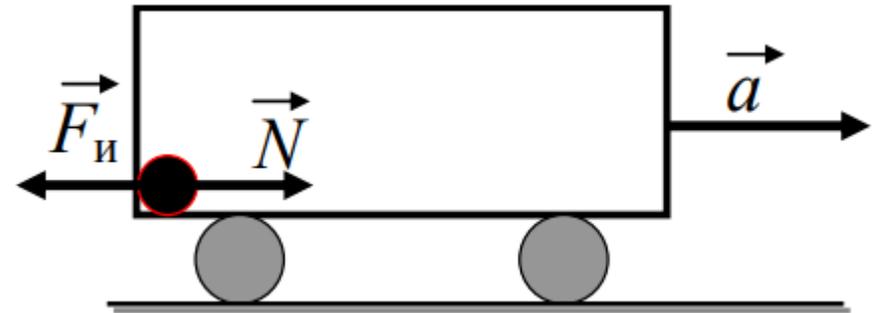
На шарик со стороны стенки действует (реальная) сила
реакции опоры.

Уравнение движения имеет вид:

$$m\vec{a}_И = m\vec{a}_Н + m\vec{a} \Rightarrow m\vec{a}_Н = \vec{N} + \vec{F}_И,$$

т.к. $\vec{a}_Н = 0$ (шарик покоится), то

$$\vec{N} = -\vec{F}_И, \text{ а } |\vec{F}_И| = |\vec{N}|.$$



Выводы

В неинерциальных системах отсчета законы Ньютона не выполняются!

Но если учесть фиктивные силы инерции:

$$m\vec{a}_H = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ин}},$$

то законы Ньютона будут формально выполняться.

Силы инерции – это силы, действующие в неинерциальной системе отсчета и обусловленные ускоренным движением этой системы.

Силы инерции в системах отсчета, движущихся поступательно

Пусть к потолку вагона на нити подвешен шарик массой m .

Пока вагон движется равномерно и прямолинейно (или покоится), нить занимает вертикальное положение ($\vec{T} = m\vec{g}$).

Вагон начал двигаться с ускорением \vec{a}_0 . Нить отклонится от вертикали на угол α .

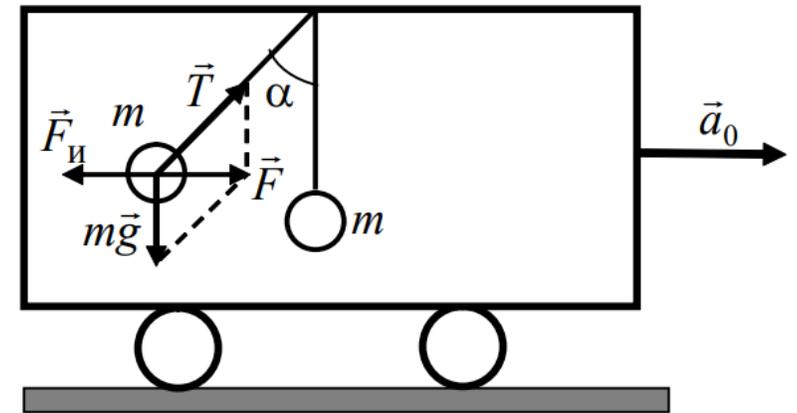
В **инерциальной** системе отсчета, результирующая сила:

$$\vec{F} = m\vec{g} + \vec{T}, \text{ где } \vec{F} = m\vec{a}_0.$$

В **неинерциальной** системе (в ускоренно движущемся вагоне): $\vec{F} + \vec{F}_{\text{ин}} = 0$, тогда

$$\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a}_0$$

– сила инерции, действующая на тело, равна массе этого тела, умноженной на ускорение системы отсчета, и направлена противоположно ускорению.



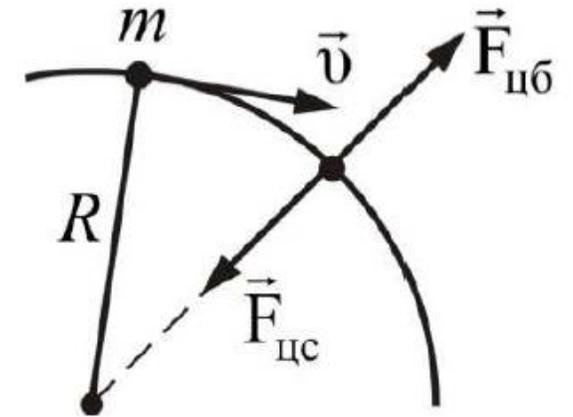
Центростремительная сила

Рассмотрим вращение камня массой m на веревке

Веревка растягивается, появляется упругая сила, действующая на камень, направленная вдоль веревки к центру вращения. Это и есть **центростремительная сила**.

$$\vec{F}_{\text{цс}} = m\vec{a}_{\text{цс}}, \text{ но т. к. } \vec{a}_{\text{цс}} = \vec{a}_n = v^2/R, \text{ то}$$

$$\vec{F}_{\text{цс}} = m\vec{a}_n, \text{ или } F_{\text{цс}} = mv^2/R.$$



При вращении Земли вокруг оси в качестве центростремительной силы выступает сила гравитации.

Центростремительная сила возникла в результате действия камня на веревку, т. е. это сила, приложенная к телу.

Сила же, приложенная к связи и направленная по радиусу от центра, называется центробежной.

Силы инерции, действующие на тело, покоящееся во вращающейся системе отсчета

Система отсчета, вращающаяся относительно инерциальной системы отсчета с угловой скоростью $\vec{\omega}$, является неинерциальной системой отсчета.

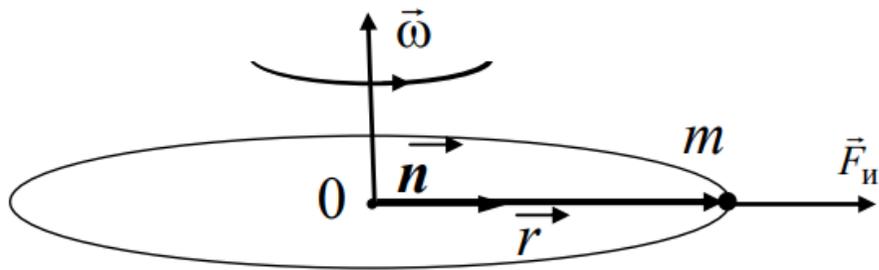
Пусть вращающийся с угловой скоростью $\vec{\omega}$ диск, на котором находится тело массой m . Тело относительно диска покоится.

тело движется по окружности, его ускорение:

$$\vec{a}_n = \vec{a}_И$$

$$m\vec{a}_И = m\vec{a}_Н + m\vec{a} \quad \text{или} \quad n\vec{a}_Н = m\vec{a}_И + \vec{F}_И.$$

$$\text{Тогда } \vec{F}_И = -m(\vec{a}_И - \vec{a}_Н).$$



Так как тело m вращается вместе с диском, то

$$\left. \begin{array}{l} \vec{a}_Н = 0; \\ \vec{a}_И = -\omega^2 r \cdot \vec{n} \end{array} \right\}, \text{ тогда } \vec{F}_И = m\omega^2 r \cdot \vec{n}, \quad \vec{r} = r \cdot \vec{n} \Rightarrow \vec{F}_И = m\omega^2 \vec{r}.$$

Силы инерции, действующие на тело, покоящееся во вращающейся системе отсчета

$$\vec{F}_И = m\omega^2\vec{r}$$

– сила инерции, действующая на неподвижное относительно вращающейся системы отсчета тело, называется центробежной силой инерции.

Центробежная сила инерции сообщает телу центробежное ускорение:

$$\vec{a}_{ц.б} = \frac{\vec{F}_И}{m} = \omega^2\vec{r}.$$

Свойства центробежной силы инерции:

- 1) величина центробежной силы инерции ($\vec{F}_{цб}$) зависит от положения тела во вращающейся системе отсчета;
- 2) центробежная сила инерции направлена по радиусу от центра;
- 3) величина $\vec{F}_{цб}$ не зависит от скорости тела относительно вращающейся системы отсчета;
- 4) силы инерции оказывают на тело такое же действие, что и реальные силы, действующие со стороны других тел.

Силы инерции – фиктивные силы. Они могут сообщать телу ускорение или совершать работу по изменению положения относительно неинерциальной системы отсчета.

Сила Кориолиса

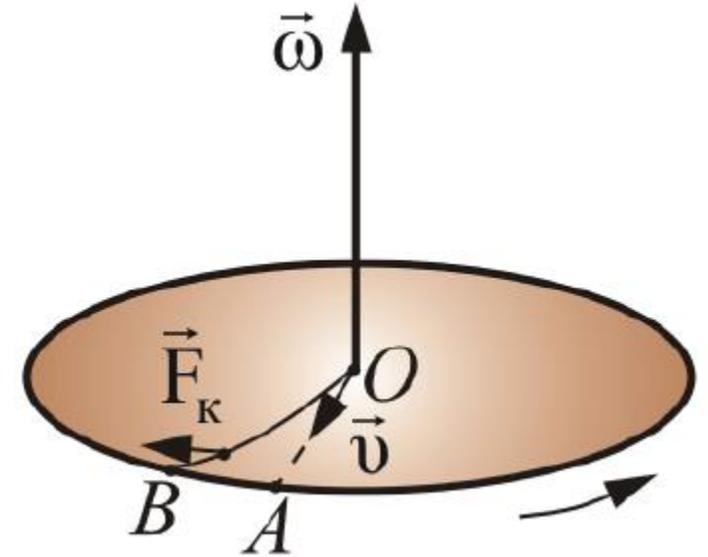
французский физик Гаспар-Гюстав де Кориолис показал, что на движущееся тело действует еще одна сила инерции - сила Кориолиса.

Эта сила всегда перпендикулярна к оси вращения и направлению

Запустим в направлении от O к A шарик со скоростью \vec{v} .

Если диск не вращается, шарик должен катиться вдоль OA .

Если же диск привести во вращение в направлении, указанном стрелкой, то шарик будет катиться по кривой OB , причем его скорость относительно диска быстро изменяет свое направление.



Сила Кориолиса - $\vec{F}_k = 2m[\vec{v}, \vec{\omega}]$, Сила Кориолиса, также являющаяся силой инерции.

$\vec{\omega}$ – угловая скорость вращения диска.

Сила Кориолиса вызывает кориолисово ускорение

$$\vec{a}_k = 2[\vec{v}, \vec{\omega}].$$

Выводы

- Кориолисово ускорение направлено перпендикулярно векторам $\vec{\omega}$ и \vec{v} и максимально, если относительная скорость точки \vec{v} ортогональна угловой скорости $\vec{\omega}$ вращения подвижной системы отсчета.
- Кориолисово ускорение равно нулю, если угол между векторами $\vec{\omega}$ и \vec{v} равен нулю или π , либо если хотя бы один из этих векторов равен нулю.

Следовательно, в общем случае при использовании уравнений Ньютона во вращающейся системе отсчета возникает необходимость учитывать **центробежную, центроостремительную** силы инерции, а также **кориолисову** силу.