

# Лекция 3. Основные уравнения классической динамики

---

# Первый закон Ньютона. Инерциальные системы

---

**Первый закон Ньютона (закон инерции):** всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее (его) изменить это состояние.

**Инертностью** - стремление тела сохранить состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

**Инерциальной системой отсчета** – система отсчета, относительно которой материальная точка, свободная от внешних воздействий, либо покоится, либо движется прямолинейно и равномерно (т. е. с постоянной скоростью).

Первый закон Ньютона утверждает существование инерциальных систем отсчета!

# Понятие механики. Модели в механике

---

**Гелиоцентрическая** — представление о том, что Солнце является центральным небесным телом, вокруг которого обращаются Земля и другие планеты.

Сущность первого закона Ньютона может быть сведена к трем основным положениям:

- *все тела обладают свойствами инерции;*
- *существуют инерциальные системы отсчета, в которых выполняется первый закон Ньютона;*
- *движение относительно. Если тело  $A$  движется относительно тела отсчета  $B$  со скоростью  $v$ , то и тело  $B$ , в свою очередь, движется относительно тела  $A$  с той же скоростью, но в обратном направлении:  $v = -v'$ .*

# Понятие механики. Модели в механике

---

Всякое тело противится попыткам изменить его состояние движения.

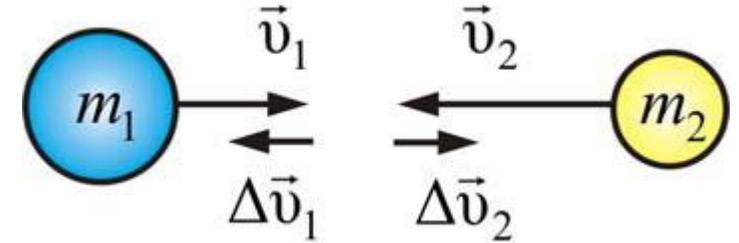
**Масса** – мера инертности тела.

Масса – величина аддитивная (масса тела равна сумме масс частей, составляющих это тело).

**Замкнутая система** – система тел, взаимодействующих только между собой.

# Масса и импульс тела

Два тела массами  $m_1$  и  $m_2$ , сталкивающиеся друг с другом со скоростями  $v_1$  и  $v_2$ :



$$\frac{|\Delta\vec{v}_1|}{|\Delta\vec{v}_2|} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \text{Приняв во внимание направление скоростей, запишем:} \Rightarrow m_1\Delta\vec{v}_1 = -m_2\Delta\vec{v}_2.$$

При  $v \ll c$  масса  $m = const$  (ньютоновская, классическая механика), тогда имеем:

$$\Delta(m_1\vec{v}_1) = -\Delta(m_2\vec{v}_2).$$

**Импульс тела  $\vec{p}$**  – произведение массы тела  $m$  на скорость  $v$ .

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

# Второй закон Ньютона. Принцип суперпозиции

Основная задача динамики: найти закон движения тела или системы тел при условии, что действующие силы известны

Математическое выражение второго закона Ньютона:

$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$  - скорость изменения импульса тела равна действующей на него силе

$d\vec{p} = \vec{F} dt$  – изменение импульса тела равно импульсу силы.

получим выражение второго закона через ускорение  $a$ :

$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}$   Т.к.  $m = \text{const}$ , то  $m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$ . Но  $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$ , тогда

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

– второй закон Ньютона, или основное уравнение динамики поступательного движения материальной точки.

# Принцип суперпозиции

Если на материальное тело действуют несколько сил, то результирующую силу  $\vec{F}$  можно найти из выражения:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i.$$

где  $\vec{a}$  – ускорение тела под действием силы  $F_i$ .

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i}{m} = \sum_{i=1}^n \vec{a}_i,$$

Таким образом, ускорение тоже подчиняется принципу суперпозиции:

$$\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{a}_i.$$

Найдем изменение импульса тела за конечный промежуток времени  $\Delta t = t_2 - t_1$ :

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}\Delta t, \quad \text{или} \quad \Delta(m\vec{v}) = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt,$$

т. е. изменение импульса тела равно импульсу силы.

# Система СИ



**Система СИ (Международная система единиц, International System of Units )** - это общепринятая система измерения физических величин.

## **Семь основных единиц:**

метр (м),

килограмм (кг),

секунда (с),

ампер (А),

кельвин (К),

кандела (кд),

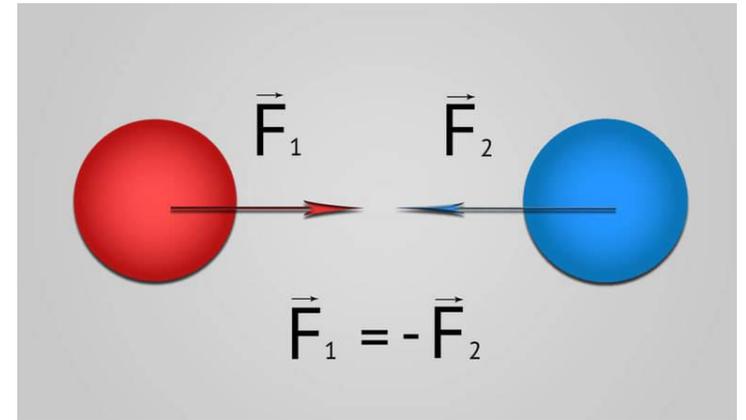
единица количества вещества (моль).

Например, из второго закона Ньютона производная единица силы получается равной  $1 \text{ кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2$ , что соответствует 1 Н (Ньютон).

# Третий закон Ньютона

**Третий закон Ньютона** – что силы, с которыми действуют друг на друга два тела, равны по величине и противоположны по направлению:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$



3 закон выполняется в случае контактных взаимодействий:

- при соприкосновении тел
- при взаимодействии тел, находящихся на расстоянии друг от друга, но покоящихся относительно друг друга.

Законы Ньютона плохо работают при  $v \approx c$ , а также при движении тел очень малых размеров, сравнимых с размерами элементарных частиц.

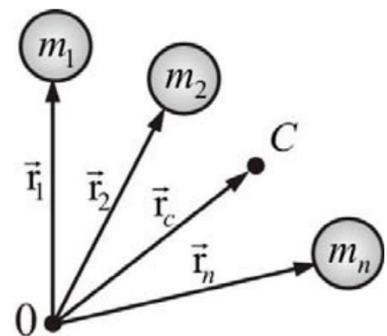
# Центра масс системы

## Центра масс (центр инерции) –

- среднее положение всех частей системы, взвешенное в соответствии с их массами.
- геометрическая точка, положение которой определяется распределением массы в теле.

Радиус-вектор системы двух частиц  $m_1$  и  $m_2$ : 
$$\vec{r}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}.$$

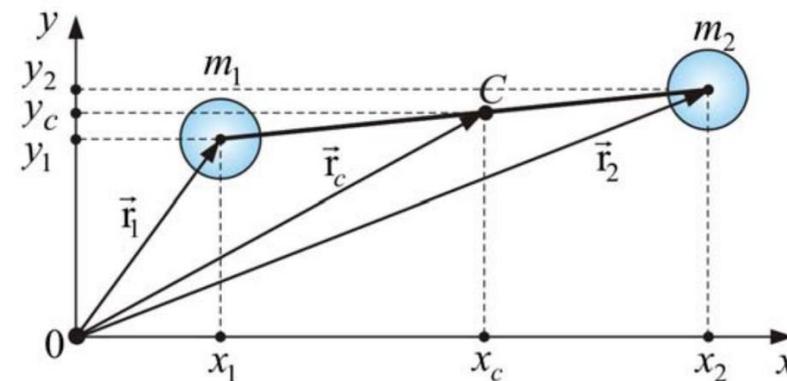
Радиус-вектор центра масс системы, состоящей из  $n$  материальных точек:



Произвольная система тел с центром инерции  $C$

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i,$$

Где  $m = \sum_{i=1}^n m_i$  – общая масса системы;  $n$  – число точек системы.



Координаты центра масс системы, состоящей из двух тел массами  $m_1$  и  $m_2$

# Импульс системы тел

Центр тяжести совпадает с центром масс (центром инерции), если  $g$  (ускорение силы тяжести) для всех тел системы одинаково.

**Скорость центра инерции системы  $v_c$  :**

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i. \quad v_i \text{ — скорость } i\text{-го тела системы.}$$

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i \quad \text{— импульс системы тел,}$$

Так как  $\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = m \vec{v}_c$ , то импульс системы тел можно определить по формуле:

$$\vec{p} = m \vec{v}_c.$$

Импульс системы тел равен произведению массы системы на скорость ее центра масс.

# Основное уравнение динамики поступательного движения

**Внутренние силы** – силы с которыми точки или тела одной системы действуют друг на друга.

**Внешние силы** – силы действующие на точки системы со стороны точек или тел, не входящих в состав данной системы.

Результирующая всех внутренних сил, действующих на  $i$ -е тело:

$$\vec{F}_i^{\text{внутр}} = \sum_{k \neq i}^n \vec{F}_{ik} = \vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \dots + \vec{F}_{in}.$$

$$\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki}, \quad \text{результирующая всех внутренних сил системы равна нулю!}$$

Главный вектор всех внешних сил: 
$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш}}$$

$\vec{F}_i^{\text{внеш}}$  – результирующая всех внешних сил, приложенных к  $i$ -й точке системы.

# центра масс системы

---

Вывод:

## **1. Компенсация сил:**

Внутренние силы всегда возникают парами. Например, если одна часть системы действует на другую с некоторой силой, то вторая часть действует на первую с такой же по величине, но противоположно направленной силой. Эти силы взаимно компенсируют друг друга.

## **1. Движение центра масс:**

Внутренние силы не влияют на движение центра масс системы. Центр масс системы движется так, как если бы вся масса системы была сосредоточена в этой точке, и на нее действовали только внешние силы. Это важное следствие законов Ньютона

Остаются только внешние силы.

# Основное уравнение динамики поступательного ДВИЖЕНИЯ

*Скорость изменения импульса системы равна главному вектору всех внешних сил, действующих на эту систему.*

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}_c) = \vec{F}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}, \quad \text{или} \quad m\vec{a}_c = \vec{F}$$

$$\begin{array}{l} m\vec{a} = \vec{F} \\ \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a} \quad m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}. \quad \vec{p} = m\vec{v}_c. \end{array}$$



$\vec{a}_c$  – ускорение центра инерции.

Это уравнение называют *основным уравнением динамики поступательного движения системы тел.*

*Центр механической системы движется как материальная точка, масса которой равна массе всей системы и на которую действует сила, равная главному вектору внешних сил, приложенных к системе.*

# Закон сохранения импульса

**Замкнутая система** (или **изолированная система**) — это система, которая не взаимодействует с внешними телами или полями (на нее не действуют внешние силы).

*Для замкнутой системы равнодействующий вектор внешних сил тождественно равен нулю:*

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \equiv 0, \quad \text{тогда} \quad \boxed{\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_c = \text{const.}}$$

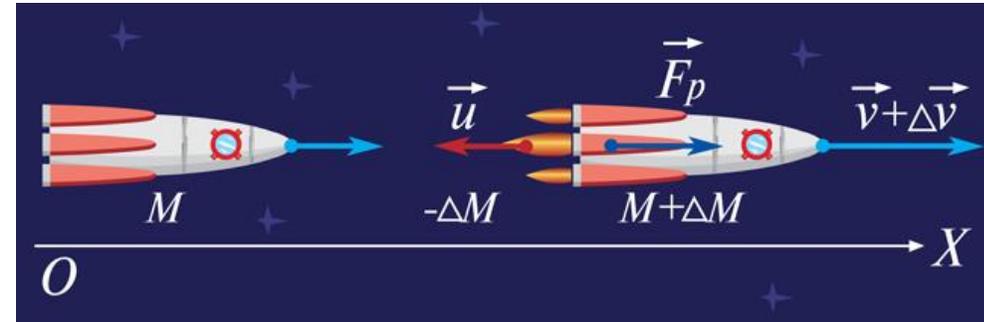
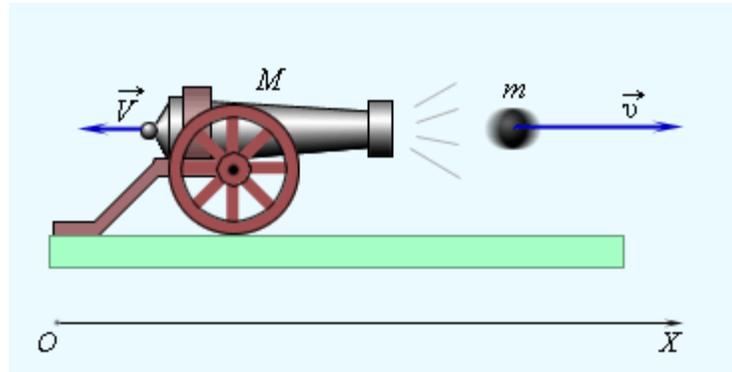
**Закон сохранения импульса** – импульс замкнутой системы не изменяется во времени.

$$\vec{p} = m\vec{v}_c, \quad m\vec{v}_c = \text{const.}$$

При любых процессах, происходящих в замкнутых системах, скорость центра масс (инерции) сохраняется неизменной.

# Закон сохранения импульса

Если система не замкнута, но главный вектор внешних сил  $\vec{F} = 0$ , то  $\vec{P}_{\text{сист}} = \text{const}$ , как если бы внешних сил не было.



**Однородность пространства** — это фундаментальное свойство пространства, которое означает, что все точки пространства **равноправны** с физической точки зрения.