

Практическое занятие №2. Построение платежной матрицы

Задача 1. Дискретная игра типа дуэли

Задачами дуэльного типа описывается, например, борьба двух игроков, каждый из которых желает совершить некое одновременное действие (выброс на рынок партии товара, заявка о покупке на аукционе) и выбирает для этого время. Пусть игроки продвигаются навстречу друг другу на n шагов. После каждого сделанного шага игрок может выстрелить или не выстрелить в противника. Выстрел может быть у каждого только один. Считается, что вероятность попасть в противника, если продвинуться на k шагов, равна k/n . Стратегия игрока 1(2) заключается в принятии решения стрелять на i -м (j -м) шаге. Пусть $i < j$, 1-й игрок стреляет на i -м шаге, а игрок 2- на j -м шаге. Тогда выигрыш a_{ij} игрока 1 задается формулой:

$$a_{ij} = \frac{i}{n} - \left(1 - \frac{i}{n}\right) \frac{j}{n} = \frac{n(i - j) + ij}{n^2}.$$

Таким образом, выигрыш – это разность вероятностей поражения противника и собственного выживания в дуэли. В случае $i > j$ первым стреляет игрок 2 и $a_{ij} = -a_{ji}$. Если $i = j$, то полагаем $a_{ij} = 0$.

Постройте платежную матрицу при $n=5$.

Задача 2. Оптимальный план.

Предприятию поручено выпускать два вида скоропортящихся продуктов П1 и П2. Ежедневные расходы на производство и реализацию продукции не должны превышать 4000 руб. Перед руководством предприятия поставлена задача: определить ежедневный объем производства каждого вида продукции с целью получения наибольшей прибыли. Для этого были проведены исследования, которые показали следующее: себестоимость единицы продукции П1 равна 0,8 руб., отпускная цена – 1,2 руб.; себестоимость единицы продукции П2 равна 0,5 руб., отпускная цена – 0,8 руб.

Если продукция не реализуется в день выпуска, то ее качества значительно снижаются, и она продается на следующий день по цене в 4 раза меньше отпускной.

Реализация продукции зависит от состояния погоды – в хорошую погоду реализуется 1000 единиц продукции П1 и 6000 единиц П2; в плохую погоду реализуется 4000 единиц продукции П1 и 1200 единиц П2; на реализацию всей произведенной за день продукции расходуется 200 руб.

Определите матрицу выигрышей для предприятия.

Задача 3. Поиск седловой точки

В следующих матрицах проверьте наличие седловой точки.

5	3	4	3
7	2	0	-2
10	-1	-4	2

15	14	10	8
13	10	6	3
5	9	16	12

Задача 4. Средний выигрыш в смешанных стратегиях.

Платежная матрица выглядит следующим образом:

2	3	5
5	4	1

Смешанная стратегия первого игрока $P=(0,3; 0,7)$

Смешанная стратегия второго игрока $Q=(0,2; 0,3; 0,5)$.

Найдите средний выигрыш первого игрока.