



Теория игр

Лекция 1. Введение

05.09.2013

Рабочая программа

Временной ресурс:

12 лекций (24 часа)

12 практический занятий (24 часа)

48 часов самостоятельная работа

Форма контроля: зачет

Преподаватель:

Аристова Елена Владимировна

Теория игр как научная дисциплина

**изучает отношения между
людьми, которые
руководствуются
несовпадающими
(а иногда и
противоположными)
мотивами.**



Определения теории игр

Теория игр – это теория рационального поведения людей с несовпадающими интересами.

Теория игр – это наука о стратегическом мышлении.

Определения теории игр

Теория игр – это теория математических моделей принятия оптимальных решений в условиях конфликтов.

Суть **теории игр** в том, чтобы помочь экономистам понимать и предсказывать то, что будет происходить в экономическом контексте.

Экономический аспект теории игр

Микро-уровень



Модели процесса торгов (модели торгова, модели аукциона)

Промежуточный уровень



Теоретико-игровые модели поведения фирм на рынках факторов производства и на рынках готовой продукции.

Макро-уровень



Модели конкуренции стран по поводу тарифов и торговой политики, модели, в которых рассматривается стратегическое взаимодействие в контексте монетарной политики.

Основные определения и положения теории игр

Игра – это упрощенная формализованная модель реальной конфликтной ситуации.

Математическая формализация означает, что существует совокупность описывающих игру правил действия сторон в процессе игры: варианты действий сторон; исход игры при заданном варианте действий; объем информации каждой стороны о поведении всех других сторон.

Классическая задача теории игр Дилемма заключенного



Дилемма заключенного

Условия задачи. Полиция задержала двух человек, которые подозреваются в совместном тяжком преступлении. Сотрудники полиции уверены в их виновности, но твердых доказательств их вины у них нет. При задержании у обеих подозреваемых было обнаружено незарегистрированное оружие. В законодательстве большинства стран за преступление, совершенное группой людей, то есть бандой, полагается больший срок, чем за то же преступление, но совершенное в одиночку. Поэтому им обоим было предложено содействовать следствию. Их развели по разным камерам.

Предложение для заключенных

- если один из них признается в содеянном, а другой откажется сотрудничать со следствием, то ему сократят срок заключения до двух лет, а другой получает 10 лет заключения;
- если в преступлении сознаются оба, то им дадут по пять лет;
- если оба откажутся сотрудничать со следствием, то им дают по три года за незаконное хранение оружия.

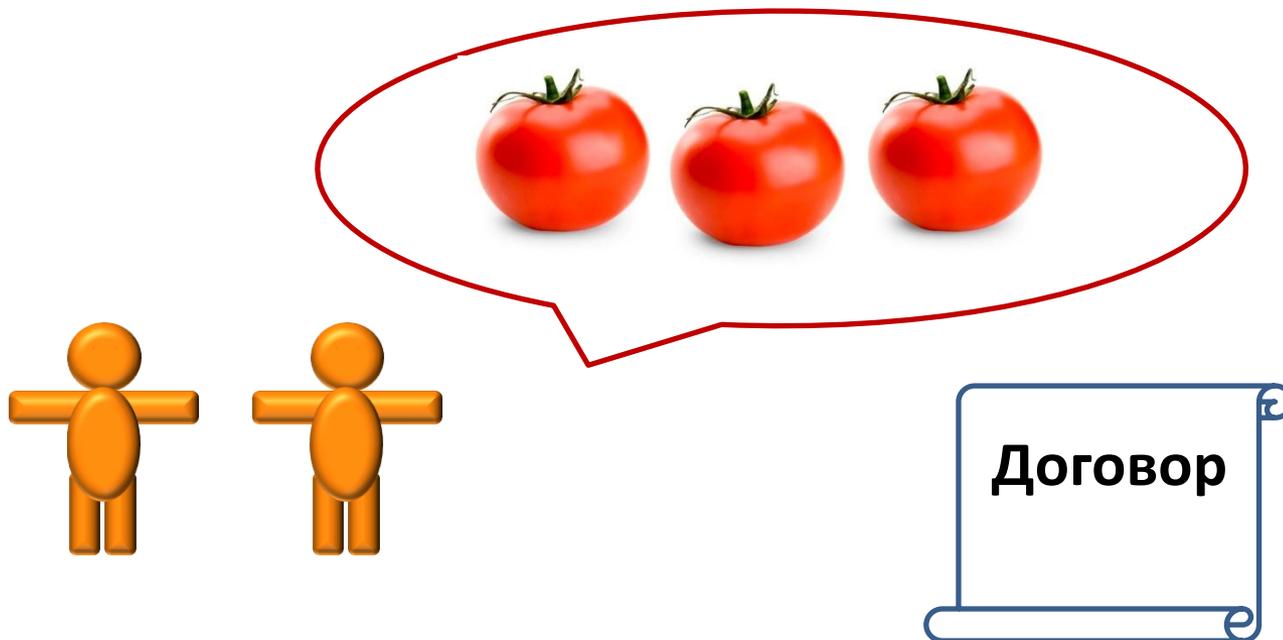
Им сообщили, что предложение сделано обоим и действует до утра следующего дня. Какое решение примет каждый из них?

Таблица вариантов решений, которые могут принять подозреваемые

		Подозреваемый В	
		сознаётся	не признаётся
Подозреваемый А	сознаётся	А – 5 лет; В – 5 лет	А – 2 года; В – 10 лет
	не признаётся	А – 10 лет; В – 2 года	А – 3 года; В – 3 года

Дилемма заключенного: пример ситуации №1

Два предпринимателя договариваются о продаже вагона помидоров, подписывают договор.



Дилемма заключенного: пример ситуации №1

		Покупатель	
		Оплатит товар	Не оплатит
Продавец	Отправит груз	Получит деньги Получит товар	
	Не отправит груз		

Дилемма заключенного: пример ситуации №2



Двум крупным компаниям-конкурентам необходимо определить свои бюджеты на телевизионную рекламу на следующий год.

Цель теории игр

Цель теории игр – выработка рекомендаций по разумному поведению участников конфликта.

Конфликтная ситуация характеризуется

тремя основными составляющими:

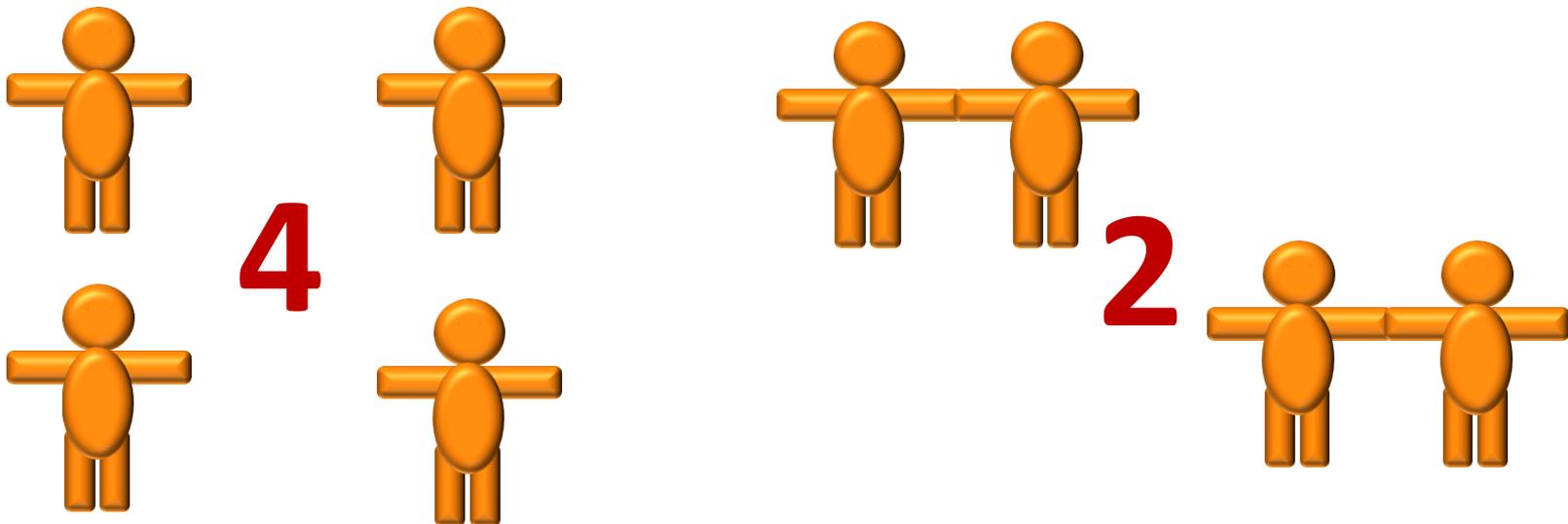
- 1) заинтересованными сторонами (потребители, фирмы, страны и т. п.);
- 2) интересами сторон (получение прибыли, расширение рынка сбыта и т. п.);
- 3) их возможными действиями (выбор оптимального решения).

Антагонистическая конфликтная ситуация

Конфликтная ситуация будет **антагонистической**, если увеличение выигрыша одной из сторон на некоторую величину приводит к уменьшению выигрыша другой стороны на такую же величину и наоборот.

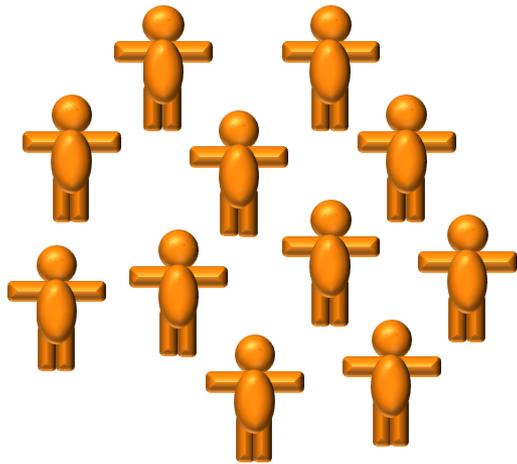
Основные определения и положения теории игр

Игроком принято считать одного участника или группу участников игры, имеющих одни общие для них интересы, не совпадающие с интересами других групп.

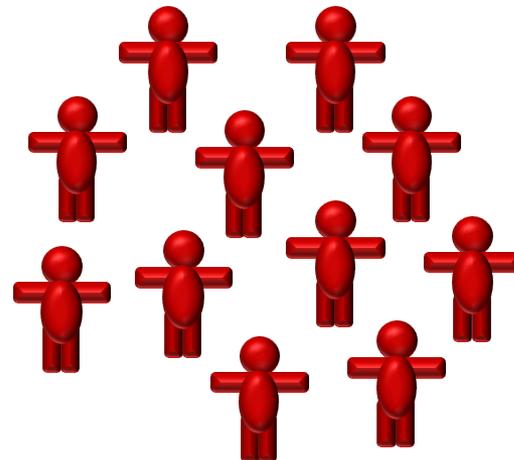


Основные определения и положения теории игр

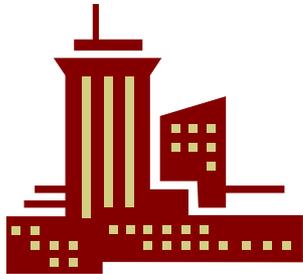
Участники, объединенные в команды, образуют группы лиц: в каждой из этих групп они имеют единые цели, противоположные друг другу.



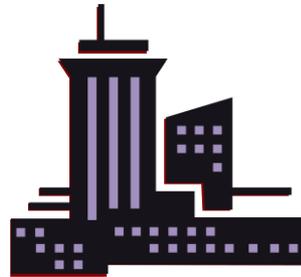
2



Сколько игроков?



Фирма 1



Фирма 2



Фирма 3

3



Фирма 1



Фирма 2



Фирма 3

2

Образуют коалицию

Основные определения и положения теории игр

Правила или условия игры определяют возможные способы поведения, варианты выбора и ходы для игроков на любом этапе развития игры.

Сделать выбор игроку - значит остановиться на одной из его возможностей поведения. Затем игрок осуществляет этот выбор с помощью ходов.

Основные определения и положения теории игр

Сделать ход – значит на определенном этапе игры осуществить сразу весь выбор или его часть в зависимости от возможностей, предусмотренных правилами игры.

Каждый игрок на определенном этапе игры делает ход согласно сделанному выбору. Другой игрок, зная или не зная о сделанном выборе первого игрока, также делает ход.

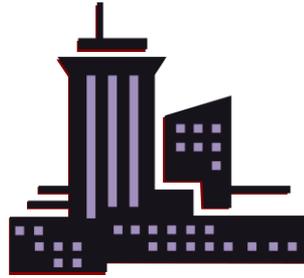
Основные определения и положения теории игр

Стратегия в теории игр означает определенный законченный план действий игрока, показывающий, как надо действовать ему во всех возможных случаях развития игры.

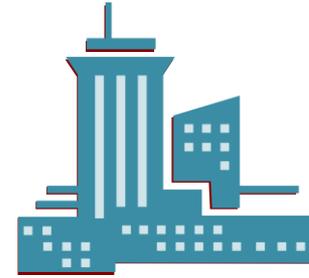
Основные определения и положения теории игр



Фирма 1



Фирма 2



Фирма 3

В игре трех фирм каждая из них может внести определенную долю своего капитала – это и есть ее **стратегия**.

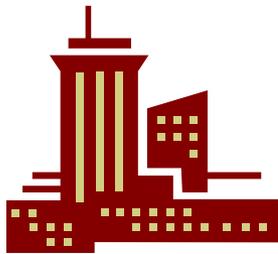
Основные определения и положения теории игр

Правилами игры предусматриваются определенные **выигрыши** для игроков в зависимости от применяемых ими стратегий и исходов игры.

Выигрыш — это мера эффекта для игрока.

Основные определения и положения теории игр

В играх, отображающих **экономические ситуации**, выигрыши почти всегда измеряются в **стоимостном выражении**.



Фирма 1



Фирма 2



Фирма 3

В ситуации трех фирм выигрыш может измеряться той прибылью, которую получит фирма в результате применения стратегий всеми фирмами.

Основные определения и положения теории игр

В теории игр рассматриваются только такие игры, в которых выигрыш выражается количественно: стоимостью, очками, баллами и т. д.

В игре никакой игрок не может полностью контролировать свой выигрыш.

Проигрыш выражается как отрицательный выигрыш.

Связь экономической теории и теории игр

Рациональность: каждый субъект стремится максимизировать свою объективную и субъективную выгоду.

Разумность: субъекты способны находить не только свои оптимальные решения, но также и оптимальные решения других участников.

Роль теории игр в экономике

Теория игр дает язык для моделирования и технику анализа специфического динамического конкурентного взаимодействия.

Пример.

Представим монополиста (в классическом смысле), производящего некоторый товар для продажи. Будем считать, что спрос определяется кривой $X=13-P$.

Структура затрат монополиста $c(X) = 6,25+X$.

Сколько единиц продукции следует выпускать монополисту, по какой цене продавать?

Клод Гаспар Баше де Мезириак



(1581 – 1638)

**французский
математик, поэт,
лингвист, переводчик**

В книге «Сборник математических развлечений», вышедшем в 1612 г., была описана следующая задача: двое называют поочередно числа от единицы до десяти, и выигрывает тот, кто первый доведет до ста сумму чисел, названных обоими игроками.

Жозеф Луи Франсуа Бертран

французский математик



1. Профессор Политехнической школы и Колледжа Франции, член Парижской академии наук.
2. Работал в области теории чисел, дифференциальной геометрии, теории вероятности и термодинамики.
3. Дал математическую трактовку стратегии в играх в курсе теории вероятностей «Calcul des probabilités» в 1889 г.

11.03.1822 – 05.04.1900

Феликс Эдуард Жустин Эмиль Борель



(1871 - 1965)

французский математик и
политический деятель

**Впервые основные понятия
стратегии в играх были
сформулированы Э. Борелем»
в 1921 году.**

Джон фон Нейман

венгро-американский математик еврейского происхождения



03.12.1903 – 08.02.1957

Профессор Принстонского университета США, Сотрудник RAND Corporation (американский стратегический центр для обеспечения национальной безопасности страны).

Внес большой вклад в создание первых ЭВМ и разработку методов их применения.

Важную роль в экономике сыграла теория игр, разработанная Нейманом и О. Моргенштерном

Дж. Фон Нейман О. Morgenштерн



Монография является классическим, основополагающим трудом по теории игр.

Большинство понятий и идей, разрабатываемых в настоящее время в теории игр, берут свое начало из этого труда

Джон Форбс Нэш

американский математик

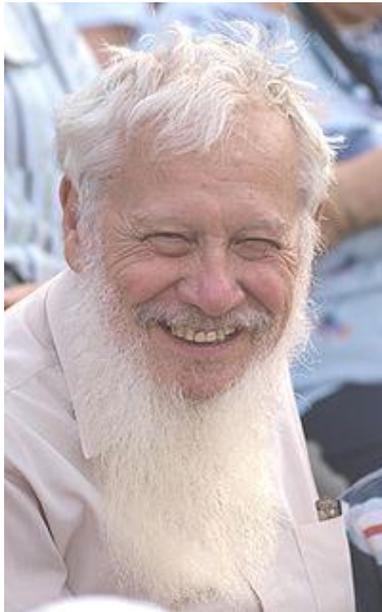


1. Лауреат Нобелевской премии по экономике 1994 года «За анализ равновесия в теории некооперативных игр».
2. Сотрудник RAND Corporation.
3. Работал в Принстоне и Массачусетском технологическом институте, получил звание профессора Принстонского университета

13 июня 1928 г.

Нобелевская премия 2005 год

Роберт Ауманн



Томас Шеллинг



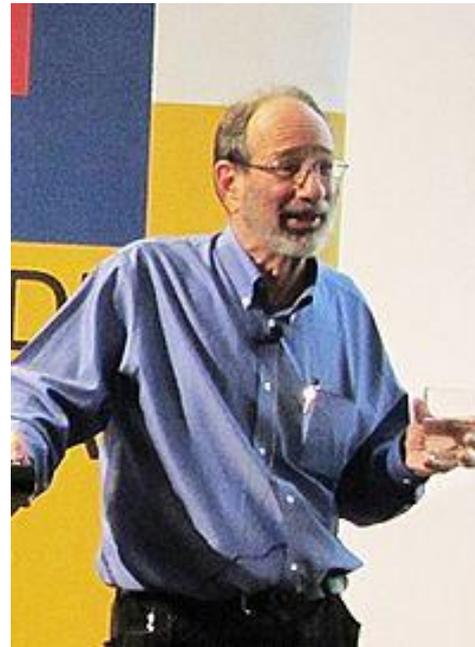
«За обогащение нашего понимания природы конфликтов и сотрудничества при помощи аппарата теории игр»

Нобелевская премия 2012 год

Ллойд Стауэлл Шепли



Элвин Элиот Рот



«За теорию стабильного размещения и практику рыночного планирования»

Российские ученые, осуществившие вклад в теорию игр

Воробьев Николай Николаевич



(1925-1995)

Специалист в областях алгебры, математической логики и теории вероятностей, являлся основателем и главой советской, а затем российской, теоретико-игровой школы. Под его руководством советские математики сумели за короткое время развить математические основы теории игр буквально с самого начала ее зарождения в областях, до сих пор остающихся наиболее актуальными направлениями ее развития.

Российские ученые, осуществившие вклад в теорию игр

Гермейер Юрий Борисович



(1918-1975)

**Основатель и первый руководитель
отдела Исследования операций
Вычислительного Центра Российской
Академии Наук
Основатель и первый руководитель
кафедры Исследования операций
Московского Государственного
Университета им. М.В.Ломоносова**

Российские ученые, осуществившие вклад в теорию игр

Петросян Леон Аганесович



(1940)

Доктор физико-математических наук, профессор, декан факультета прикладной математики - процессов управления, заведующий кафедрой математической теории игр и статистических решений СПГУ.

Российские ученые, осуществившие вклад в теорию игр

Лабскер Лев Григорьевич

к.ф-м.н., профессор кафедры математического моделирования экономических процессов ФГОУ ВПО «Финансовая академия при Правительстве Российской Федерации», член американского математического общества

Литература в НТБ ТПУ

1. Петросян Л. А. Теория игр. — 2-е изд. — СПб. : БХВ-Петербург, 2012. — 424 с.
2. Колесник Г. В. Теория игр. — 3-е изд. — М. : Либроком, 2012. — 152 с.
3. Лабскер Л. Г. Теория игр в экономике (практикум с решениями задач) — М. : КноРус, 2012. — 264 с.
4. Оуэн Г. Теория игр. — М. : Мир, 1971. — 230 с.
5. Печерский С. Л. Теория игр для экономистов. Вводный курс. — СПб. : Изд-во Европейского университета, 2001. — 342 с.
6. Нейман, Джон фон. Теория игр и экономическое поведение : пер. с англ. / Дж. фон Нейман, О. Моргенштерн. — М. : Наука, 1970. — 708 с.
7. Яроцкая Е.В. Основы теории игр (для бакалавров экономики) [Электронный ресурс] : учебное пособие.

Классификация игр

1. По видам ходов

Азартные

состоят только из случайных ходов



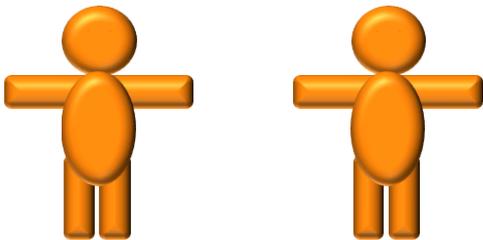
Стратегические

наряду со случайными ходами есть личные ходы, или все ходы личные

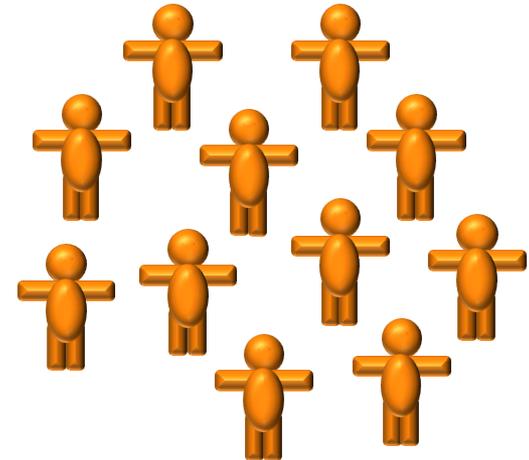
Классификация игр

2. По числу участников

Парные



Множественные



Классификация игр

3. По характеру взаимоотношений игроков

Бескоалиционные

Коалиционные

Кооперативные

Классификация игр по характеру взаимоотношений игроков

Бескоалиционные, в которых игроки не имеют право вступать в соглашения, образовывать коалиции, и целью каждого игрока является получение по возможности наибольшего индивидуального выигрыша;

Коалиционные, в которых действия игроков направлены на максимизацию выигрышей коллективов (коалиций) без последующего их разделения между игроками;

Кооперативные, в которых происходит дележ выигрыша коалиции, который возникает не как следствие тех или иных действий игроков, а как результат их наперед определенных соглашений.

Классификация игр

4. По числу ходов

```
graph TD; A[4. По числу ходов] --> B[Конечные]; A --> C[Бесконечные];
```

Конечные

**конечное число ходов
игроков**

Бесконечные

**поиск решения хотя бы у
одного игрока может
продолжаться бесконечно
долго**

Классификация игр

5. По полноте информации

Игры с полной информацией

Игры с неполной информацией

Стратегические

Статистические

Классификация игр

6. По характеру выигрышей

С нулевой суммой

Любая возможная партия некоторой игры имеет нулевую сумму выигрышей всех игроков. Такие игры называются антагонистическими.

С ненулевой суммой

Не обязательно, что выигрыш одного игрока означает проигрыш другого, как в играх с нулевой суммой. Исход такой игры может быть меньше или больше нуля.

Классификация игр

7. По равенности выигрышей

```
graph TD; A[7. По равенности выигрышей] --> B[Симметричные]; A --> C[Нессимметричные];
```

Симметричные

Нессимметричные

Симметричные игры – это игры, при которых соответствующие стратегии у игроков будут равны, то есть иметь одинаковые платежи. Иначе говоря, если игроки могут поменяться местами и при этом их выигрыши за одни и те же ходы не изменятся.

Классификация игр

8. По очередности ходов

```
graph TD; A[8. По очередности ходов] --> B[Параллельные]; A --> C[Последовательные];
```

Параллельные

Игроки ходят одновременно, или, по крайней мере, они не осведомлены о выборе других до тех пор, пока все не сделают свой ход

Последовательные

Участники могут делать ходы в заранее установленном либо случайном порядке, но при этом они получают некоторую информацию о предшествующих действиях других

Недостатки теории игр

1. Все рекомендации по выбору стратегии вырабатываются исходя из того, что действия противников одинаковы в рамках игры и установленных правил.

В реальной конфликтной ситуации существуют ошибки игроков, присутствует элемент азарта и риска, которые влияют на исход игры.

Недостатки теории игр

2. Каждому из игроков должны быть известны все возможные действия (стратегии) противника, неизвестно лишь то, каким именно из них он воспользуется в данной партии

В реальном конфликте это обычно не так: перечень всех возможных стратегий противника как раз и неизвестен, а наилучшим решением в конфликтной ситуации нередко будет именно выход за пределы известных противнику стратегий.

Понятие платежной матрицы

Пусть в игре участвуют два игрока А и В

выигрыш игрока А $\rightarrow a_{ij}$,

выигрыш игрока В $\rightarrow b_j$

$$a_{ij} = -b_j$$



Задача игрока А - максимизировать свой выигрыш.

Задача игрока В – минимизировать свой проигрыш
или минимизировать выигрыш первого игрока.

Понятие платежной матрицы

Игру можно представить в виде матрицы строки которой – стратегии игрока А, а столбцы – стратегии игрока В.

стратегии игрока В

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

стратегии игрока А

Матрица называется **платежной матрицей**, где элементы этой матрицы это выигрыши игрока А.

Пример

Условие задачи. Существует два игрока. Игрок А – налоговая служба, игрок В – налогоплательщик. Налогоплательщик имеет годовой доход 180 тыс. ден. ед. У налоговой службы два возможных варианта работы с налогоплательщиком.

Пример (продолжение)

1-й вариант. Контролировать доход налогоплательщика и взимать с него налоги следующим образом:

Налог на доходы физических лиц (НДФЛ) в размере 13 %, если налогоплательщик заявил свой действительный доход в размере 180 тыс. ден. ед.

НДФЛ в размере 13 % от 180 тыс. ден. ед. и штрафа в размере 10 % от незаявленной суммы дохода.

2-й вариант. Не контролировать доход налогоплательщика, надеясь на его честность.

Пример (продолжение)

Налогоплательщик при декларировании своего дохода использует одну из стратегий:

Вариант 1. Заявляет о действительном доходе (180 тыс. ден. ед.).

Вариант 2. Заявляет о половине полученного дохода (90 тыс. ден. ед.).

Вариант 3. Скрывает доход.

Построить платежную матрицу.

Решение

налоговая служба	налогоплательщик		
	B₁ (декларировать весь доход)	B₂ (декларировать часть дохода)	B₃ (не декларировать весь доход)
A₁ (контролировать)	$180\,000 * 13\% = 23\,400$	$(180\,000 * 13\%) + (90\,000 * 10\%) = 23\,400 + 9\,000 = 32\,400$	$(180\,000 * 13\%) + (180\,000 * 10\%) = 23\,400 + 18\,000 = 41\,400$
A₂ (не контролировать)	$180\,000 * 13\% = 23\,400$	$90\,000 * 13\% = 11\,700$	0