

$$\text{Corr}(x, y) = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\sqrt{\text{Var}(x) \cdot \text{Var}(y)}}$$

Эконометрическое моделирование

Лабораторная работа № 9

Прогнозирование временных рядов на основе
анализа средних



Оглавление

Методы прогнозирования временных рядов, основанные на анализе средних	3
Задание 1. Прогнозирование на основе анализа средних	4
Метод экспоненциального сглаживания	4
Задание 2. Прогнозирование по методу экспоненциального сглаживания	5
Метод простой скользящей средней	5
Задание 3. Прогнозирование по методу простой скользящей средней	7
Задание 4. Выбор прогнозного значения.	7

Методы прогнозирования временных рядов, основанные на анализе средних

Методы прогнозирования, основанные на анализе средних, получили свое назначение от основного принципа, положенного в основу вычисления прогнозного значения показателя, представленного временным рядом.

В соответствии с этими методами, прогнозное значение определяется как средняя величина, в определении которой принимают участие в той или иной степени все уровни временного ряда.

Значения аппроксимирующей функции для каждого метода определяется по формулам, приведенным ниже.

Прогноз рассчитывается на один период вперед.

Метод среднего абсолютного отклонения

$$1) F_t = X_{t-1} + A_{t-1}, t = 3, \dots, T + 1$$

$$2) A_t = \frac{C_t}{t-1}$$

$$3) C_t = C_{t-1} + X_t - X_{t-1}$$

$$4) C_1 = 0$$

$$5) X_{T+1}^{\text{прогноз}} = F_{T+1}$$

Пример 1

t	X _t	C _t	A _t	F _t
1	2	C ₁ = 0	-	-
2	3	C ₂ = 0 + x ₂ - x ₁ = 1	A ₂ = 1/1 = 1	-
3	2	C ₃ = 1 + 2 - 3 = 0	A ₃ = 0/2 = 0	F ₃ = 3 + 1 = 4
4	3	C ₄ = 0 + 3 - 2 = 1	A ₄ = 1/3	F ₄ = 2 + 0 = 2
5	4	C ₅ = 2	A ₅ = 2/4 = 1/2	F ₅ = 3 + 1/3 = 3 $\frac{1}{3}$
6	4	C ₆ = 2	A ₆ = 2/5	F ₆ = 4 $\frac{1}{2}$
7	6	C ₇ = 4	A ₇ = 4/6 = 2/3	F ₇ = 4 $\frac{2}{5}$
8	7	C ₈ = 5	A ₈ = 5/7	F ₈ = 6 $\frac{2}{3}$
9	6	C ₉ = 4	A ₉ = 4/8 = 1/2	F ₉ = 7 $\frac{5}{7}$
10	8	C ₁₀ = 6	A ₁₀ = 6/9 = 2/3	F ₁₀ = 6 $\frac{1}{2}$
				F ₁₁ = 8 $\frac{2}{3}$

$$x_{11}^{\text{прогноз}} = F_{11} = 8 \frac{2}{3}$$

Далее необходимо проверить качество аппроксимации. Для этого нужно рассчитать показатели, рассмотренные в предыдущей лабораторной работе.

- Показатель средней относительной погрешности
- Показатель средней квадратической погрешности
- «Коэффициент несовпадения»

Задание 1. Прогнозирование на основе анализа средних

Сделайте прогноз курса валют на завтра. В качестве базы расчета используйте данные Центрального банка РФ за предыдущие две недели.

Вариант	Валюта
1	Австралийский доллар
2	Азербайджанский манат
3	Армянский драм
4	Белорусский рубль
5	Болгарский лев
6	Бразильский реал
7	Венгерский форинт
8	Вон Республики Корея
9	Датская крона
10	Доллар США
11	Евро
12	Индийская рупия
13	Казахский тенге
14	Канадский доллар
15	Киргизский сом
16	Китайский юань
17	Польский злотый
18	Украинская гривна
19	Фунт стерлингов Соединенного королевства
20	Чешская крона
21	Японская иена

Метод экспоненциального сглаживания

Прогноз вычисляется как среднее взвешенное всех элементов временного ряда. Последний элемент «взвешивается» с множителем α из интервала $(0, 1)$, предпоследний с множителем $(1 - \alpha)\alpha$ и т.д., первый с множителем $(1 - \alpha)^{T-1}$, где T – количество элементов ряда. Сумма всех весовых коэффициентов равна 1.

Коэффициент α подбирается так, чтобы средняя квадратическая ошибка была минимальной. При построении прогноза учитывается, что первые уровни ряда менее значимы, для тенденции, а последние – более значимы, им придается больший вес, а первым уровням меньший.

$$S_t = \alpha \cdot x_{t-1} + (1 - \alpha)S_{t-1}, t = 3, \dots, T + 1$$

$$S_2 = x_1$$

$$x_{T+1}^{\text{прогноз}} = S_{T+1}$$

T	x_t	S_t
1	x_1	-
2	x_2	$S_2 = x_1$
3	x_3	$S_3 = \alpha x_2 + (1 - \alpha)x_1$
4	x_4	$S_4 = \alpha x_3 + (1 - \alpha)\alpha x_2 + (1 - \alpha)^2 x_1$
5	x_5	$S_5 = \alpha x_4 + (1 - \alpha)\alpha x_3 + (1 - \alpha)^2 \alpha x_2 + (1 - \alpha)^3 x_1$

Лабораторная работа № 9. Прогнозирование временных рядов на основе анализа средних

6	X_6	$S_6 = \alpha X_5 + (1 - \alpha)\alpha X_4 + (1 - \alpha)^2 \alpha X_3 + (1 - \alpha)^3 \alpha X_2 + (1 - \alpha)^4 \alpha X_1$
...
N	X_n	$S_{10} = \alpha X_9 + (1 - \alpha)\alpha X_8 + \dots + (1 - \alpha)^8 \alpha X_1$
		$S_{11} = \alpha X_{10} + (1 - \alpha)\alpha X_9 + (1 - \alpha)^2 \alpha X_8 + \dots + (1 - \alpha)^8 \alpha X_2 + (1 - \alpha)^9 \alpha X_1$

Пример 2.

Методом экспоненциального сглаживания получить прогнозную оценку объема продаж на 11 месяц. Коэффициент $\alpha = 0,8$.

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Объем продаж	2	3	2	3	4	4	6	7	6	8

Решение.

t	продажи	S_t
1	2	-
2	3	$S_2 = X_1 = 2$
3	2	$S_3 = 0,8X_2 + 0,2 S_2 = 2,8$
4	3	$S_4 = 0,8 X_3 + 0,2S_3 = 2,16$
5	4	$S_5 = 0,8 X_4 + 0,2X_4 = 2,8$
6	4	$S_6 = 2,8$
7	6	$S_7 = 3,95$
8	7	$S_8 = 5,58$
9	6	$S_9 = 6,7$
10	8	$S_{10} = 6,14$
11	прогноз	$S_{11} = 7,62$

$$x_{11}^{\text{прогноз}} = S_{11} = 7,62$$

Далее необходимо проверить качество аппроксимации. Для этого нужно рассчитать показатели, рассмотренные в предыдущей лабораторной работе.

- Показатель средней относительной погрешности
- Показатель средней квадратической погрешности
- «Коэффициент несовпадения»

Задание 2. Прогнозирование по методу экспоненциального сглаживания

Сделайте прогноз курса валют на завтра. В качестве базы расчета используйте данные Центрального банка РФ за предыдущие две недели, такие же, как первом задании.

Коэффициент α подберите так, чтобы средняя квадратическая ошибка была минимальной. Используйте инструмент «поиск решения в MS Excel».

Метод простой скользящей средней

Метод скользящей средней применяется для «сглаживания» временного ряда, что позволяет сделать вывод о характере тенденции развития данного явления и на основе

этого выбрать адекватную модель тренда. Кроме этого, скользящее среднее используется в некоторых задачах прогнозирования.

Сущность метода скользящих средних состоит в укрупнении интервалов и определении средних для каждого укрупненного интервала. При этом применяют способ скользящей средней, при котором интервал усреднения сдвигают каждый раз на один шаг от начала ряда.

$$MA_t = \frac{\sum_{k=t-N}^{t-1} X_k}{N}; t = N + 1, \dots, T + 1$$

$$X_{T+1} = MA_{T+1}$$

$$\bar{Y}_{N_1} = \frac{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_N}{N}$$

$$\bar{Y}_{N_2} = \frac{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{N+1}}{N}$$

.....

$$\bar{Y}_{N_i} = \frac{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{N+i-1}}{N}$$

Где N – интервал усреднения, порядок скользящей средней,

Y_i – уровни временного ряда,

\bar{Y}_{N_i} – скользящая средняя N порядка.

При выборе интервала сглаживания необходимо иметь в виду, что обычно вычисленное среднее \bar{Y}_{N_i} относится к середине интервала сглаживания, который определяется по формуле: $m = (N + 1)/2$.

При N четном среднее относится к серединам промежутков между двумя уровнями эмпирического ряда, что затрудняет сопоставление фактических уровней с их «сглаженными» значениями. В данном случае для сопоставления прибегают к центрированию сглаженного ряда, при этом центрированная скользящая средняя определяется как средняя двух рядом стоящих значений скользящей средней

$$\bar{Y}_1^* = \frac{\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2}{2}$$

Y	$\bar{Y}_{N=3}$	$\bar{Y}_{N=3}$	$\bar{Y}_{N=4}^*$
Y_1			
Y_2	\bar{Y}_1		
		\bar{Y}_1	
Y_3	\bar{Y}_2		\bar{Y}_1^*
		\bar{Y}_2	
...			
Y_{n-1}	\bar{Y}_{n-2}		
Y_{n-2}			

При использовании скользящей средней для прогнозных расчетов значение скользящей средней выносят на шаг вперед, как в рассматриваемом ниже примере, или даже на несколько шагов вперед.

$$M_t = \frac{\sum_{i=t-N}^{i=t-1} X_i}{N}, t = N + 1, \dots, T + 1$$

$$X_{T+1}^{\text{прогноз}} = M_{T+1}$$

Пример

В рассмотренном ниже примере приводится расчет скользящей средней с периодом сглаживания 3, 4. А также расчет центрированной скользящей средней и определение прогноза на шаг вперед.

t	X	$\bar{X}_{N=3}$	$\bar{X}_{N=4}$	$X_{N=4}^*$	$M_t (N=3)$	$M_t (N=4)$
1	2					
2	3	$(2+3+2)/3 = 2,3$				
			$(2+3+2+3)/4 = 2,5$			
3	2	$(3+2+3)/3 = 2,67$		$(2,5+3)/2 = 2,75$		
			$(3+2+3+4)/4=3$			
4	3	3		3,13	$(2+3+2)/3=2,3$	
			3,25			
5	4	3,6		3,75	2,67	$(3+2+3+2)/4=2,5$
			4,25			
6	4	4,6		4,7	3	3
			5,25			
7	6	5,6		5,5	3,6	3,25
			5,75			
8	7	6,3		6,25	4,6	4,25
			6,75			
9	6	7			5,6	5,25
10	8				6,3	5,75

Для N = 3 – $M_{11} = 7$ – прогноз. Для N = 4 – $M_{11} = 6.75$ – прогноз.

Далее необходимо проверить качество аппроксимации. Для этого нужно рассчитать показатели, рассмотренные в предыдущей лабораторной работе.

- Показатель средней относительной погрешности
- Показатель средней квадратической погрешности
- «Коэффициент несовпадения»

Задание 3. Прогнозирование по методу простой скользящей средней

Сделайте прогноз курса валют на завтра. В качестве базы расчета используйте данные Центрального банка РФ за предыдущие две недели, такие же, как в первом задании.

Задание 4. Выбор прогнозного значения.

Для всех трех методов рассчитайте показатели, используемые для проверки качества оппроксимации:

- Показатель средней относительной погрешности
- Показатель средней квадратической погрешности
- «Коэффициент несовпадения»

Лабораторная работа № 9. Прогнозирование временных рядов на основе анализа средних

Сравните полученные показатели и выберите прогнозное значение курса валют на завтра. Оформите все в виде таблицы.

Рассмотрим таблицу, полученную для примера, рассчитанного в лабораторной работе.

Показатели	Методы прогнозирования			
	Прогнозирование на основе анализа средних	Прогнозирование по методу экспоненциального сглаживания	Прогнозирование по методу скользящей средней (N =3)	Прогнозирование по методу скользящей средней (N =4)
Показатель средней относительной погрешности	30%	25%	26%	31%
Показатель средней квадратической погрешности	1,39	1,23	1,68	2,19
«Коэффициент несовпадения»	0,12	0,05	0,16	0,2
Прогноз	8,66	7,77	7	6,75
Выбор		7,77		